

## Усиление коротковолновых аттосекундных импульсов в электростатическом плазменном ондуляторе

© А.А. Андреев<sup>1,2</sup>, К.Ю. Платонов<sup>3</sup>, М.В. Седов<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

<sup>4</sup> ОИВТ РАН, Москва, Россия

e-mail: konstantin\_platonov@yahoo.com

Поступила в редакцию 24.06.2025 г.

В окончательной редакции 24.06.2025 г.

Принята к публикации 21.09.2025 г.

Рассмотрено усиление коротковолнового ультракороткого импульса в электростатическом ондуляторе лазера на свободных электронах при взаимодействии с релятивистским электронным сгустком. Определены параметры системы, при которых возможно усиление рентгеновских импульсов аттосекундной длительности.

**Ключевые слова:** аттоимпульсы, лазер на свободных электронах, электростатический ондулятор, вынужденное излучение.

DOI: 10.61011/OS.2026.04.63022.8411-25

### Введение

Жесткие короткие электромагнитные импульсы позволяют разрешать динамику различных быстрых процессов, в том числе ядерных реакций на аттосекундной шкале времени [1]. Как известно, ультракороткий импульс (УКИ) с минимальной длительностью и энергией кванта килоэлектронвольтового диапазона для современных лазерных интенсивностей можно получить при взаимодействии интенсивного лазерного импульса с фольгой [2], выделяя УКИ фильтром, отсекающим „подложку“ [3]. Поскольку при распространении и фильтрации УКИ его интенсивность убывает, необходимо дальнейшее усиление для практического использования, что возможно, например, в лазере на свободных электронах (ЛСЭ) [4–6]. В работе [7] мы провели предварительный анализ возможности генерации и последующего усиления УКИ фотонов мультикилоэлектронвольтовой энергии с помощью высокоэнергетических электронов в магнитном ондуляторе ЛСЭ. Такой ондулятор имеет ограничение по минимальной длине периода и требует больших энергий электронов в ЛСЭ для усиления мультикилоэлектронвольтовых квантов. В отличие от магнитного ондулятора электростатический ондулятор может быть создан на основе ионизованных нитей или кластеров субмикронного диаметра и иметь малую длину периода, сравнимую с дебаевским радиусом плазменной нити. В этом случае для усиления жестких квантов достаточно энергии электронов  $\sim 100$  MeV. Сгусток таких электронов можно получить в настоящее время с помощью интенсивного лазерного

импульса. При этом разделенный на две части лазерный импульс может быть использован и для генерации УКИ, и для ускорения электронов. В последнем случае вторая часть лазерного импульса двигается в газовой мишени, создавая за собой интенсивную продольную плазменную волну, ускоряющую электроны. В результате за лазерным импульсом генерируется ультрарелятивистский электронный сгусток с длиной и диаметром, сравнимыми с длиной и диаметром самого лазерного импульса (рис. 1). При лазерной энергии  $\sim 1$  J и интенсивности  $\sim 10^{19}$  W/cm<sup>2</sup> энергия электронов достигает сотен мегаэлектронвольт, а суммарный заряд сгустка  $\sim 10$  pC [8]. Длина Релея лазерного импульса может составлять сотни микрон, поэтому на значительном расстоянии сохраняется релятивистская интенсивность импульса, которой достаточно для ионизации элементов короткого ондулятора, а следующий за лазерным импульсом электронный сгусток отклоняется электростатическим полем ондулятора, излучая жесткие кванты.

В данной работе при помощи аналитического и численного моделирования мы исследуем усиление УКИ фотонов мультикилоэлектронвольтовой энергии и аттосекундной длительности, порождаемых второй частью лазерного импульса, с помощью электронов с энергией в несколько сотен мегаэлектронвольт (от первой части) при распространении их через электростатический плазменный ондулятор.

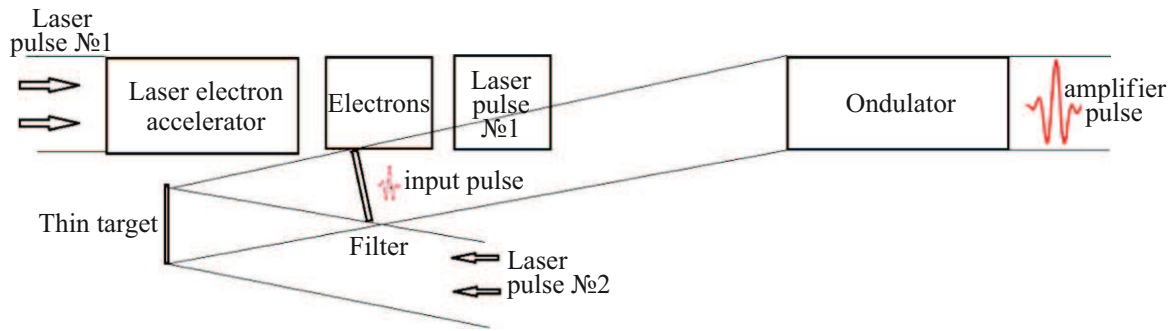


Рис. 1. Блок-схема ЛСЭ усилителя УКИ с использованием разделения лазерного импульса на две части.

### Лазер на свободных электронах с электростатическим ондулятором

Электростатический ондулятор (периодическое электростатическое поле) с микронным периодом может быть создан на основе периодической структуры из ионизованных нитей или кластеров субмикронных толщин с расстояниями  $\lambda_w, \lambda_{wy}$  в несколько микрон между отдельными элементами. Подобная двумерная структура из нитей показана на рис. 2, а трехмерную структуру можно организовать в кластерной (пылевой) плазме [9]. При субмикронном размере элемента и микронных расстояниях между элементами ондулятор из  $\sim 100$  звеньев займет длину менее миллиметра, т.е. порядка длины поглощения лазерного импульса в нем [10], а поперечный размер ондулятора для движения в нем электронного сгустка будет порядка нескольких десятков микрон. При облучении интенсивным лазерным импульсом, идущим впереди электронного сгустка, электроны ионизованных элементов ондулятора нагреваются [11] до характерной температуры  $T_{eh} = m_e c^2 \sqrt{1 + (I_L \lambda_L^2) / (1.37 \cdot 10^{18})} - 1$ , где  $I_L$  — интенсивность лазерного излучения в  $W/cm^2$ ,  $\lambda_L$  — длина лазерной волны в  $\mu m$ . Нагретые электроны покидают элемент ондулятора и под действием амбиполярного поля между электронами и ионами элемент ондуля-

тора (нить) начинает разлетаться. На фронте ионной плотности возникает пик плотности [11], тогда профиль плотности для нити радиуса  $R$  описывается функцией  $n_i(r) = n_{i0} \theta(R - r) + (\delta n_i \delta r) \delta(r - R)$ , где  $\delta r$  — толщина фронта ударной волны,  $\delta n_i$  — изменение ионной плотности на фронте,  $n_{i0}$  — плотность нити,  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хэвисайда,  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака.

Решение уравнения Пуассона для потенциала отдельного элемента ондулятора (нити) в цилиндрических координатах имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{e\varphi(r)}{m_e c^2} \approx & \left( \frac{T_{eh}}{m_e c^2} \left( 1 + \frac{R K_1(R/r_D)}{2 r_D K_0(R/r_D)} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right) \right. \\ & + \frac{T_{eh}}{m_e c^2} \left( \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right) \frac{I_0(r/r_0)}{I_0(R/r_D)} \theta(R - r) \\ & \left. + \frac{T_{eh}}{m_e c^2} \left( 1 + \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right) \frac{K_0(r/r_D)}{K_0(R/r_D)} \theta(r - R) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\theta(\xi)$  — функция Хэвисайда,  $I_0(\xi)$ ,  $K_0(\xi)$  — функции Бесселя 1-го и 2-го рода, характерный масштаб поля (дебаевский радиус) составляет  $r_D = \sqrt{T_{eh} / 4\pi e^2 n_{eh}}$ , а плотность электронов оценивается как  $n_{eh} \approx \pi m_e c^2 / e^2 \lambda_L^2$ . Характерное значение потенциала нити  $e\varphi \sim T_{eh}$ , а характерное электростатическое поле вблизи поверхности элемента ондулятора составит  $E_w \approx T_{eh} / e r_D = \sqrt{4\pi T_{eh} n_{eh}}$ . Характерное безразмерное поле (параметр ондулятора) с учетом масштаба его локализации удобно ввести как  $K_E = e E_w r_D / m_e c^2 \approx T_{eh} / m_e c^2$ . С увеличением  $K_E$  растет угол отклонения траектории электрона в ондуляторе. Для реализации процесса вынужденного излучения угол отклонения не должен превышать характерного угла излучения релятивистского электрона [5,12,13], что достигается при  $K_E \leq 1$ . Соответственно параметры численного моделирования подбирались для получения  $K_E \sim 1$ . Отметим, что поле может заполнять как весь период  $\lambda_w$  ондулятора на рис. 2, так и часть периода — в зависимости от соотношения между  $\lambda_w, r_D$ . Численное моделирование поля ондулятора и сравнение оценки (1) с численными данными приведено в Приложении 1.

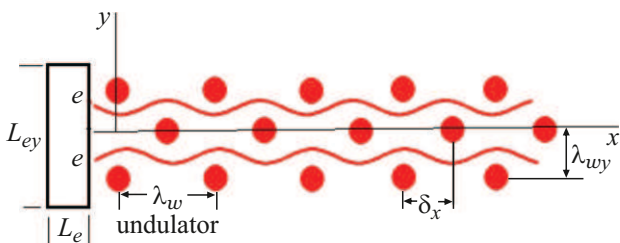


Рис. 2. Ондулятор из нанонитей. Прямоугольный сгусток электронов объемом  $L_{ey}^2 \times L_e$  движется в периодической (период  $\lambda_w$ ) структуре из нитей (красные кружки). Соседние ряды нитей сдвинуты по оси  $x$  на величину  $\delta x = \lambda_w / 2$  для формирования единственного значения периода  $\lambda_w$  ондулятора. Сплошными красными линиями показаны траектории электронов.

Характерная энергия электрического поля одной нити ондулятора соответствует энергии горячих электронов, нагретых в скин-слое нити:  $\varepsilon_1 \approx 2\pi R I_s D Z n_i T_{eh}$ , где  $D$  — диаметр лазерного импульса, нагревающего нить,  $I_s = \lambda_L n_c \sqrt{(I_L \lambda_L^2)/(1.37 \cdot 10^{18})}/\pi \sqrt{2} Z n$  — длина скин-слоя при релятивистской напряженности лазерного поля ( $n_c = \pi m_e c^2/e^2 \lambda_L^2$  — критическая концентрация лазерной плазмы,  $Z$  — заряд иона плазмы). Соответственно длина  $L_f$  свободного пробега лазерного импульса, нагревающего ондулятор, оценивается из закона сохранения энергии как  $2\pi R I_s D Z n_i T_{eh} \frac{D}{\lambda_{wy}} \frac{L_f}{\lambda_w}$ , где  $\varepsilon_L = I_L \pi D^2 \tau_L/4$  — энергия лазерного импульса. Таким образом, лазерный импульс интенсивностью  $I_L$  позволяет прогреть ондулятор из плазменных нитей на длину

$$L_f \leq \frac{\sqrt{2\pi c \tau_L \lambda_{wy} \lambda_w \sqrt{(I_L \lambda_L^2)/(1.37 \cdot 10^{18})}}}{8R \lambda_L (\sqrt{1(I_L \lambda_L^2)/(1.37 \cdot 10^{18})} - 1)}.$$

Из этой оценки видно, что длина пробега слабо зависит от лазерной интенсивности, но обратно пропорциональна радиусу нити. Аналогичная оценка приведена в работе [14] для кластерной лазерной плазмы. Для лазерного импульса длительностью 30 fs, взаимодействующего с ондулятором с  $\lambda_w = \lambda_{wy} = 2 \mu\text{m}$  и нитями  $R = 100 \text{ nm}$ , получаем  $L_f \approx 240 \mu\text{m}$ , поэтому возможно создание плазменного ондулятора с  $N \approx 120$  периодами, а увеличение радиуса нити до 250 nm приведет к  $N \approx 50$ .

Рассматриваемый ондулятор является динамической плазменной структурой с коротким временем жизни. Ионизация и электростатическое поле возникают за время действия лазерного (пред)импульса ( $\tau_L \sim 30 \text{ fs}$ ) и сохраняются до разлета нагретых элементов ондулятора. Характерная скорость разлета составляет  $c_s \approx \sqrt{Z T_{eh}/A m_p}$ , где  $A$  — атомное число иона нити (кластера),  $m_p$  — масса протона. Время жизни элемента ондулятора составит  $\sim R/c_s = \frac{R}{c} \sqrt{\frac{A m_p}{Z m_e K_W}}$ . Мы полагаем, что лазерный импульс, нагревающий нити ондулятора, движется непосредственно перед электронным сгустком и усиливается УКИ, находящимся внутри электронного сгустка. Временная задержка  $\Delta\tau_{eL}$  между концом лазерного импульса и началом электронного составляет  $\Delta\tau_{eL} \leq 30 \text{ fs}$ , за это время нагретые нити ондулятора не успевают разлететься.

Электронный сгусток,двигающийся в ондуляторе с задержкой от лазерного импульса, может быть получен лазерным ускорением электронов в плазме подкритической плотности [6,10]. Для наших целей мощный лазерный импульс может быть разделен на две части, одна из которых используется для создания поля в ондуляторе, а вторая — с задержкой  $\Delta\tau_{eL}$  — для ускорения электронов. Согласно [10], ускоренный электронный сгусток имеет длину, соответствующую длительности лазерного импульса ( $L_e \approx 10 \mu\text{m}$  для импульса длительностью 30 fs), диаметр порядка диаметра  $D$  лазерного пучка и плотность  $n_{b0} \leq 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . Характерное время

взаимодействия электронного сгустка с нитью ондулятора составляет  $\sim (L_e + 2R)/c$  и при условии

$$\frac{R}{c} \sqrt{\frac{A m_p}{Z m_e K_W}} g g \frac{(L_e + 2R)}{c} + \Delta\tau_{eL}$$

сгусток успеет провзаимодействовать с нагретым участком ондулятора до его разлета. При оптимальном  $K_E \approx 1$  и  $A/Z \sim 2$  неравенство выглядит как  $60R \gg L_e + c \Delta\tau_{eL}$ , что выполняется, например, для  $R \sim 1$  и  $L_e \sim 10 \mu\text{m}$ . Таким образом, длина взаимодействия электронного сгустка и УКИ с полем ондулятора ограничена сверху длиной поглощения лазерного импульса  $L_f$ , а максимальное количество используемых периодов ондулятора  $N_{\max} \sim L_f/\lambda_w$ .

## Аналитическая модель усиления УКИ

Рассматриваемый процесс описывается с помощью уравнений для поля УКИ и движения электронов в следующей постановке: УКИ совместно с электронным сгустком движутся по оси  $X$ , где ондулятор занимает интервал  $x \in [0; L_w]$ . Кулоновское поле сгустка предполагается малым по сравнению с полем ондулятора, и динамика электронов описывается в одночастичном приближении. Гамильтониан  $j$ -го электрона, движущегося в электростатическом поле решетки из нитей (по оси  $x$  период  $\lambda_w$ , по оси  $y$  —  $\lambda_{wy}$ ,  $N$  — количество нитей по оси  $x$ ,  $N_y$  — по оси  $y$ ) и в поле электромагнитной волны, имеет вид

$$\begin{aligned} H_j/mc^2 = \varepsilon_j &= \sqrt{1 + (\mathbf{p}_{j,\perp} - \mathbf{a}(x_j, t))^2 + p_{jx}^2} \\ &+ K_E \sum_{\substack{l=N \\ s=N_y/4 \\ l=0 \\ s=-N_y/4}} \tilde{\varphi}(x_j + l\lambda_w, y_j + 2s\lambda_{wy}) \\ &+ K_E \sum_{\substack{l=N \\ s=N_y/4 \\ l=0 \\ s=-N_y/4}} \tilde{\varphi}(x_j - l\lambda_w, y_j + (2s + 1)\lambda_{wy}) \\ &= \sqrt{1 + (\mathbf{p}_{j\perp} - \mathbf{a}(x_j, t))^2 + p_{jx}^2} + K_E \Phi(x_j, y_j), \quad (2) \end{aligned}$$

где  $\mathbf{a}(x, t) = \mathbf{e}_y a(x, t)$ ,  $a = eA/mc^2$  — безразмерный векторный потенциал поля УКИ,  $p_{jx}(t)$ ,  $\mathbf{p}_{j\perp}(t)$  — безразмерные (в единицах  $mc$ ) продольный и поперечный импульсы  $j$ -го электрона,  $x_j(t)$ ,  $y_j(t)$  — декартовы координаты электрона,  $\tilde{\varphi} = (\varphi/T_{eh})$ ,

$$\Phi(x, y) = \sum_{\substack{l=N \\ s=N_y/4 \\ l=0 \\ s=-N_y/4}} \tilde{\varphi}(x - \lambda_w/2 + l\lambda_w, y + (2s + 1)\lambda_{wy})$$

— суммарный безразмерный потенциал всех элементов ондулятора. На входе в ондулятор поперечный импульс

электрона  $\mathbf{p}_{j\perp}|_{x=0} \approx 0$ ,  $p_{jx}|_{x=0} = \gamma_{0j}$ . Отметим, что для ондулятора из пластин фольги зависимость от  $y$  в потенциале отсутствует и (2) зависит только от  $x$ , а для кластеров добавляется координата  $z$ .

На входе в ондулятор функцию распределения электронов  $f(x_{j0}, y_{j0}, \gamma_{0j})$  выберем как

$$f(x_{j0}, \gamma_{0j}) = n_{b0}\theta(L_p/2 - |x_{j0}|)\theta(L_{ev}/2 - |y_{j0}|)f_\varepsilon(\gamma_{0j}),$$

где  $L_e, L_{ey}$  — размеры электронного сгустка по осям  $x, y$ ,

$$f_\varepsilon(\gamma_{0j}) = \pi^{-1/2}(\Delta\gamma)^{-1} \exp(-(\gamma_{0j} - \gamma_b)^2/(\Delta\gamma)^2)$$

— гауссово распределение электронов по энергиям,  $n_{b0}$  — средняя плотность электронного сгустка,  $\gamma_b$  — среднее значение лоренц-фактора электронного сгустка,  $\Delta\gamma$  — разброс лоренц-факторов электронов в сгустке.

Безразмерная (в единицах  $m_e c^2$ ) энергия спонтанного излучения  $\varepsilon_{rad}$  (в пренебрежении  $\mathbf{a}$  в (2)) электрона в электрическом поле ондулятора  $\mathbf{E}_W(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r})$  определяется [5] формулой

$$\varepsilon_{rad} = \frac{2e^2}{3r_D m_e c^2} \times \int \frac{[\mathbf{K}_E(\mathbf{r}(t), t)]^2 - (\mathbf{v}\mathbf{K}_E(\mathbf{r}(t), t))^2/c^2}{(1 - \mathbf{v}^2/c^2)} d(ct/r_D). \quad (3)$$

Спонтанное излучение в ондуляторе с поперечным электрическим полем соответствует (при  $K_E \sim K_B = eB\lambda_W/(m_e c^2)$ ) спонтанному излучению в поперечном поле  $B$  магнитного ондулятора:

$$\varepsilon_{rad} = \frac{2e^2}{3\lambda_W m_e c^2} \int \frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{K}_B(\mathbf{r}(t), t)]^2/c^2}{(1 - \mathbf{v}^2/c^2)} d(ct/\lambda_W).$$

Похожи также траектории движения электрона в поперечном электрическом и магнитном ондуляторах. Отметим, что при дополнительной группировке электронов на масштабах порядка излучаемой длины волны возможно когерентное излучение сгустка электронов в магнитном ондуляторе [15,16].

Оценка энергии (3) для  $N$  нитей при  $\lambda_{wy} \approx r_D$  зависит от условий  $K_E > 1$ ,  $K_E < 1$ . В случае  $K_E > 1$  (синхротронный режим излучения) оценка пропорциональна числу нитей  $N$ :

$$\varepsilon_{\perp rad} \approx \begin{cases} 2Ne^2\gamma_b^2 K_E^2 / (3r_D m_e c^2 (1 + K_E^2/2)), & r_D \leq \lambda_w, \\ 2Ne^2\gamma_b^2 K_E^2 \lambda_W / (3r_D m_e c^2 (1 + K_E^2/2)), & r_D > \lambda_w. \end{cases} \quad (4)$$

Отметим, что случай  $K_E > 1$  спонтанного излучения электрона в ондуляторе из плазменных нанонитей рассматривался в работе [10]. Аналитические оценки [10] излученной электроном энергии с точностью до численного множителя совпадают с верхней формулой (4). При  $K_E \leq 1$  реализуется случай рассматриваемого в настоящей работе ондуляторного излучения. Ондуляторное

излучение когерентно (интенсивность пропорциональна квадрату числа нитей) и имеет локальный максимум интенсивности на частоте  $\omega_s = 4\pi\gamma_b^2 c/\lambda_W$ , соответствующей частоте процесса вынужденного излучения в ЛСЭ. Для ондулятора в виде набора параллельных плоскостей  $\varepsilon_{\parallel rad} \approx \gamma_b^{-2} \varepsilon_{\perp rad}$  из-за меньшего значения продольного ускорения релятивистского электрона по сравнению с поперечным ускорением в поле нитей.

Уравнение движения электрона в поперечном (по оси  $y$ ) направлении для (2) имеет вид  $\dot{p}_{j\perp} = cK_E \partial\Phi(x_j, y_j)/\partial y_j$ . Для реализации процесса вынужденного излучения в ондуляторе угол отклонения траектории  $j$ -го электрона не должен превышать  $\gamma_{0j}^{-1}$  [5,12]. Для  $\gamma_{0j} \sim 10^3$  на длине 1 mm ( $\sim 100$  периодов) поперечное смещение электрона не превысит  $1 \mu\text{m}$ . В таких условиях можно пренебречь поперечным смещением и считать  $\dot{p}_{j\perp}(x_j) = cK_E \partial\Phi(x_j, y_{0j})/\partial y_{0j}$ , где  $y_{0j}$  — координата электрона на входе в ондулятор. В результате

$$p_{j\perp}(t, y_{0j}) = cK_E \int_0^t dt (\partial\Phi(x_j(t), y_0)/\partial y_{0j}) \approx cK_E \int_0^t dt (\partial\Phi(x_0 + ct(1 - 0.5\gamma_{0j}^{-2}), y_{0j})/\partial y_{0j}). \quad (5)$$

Отметим, что при пролете ондулятора угол отклонения электрона  $p_{j\perp}/p_{jx} < \gamma_{0j}^{-1}$ . Для  $K_E \leq 1$  и для работы ЛСЭ также необходимо, чтобы относительный разброс энергий электронов сгустка  $\Delta\gamma_j/\gamma_{0j}$  не превышал  $N^{-1}$  [12]. В отличие от магнитного в электростатическом ондуляторе характерная (средняя) энергия электрона равна  $\gamma_b$  и разброс электронов по энергиям  $\Delta\gamma$  может меняться в том случае, когда дебаевские оболочки отдельных плазменных нитей соприкасаются и средний по пространству потенциал поля внутри ондулятора не обращается в ноль. Формула (5) не учитывает такого изменения, что справедливо при  $\gamma_{0j} < N\sqrt{K_E}$ .

Потенциал ондулятора  $\Phi(x, y)$  периодичен в плоскости  $(x, y)$  и разлагается в ряд Фурье:

$$\Phi(x, y) = \sum_{l,n=0}^{\infty} C_{nl} \cos(2\pi nx/\lambda_W) \cos(2\pi ly/\lambda_{Wy}),$$

где первые гармоники  $n = l = 1$  — определяющие и соответственно

$$p_{j\perp}(t) \approx K_E C_{11} \sin(2\pi ct/\lambda_W) \sin(2\pi y_{0j}/\lambda_{Wy}).$$

Наличие интеграла (5) позволяет написать уравнения движения электрона по оси  $x$  для безразмерной (в единицах  $m_e c^2$ ) энергии  $\varepsilon_j$   $j$ -го электрона, в которых начальная поперечная координата электрона  $y_{0j}$  играет роль параметра:

$$\frac{d\varepsilon_j}{dx} = -\frac{p_{j\perp}(t, y_{0j}) - a(x, t)}{\varepsilon_j - K_E \Phi(x, y_{0j})} \frac{\partial}{\partial x} a(x, t) - K_E \frac{\partial}{\partial x} \Phi(x, y_{0j}),$$

$$\frac{cdt}{dx} = \frac{\varepsilon_j - K_E \Phi(x, y_{0j})}{\sqrt{(\varepsilon_j - K_E \Phi(x, y_{0j}))^2 - 1 - (p_{j\perp}(t, y_{0j}) - a(x, t))^2}},$$

$$\varepsilon_j|_{x=0} = \gamma_{0j}, \quad x|_{t=0} = x_{0j}. \quad (6)$$

Отметим, что уравнения для одномерного ондулятора, состоящего из пластин фольги, расположенных перпендикулярно оси  $x$ , аналогичны (6), за исключением того, что  $\Phi(x, y_{0j}) \rightarrow \Phi(x)$  и  $p_{j\perp}(t, y_{0j}) = p_{0j\perp} = 0$ . В режиме слабого усиления в уравнениях (6)  $\varepsilon_j \gg K_E$ ,  $\varepsilon_j \gg p$  и правые части (6) раскладываются в ряд Тейлора по малым параметрам  $K_E/\varepsilon_j$ ,  $p_{j\perp}/\varepsilon_j$ . Уравнение для  $d\varepsilon_j/dx$  описывает систематическое изменение энергии электрона за счет взаимодействия с комбинационной волной поля УКИ и поля ондулятора, соответствующее в верхнем уравнении (6) слагаемому  $\sim p_{j\perp}(t, y_{0j})(\partial a(x, t)/\partial x) \sin(2\pi ct/\lambda_w) \sin(2\pi x/\lambda_x - \omega_x t) \sim \cos(2\pi x/\lambda_x - (\omega_x - 2\pi c/\lambda_w)t)$ . При выполнении резонансного условия

$$\omega_x = \gamma_{0j}^2 \frac{4\pi c/\lambda_w}{1 + K_E^2/2}$$

фазовая скорость  $c(1 - \lambda_x/\lambda_w)$  такой волны совпадает со скоростью электрона  $c(1 - \gamma_{0j}^{-2}/2)$ , и электрон отдает энергию усиливаемому импульсу [12]. Резонансное условие также возникает за счет слагаемого  $\sim K_E \Phi(x, y_{0j}) \partial a^2(x, t)/\partial x$  при разложении знаменателя  $(\varepsilon_j - K_E \Phi(x, y_{0j}))^{-1} \approx \varepsilon_j^{-1} + \varepsilon_j^{-2} K_E \Phi(x, y_{0j})$ . Слагаемое  $K_E \Phi(x, y_{0j}) \partial a^2(x, t)/\partial x$  остается в одномерном случае, когда потенциал зависит только от  $x$  и  $p_{j\perp}(t, y_{0j}) = 0$ . Усиление энергии импульса оценивается с помощью разложения системы (6) по малым параметрам  $K_E/\varepsilon_j$ ,  $p_{j\perp}/\varepsilon_j$  через  $\varepsilon_j(x)$  согласно [12]. На расстоянии  $x = N\lambda_w$  уменьшение энергии отдельного электрона составит  $m_e c^2(\gamma_{0j} - \varepsilon_j(N\lambda_w))$ , причем изменяют энергию только „резонансные“ электроны, для которых  $\gamma_{0j} = \gamma(\omega_x) = \sqrt{\lambda_w(1 + K_E^2/2)/2\lambda_s}$ . Изменение плотности потока энергии резонансной доли электронов сгустка составит  $n_{e0} f_\varepsilon(\gamma(\omega_s)) m_e c^3(\gamma(\omega_s) - \varepsilon_j(N\lambda_w))$ . Соответственно на эту величину увеличится плотность потока энергии усиливаемой волны  $a^2 m_e^2 c^3 \omega_s^2 / (8\pi e^2)$ . В результате коэффициент усиления по энергии волны с частотой составит

$$\kappa_E(\omega_x, n_{e0}, y_0) = 8\pi e^2 n_{e0} f_\varepsilon(\gamma(\omega_x)) m_e c^3(\gamma(\omega_x) - \varepsilon_j(N\lambda_w)) / (a^2 m_e^2 c^3 \omega_s^2).$$

Коэффициент усиления по амплитуде волны при этом составит  $\kappa_E(\omega_s, n_{e0}, y_{0j})/2$ . Энергия электрона в конце ондулятора  $\varepsilon_j(N\lambda_w)$  находится из уравнений (6) и начального условия  $\varepsilon_j|_{x=0} = \gamma(\omega_x)$ , в результате чего зависимость от  $\gamma_{0j}$  исчезает (учитываются только резонансные электроны). В итоге для усредненного по начальной поперечной координате  $y_{0j}$  коэффициента

слабого усиления получаем

$$\bar{\kappa}_E(\omega_s, n_{b0}) = \frac{1}{L_{ey}} \int_{-L_{ey}/2}^{L_{ey}/2} \kappa_E(\omega_x, n_{e0}, y_{0j}) dy_{0j}$$

$$\approx \frac{\pi K_E^2}{L_{ey}} \left( \frac{4\pi e^2 n_{b0}}{m_e \omega_x^2} \right) f_\varepsilon(\gamma(\omega_s)) \gamma(\omega_x) N^3$$

$$\times \int_{-L_{ey}/2}^{L_{ey}/2} dy_{0j} \left( 9 \left( \frac{\lambda_w \partial \varphi(0, y_{0j})}{T_{eh} \partial y_{0j}} \right)^2 + 5.3 a^2 \gamma^{-4}(\omega_x) \right). \quad (7)$$

Два слагаемых в интеграле (7) соответствуют резонансу электрона с комбинационной волной  $p_{j\perp}(t, y_{0j})(\partial a(x, t)/\partial x)$  и волной  $K_E \Phi(x, y_{0j}) \partial a^2(x, t)/\partial x$ . В (6) слагаемое в скобках  $a^2 \gamma^{-4}(\omega_x) \ll 1$ , в то время как  $\frac{\lambda_w \partial \varphi(0, y_{0j})}{T_{eh} \partial y_{0j}} \sim 1$ . Таким образом, одномерный ондулятор, в котором потенциал не зависит от  $y$  (из пластин фольги), обладает очень малым коэффициентом усиления по сравнению с двумерным (из нитей). Физической причиной этого является продольная релятивистская масса электрона  $\sim \gamma_{0j}^3$  в отличие от поперечной массы  $\sim \gamma_{0j}$ , что затрудняет группировку электронов в сгустки и процесс когерентного излучения. Для ондулятора из нитей мы пренебрежем вторым слагаемым в скобках в (7). Интеграл по  $dy_{0j}$  в (7) из-за периодичности потенциала по  $y$  преобразуется следующим образом:

$$\frac{1}{L_{ey}} \int_{-L_{ey}/2}^{L_{ey}/2} \left( \frac{\lambda_w \partial \varphi(0, y_{0j})}{T_{eh} \partial y_{0j}} \right)^2 dy_{0j}$$

$$= \frac{1}{\lambda_{wy}} \int_{-\lambda_{wy}/w}^{\lambda_{wy}/2} \left( \frac{\lambda_w \partial \varphi(0, y_{0j})}{T_{eh} \partial y_{0j}} \right)^2 dy_{0j}$$

$$= \frac{\lambda_w^2}{\lambda_{wy} r_D^2} \int_{-\lambda_{wy}/2}^{\lambda_{wy}/2} \left( \left( \frac{y_{0j}}{R} \frac{K_1(R/r_D)}{K_0(R/r_D)} \right) \right.$$

$$\left. - \left( \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right) \frac{I_1(y_0/r_D)}{I_0(R/r_D)} \right) \theta(R - |y_{0j}|) \text{sign}(y_{0j})$$

$$+ \left( 1 + \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right) \frac{K_1(y_{0j}/r_D)}{K_0(R/r_D)} \theta(|y_{0j}| - R) \text{sign}(y_{0j}) \Big) dy_{0j}$$

$$\approx \frac{\lambda_w^2}{\lambda_{wy} r_D} \left( \left( 1 - \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right)^2 \frac{R^3}{3r_D^3} \right.$$

$$\left. + \left( 1 + \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right)^2 \left( 1 - \frac{2R}{r_D} - \exp\left(-\frac{\lambda_{wy}}{r_D}\right) \right) \right), \quad R \ll r_D. \quad (8)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\kappa}_E(\omega_x, n_{b0}) &= 9\pi K_E^2 \left( \frac{4\pi e^2 n_{b0}}{m_e \omega_x^2} \right) f_\varepsilon(\gamma(\omega_s)) \gamma(\omega_x) N^3 \\ &\times \frac{\lambda_w^2}{\lambda_{wy} r_D} \left( \left( 1 - \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right)^2 \frac{R^3}{3r_D^3} + \left( 1 + \frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} R} \right)^2 \right. \\ &\times \left. \left( 1 - \frac{2R}{r_D} - \exp\left(-\frac{\lambda_{wy}}{r_D}\right) \right) \right), \quad R \ll r_D, \quad N \leq N_{\max}. \end{aligned} \quad (9)$$

Видно, что в рамках приближения (5) дополнительный пик ионной плотности всегда приводит к увеличению коэффициента усиления (увеличивается средний квадрат напряженности поля в ондуляторе). В численных расчетах  $\delta n_i \delta r / (n_{i0} R) \sim 1$ , поэтому изменение коэффициента усиления из-за модификации профиля плотности ионов разлетающейся нити порядка единицы. Также отметим, что с точностью до численного множителя коэффициент усиления (7) ондулятора из нитей соответствует коэффициенту усиления магнитного ондулятора с тем же периодом  $\lambda_w$  и эффективным магнитным полем  $B_{ef}$ , таким, что  $eB_{ef} \approx T_{eh}/r_D$  в случае  $\lambda_{wy} < r_D$  и  $eB_{ef} \approx T_{eh}/\sqrt{r_D \lambda_{wy}}$  для  $\lambda_{wy} > r_D$ . Отличием электрического ондулятора от магнитного является поперечная неоднородность отклоняющего поля. Формула (8) соответствует усреднению по этой неоднородности, имеющей масштаб  $r_D$ . При  $\lambda_{wy} \ll r_D$  поле практически однородно по  $y$  и электростатический ондулятор похож на магнитный, а коэффициент усиления (9) не зависит от  $\lambda_{wy}$ . При  $\lambda_{wy} \gg r_D$  неоднородность сильная, большая часть периода  $\lambda_{wy}$  не занята полем. Усиление при этом падает  $\sim \lambda_{wy}^{-1}$ .

В качестве примера параметров электростатического ондулятора укажем, что ондулятор с  $\lambda_w = 20 \mu\text{m}$  и  $K_E \approx 1$  настроен в резонанс с длиной волны  $\lambda_s = 2\pi/\omega_x = 0.2 \text{ nm}$  (период  $0.7 \text{ as}$ ) при энергии электрона  $\varepsilon_e = 200 \text{ MeV}$ . Для коэффициента усиления  $\kappa_E \approx 1$  нужно  $N \approx 90$  при электронном сгустке размером  $10 \times 10 \times 10 \mu\text{m}$  и заряде  $10 \text{ pC}$ . Такой ондулятор будет иметь длину  $1.8 \text{ mm}$ , что вполне реализуемо. Напряженность поля в таком ондуляторе составит  $10^7 \text{ Gs}$  при  $r_D = 1.5 \mu\text{m}$ , а необходимая для этого температура плазмы нити составит  $T_{eh} \approx 5 \text{ MeV}$  при плотности плазмы между нитями  $n_{eh} \approx 0.1 \pi m_e c^2 / e^2 \lambda_L^2$ . Отметим, что создать магнитный ондулятор с напряженностью поля  $\sim 10^7 \text{ Gs}$  в настоящее время невозможно, и кроме того, для усиления рассматриваемого импульса в ЛСЭ с таким ондулятором потребуется пучок электронов с существенно большей энергией ( $\sim 1.5 \text{ GeV}$ ), чем для электростатического ондулятора с реализуемой напряженностью магнитного поля. Таким образом, электростатический ондулятор на основе ионизованной микроструктуры позволяет существенно снизить энергию электронного пучка в ЛСЭ и длину ондулятора. Коэффициенту усиления  $\kappa_E(\omega_x, n_{b0}, y_0)$  монохроматической

компоненты УКИ с частотой  $\omega_x$  соответствует пространственный инкремент нарастания гармоники УКИ, поэтому для вычисления усиления УКИ, состоящего из множества гармоник, умножим амплитуду каждой гармоники спектра  $a_s(\omega)$  безразмерного векторного потенциала УКИ на её коэффициент усиления, после чего обратным преобразованием Фурье спектра усиленного УКИ и усреднением по  $y_{0j}$  (по всем электронам сгустка) определим временной профиль усиленного импульса и оценим его длительность после усиления. Такой метод оценки длительности усиленного УКИ является приближенным. Более строгий метод, основанный на решении волнового уравнения для УКИ, описан в Приложении 2. Отметим, что безразмерному векторному потенциалу  $a = eA/m_e c^2$  соответствует размерное электрическое поле  $E = am_e c \omega_s / e$ . Таким образом, временной профиль УКИ после усиления будет определяться формулой

$$a(t) = \frac{2\tau_a}{\lambda_{wy}} \int_{-\lambda_{wy}/2}^{\lambda_{wy}/2} dy_{0j} \int_0^\infty \exp(\kappa(\omega_s, n_{b0}, y_{0j})/2) a_s(\omega_s t) d\omega_s. \quad (10)$$

Оценка интеграла (10) возможна методом перевала при колоколообразной форме спектра входного импульса [7] с длительностью огибающей  $2\pi/\omega^*$  и периодом несущей  $\sim \tau_a$ :

$$a_s(t) = a_{s0} \exp(-(\omega^* t)^2) \sin \frac{\pi t}{\tau_a}, \quad \omega^* \tau_a \leq 1,$$

$$\begin{aligned} a_s(\omega) &= \\ &= \frac{ia_{s0} \exp(-(\pi^2 + (\omega\tau_0)^2)/4(\omega^* \tau_a)^2) \text{sh}(\pi\omega\tau_a/2(\omega^* \tau_a)^2)}{2\sqrt{\pi}\omega^*}. \end{aligned} \quad (11)$$

Длительность огибающей определяется граничной частотой  $\omega^*$  фильтра, отсекающего гармоники с частотами ниже  $\omega^*$  [17]. При такой отсечке исчезает униполярная составляющая [18], присутствующая в отраженном от тонкой мишени УКИ [4]. При подстановке (11) в (10) оценка длительности усиленного импульса имеет вид

$$\begin{aligned} \tau_N &\approx \tau_a + \int_{-\lambda_{wy}/2}^{\lambda_{wy}/2} dy_{0j} \frac{\omega_s}{8\lambda_{wy}} \frac{\partial^2}{\partial \omega_x^2} \kappa(\omega_x, \gamma(\omega_x), n_{b0}, y_{j0}) \Big|_{\omega_x \approx \tau_a^{-1}} \\ &= \tau_a + \frac{\omega_x}{8} \frac{\partial^2}{\partial \omega_s^2} \bar{\kappa}(\omega_s, \gamma(\omega_s), n_{b0}) \Big|_{\omega_s \approx \tau_a^{-1}} \\ &\approx \tau_a \left[ 1 + \frac{15}{32} \bar{\kappa}(\omega_s, \gamma(\omega_x), n_{b0}) \Big|_{\omega_s \approx \tau_a^{-1}} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Безразмерное увеличение длительности импульса составит

$$\frac{\tau_N - \tau_a}{\tau_a} = \frac{\delta\tau_a}{\tau_a} \approx \frac{15}{32} \bar{\kappa}(\omega_x, \gamma(\omega_x), n_{b0}) \Big|_{\omega_s \approx \tau_a^{-1}},$$

где  $\gamma(\omega_x = \tau_a^{-1}) = \gamma_b$ ,

$$\bar{\kappa}_E(\omega_x, n_{b0}) \approx 3\pi K_E^2 f_\varepsilon(\gamma) \gamma N^3 \frac{n_{b0}}{n_c} \omega_L^2 \tau_a^2 \frac{\lambda_2^2}{\lambda_{Wy} r_D} \frac{R^3}{r_D^3},$$

$$R \ll r_D, \quad n_{b0}/n_c \approx 10^{-2},$$

$$f_\varepsilon(\gamma) = \pi^{-1/2} (\Delta\gamma)^{-1} \exp(-(\gamma - \gamma_b)^2 / (\Delta\gamma)^2),$$

$$\gamma = \sqrt{(\lambda_W / 4\pi c \tau_a)(1 + K_E^2 / 2)}.$$

При слабом усилении  $\bar{\kappa} \sim 1$  увеличение длительности невелико:  $\delta\tau_a / \tau_a \leq 1$ .

Вычисление (10) методом перевала и интегрирование по  $y_{0j}$  дают профиль УКИ:

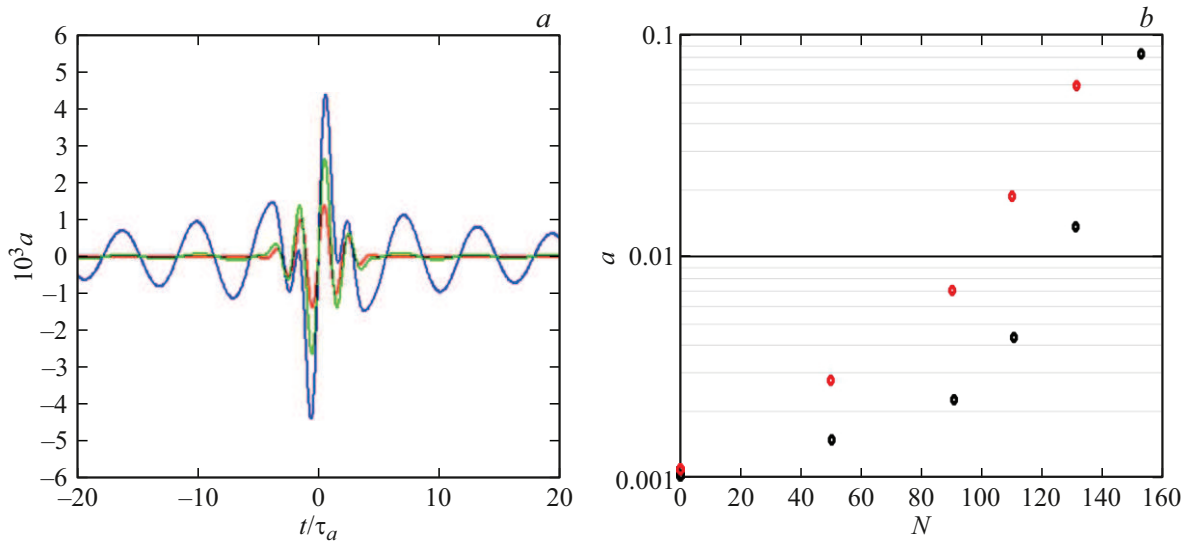
$$a(t) \approx a_{s0} \frac{2r_D \exp(\kappa_E(\tau_a^{-1}, n_{b0}, y_{0j}))}{\lambda_{Wy} \kappa_E(\tau_a^{-1}, n_{b0}, y_{0j} = 0)} \times \text{sh} \left( \frac{\lambda_{Wy} \kappa_E(\tau_a^{-1}, n_{b0}, y_{0j} = 0)}{2r_D} \right) \sin \frac{\pi t}{\tau_a} \exp \left( -\frac{t^2}{\tau_N^2} \right). \quad (13)$$

Расчитанный из (10) профиль  $a(t)$  совместно с начальным профилем  $a_s(t)$  (11) приведен на рис. 3, *a*. На рис. 3, *b* показана зависимость максимального значения поля усиленного импульса от числа периодов  $N$  ондулятора. Из рис. 3 видно, что амплитуда входного сигнала увеличивается значительно, а длительность усиленной части сравнима с длительность входного импульса. Вместе с тем усиление порождает „крылья“ усиленного импульса, которые могут быть отфильтрованы. Усиление сильно зависит от параметра  $\lambda_{Wy}/r_D$  и падает с его ростом, так как часть электронного сгустка попадает в очень слабое поле и не может эффективно усиливать УКИ. Отметим также, что для усиления всего спектра УКИ с  $\omega^* = 0.4\tau_a^{-1}$  достаточно разброса электронов сгустка по энергиям  $\Delta\gamma/\gamma \leq 0.3$ . Усиление по амплитуде больше чем на порядок требует  $N > 100$  периодов ондулятора. В работе [4] показано, что минимальная длительность аттосекундных импульсов, генерируемых при отражении лазерного импульса от тонких пластин фольги, составляет  $\sim 1$  as. Таким образом, проведенные оценки показывают возможность усиления коротких импульсов с длительностью порядка аттосекунды.

### Численное моделирование усиления УКИ

Для калибровки разработанной аналитической модели использовалось численное моделирование, при котором динамика импульсов излучения и электронного сгустка в ондуляторе производилась методом частиц в ячейке с помощью кода EPOCH [19]. Оценим возможные в наших условиях параметры расчетов: численное моделирование рассматриваемой схемы должно быть двумерным, причем при решении уравнений шаг расчета по оси ондулятора должен быть  $\leq \lambda_x/5$ , тогда на его длине

уложится  $n_x \approx 5N\lambda_W/\lambda \approx 10\gamma^2 N$  шагов, а в поперечном направлении нужны минимум три ряда нитей и число шагов составит  $n_y \approx 5\lambda_{Wy}/\lambda_x \approx 10\gamma^2$  при  $\lambda_{Wy} \approx \lambda_W$ . Тогда общее количество ячеек составит  $\sim 10^2 \gamma^4 N$  и учитывая, что число возможных ячеек для используемого в расчетах компьютерного кластера  $\leq 10^8$ , получим ограничение на параметры моделирования электростатического ЛСЭ:  $\gamma^4 N \leq 10^6$ . Рассматривая ондулятор с  $N \approx 100$ , получаем электронный сгусток с  $\gamma \leq 100$ , и при  $\lambda_W = 2\mu\text{m}$  минимальная доступная для расчетов длина волны ЛСЭ составит  $\lambda_x \sim 10\text{nm}$  при шаге расчета  $\sim 1\text{nm}$ . То есть необходимая точность моделирования позволяет в наших условиях рассматривать усиление импульсов  $> 30\text{as}$ . Отметим, что при  $\gamma \leq 10$  начальная функция распределения электронного сгустка в ондуляторе искажается, поэтому задействованной в усилении будет лишь часть ондулятора. Для численного моделирования процесса работы ЛСЭ для получения амбиполярного поля в ондуляторе был выбран лазерный импульс с длительностью 30 fs и интенсивностью  $3 \cdot 10^{20}\text{W/cm}^2$ . Ондулятор соответствовал рис. 2 с периодами  $\lambda_W = \lambda_{Wy} = 2\mu\text{m}$  и тремя рядами нитей радиусом 250 nm в боксе моделирования размером  $80 \times 8\mu\text{m}$  (на длине бокса укладывалось 40 звеньев ондулятора). Параметр ондулятора при нагреве лазерным импульсом в этом расчете составил  $K_E = eE_{am}r_D/mc^2 \approx 0.7$ . Шаг моделирования из-за ограничений по компьютерным ресурсам и точности расчета был 10 nm, поэтому в качестве „аттоимпульса“ был выбран импульс с длиной волны  $\lambda_x = \lambda_L/5$  ( $\sim 500\text{as}$ ). Согласно оценкам (9), для усиления второго импульса с длиной волны  $\lambda_x = \lambda_L/5$  нужны параметры электронного сгустка  $n_{b0}/n_{cr} \approx 10^{-3}$  и  $\gamma_b \approx 3$ . При этом коэффициент усиления (9) на  $N = 10$  периодах ондулятора составит  $\kappa_E \approx 2$ . Соответственно в бокс моделирования были добавлены второй импульс с длиной волны  $\lambda_L/5$ , интенсивностью  $10^{17}\text{W/cm}^2$ , длительностью 10 fs (длительность обусловлена соотношением сигнал-шум при фурье-анализе электромагнитных полей в боксе моделирования) и электронный сгусток с параметрами  $n_{b0} = 5 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$ ,  $\gamma_b = 2.5$ ,  $\Delta\gamma/\gamma_b = 0.3$  длительностью 15 fs. По сравнению с оптимальной оценкой увеличение начальной плотности сделано для компенсации искажения энергетического распределения электронов при движении сгустка по ондулятору. Второй импульс отставал от первого на 40 fs и совместно со сгустком двигался в поле нитей ондулятора, сформированном лазерным импульсом. В поперечном направлении все импульсы и сгусток занимают весь бокс моделирования, а продольный профиль импульсов и сгустка были супергауссовы. Отметим, что первый лазерный импульс также генерирует пятую гармонику и резонансную группу быстрых электронов, распространяющиеся вместе с ним, однако этих факторов не хватает для заметного усиления. В расчетах импульсы и сгусток проходили весь ондулятор, а диагностика усиления проводилась по эволюции амплитуды пятой гармоники излучения. Дополнительно контролировалась



**Рис. 3.** (а) Временной профиль (10) усиленного в ондуляторе УКИ (синяя и зеленая кривые) на фоне входного импульса (красная кривая):  $K_E = 1$ ,  $\Delta\gamma = \gamma_b/3$ ,  $\omega^* = 0.4\tau_a^{-1}$ ,  $N = 100$ ,  $\lambda_w = 20\mu\text{m}$ ,  $\lambda_s = 0.2\text{nm}$  (период 0.7 as, импульс содержит 3 периода), резонансная энергия электрона 200 MeV,  $\lambda_{wy} = 2r_D$  (синяя кривая),  $\lambda_{wy} = 3r_D$  (зеленая кривая). (б) Черные кружки — амплитуда синего пика ( $\lambda_{wy} = 2r_D$ ) из рисунка (а) как функция числа периодов ондулятора; красные кружки — поперечный период ондулятора  $\lambda_{wy} = 0.5r_D$ ,  $N \leq N_{\text{max}} \sim 200$ .

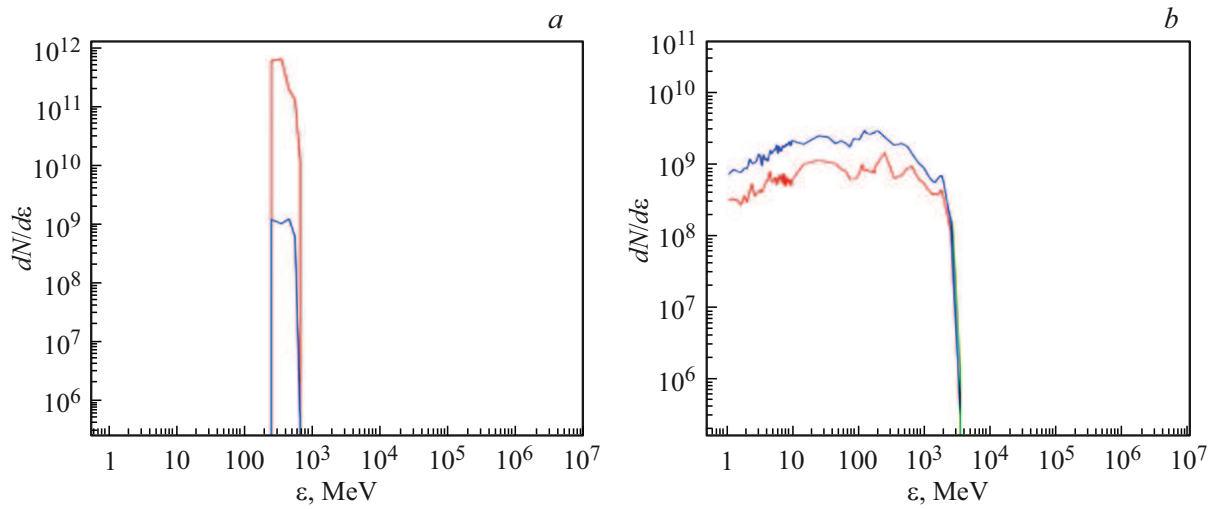
функция распределения электронного сгустка по углам и энергиям. Диагностика сгустка показала изменение начальной функции распределения по энергиям уже через  $10\mu\text{m}$  пробега электронного сгустка по ондулятору, показанное на рис. 4. Причиной этого является электрическое поле нитей, приводящее к размытию распределения по энергиям и углам. Условие  $\gamma_b \geq N\sqrt{K_E}$  в данном моделировании выполняется только на начальных периодах ондулятора, в то время как для выбранных параметров расчета  $N_{\text{max}} \sim 50$ . Увеличить  $\gamma_b$  не позволяет пространственный шаг моделирования. Отметим, что при нарушении условия  $\gamma_b \geq N_{\text{max}}\sqrt{K_E}$  использовать оценку (9) можно либо с небольшими  $N$  и начальными  $\gamma_b$ ,  $n_b$ , либо для  $N \leq N_{\text{max}}$  учитывать изменение функции распределения быстрых электронов, показанное на рис. 4, б, и подставлять параметры  $\gamma_b$ ,  $n_b$  из результатов численного счета. Моделирование движения сгустка показало, что на  $\sim 100$  происходит его значительное торможение и снижение необходимой для усиления энергетической компоненты электронов, присутствующей на рис. 4, б, а увеличить пробег электронов в ондуляторе увеличением  $\gamma_b$  невозможно из-за ограничений точности расчетов. На рис. 5 показана эволюция амплитуды пятой гармоники УКИ как функция времени прохождения лазерного импульса через ондулятор. Второй импульс заходит в бокс на 70 fs и полностью находится в ондуляторе на момент 90 fs. Фурье-гармоника рассчитывалась по пространственному (вдоль оси  $x$ , при фиксированной координате  $y$ ) распределению поля в боксе в фиксированный момент времени. Красные кружки показывают результаты расчета описанной выше схемы с интенсивностью лазер-

ного импульса  $3 \cdot 10^{20}\text{W/cm}^2$  и плотностью электронов сгустка  $5 \cdot 10^{18}\text{cm}^{-3}$ . На интервале 0–70 fs (рис. 5) УКИ отсутствовал и возникновение пятой гармоники обусловлено прохождением по ондулятору лазерного импульса (это „уровень шума“ гармоники, обозначенный штриховой горизонтальной линией). На интервале 80–150 fs электронный сгусток и УКИ движутся в ондуляторе, что приводит к росту его амплитуды (пятой гармоники). Наклонная черная прямая соответствует формуле (9) коэффициента усиления пятой гармоники, согласно которой

$$a_5(f > 70\text{ fs}) = a_5(t = 70\text{ fs})(1 + c(t - 70\text{ fs})\kappa_E/2\lambda_w).$$

На временах, больших 200 fs, усиление прекращается, так как происходит значительное поглощение лазерного импульса в ондуляторе и снижение поля элементов ондулятора. Для подтверждения этого был также проведен расчет прохождения двух импульсов по ондулятору без электронного сгустка. Этот расчет показал затухание пятой гармоники и отсутствие усиления. Отметим, что спонтанное излучение дает уровень амплитуды на несколько порядков меньше, чем на рис. 5. Также отметим, что более низкие гармоники не усиливаются и их временная эволюция одинакова при наличии сгустка электронов или без него.

Таким образом, аналитическое и численное моделирование показали принципиальную возможность реализации схемы ЛСЭ с плазменным электростатическим ондулятором и усиления УКИ, однако ограниченная точность расчетов не позволила рассмотреть динамику импульсов с длительностью порядка аттосекунды и получить большие коэффициенты усиления излучения,

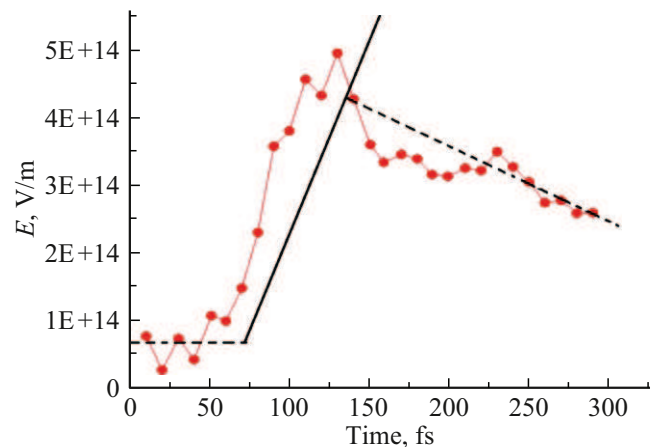


**Рис. 4.** (а) Энергетическое распределение  $dN/d\varepsilon$  электронов на входе в бокс моделирования; (б) энергетическое распределение электронов через  $10\ \mu\text{m}$  пробега электронов по ондулятору. Красным цветом выделена группа, которая нужна для усиления (летит в угол  $< 15^\circ$  к оси ондулятора), синим — летит в угол от  $15^\circ$  до  $30^\circ$ .

предсказываемые аналитическими оценками. Причина этого связана с ограниченностью компьютерных ресурсов, что привело к корректному расчету лишь на масштабе в сотни аттосекунд с помощью используемого кода, который мы планируем модифицировать в будущем.

## Заключение

В данной работе при помощи аналитического и численного моделирования исследована возможность усиления ультракоротких электромагнитных импульсов с помощью ЛСЭ, построенного на основе плазменного электростатического ондулятора, образующегося при прохождении интенсивного лазерного импульса через периодическую структуру из нанонитей. Период такого ондулятора составляет несколько микрон, что позволяет использовать более низкие значения лоренц-фактора электронного сгустка в ЛСЭ по сравнению с магнитным ондулятором. Установлено, что электростатический ондулятор на основе ионизованной микроструктуры позволяет существенно снизить энергию электронного пучка и длину ондулятора. Теоретические оценки показывают возможность значительного усиления коротковолновых аттосекундных импульсов в плазменном ондуляторе. В проведенном численном моделировании ограничения на выбор пространственного шага интегрирования и точность расчетов позволили реализовать небольшие коэффициенты усиления и рассмотреть только импульсы субфемтосекундной длительности, усиление которых соответствует полученным аналитическим оценкам. В дальнейшем предполагается модификация численного кода, позволяющая проводить расчеты в

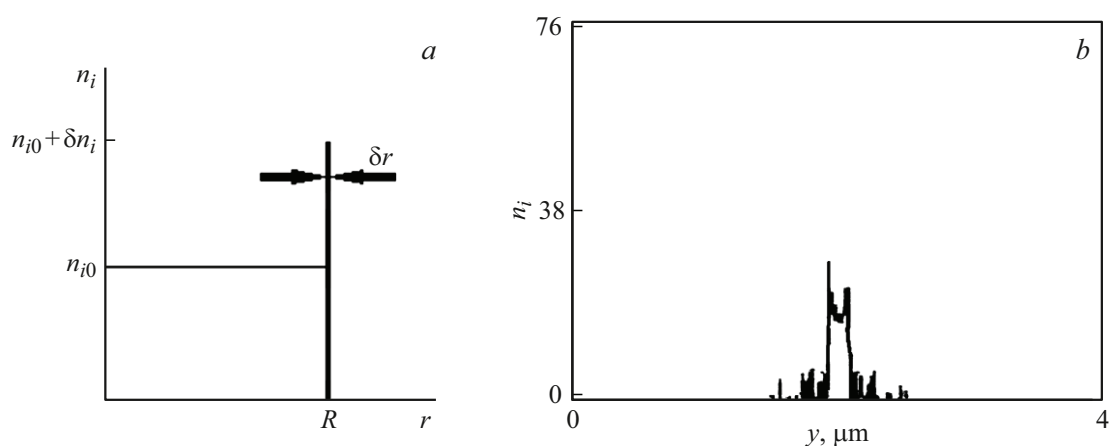


**Рис. 5.** Амплитуда (в V/m) пятой гармоники как функция времени (в fs). Красные кружки соответствуют реализации ЛСЭ с указанными параметрами при интенсивности лазерного импульса, нагревающего ондулятор,  $3 \cdot 10^{20}\ \text{W/cm}^2$  и электронным сгустком с плотностью электронов  $5 \cdot 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$  и энергией  $\gamma_b = 2.5$ . Горизонтальная черная штриховая линия соответствует уровню шумов пятой гармоники от первого лазерного импульса. Сплошная черная наклонная прямая — оценка амплитуды усиливаемой гармоники по формуле (9). Штриховая наклонная прямая соответствует прекращению усиления из-за конечной длины нагрева ондулятора.

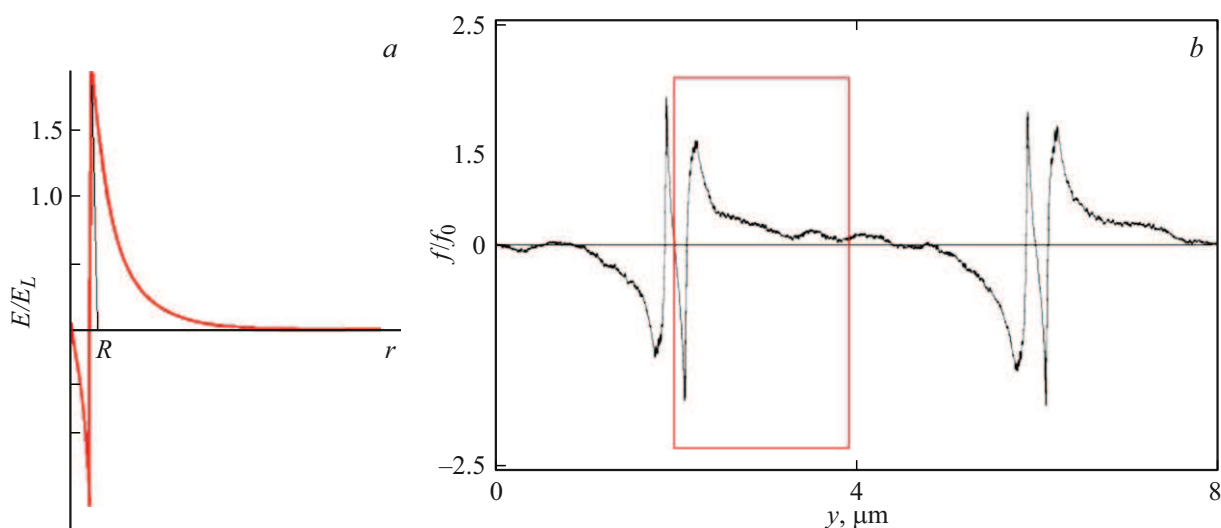
аттосекундном диапазоне длительностей усиливаемых импульсов.

## Благодарности

Для проведения численных расчетов использовался компьютерный кластер „Политехник-РСК Торнадо“



**Рис. 6.** Профиль плотности ( $n_i$ ) ионов разлетающейся нити: (а) модель, плотность в произвольных единицах; (б) численный счет, плотность в единицах  $10^{22} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t = 80 \text{ fs}$ .



**Рис. 7.** (а) Аналитическое поле нити (в относительных единицах) при  $\frac{\delta n_i \delta r}{n_{i0} r_D} > 1$ . (б) Расчетное поле золотой нити (в относительных единицах) радиусом 100 нм, облучаемой лазерным импульсом с интенсивностью  $10^{19} \text{ W/cm}^2$  и длительностью 30 fs, поле приведено на момент времени 30 fs после окончания воздействия лазерного импульса на нить.

Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

### Финансирование работы

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФ 23-12-00012.

## Приложения

### 1. Параметры лазерно-плазменного ондулятора

На фронте ионной плотности возникает пик плотности [11] и модельный профиль ионной плотности нити принимает вид рис. 6, а, соответствующий данным численного моделирования рис. 6, б. В численном моделировании на рис. 6 лазерный импульс с интенсивностью

$10^{19} \text{ W/cm}^2$  и длительностью 30 fs взаимодействовал с ионизованной золотой нитью радиусом 100 нм. Распределение поля для потенциала (1) по радиусу  $r$  нити имеет вид, показанный на рис. 7, а в сравнении с численным моделированием на рис. 7, б. Радиальный профиль поля зависит от параметра  $\delta n_i \delta r / (n_{i0} r_D)$ . Сравнение рис. 6, 7, а и рис. 6, 7, б показывает адекватное описание аналитической моделью расчетов.

### 2. Уравнение для временного профиля усиливаемого УКИ

Для вычисления коэффициента усиления УКИ с заданным временным профилем решим волновое уравнение для векторного потенциала УКИ с плотностью тока

электронов сгустка

$$j_{\perp}(x, y, t) = en_e c \int_0^{L_e} dx_{0j} \int_1^{\infty} d\gamma_{0j} f_{\varepsilon}(\gamma_{0j}) \times \frac{(p_{j\perp}(t, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j}) - a(x, t))\delta(ct - ct(x, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j}))}{\varepsilon_j(x, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j}) - K_E \Phi(x_j, y_j)}, \quad (\text{П1})$$

где функции  $p_{j\perp}(t, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j})$ ,  $\varepsilon_j(x, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j})$ ,  $t(x, y_{0j}, x_{0j}, \gamma_{0j})$ , берутся из решения системы (6). Разложение (П1) в ряд Тейлора по малым параметрам  $K_E/\varepsilon_j$ ,  $p_{j\perp}/\varepsilon_j$  приводит к следующей структуре плотности тока в волновом уравнении для векторного потенциала УКИ:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2}\right) a(x, t) = -\frac{4\pi e^2 n_e c}{m_e c^2 L_{ey}} \int_{-L_{ey}/2}^{L_{ey}/2} dy_{0j} \int_0^{L_e} dx_{0j} \int_1^{\infty} d\gamma_{0j} f_{\varepsilon}(\gamma_{0j}) \times \left(\frac{c K_E}{\gamma_{0j} L_e} \int_0^t dt \frac{\partial \Phi(x_{0j} + ct(1 - 0.5\gamma_{0j}^{-2}), y_{0j})}{\partial y_{0j}} - \frac{a(x, t)}{L_e \gamma_{0j}} + \frac{K_E}{\gamma_{0j}} \int_0^x dx \frac{\partial \Phi(x + x_{0j}, y_{0j})}{\partial y_{0j}} \frac{\partial}{\partial x} a(x + x_{0j}, t)\right). \quad (\text{П2})$$

Первое слагаемое в скобках правой части описывает спонтанное излучение электрона в ондуляторе [10], второе — учитывает эффект дисперсии УКИ в электронном сгустке ( $\omega_x^2 \rightarrow \omega_x^2 \rightarrow \omega_{pe}^2$ ), третье — отвечает за процесс вынужденного излучения и усиления поля УКИ, оно рассматривается в настоящей работе. Волновое уравнение (П2) является интегральным (ток интегрально зависит от поля) и для определения пространственно-временной структуры поля УКИ должно решаться с начальным условием (11) на входе в ондулятор.

## Список литературы

[1] D. Jacquet, M. Morjean. *Progr. Part. Nucl. Phys.*, **63**, 155 (2009).  
 [2] А.А. Андреев, К.Ю. Платонов, Ю.В. Рождественский, Ф.Ф. Карпешин, М.Б. Тржасковская. *Квант. электрон.*, **40**, 349 (2010).  
 [3] B. Dromey, S. Rykovanov, M. Yeung, R. Horlein, D. Jung, D.C. Gautier, T. Dzelzainis, D. Kiefer, S. Palaniyppan, R. Shah, J. Schreiber, H. Ruhl, J.C. Fernandez, C.L. Lewis S., M. Zepf, V.M. Hegelich. *Nature Phys.*, **8**, 804 (2012).  
 [4] А.А. Андреев, К.Ю. Платонов. *Опт. и спектр.*, **130**, 943 (2022).  
 [5] *Генераторы когерентного излучения на свободных электронах* (Мир, М., 1983). 260 с.

[6] A.J. Gonsalves, K. Nakamura, J. Daniels, C. Benedetti, C. Pieronek, T.C.H. de Raadt, S. Steinke, J.H. Bin, S.S. Bulanov et al. *PRL*, **122**, 084801 (2019).  
 [7] А.А. Андреев, Л.А. Литвинов, К.Ю. Платонов. *Опт. и спектр.*, **131**, 183 (2023).  
 [8] Z. Lecz, A. Andreev, C. Kamperidis, N. Hafzet. *New J. Phys.*, **23**, 043016 (2021).  
 [9] В.Е. Фортгов, А.Г. Храпак, С.А. Храпак, В.И. Молотков, О.Ф. Петров. *УФН*, **174**, 495 (2004).  
 [10] I.A. Andriyash, R. Lehe, A. Lifschitz, C. Thaury, J.-M. Rax, K. Krushelnick, V. Malka. *Nature Commun.*, **5**, 4736 (2014).  
 [11] P. Gibbon. *Short pulse laser interactions with matter: an introduction* (Imperial College Press, 2005).  
 [12] Н.А. Винокуров, О.А. Шевченко. *УФН*, **188**, 493 (2018).  
 [13] Z. Huang, K.-J. Kim. *Phys. Rev. Spec. Topics-AB*, **10**, 034801 (2007).  
 [14] Д.А. Гожев, С.Г. Бочкарев, В.Ю. Быченков. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 233 (2021).  
 [15] Chi H. Shim, Ki M. Nam, Yong W. Parc, Dong Eon Kim. *APL Photon.*, **7**, 056105 (2022).  
 [16] G. Shamuilov, A. Mak, P. Salen, V. Gjryashko. *Opt. Lett.*, **43**, 0146–9592 (2018).  
 [17] А.А. Андреев, К.Ю. Платонов. *Квант. электрон.*, **53**, 416 (2023).  
 [18] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. *УФН*, **194**, 1196 (2024).  
 [19] <https://github.com/epochpic/epoch>