

05

## Спектр магнитоупругих волн в щелевой структуре двух ферромагнитных пленок с неравными частотами ферромагнитного резонанса

© Е.А. Вилков,<sup>1</sup> О.А. Бышевский-Конопко,<sup>1</sup> Д.В. Калябин<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Фрязинский филиал института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Московская обл., Россия

<sup>2</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Московская обл., Россия  
e-mail: e-vilkov@yandex.ru

Поступило в Редакцию 18 сентября 2025 г.

В окончательной редакции 10 ноября 2025 г.

Принято к публикации 19 декабря 2025 г.

Рассмотрена модификация спектра щелевых магнитоупругих волн в зависимости от отношения частот ферромагнитного резонанса двух ферромагнитных пленок с зазором. Проведен анализ преобразования спектра магнитоупругих волн в щелевой структуре при различных значениях толщины зазора и пленок. Выявлено, что, изменяя отношение частот ферромагнитного резонанса, можно управлять частотами синхронизации магнитостатических и упругих волн в широком частотном диапазоне.

**Ключевые слова:** ферромагнетик, щелевые магнитоупругие волны, ферромагнитный резонанс.

DOI: 10.61011/JTF.2026.06.62997.267-25

### Введение

В ранее проведенных теоретических и экспериментальных исследованиях поверхностных магнитоупругих волн в ферромагнитных кристаллах с различной симметрией и разным направлением распространения волн [1–17] щелевые магнитоупругие волны (ЩМУВ) рассматривались в структуре двух разных ферромагнетиков с одинаковым направлением намагниченности [16,17]. В работах [18,19] учитывалось влияние относительного продольного перемещения кристаллов с противоположным направлением намагниченности, разделенных щелью, на спектр магнитоупругих волн. Однако при рассмотрении ЩМУВ с разным направлением намагниченности в пленках всегда предполагалось, что кристаллы идентичны по своим свойствам. Между тем, анализ учета, например, разности частот ферромагнитного резонанса (ФМР) позволяет оценить изменение частот синхронизма магнитостатических и упругих волн. Это может помочь при разработке устройств, в которых настройка спектральных характеристик спиновых волн возможна при отсутствии внешнего магнитного поля, что существенно облегчит совмещение и внедрение привычных устройств магноники и спинтроники с КМОП-схемотехникой в интегральных структурах.

В то же время магнон-фононные взаимодействия способны существенно улучшить характеристики элементной базы магноники [20–22]. В частности, применение акустических резонаторов в магнитоакустических системах дает возможность добиться добротности,

существенно более высокой [22], чем с чисто ферромагнитными компонентами [23–26]. Однако чисто акустические резонаторы не являются перестраиваемыми, поэтому использование связанных магнитоупругих систем позволит получить высокодобротные устройства, которые имеют возможность перестройки за счет магнитоупругой связи и параметров структуры. В настоящей работе впервые рассмотрено распространение ЩМУВ в структуре двух ферромагнитных пленок с зазором между ними с разным направлением намагниченности и разными частотами ФМР. Кроме того, в отличие от работы [19] в данном исследовании при компьютерном моделировании были приняты меры, позволившие более точно рассчитать спектр в области пересечения акустических и магнитостатических мод. В частности, в работе [19] упущено из виду взаимодействие медленных акустических мод с магнитостатической волной, которое впервые показано в настоящей работе.

### 1. Дисперсионное уравнение

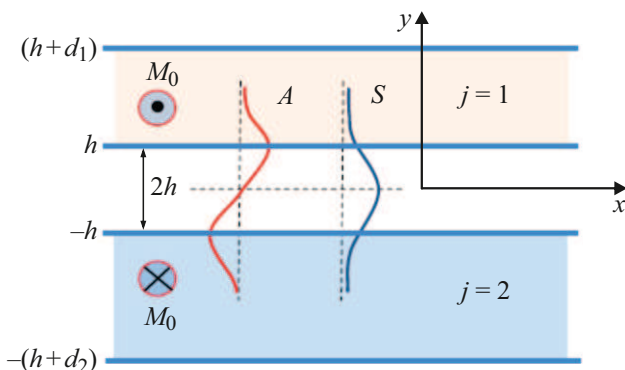
На рис. 1 изображены два ферромагнитных монокристалла (в дальнейшем называемые пленками) с толщинами  $d_1$  и  $d_2$  вдоль оси  $y$ . У них противоположная намагниченность вдоль оси  $z$  —  $M_0^{(j)}$  ( $M_0^{(1)} \uparrow \downarrow M_0^{(2)} \parallel [001]$ ,  $j = 1, 2$  (где  $j$  — номер пленки), и они разделены зазором шириной  $2h$ . В этом случае  $M_0^{(j)}$  можно определить

следующим уравнением:

$$M_0^{(j)} = (-1)^{j+1} M_0,$$

где  $M_0$  — модуль намагниченности насыщения,  $j = 1$  при  $y > h$ ,  $j = 2$  при  $y < -h$ .

Частота ФМР  $\omega_{0j}$  для пленок различна, что может определяться разными полями анизотропии, которые возникают при различных условиях выращивания пленок ферромагнетиков [27]. Внутренние поля пленок, определяемые полями анизотропии, помимо разного значения, согласно геометрии, показанной на рис. 1, направлены противоположно друг другу. Мы выбрали такую конфигурацию полей в пленках из соображений новизны, поскольку, как обсуждалось во Введении, щелевую структуру с одинаковым направлением намагниченности другие авторы [1–17] анализировали как с точки зрения существования ШМУВ, так с и точки зрения влияния на нее разности свойств кристаллов. Для структуры с одинаковым направлением намагниченности в пленках распределение магнитостатического потенциала в зазоре ближе к симметричному со смещением максимума в сторону одного из кристаллов структуры, при этом в отличие от структуры с противоположным направлением намагниченности в зазоре распространяется лишь одна щелевая волна. Это объясняется тем, что в выбранной конфигурации одинакового направления намагниченностей магнитных сред только нижняя граница первого кристалла является волноведущей для магнитоупругой поверхностной волны, тогда как в структуре противоположного направления намагниченностей не запрещено распространение волн вдоль границ как первого, так и второго кристаллов. В результате взаимодействия этих волн через зазор мы имеем две волны с различной симметрией распределения магнитостатического потенциала вдоль зазора, как показано на рис. 1. Исходя из этих соображений, нам кажется, что выбранная конфигурация более интересна с точки зрения ее волноведущих свойств.



**Рис. 1.** Примерная геометрия распределения магнитостатического потенциала в щелевой структуре для симметричной (S) и антисимметричной (A) мод для одинаковой толщины кристаллов показана синей и красной кривыми соответственно. Максимум одной и перегиб другой лежат на середине щели лишь в случае кристаллов с одинаковыми свойствами.

Предположим, что распространение щелевых волн вдоль оси  $x$  в плоскости (010) пленки ферромагнетика происходит в направлении волнового вектора  $\mathbf{k} = (k, 0, 0)$  и со смещениями  $u_j$ , которые коллинеарны спонтанным намагниченностям  $M_0^{(j)}$ . Пленка номер 1 ( $j = 1$ ) задается координатами  $d_1 + h \leq y \leq h$ , пленка номер 2 ( $j = 2$ ) — координатами  $-h \leq y \leq -(h + d_2)$ . Рассмотрим кубический кристалл, из которого вырезаны пленки (плоскость пленки перпендикулярна направлению [010]), с положительной константой магнитной анизотропии  $K_1 > 0$ . В таком случае тензор деформации  $u_{lm}$  в линейном приближении определяется формулой

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

а тензор деформации  $u_{ik}$  имеет ненулевые компоненты:

$$u_{xz} = u_{zx} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial x}, \quad u_{yz} = u_{zy} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y}. \quad (2)$$

Основываясь на формулах (1) и (2), а также на вышеописанных условиях распространения, получим хорошо известные формулы линеаризованного уравнения движения магнитного момента, выведенные из уравнений Максвелла, и уравнения движения теории упругости в безобменном магнитостатическом приближении [1,28,29]:

$$\nabla^2 u_j + (\rho \omega^2 / \lambda_{\omega j}^*) u_j = 0,$$

$$\nabla^2 \varphi_j = (-1)^{j+1} \frac{4\pi\beta\omega_{0j}}{\omega^2 - \omega_{kj}^2} \nabla^2 u_j, \quad (3)$$

где  $\varphi_j$  — магнитостатический потенциал,  $\omega_{0j}$  — частота ФМР в пленках,  $\omega_{kj} = \sqrt{\omega_{0j}(\omega_{0j} + \omega_m)}$  — частота магнитоакустического резонанса,  $\omega_m = 4\pi\gamma M_0$ ,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\nabla$  — оператор набла в плоскости  $xOy$ ,  $\lambda_{\omega}^* = \lambda + \gamma\beta^2\omega_{0j}/[M_0(\omega^2 - \omega_{kj}^2)]$ ,  $\lambda = \lambda_{44}$  — модуль сдвига,  $\rho$  — плотность.

Решение уравнения Гельмгольца (первого из уравнений (3)) для плоских гармонических волн можно представить в виде:

$$\varphi_j = (-1)^{j+1} \frac{4\pi\beta\omega_{0j}}{\omega^2 - \omega_{kj}^2} u_j + \Phi_j, \quad \nabla^2 \Phi_j = 0, \quad (4)$$

где  $\Phi_j$  — потенциал поля рассеяния магнитных полюсов [5].

## 2. Решение граничной задачи

Учитывая требования ограниченности сдвиговых смещений и потенциалов магнитных полей кристаллов, запишем для первой ( $h < y < (h + d_1)$ ) и второй пленок ( $-h > y > -(h + d_2)$ ), а также вакуумно-го зазора ( $-h < y < h$ ) и вакуумных полупространств

( $y > (h + d_1)$  и  $y < -(h + d_2)$ ) решения уравнений (3), (4) в виде:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (F'_1 \exp[-k(y - h)] + F''_1 \exp[k(y - (h + d_1))]) \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ U_1 &= (U'_1 \exp[-s_1(y - h)] + U''_1 \exp[s_1(y - (h + d_1))]) \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ \Phi_2 &= (F'_2 \exp[k(y + h)] + F''_2 \exp[-k(y + (h + d_2))]) \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ U_2 &= (U'_2 \exp[s_2(y + h)] + U''_2 \exp[-s_2(y + (h + d_2))]) \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ \Phi_0 &= (C \exp[k(y - h)] + D \exp[-k(y + h)]) \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ \Phi_3 &= (E_1 \exp[-k(y - (h + d_1))]) \exp[i(kx - \omega t)], \\ \Phi_4 &= (E_2 \exp[k(y + (h + d_2))]) \exp[i(kx - \omega t)], \end{aligned} \tag{5}$$

где  $U'_1, U''_1, U'_2, U''_2, F'_1, F''_1, F'_2, F''_2, C, D, E_1, E_2$  — амплитуды щелевых магнитоупругих колебаний,  $k$  — волновое число,  $\omega$  — циклическая частота щелевой волны.

Величины  $s_{1,2}$  (коэффициенты амплитудного спада сдвиговых смещений в соответствующем кристалле с удалением от его границы) можно определить в формулах (5) следующими равенствами:

$$\begin{aligned} s_1 &= \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v_{i1}^{*2}(\omega)}}, \quad s_2 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v_{i2}^{*2}}}, \\ v_{ij}^* &= v_i \left( 1 + \chi \frac{\omega_{0j} \omega_m}{(\omega^2 - \omega_{kj}^2)} \right)^{1/2}, \end{aligned} \tag{6}$$

где  $v_{ij}^*$  — скорость сдвиговых волн в кристаллах с учетом магнитоупругого взаимодействия,  $v_i$  — скорость акустических сдвиговых волн,  $\chi = \beta^2 / (4\pi M_0^2 \lambda_{44})$  — безразмерная константа магнитоупругого взаимодействия.

Равенство сдвиговых напряжений нулю, непрерывность магнитного потенциала и нормальная компонента магнитной индукции показывают условия ограничений для четырех границ ( $y = h, y = -h, y = h + d_1, y = -(h + d_2)$ ):

$$\begin{aligned} T_{yz}^{(1)}|_{y=h} &= 0, \quad T_{yz}^{(2)}|_{y=-h} = 0, \\ T_{yz}^{(1)}|_{y=h+d_1} &= 0, \quad T_{yz}^{(2)}|_{y=-(h+d_2)} = 0, \\ \Phi_1|_{y=h} &= \Phi_0|_{y=h}, \quad \Phi_2|_{y=-h} = \Phi_0|_{y=-h}, \\ \Phi_1|_{y=h+d_1} &= \Phi_3|_{y=h+d_1}, \quad \Phi_2|_{y=-(h+d_2)} = \Phi_4|_{y=-(h+d_2)}, \\ b_{y1} &= b_{y0}|_{y=h}, \quad b_{y2} = b_{y0}|_{y=-h}, \quad b_{y1}|_{y=h+d_1} = b_{y3}|_{y=h+d_1}, \\ b_{y2}|_{y=-(h+d_2)} &= b_{y4}|_{y=-(h+d_2)}. \end{aligned} \tag{7}$$

Величины, входящие в уравнение (7), определяются следующими выражениями [25]:

$$\begin{aligned} T_{yz}^{(j)} &= \lambda_{\omega_j}^* \cdot \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial y} + (-1)^{j+1} (i\omega) \frac{\gamma \cdot \beta^2}{M_0(\omega^2 - \omega_{kj}^2)} \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial x} \\ &\quad + \frac{+\gamma \cdot \beta}{(\omega^2 - \omega_{0j}^2)} \left[ i\omega \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + (-1)^{j+1} \omega_{0j} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right], \\ b_{yj} &= 4\pi \cdot m_y^{(j)} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial y}, \\ m_y^{(j)} &= \frac{\gamma\beta}{\omega^2 - \omega_{kj}^2} \left[ i\omega \frac{\partial u_j}{\partial x} + (-1)^{j+1} \omega_{0j} \partial u_j \partial y \right] \\ &\quad + \frac{\omega_m}{4\pi(\omega^2 - \omega_{0j}^2)} \left[ (-1)^{j+1} i\omega \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \omega_{0j} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right], \end{aligned} \tag{8}$$

где  $m_y^{(j)}$  —  $y$ -составляющая динамической намагниченности.

Приравняв к нулю детерминант системы однородных алгебраических уравнений (см. Приложение), полученных путем подстановки выражений (5), (6) в граничные условия (7), получим зависимость  $\omega(k)$ , выраженную дисперсионным уравнением. Получаемое из системы 12 уравнений (см. Приложение) спектральное уравнение ЩМУВ здесь не приводится из-за его большого размера, однако в случае одиночной границы полубесконечного ферромагнетика (например,  $d_1 \rightarrow \infty$ ) и вакуума получим из системы (см. Приложение) известный результат статьи Парека [1]:

$$s = k\chi\lambda_{44}f(\omega), \quad k = \frac{\omega}{v_i^*(\omega)} \frac{1}{(1 - \chi^2\lambda_{44}^2 f^2(\omega))^{1/2}}, \tag{9}$$

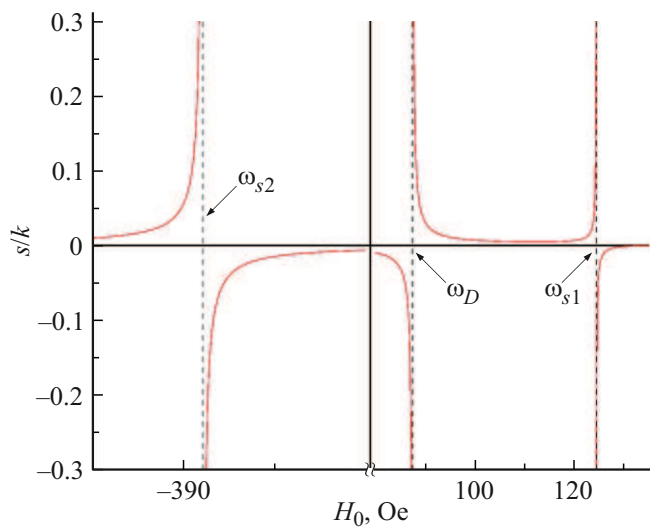
где

$$\begin{aligned} f(\omega) &= \frac{1}{\lambda_{\omega}^*} \frac{\omega_m^2(\omega - \omega_0) + 2\omega\omega_m(\omega - \omega_0 - \omega_m/2)}{2(-\omega + \omega_0 + \omega_m/2)(\omega^2 - \omega_k^2)}, \\ \lambda_{\omega}^* &= \lambda + \gamma\beta^2\omega_0 / ([M_0(\omega^2 - \omega_k^2)]), \\ \omega_k &= \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}, \quad v_i^* = v_i \left( 1 + \chi \frac{\omega_0\omega_m}{(\omega^2 - \omega_k^2)} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

На рис. 2 представлены результаты расчета зависимости коэффициента локализации моды Парека от внешнего поля в кристалле железо-иттриевого граната по формулам (9). При расчете полагалось, что частота ФМР зависит от внешнего поля:  $\omega_0 = \gamma H_0$ . Параметры брались такими же, как в статье [1]. Видно, что частота  $\omega_{s1} \neq \omega_{s2}$ . Разницу в этих частотах легко понять, если посмотреть на формулу частоты  $\omega_s$ :

$$\omega_s^2 = \omega_k^2 - (\delta\omega_0) / (v_i^2), \tag{10}$$

где  $\delta = \gamma\beta^2 / (\rho M_0^2)$  — коэффициент связи ветвей спектра магнитоупругой волны в безграничном ферромагнетике,  $\rho$  — плотность. Из формулы (10) видно, что при смене знака  $H_0$  получаем, что  $\omega_{s1} \neq \omega_{s2}$ , как это и показано на рис. 2.



**Рис. 2.** Спектр магнитоупругой волны на границе полубесконечного ферромагнетика и вакуума,  $\omega_D = \omega_0 + \omega_m/2$  — верхняя граница области существования волн типа Деймона–Эшбаха.

В отсутствие магнитоупругого взаимодействия и при  $\omega_{01} = \omega_{02}$  выражения значительно упрощаются, и можно записать достаточно компактное выражение для спектра щелевых магнитостатических волн (ЩМСВ) [30]:

$$\frac{-4}{\omega_m^2} c_1 c_2 e^{-2hk} (\omega_D^2 - \omega^2)^3 - \omega^2 (a + c_1 + c_2) - 2\omega\omega_D + \omega_D^2 (1 + c_1 + c_2) - \frac{1}{4} e^{4hk} \omega_m^2 = 0, \quad (11)$$

где

$$a = (-1 + e^{2d_1 k})(-1 + e^{2d_2 k}), \\ c_1 = e^{2(d_1 + 2h)k}, \quad c_2 = e^{2(d_2 + 2h)k}.$$

При неограниченном увеличении толщин пленок  $d_1$  и  $d_2 \rightarrow \infty$  из уравнения (11) после некоторых преобразований получим дисперсионное выражение для ЩМСВ (случай полубесконечных кристаллов) [31]:

$$\omega = \omega_0 + \omega_m/2 \pm (\omega_m/2) \exp(-2kh). \quad (12)$$

Как отмечалось в работе [27], знак „+“ в (12) отвечает симметричному распределению магнитного поля в волне (симметричная мода) внутри щели между кристаллами, знак „-“ — антисимметричному распределению (антисимметричная мода). Таким образом, в выбранной конфигурации намагниченности магнитных сред для магнитостатической поверхностной волны не запрещено распространение вдоль границ как первого, так и второго кристалла, лишь в одном положительном направлении оси координат, направленной вдоль границы. В результате сцепления этих волн через зазор мы имеем две волны с различной симметрией распределения магнитного поля, как показано схематично на рис. 1, но лишь в случае симметрии рассматриваемой структуры относительно плоскости  $y = 0$ .

При удалении пленок друг от друга на неограниченное расстояние  $h \rightarrow \infty$  получим из (11) два выражения, описывающие спектры не взаимодействующих между собой магнитостатических волн в тонких пленках. В этом случае в пленках спектр описывается выражением

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{(1 - e^{-2d_1 k}) \omega_m^2 + 4\omega_k^2}, \quad (13)$$

где  $\omega_k = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}$ . Спектр (13) — это известный результат Деймона–Эшбаха для поверхностных магнитостатических волн в пленке, намагниченной перпендикулярно направлению распространения волн [32].

В случае коротких волн ( $kd \gg 1$ ) все ветви спектров, представленных выражениями (12), (13), асимптотически приближаются к частоте  $\omega_D = \omega_0 + \omega_m/2$  — частоте Деймона–Эшбаха, описывающей спектр поверхностных магнитостатических волн на границе вакуум-ферромагнетик [33]. Таким образом, следует ожидать, что спектр ЩМУВ вдали от спектра объемных акустических волн будет вести себя аналогично изменению бездиссипативного спектра ЩМСВ в области промежуточных частот, между частотой магнитостатической волны на одиночной доменной границе  $\omega_0 + \omega_m$  и частотой ФМР  $\omega_0$  с точками зарождения ветвей на частоте  $\omega_k$  (тонкие пленки [30]) или на частотах  $\omega_0 + \omega_m$ ,  $\omega_0$  (толщина пленок много больше толщины зазора [31,32]), что и подтверждается результатами численного решения дисперсионного уравнения.

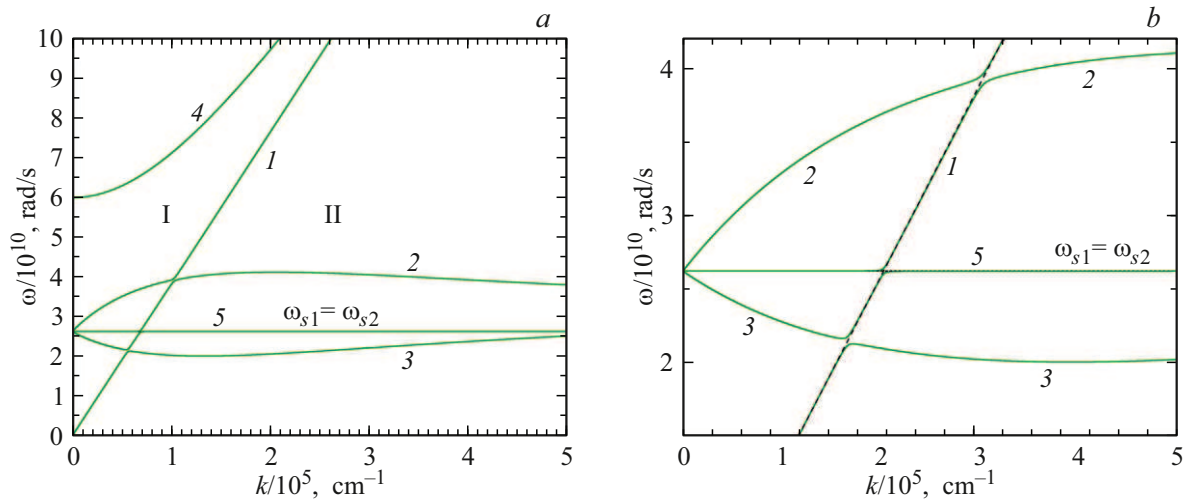
Часть расчетов [19] для случая пленок с одинаковыми частотами ФМР приведена в разд. 2 с целью сравнения с особенностями спектра, возникающими при различии частот ФМР в пленках. Кроме того, в отличие от работы [19] в данном исследовании при компьютерном моделировании были приняты меры, позволившие более точно рассчитать спектр в области пересечения акустических и магнитостатических мод. В частности, в работе [19] упущено из виду взаимодействие медленных акустических мод с магнитостатической волной.

### 3. Спектральные зависимости

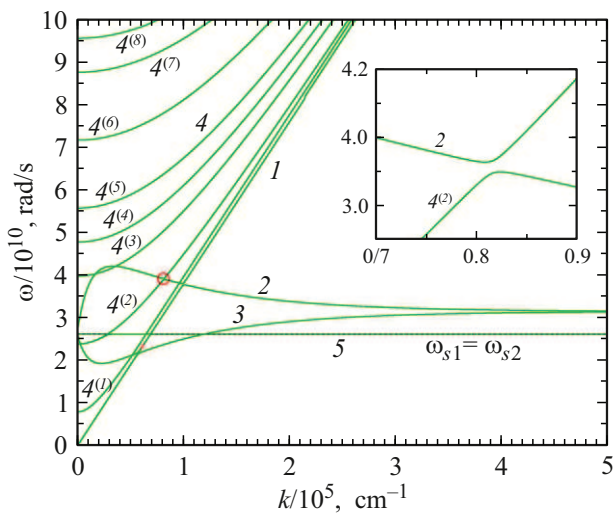
На рис. 3–6 показан спектр ЩМУВ, рассчитанный согласно системе уравнений (см. Приложение). Графики на рис. 3, 4 соответствуют одинаковым частотам ФМР в пленках [19]. Параметры кристаллов, взятые для железиттриевого граната из работы [25] и использованные в расчетах для спектров на рис. 3–6, приведены в таблице.

Видно, что безразмерный параметр магнитоупругого взаимодействия очень мал, поэтому вдали от резонансных частот ЩМУВ ведут себя в определенных областях спектра либо как чисто акустические, либо как магнитостатические, что видно из графиков на рис. 3–6. Все расчеты выполнены для частот  $\omega_{m2} = \omega_{m1} = 3.5 \cdot 10^{10}$  rad/s и данных из таблицы. Варьируется лишь отношение частот ФМР.

Зарождение линий 2 и 3 ( $k = 0$ ), совпадающих со спектром щелевых магнитостатических колебаний [30],



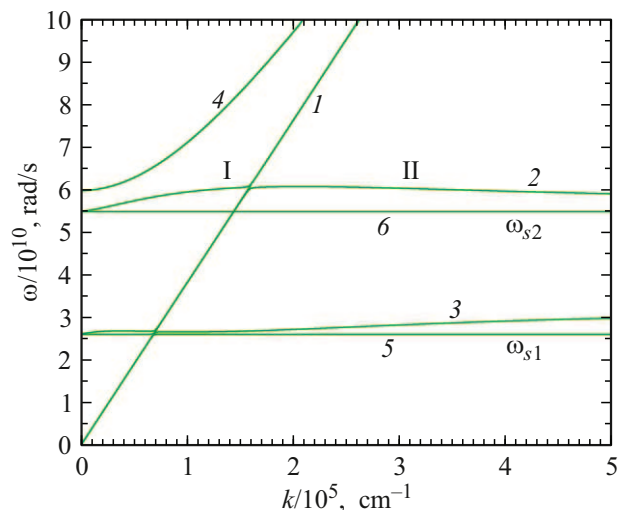
**Рис. 3.** *a* — спектр ЦМУВ для равных частот ФМР ( $\omega_{01} = \omega_{02} = 1.4 \cdot 10^{10}$  rad/s) в пленках. Толщина зазора  $h = 10^{-6}$  см, толщины пленок  $d_{1,2} = 5 \cdot h$ . *1* — спектр объемных сдвиговых волн, *2, 3* — спектр магнитостатических волн, *4* — спектр медленных объемных акустических волн; *b* — фрагмент спектра ЦМУВ, изображенного на рис. 3, *a*. *1* — показан спектр объемных акустических волн с учетом магнитоупругого взаимодействия  $\omega = v_s^* k$ ; *2, 3* — спектр магнитостатических волн; *5* — на уровне частоты  $\omega_{s1,2}$  показывает спектр ЦМУВ, соответствующий моде спектра объемных магнитоупругих волн в безграничном ферромагнетике.



**Рис. 4.** Спектр ЦМУВ для равных частот ФМР ( $\omega_{01} = \omega_{02} = 1.4 \cdot 10^{10}$  rad/s) в пленках с толщинами  $d_1 = 5 \cdot h$ ,  $d_2 = 10 \cdot h$  и толщиной зазора  $h = 5 \cdot 10^{-6}$  см. Спектры медленных объемных акустических волн обозначены цифрой 4 с верхними индексами, означающим номер моды. *1* — спектр объемных сдвиговых волн; *2, 3* — спектр магнитостатических волн; *5* — на уровне частоты  $\omega_{s1,2}$  показывает спектр ЦМУВ, соответствующий моде спектра объемных магнитоупругих волн в безграничном ферромагнетике.

происходит на частотах  $\omega_0 + \omega_m$  и  $\omega_0$  при отношении толщины зазора к толщине пленки  $h/d_{1,2} \approx 10^{-4}$ . Высокочастотные (низкочастотные) кривые *2, 3* соответствуют симметричным (антисимметричным) модам. При уменьшении толщины пленки точки зарождения ветвей ЦМСВ смещаются к частоте  $\omega_k$ .

При  $h \approx d_{1,2}$  точки зарождения каждой ветви отличаются от частоты магнитоакустического резонанса только во втором знаке после запятой. Таким образом, при учете поперечных размеров ферромагнитных кристаллов происходит смещение точек зарождения ветвей спектра антисимметричной и симметричной мод от частот  $\omega_0 + \omega_m$  и  $\omega_0$  к частоте  $\omega_k = \sqrt{\omega_0(\omega_0 + \omega_m)}$ .



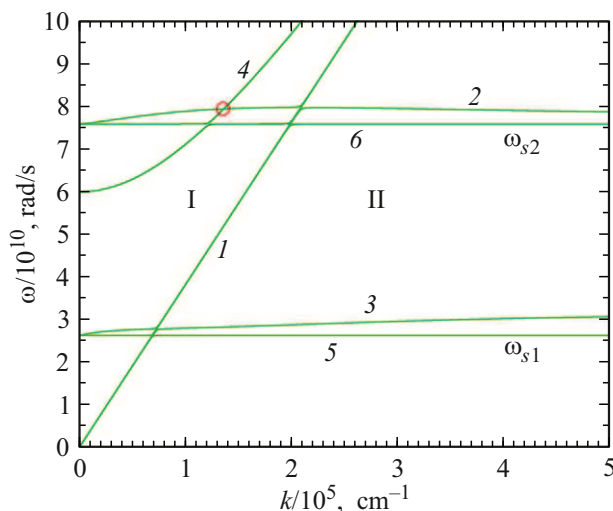
**Рис. 5.** Спектр ЦМУВ ферромагнитных кристаллов для частот ФМР в пленках:  $\omega_{01} = 1.4 \cdot 10^{10}$  rad/s,  $\omega_{02} = 3 \cdot 10^{10}$  rad/s. Толщина зазора  $h = 10^{-6}$  см, толщины пленок  $d_{1,2} = 5 \cdot h$ . *1* — спектр объемных сдвиговых волн; *2, 3* — спектр магнитостатических волн; *4* — спектр медленных объемных акустических волн; *5, 6* — на уровне частоты  $\omega_{s,j}$  показан спектр ЦМУВ, соответствующий моде спектра объемных магнитоупругих волн в безграничном ферромагнетике.

Зарождение ветвей именно на этой частоте легко объяснить, если вспомнить, что „активационная частота“  $\omega_k$  является частотой однородной прецессии магнитных моментов внутри пленок в поле анизотропии формы с учетом размагничивающего поля внешних границ кристаллов [27,34]. Аналогичное смещение точек зарождения ветвей спектра поверхностных магнитостатических волн на доменных границах происходит и в случае увеличения числа доменных границ с одной до трех [35].

При этом „активационная частота“ спектра магнитостатических волн в ферромагнетике с доменной структурой также равна  $\omega_k$ , поскольку она, в том числе, является частотой однородной прецессии магнитных моментов внутри доменов в поле анизотропии формы с учетом размагничивающего поля уже доменных стенок.

Необходимо сказать, что структура, изображенная на рис. 1, несимметрична относительно плоскости  $y = 0$ , поэтому наличие строго симметричной и антисимметричной моды требует дополнительной аналитической проверки.

Прямая 1 на рис. 3–6 определяет спектр объемных сдвиговых волн  $\omega = v_t^* k$ ,  $v_t^*$ , где скорость сдвиговых волн дана с поправкой (формула (6)) на магнитоупругое взаимодействие. Так как поправка мала, скорость приблизительно равна  $v_t$ . На увеличенном фрагменте спектра (рис. 3, б и рис. 4) изображена перестройка спектра магнитостатических волн в области пересечения кривых 2 и 3 с прямой 1 (рис. 3) и медленными акустическими модами (кривая 4 на рис. 5, 6; на рис. 4 их значительно больше) в спектр акустических волн (и наоборот), при этом возникает область расталкивания высокочастотной и низкочастотной ветвями спектра.



**Рис. 6.** Спектр ЩМУВ ферромагнитных кристаллов для частот ФМР в пленках:  $\omega_{01} = 1.4 \cdot 10^{10}$  rad/s,  $\omega_{02} = 6 \cdot 10^{10}$  rad/s. Толщина зазора  $h = 10^{-6}$  см, толщины пленок  $d_{1,2} = 5 \cdot h$ . 1 — спектр объемных сдвиговых волн; 2, 3 — спектр магнитостатических волн; 4 — спектр медленных объемных акустических волн; 5, 6 — на уровне частоты  $\omega_{s,j}$  показан спектр ЩМУВ, соответствующий моде спектра объемных магнитоупругих волн в безграничном ферромагнетике.

Как уже отмечалось, в работе [19] было упущено из виду взаимодействие медленных акустических мод с магнитостатической волной (см. область спектра на рис. 4, выделенную кружком). На рис. 3–6 прямыми 5 и 6 на уровне частоты  $\omega_{s,j}$  показан спектр ЩМУВ, соответствующий моде спектра объемных магнитоупругих волн в безграничном ферромагнетике. Вблизи этих частот происходит перестройка ветвей спектра, как это показано на рис. 3, б. Такая же мода и перестройка мод есть в спектре моды Парека (рис. 2). Область спектра, обозначенная цифрой II, определяется участком спектра  $\omega(k)$  ниже прямой 1. Из спектров на рис. 3–6 видно, что там расположены ветви магнитостатических волн. Коэффициент граничной локализации в области I, расположенной выше прямой 1,  $s = s_1 = s_2$ , является чисто мнимым. В этом случае кривая 4 отображает спектр делокализованных объемных акустических волн, сопровождаемых магнитными полями в зазоре между двумя ферромагнетиками и на внешних границах пленок.

На рис. 5, 6, на которых изображен спектр ЩМУВ с учетом разности частот ФМР в пленках, показано смещение точек пересечения спектра акустических волн с ветвями спектра мод магнитостатических волн в сторону больших частот с ростом отношения  $\omega_{02}/\omega_{01}$ . При этом наблюдается расталкивание мод двух подсистем и в области сближения спектра объемных акустических волн  $\omega = v_t^* k$  поперечной поляризации, и в области сближения со спектром более медленных акустических мод. Однако в области очень медленных акустических мод это расталкивание происходит в очень узком частотном диапазоне. Так, на рис. 6 в области расталкивания ветвей (показано кружочком) частотная щель составляет примерно  $10^{-4}$  rad/s. Из рис. 5, 6 также очевидно, что вид спектра акустических мод практически не зависит от отношения  $\omega_{02}/\omega_{01}$ . При этом вид спектра магнитостатических волн с ростом отношения  $\omega_{02}/\omega_{01}$  значительно модифицируется. Из-за разности частот ФМР сильно меняется положение частот зарождения и асимптот для верхней ветви магнитостатической волны. Видно также, что уменьшается групповая скорость магнитостатических мод. В области больших волновых чисел (рис. 6) можно „замедлить“ магнитостатические моды вплоть до нуля, что, возможно, будет полезно при разработке приборов, в которых настройка спектральных характеристик спиновых волн происходит без внешнего магнитного поля.

## Заключение

В работе исследовано изменение спектра ЩМУВ в структуре двух ферромагнитных пленок в зависимости от отношения частот ФМР в них. Показано, что, изменяя отношение частот ФМР, можно управлять частотами синхронизации магнитостатических и акустических волн в широком частотном диапазоне (при этом точки пересечения спектра акустических волн с ветвями спектра мод магнитостатических волн (частоты синхронизации) смещаются в сторону больших частот с ростом отношения  $\omega_{02}/\omega_{01}$ ) и что медленные акустические моды так

Параметры кристалла железо-иттриевого граната

$\gamma = 2 \cdot 10^7 \text{ Oe}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$	$\beta = 7.4 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^3$
$\lambda_{44} = 7.64 \cdot 10^{11} \text{ dyn/cm}^2$	$\omega_k \approx 2.619 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}^{-1} (\approx 4.2 \text{ GHz})$
$v_t = 3.8 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$	$4\pi M_0 \approx 1760 \text{ G}$
$M_0 = 140 \text{ G}$	$\gamma\beta^2/\lambda_{44}M_0 \approx 1.023 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$
$H_i = 700 \text{ Oe}$	$\omega_m \approx 3.5 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}^{-1} (\approx 5.6 \text{ GHz})$
$\omega_0 = 1.4 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}^{-1} (\approx 2.2 \text{ GHz})$	$\rho = 5.2 \text{ g/cm}^3$
$\chi = \beta^2/(4\pi M_0^2 \lambda_{44}) \approx 3.9 \cdot 10^{-4}$	$\omega_s \approx 2.618 \cdot 10^{10} \text{ rad/s}^{-1} (\approx 4.19 \text{ GHz})$

же взаимодействуют с магнитостатической волной, как и мода магнитоупругой волны объемного распространения. Полученные результаты могут быть применены для разработки приборов, в которых настройка спектральных характеристик спиновых волн происходит без внешнего магнитного поля.

### Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант №23-79-00016).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] J.P. Parekh. Electron. Lett., **5** (21), 540 (1969).
- [2] Б.Н. Филиппов, Л.Г. Оноприенко. ФММ, **30** (6), 1121 (1970).
- [3] J.P. Parekh, H.L. Bertoni. Appl. Phys. Lett., **20** (9), 362 (1972).
- [4] J.P. Parekh, H.L. Bertoni. J. Appl. Phys., **45** (1), 445 (1974).
- [5] J.P. Parekh, H.L. Bertoni. J. Appl. Phys., **45** (4), 1860 (1974).
- [6] P.R. Emtage. Phys. Rev. B, **13** (7), 3063 (1976).
- [7] В.С. Власов, А.В. Голов, Л.Н. Котов, В.И. Щеглов, А.М. Ломоносов, В.В. Темнов. Акустический журнал, **68** (1), 22 (2022). DOI: 10.31857/S0320791922010075. [V.S. Vlasov, A.V. Golov, L.N. Kotov, V.I. Shcheglov, A.M. Lomonosov, V.V. Temnov. Acoust. Phys., **68** (1), 18 (2022). DOI: 10.1134/S1063771022010079]
- [8] R.Q. Scott, D.L. Mills. Phys. Rev. B, **15** (7), 3545 (1977).
- [9] Б.Н. Филиппов, В.П. Лукомский. ФММ, **34** (4), 682 (1972).
- [10] М.В. Белубекян, Э.В. Мартirosян. Докл. НАН Армении, **106** (2), 129 (2006).
- [11] Ю.В. Гуляев, С.В. Тарасенко, В.Г. Шавров. УФН, **181** (6), 595 (2011). DOI: 10.3367/UFN.0181.201106b.0595 [Yu.V. Gulyaev, S.V. Tarasenko, V.G. Shavrov. Phys. Usp., **54**, 573 (2011). DOI: 10.3367/UFN.0181.201106b.0595]
- [12] Ю.А. Филимонов, Ю.В. Хивинцев. РЭ, **45** (6), 742 (2000).
- [13] Yu.A. Filimonov, G.T. Kazakov, Yu.V. Khivintsev, I.M. Kotelyanskii, A.V. Maryachin. J. Magn. Magn. Mater., **272–276** (Part 2), 1009 (2004). DOI: 10.1016/j.jmmm.2003.12.063
- [14] T. Dai, D.V. Kalyabin, S.A. Nikitov. Ultrasonics, **121**, 106656 (2022). DOI: 10.1016/j.ultras.2021.106656
- [15] T.V. Bogdanova, D.V. Kalyabin, A.R. Safin, S.A. Nikitov. J. Phys. D: Appl. Phys., **56** (20), 205301 (2023). DOI: 10.1088/1361-6463/acc4d3
- [16] Г.Н. Бурлак, Н.Я. Коцаренко, Ю.Г. Рапопорт. УФЖ, **28** (10), 1527 (1983).
- [17] И.Д. Кайбичев, В.Г. Шавров. ЖТФ, **58** (10), 1832 (1988).
- [18] С.Н. Марышев, А.В. Моисеев, Е.А. Вилков, Л.А. Фомин. Журнал радиоэлектроники, **11**, 1 (2018). DOI: 10.30898/1684-1719.2018.11.8
- [19] С.Н. Марышев, А.В. Моисеев, Е.А. Вилков, Л.А. Фомин. Журнал радиоэлектроники, **7**, 1 (2019). DOI: 10.30898/1684-1719.2019.7.8
- [20] A. Vorobiev, S. Gevorgian. Appl. Phys. Lett., **96**, 212904 (2010). DOI: 10.1063/1.3441413
- [21] V. Moshkin, V. Preobrazhensky, P. Pernod. TUFFC, **67** (9), 1957 (2020). DOI: 10.3390/s23135901
- [22] A. Litvinenko, R. Khymyn, V. Tyberkevych V. Tikhonov, A. Slavin, S. Nikitov. Phys. Rev. Appl., **15**, 034057 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.15.034057
- [23] O.S. Temnaya, A.R. Safin, D.V. Kalyabin, S.A. Nikitov. Phys. Rev. Appl., **18**, 014003 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.18.014003
- [24] A.V. Sadovnikov, A.A. Zyblovsky, A.V. Dorofeenko, S.A. Nikitov. Phys. Rev. Appl., **18**, 024073 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.18.024073
- [25] M.A. Morozova, N.D. Lobanov, O.V. Matveev, S.A. Nikitov. J. Magn. Magn. Mater., **612**, 172642 (2024). DOI: 10.1016/j.jmmm.2024.172642
- [26] S.A. Odintsov, S.E. Sheshukova, S.A. Nikitov, A.V. Sadovnikov. Phys. Rev. Appl., **23**, 034043 (2025). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.23.034043
- [27] А.Г. Гуревич. *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках* (Наука, М., 1973)
- [28] Ю.В. Гуляев, И.Е. Дикштейн, В.Т. Шавров. УФН, **167** (7), 735. (1997). DOI: 10.1070/PU1997v040n07ABEN000252
- [29] В. Штраусс. *Магнитоупругие свойства иттриевого феррита-граната. Физическая акустика* (Мир, М., 1970), т. IV. Ч. В.
- [30] С.А. Никитов, Е.А. Вилков, А.В. Моисеев. РЭ, **57** (11), 1199 (2012). [S.A. Nikitov, E.A. Vilkov, A.V. Moiseev. J. Commun. Technol. Electron., **57** (11), 1187 (2012). DOI: 10.1134/S1064226912110095]
- [31] Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман. ФТТ, **21** (5), 1549 (1979).
- [32] R.W. Damon, J.R. Eshbach. J. Phys. Chem. Sol., **19** (3/4), 308 (1961).
- [33] J.R. Eshbach, R.W. Damon. Phys. Rev., **118** (5), 1208 (1960).
- [34] Г.А. Вугальтер, И.А. Гишинский. Изв. вузов. Радиофизика, **32** (10), 1187 (1989).
- [35] Е.А. Вилков. ФТТ, **48** (9), 1657 (2006). [E.A. Vilkov. Solid State Phys., **48** (9), 1754 (2006). DOI: 10.1134/S1063783406090241]

## Приложение. Система уравнений

- 1)  $\frac{4\pi\gamma\beta\omega_{01}}{\omega^2 - \omega_{k1}^2}(U_1' + U_1'' \exp(-s_1d_1)) + F_1' + F_1'' \exp(-kd_1) + 0 \cdot U_2' + 0 \cdot U_2'' + 0 \cdot F_2' + 0 \cdot F_2'' - C - D \exp(-2kh) + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 2)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' - \frac{4\pi\gamma\beta\omega_{02}}{\omega^2 - \omega_{k2}^2}(U_2' + U_2'' \exp(-s_2d_2)) + F_2' + F_2'' \exp(-kd_2) - C \exp(-2kh) - D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 3)  $\frac{4\pi\gamma\beta\omega_{01}}{\omega^2 - \omega_{k1}^2}(U_1' \exp(-s_1d_1) + U_1'') + F_1' \exp(-kd_1) + F_1'' + 0U_2' + 0U_2'' + 0F_2' + 0F_2'' - 0 \cdot C - 0 \cdot D - E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 4)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' - \frac{4\pi\gamma\beta\omega_{02}}{\omega^2 - \omega_{k2}^2}(U_2' \exp(-s_2d_2) + U_2'') + F_2' \exp(-kd_2) + F_2'' - 0 \cdot C - 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 - E_2 = 0;$
- 5)  $\left[ \frac{-\omega k \pi \gamma \cdot \beta^2}{M_0(\omega^2 - \omega_{k1}^2)} \right] (U_1' + U_1'' \exp(-s_1d_1)) - s_1 \lambda_{\omega 1^*} (U_1' - U_1'' \exp(-s_1d_1)) - \frac{\gamma \cdot \beta \cdot k}{(\omega - \omega_{01})} F_1' - \frac{\gamma \cdot \beta \cdot k}{(\omega + \omega_{01})} F_1'' \exp(-kd_1) + 0 \cdot U_2' + 0 \cdot U_2'' + 0 \cdot F_2' + 0 \cdot F_2'' + 0 \cdot C + 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 6)  $\left[ \frac{-\omega k \pi \gamma \cdot \beta^2}{M_S(\omega^2 - \omega_{k1}^2)} \right] (U_1' \exp(-s_1d_1) + U_1'') - s_1 \lambda_{\omega 1^*} (U_1' \exp(-s_1d_1) - U_1'') - \frac{\gamma \cdot \beta \cdot k}{(\omega - \omega_{01})} F_1' \exp(-kd_1) - \frac{\gamma \cdot \beta \cdot k}{(\omega + \omega_{01})} F_1'' + 0 \cdot U_2' + 0 \cdot U_2'' + 0 \cdot F_2' + 0 \cdot F_2'' + 0 \cdot C + 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 7)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' + [\lambda_{\omega 2^*} \cdot s_2 (U_2' - U_2'' \exp(-s_2d_2))] + \frac{\omega k \gamma \cdot \beta^2}{M_0(\omega^2 - \omega_{k2}^2)} (U_2' + U_2'' \exp(-s_2d_2)) - \frac{\gamma \cdot \beta k}{(\omega - \omega_{02})} F_2' - \frac{\gamma \cdot \beta k}{(\omega + \omega_{02})} F_2'' \exp(-kd_2) + 0 \cdot C + 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0; \quad (1)$
- 8)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' + [\lambda_{\omega 2^*} \cdot s_2 (U_2' \exp(-s_2d_2) - U_2'')] + \frac{+\omega k \gamma \cdot \beta^2}{M_0(\omega^2 - \omega_{k2}^2)} (U_2' \exp(-s_2d_2) + U_2'') - \frac{(\gamma \cdot \beta k)}{(\omega - \omega_{02})} F_2' \exp(-kd_2) - \frac{\gamma \cdot \beta k}{(\omega + \omega_{02})} F_2'' + 0 \cdot C + 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 9)  $\frac{-4\pi\gamma\beta\omega k}{\omega^2 - \omega_{k1}^2}(U_1' + U_1'' \exp(-s_1d_1)) + \left[ \frac{\omega - (\omega_m + \omega_{01})}{(\omega - \omega_{01})} \right] kF_1' - \left[ \frac{\omega + (\omega_m + \omega_{01})}{(\omega + \omega_{01})} \right] kF_1'' \exp(-kd_1) + 0 \cdot U_2' + 0 \cdot U_2'' + 0 \cdot F_2' + 0 \cdot F_2'' + k \cdot C - k \cdot D \exp(-2kh) + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 10)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' - \frac{4\pi\gamma\omega\beta k}{\omega^2 - \omega_{k2}^2}(U_2' + U_2'' \exp(-s_2d_2)) + \frac{\omega_{02} + \omega_m - \omega}{(\omega - \omega_{02})} kF_2' + \frac{\omega_{02} + \omega_m + \omega}{(\omega + \omega_{02})} kF_2'' \exp(-kd_2) + k \cdot C \exp(-2kh) - k \cdot D + 0 \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0.$
- 11)  $\frac{-4\pi\gamma\beta\omega k}{\omega^2 - \omega_{k1}^2}(U_1' \exp(-s_1d_1) + U_1'') + \left[ \frac{\omega - (\omega_m + \omega_{01})}{(\omega - \omega_{01})} \right] kF_1' \exp(-kd_1) - \left[ \frac{\omega + (\omega_m + \omega_{01})}{(\omega + \omega_{01})} \right] kF_1'' + 0 \cdot U_2' + 0 \cdot U_2'' + 0 \cdot F_2' + 0 \cdot F_2'' + 0 \cdot C + 0 \cdot D - k \cdot E_1 + 0 \cdot E_2 = 0;$
- 12)  $0 \cdot U_1' + 0 \cdot U_1'' + 0 \cdot F_1' + 0 \cdot F_1'' - \frac{4\pi\gamma\beta\omega k}{\omega^2 - \omega_{k2}^2}(U_2' \exp(-s_2d_2) + U_2'') + \frac{\omega_{02} + \omega_m - \omega}{(\omega - \omega_{02})} kF_2' \exp(-kd_2) + \frac{\omega_{02} + \omega_m + \omega}{(\omega + \omega_{02})} kF_2'' + 0 \cdot C + 0 \cdot D + 0 \cdot E_1 + k \cdot E_2 = 0.$