

Оценка метрологических характеристик поляриметрических кварцевых пластин

© А.А. Голополосов

Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений,
Москва, Россия

e-mail: golopolosov@vniiofi.ru

Поступила в редакцию 06.10.2025 г.

В окончательной редакции 28.02.2026 г.

Принята к публикации 28.02.2026 г.

Описана математическая модель кварцевых поляриметрических пластин, используемых при калибровке и поверке поляриметров. Для описания процесса прохождения излучения через пластину использовался метод Берремана. С помощью представленной модели оценивалось влияние некоторых технических требований, предъявляемых при изготовлении пластин, на значение угла вращения плоскости поляризации. По результатам моделирования даны рекомендации, которые позволяют уменьшить неопределённость результатов измерений.

Ключевые слова: кварц, поляриметрия, гиротропия, оптическая активность, угол вращения плоскости поляризации.

DOI: 10.61011/OS.2026.03.62776.8596-25

Введение

Кристаллический α -кварц (далее — кварц) является анизотропным оптически активным (гиротропным) материалом. Его структура относится к тригональной кристаллической системе, являющейся разновидностью гексагональной сингонии и характеризующейся наличием оси симметрии третьего порядка. Такая кристаллическая решётка определяет его уникальные оптические свойства. Благодаря этим свойствам кварц находит широкое применение в тех областях науки и промышленности, где используется поляризация света. Особую роль кварц играет в поляриметрии, так как плоскопараллельные пластины из кварца (далее — поляриметрические пластины) применяют для градуировки и калибровки поляриметров, которые измеряют угол вращения плоскости поляризации (УВП) [1].

Несмотря на наличие высоких требований к качеству кварцевых поляриметрических пластин [2], оценка их реальных метрологических характеристик сопряжена с рядом трудностей. Точность и стабильность результатов измерений значения УВП пластин сильно зависит от различных факторов. Экспериментальные исследования метрологических характеристик поляриметрических пластин можно найти в работах [3–5]. Теоретические исследования в основном посвящены описанию оптических свойств кварца [6–9]. При этом российскими исследователями были достигнуты значительные успехи в теоретическом описании оптических свойств кристаллов различных кристаллографических групп [10–17].

В настоящей работе рассмотрено теоретическое описание процесса прохождения излучения через поляриметрическую пластину из кварца, которая применяется

при калибровке средств измерений УВП. Для описания процесса прохождения излучения использован метод Берремана [18].

Объект исследования

Использование кварца при калибровке поляриметров объясняется хорошей стабильностью и воспроизводимостью значения УВП. Другим веществом, применяемым при калибровке и градуировке, является раствор сахара. Однако в отличие от кварца раствор сахара подвержен деградации (мутаротации) [19], изменению концентрации вследствие испарения и бактериального воздействия. Еще одним преимуществом кварца является то, что в зависимости от его модификации (хиральности) пластина может быть как положительной (правовращающей), так и отрицательной (левовращающей).

Оптическая активность кварца максимальна вдоль его оптической оси [20], т.е. там, где эффекты анизотропии отсутствуют. Поэтому поляриметрические пластины вырезаются из кварца таким образом, чтобы оптическая ось кристалла была перпендикулярна рабочей грани пластины. Изменением толщины пластины добиваются разных номинальных значений УВП. На практике при изготовлении пластины оптическая ось не будет строго перпендикулярна и будет составлять некоторый угол с нормалью к рабочей грани.

Для применения в качестве средства калибровки и поверки кварцевая пластина устанавливается в специальную цилиндрическую оправу таким образом, чтобы её плоскость была ориентирована перпендикулярно оси оправы. Если пластина плохо установлена в оправе, то при её размещении в измерительный отсек поляриметра

излучение будет падать на пластину под некоторым углом. Таким образом, существуют две причины возникновения отклонений поляриметрической пластины от идеальной:

— неправильно вырезана пластина из заготовки кристаллического кварца с отклонением его оптической оси от нормали к поверхности пластины;

— плохо изготовлена цилиндрическая оправка, в результате чего нормаль к поверхности пластины не будет совпадать с осью оправы.

Указанные отклонения в изготовлении поляриметрических пластин могут оказывать сильное влияние на состоянии поляризации прошедшего излучения и, как следствие, на результаты измерения УВПП. В России требования на изготовление поляриметрических пластин регламентируется ГОСТ 22409 77. Однако требования данного стандарта распространяются на пластины, воспроизводящие единицу УВПП в диапазоне от минус 45° до плюс 50° на длине волны 546.07 nm. Согласно Государственной поверочной схеме для средств измерения угла вращения плоскости поляризации, утвержденной приказом Росстандарта № 2652 от 20.10.2022 г., в качестве рабочих эталонов первого разряда могут использоваться пластины, воспроизводящие единицу УВПП в диапазоне от минус 90° до плюс 90° на длине волны в вакууме 546.23 nm. Поэтому актуальной является задача исследования поляриметрических пластин с номинальными значениями УВПП, близкими к минус 90° и плюс 90°, с целью их использования в качестве рабочих эталонов. Рассмотренная далее теоретическая модель позволяет численно оценить влияние указанных выше отклонений на результат измерений УВПП.

Методика расчета

Рассмотрим случай падения плоской монохроматической волны с длиной волны (частотой $\omega = 2\pi c/\lambda$, c — скорость света в вакууме) на плоскопараллельную пластину толщиной d , выполненную из анизотропного, одноосного, оптически активного материала. Пусть излучение падает на первую грань пластины под углом γ_i по отношению к её нормали. Система координат плоскости падения xuz выбирается таким образом, чтобы плоскость xz совпадала с плоскостью падения, а ось z была направлена вдоль нормали в сторону второй грани. В основе метода Берремана [18] лежит представление уравнений Максвелла и материальных уравнений (уравнений связи) в матричной форме. Если считать, что параметры среды не зависят от z , то для пластины толщиной d можно записать

$$\Psi(z + d) = \mathbf{L}(d)\Psi(z), \tag{1}$$

где $\Psi(z)$ — обобщенный вектор поля в точке z ; $\mathbf{L}(d)$ — оператор распространения излучения в среде, определяемый выражением

$$\mathbf{L}(d) = \exp \mathbf{M}(\Delta) i\omega d/c,$$

где $\exp \mathbf{M}(\dots)$ — матричная экспонента; Δ — матрица 4×4 , характеризующая свойства среды в заданном направлении. С вычислением матричной экспоненты связаны определенные трудности [21], однако современные математические программы имеют готовые решения, позволяющие вычислять ее с достаточной высокой скоростью и точностью. Компоненты матрицы Δ выражаются через компоненты блочной матрицы \mathbf{M} 6×6 , входящей в матричную форму системы материальных уравнений. Материальные уравнения дополняют уравнения Максвелла и позволяют связать в единой форме векторы напряженности электрического и магнитного полей с векторами индукции с учётом конкретных электромагнитных свойств среды. Для анизотропной и оптически активной среды материальные уравнения могут быть заданы в различном виде. Общие выражения для определения элементов матрицы Δ через матрицу \mathbf{M} приведены в [18].

Так как в данной работе нас интересуют изменения при малых отклонениях от оптической оси, то будем придерживаться точной теории и воспользуемся уравнениями Кондона–Федорова [13]:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + i\alpha \mathbf{H},$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - i\alpha \mathbf{H} - i\alpha^T \mathbf{E}, \tag{2}$$

где ϵ — тензор диэлектрической проницаемости, μ — тензор магнитной восприимчивости, α — тензор гирации. Индекс „ T “ означает транспонирование. В общем случае тензоры задаются так, что их главные оси совпадают с осями системы координат xuz . Чтобы задать другое определенное положение осей тензора, можно воспользоваться матрицей вращения, определяемой углами Эйлера. В данной работе воспользуемся матрицей w , задающей последовательные вращения на угол φ вокруг оси z , на угол θ вокруг оси y' и на угол φ вокруг оси z' :

$$w = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \sin \psi & -\sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi \sin \theta \\ +\cos \varphi \cos \theta \cos \psi & -\cos \varphi \cos \theta \sin \psi & \\ \cos \varphi \sin \psi & -\cos \varphi \cos \psi & -\sin \varphi \sin \theta \\ +\sin \varphi \cos \theta \cos \psi & +\sin \varphi \cos \theta \sin \psi & \\ -\sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Штрих в данном случае означает, что ось вращения принадлежит преобразованной предыдущим вращением системе координат.

С учетом „вращения“ тензоров и материальных уравнений (2) блочная матрица \mathbf{M} может быть записана как

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}\epsilon\mathbf{w}^T & \mathbf{w}(i\alpha)\mathbf{w}^T \\ \mathbf{w}(i\alpha^T)\mathbf{w}^T & \mathbf{w}\mu\mathbf{w}^T \end{bmatrix}.$$

Компоненты поля на выходе пластины могут быть определены из (1) с помощью следующего выражения:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{T}_m - \mathbf{L}(d)\mathbf{R}_m)^{-1}\mathbf{L}(d)\Psi_i, \tag{4}$$

где \mathbf{Q} — вектор неизвестных компонент прошедшей и отраженной волн, Ψ_i — обобщенный вектор падающей волны, \mathbf{T}_m и \mathbf{R}_m — вспомогательные матрицы, связывающие соответствующие обобщенные векторы прошедшей и отраженной волн с вектором \mathbf{Q} . Пусть индексы p и s означают соответственно параллельную и перпендикулярную к плоскости падения составляющие поляризованной волны, а индексы i, r, t — соответственно падающую, отраженную и прошедшую волны. Тогда можно записать

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{is} \\ E_{rp} \\ E_{rs} \end{pmatrix}; \quad \Psi_i = \begin{pmatrix} E_{ip} \cos \gamma_i \\ E_{ip} n_i \\ E_{is} \\ E_{is} m_i \cos \gamma_i \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{T}_m = \begin{pmatrix} \cos \gamma_i & 0 & 0 & 0 \\ n_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & n_t \cos \gamma_i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_m = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & n_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -n_i \cos \gamma_i \end{pmatrix}.$$

Для линейно поляризованной падающей волны с азимутом β_i

$$E_{ip} = \cos \beta_i, \quad E_{is} = \sin \beta_i.$$

Вычисляя вектор \mathbf{Q} по формуле (4), можно оценить состояние поляризации на выходе пластины из анизотропного, оптически активного материала. Изменяя параметры модели, можно оценить изменение в состоянии поляризации. Далее представленные выражения будут использованы для вычисления УВПП кварцевых поляриметрических пластин при вариации различных параметров.

Модель

Для более полного понимания процесса прохождения излучения через кварцевую поляриметрическую пластину необходимо сопоставить параметры математической модели с физическими характеристиками реального объекта. Как было сказано ранее, при изготовлении поляриметрических пластин могут возникать два основных отклонения:

- отклонение оптической оси кристалла от нормали к граням пластины;
- отклонение от перпендикулярности рабочей грани пластины к оси падающего излучения.

Направление оптической оси определяется положением главной плоскости Σ , т.е. плоскости, в которой лежат оптическая ось и нормаль к первой грани пластин [11]. В матрице вращения \mathbf{w} главной плоскости относительно плоскости падения определяется углом φ , а наклон оптической оси относительно нормали определяется углом θ (рис. 1).

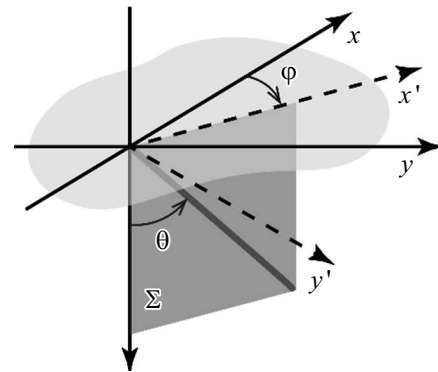


Рис. 1. Схема определения главной плоскости относительно системы координат плоскости падения.

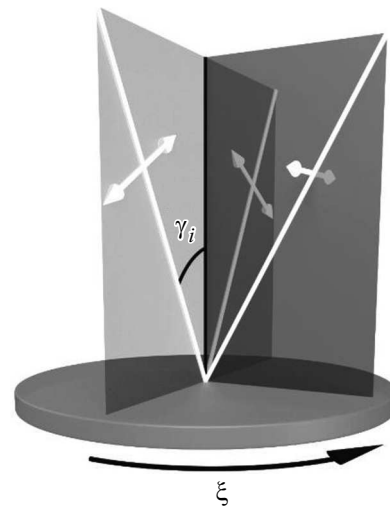


Рис. 2. Схема изменения направления плоскости поляризации при вращении пластины в оправе.

Пусть пластина может свободно вращаться вокруг оси падающего излучения, а излучение падает на пластину под углом γ_i . В этом случае при вращении пластины плоскость падения также будет вращаться относительно исходного положения, но угол падения будет оставаться постоянным. Относительно плоскости падения положение главной плоскости будет оставаться неизменным, но положение плоскости поляризации падающего излучения будет изменяться (рис. 2). Если пластина повернулась на угол ξ , то и азимут поляризации падающего излучения также изменится на этот угол. В описанной методике расчета изменением азимута плоскости поляризации можно имитировать вращение пластины.

Пусть в начальном положении системы плоскость поляризации лежит в плоскости падения, т.е. при $\xi = 0$ азимут $\beta_i = 0$. Тогда при вращении меры можно записать $\beta_i = \xi$. Пластина находится в воздухе, т.е. среда до и после пластины является изотропной, а ее показатель преломления $n_i = n_t = 1$.

Для кварца, когда излучение распространяется вдоль оптической оси, главные оси тензоров ϵ , α и μ совпадают с осями системы координат плоскости падения xuz и тензоры принимают следующий вид:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix},$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{pmatrix},$$

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где ϵ_o и ϵ_e — диэлектрическая проницаемость обыкновенной и необыкновенной волн, которые определяются через соответствующие показатели преломления:

$$\epsilon_o = n_o^2, \quad \epsilon_e = n_e^2.$$

Значение компоненты тензора гирации α_{11} определяется из соотношения

$$\alpha_{11} = -\frac{\rho_0 \lambda}{2\pi},$$

где ρ_0 — удельное вращение плоскости поляризации при распространении излучения вдоль оптической оси, выраженное в rad/nm (длина волны λ также выражается в nm). Значение компоненты α_{33} определить сложнее, так как оценить удельное вращение при распространении излучения вдоль оптической оси мешают эффекты двулучепреломления. Известно, что компоненты тензора гирации α в точной теории связаны с компонентами тензора гирации g в приближенной теории следующим образом:

$$g_{11} = (\alpha_{11} + \alpha_{33})\bar{n}, \quad g_{33} = 2\alpha_{11}\sqrt{\epsilon_o},$$

где

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{\epsilon_o + \epsilon_e}{2}}.$$

Отношение g_{11}/g_{33} считается постоянным в широком диапазоне длин волн и в различных работах [6–9,20] оценивается в пределах от -0.45 до -0.54 . Примем это отношение равным -0.5 . Значения показателей преломления n_o и n_e и удельного вращения ρ_0 являются хорошо изученными и могут быть рассчитаны для широкого диапазона длин волн по аппроксимирующим формулам [22,23]. Приведенные выражения полностью определяют все параметры модели и могут быть использованы для вычисления состояния поля на выходе поляризметрических пластин.

Результаты моделирования

Значение УВПП Φ определяется азимутом β_t прошедшей волны:

$$\Phi = \beta_t - \beta_i, \tag{5}$$

где

$$\beta_t = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\text{Re}(E_{ts}/E_{tp})}{1 - |E_{ts}/E_{tp}|^2} \right).$$

Значение УВПП, вычисленное по формуле (5), является функцией, зависящей от параметров системы, т.е. $\Phi = f(\lambda, h, \varphi_0, \theta, \xi, \gamma_i)$, где значения показателей преломления n_o и n_e и удельного оптического вращения ρ_0 определяются длиной волны λ . Пусть запись $\Phi(p)$ подразумевает, что УВПП рассматривается как функция параметра p , а остальные параметры считаются постоянными. Для оценки влияния параметров модели будем рассматривать разность

$$\Delta\Phi(p) = \Phi(p) - \Phi_0,$$

где Φ_0 — УВПП, вычисленный при $\theta = 0$, $\gamma_i = 0$, и, по сути, представляет собой номинальное значение меры.

Для начала рассмотрим случай, когда на пластину из положительного кварца толщиной $d = 1 \text{ mm}$ падает излучение с длиной волны в вакууме $\lambda = 546.23 \text{ nm}$. Для такой пластинки $\Phi_0 = 25.535^\circ$, что совпадает с удельным вращением кварца на данной длине волны. Для пластины из отрицательного кварца результат будет аналогичным с точностью до знака УВПП.

Рассмотрим зависимость $\Delta\Phi$ от угла поворота пластины ξ и угла падения γ_i . Результаты моделирования приведены на рис. 3. Слева на рисунке представлены значения $\Delta\Phi(\xi, \gamma_i)$ в полярных координатах, где угол ξ отсчитывается по окружности от вертикальной линии, а γ_i изображается радиусом, отложенным от центра. Справа представлены соответствующие значения $\Delta\Phi(\xi)$ при некоторых фиксированных значениях угла отклонения γ_i , т.е. представляют собой круговые сечения графиков слева. Графики на рис. 3, *a, b* рассчитаны при $\theta = 0$, остальные — при $\theta = 10'$.

Из представленных графиков видно, что при вращении меры наблюдаемая зависимость имеет синусоидальный характер. Амплитуда и среднее значение зависят от угла падения и ориентации главной плоскости относительно плоскости падения. Экспериментальные результаты, опубликованные в работе [24], подтверждают форму получаемых зависимостей. Однако различие между максимальными и минимальными значениями, полученными экспериментально, в отдельных случаях может отличаться от результатов моделирования на один–два порядка.

На рис. 4 продемонстрировано как изменяется среднее значение $\overline{\Delta\Phi}(\varphi)$ при некоторых фиксированных значениях угла γ_i в зависимости от угла между плоскостью падения и главной плоскостью φ . Видно, что среднее значение может быть как меньше, так и больше

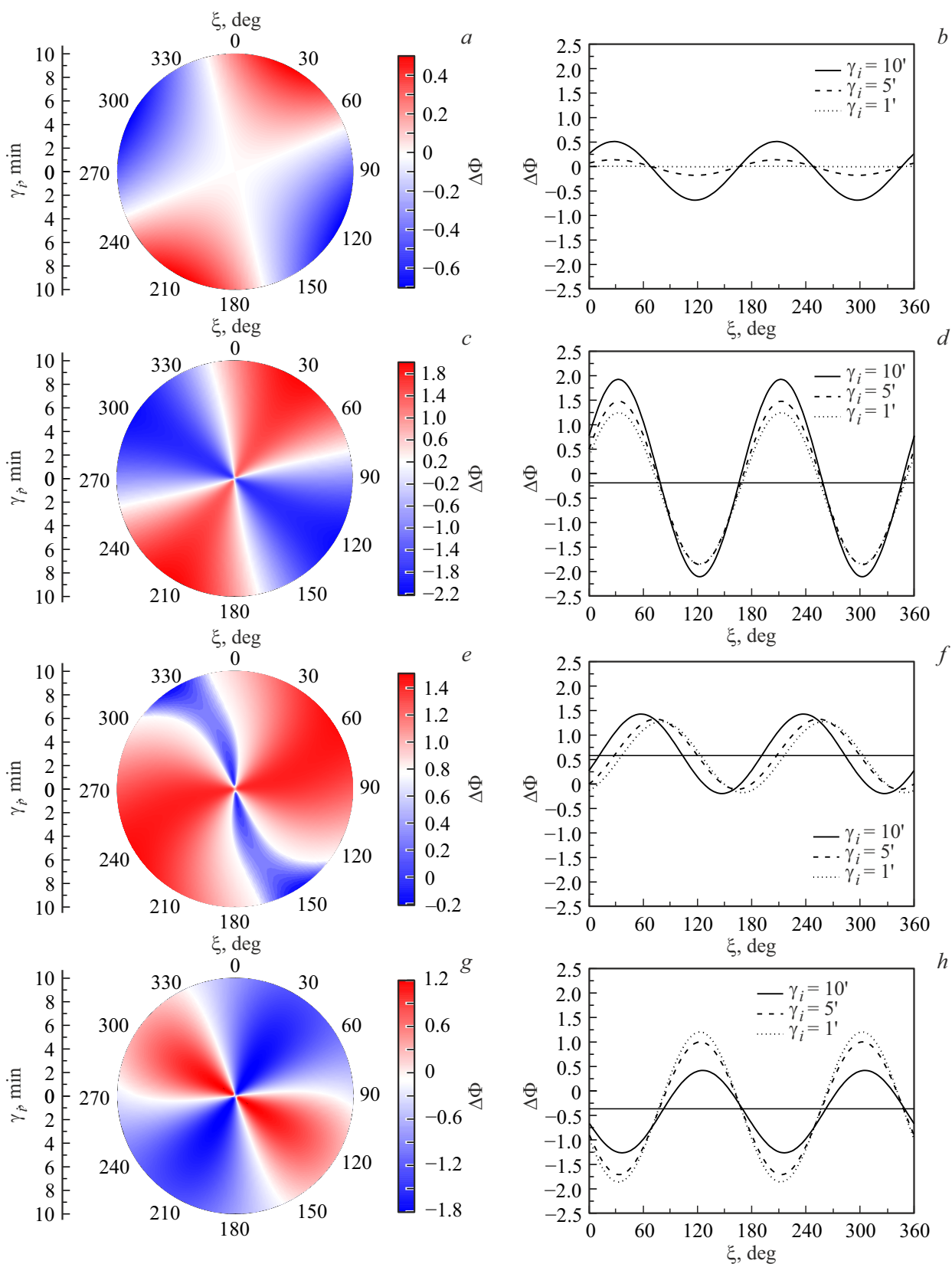


Рис. 3. Зависимость значения $\Delta\Phi(\xi, \gamma_i)$ (в единицах $\text{deg}\cdot 10^{-3}$) при следующих параметрах системы: $\theta = 0$ (a, b), $10'$ (c-h); $\varphi = 0$ (a-d), 45° (e, f), 90° (g, h).

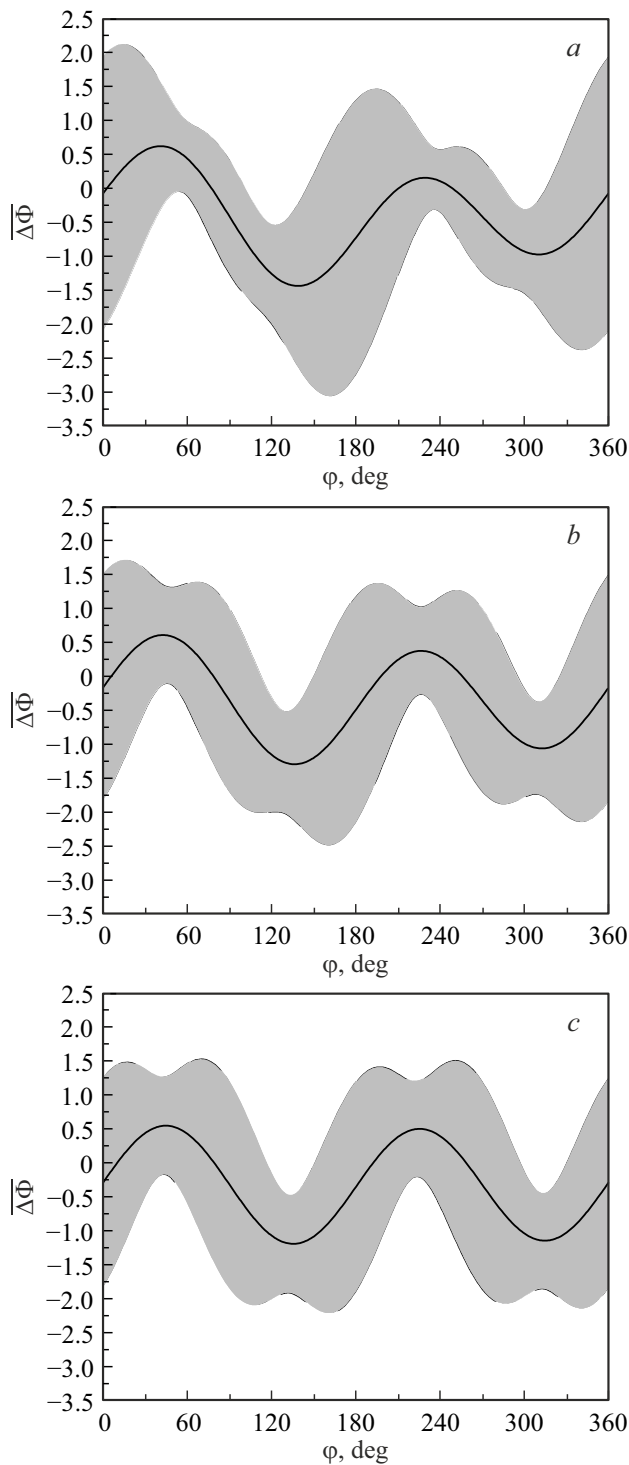


Рис. 4. Зависимость среднего значения и амплитуды (закрашенная область) (в единицах $\text{deg} \cdot 10^{-3}$) от угла положения главной плоскости φ : $\gamma_i = 10'$ (a), $5'$ (b), $1'$ (c).

номинального значения Φ_0 . Закрашенная область определяется амплитудой $A_\Phi(\varphi)$, отложенной от среднего и вычисленная как

$$A_\Phi(\varphi) = \frac{1}{2} \left(\max_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi)] - \min_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi)] \right).$$

Чтобы рассмотреть, как изменяется УВПП при отклонении оптической оси от перпендикуляра к рабочей грани пластины, вычислим максимальный и минимальный разброс значений $\Delta\Phi(\xi)$:

$$P_{\max}(\theta) = \max_{\varphi} \left(\max_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, \theta)] - \min_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, \theta)] \right),$$

$$P_{\min}(\theta) = \min_{\varphi} \left(\max_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, \theta)] - \min_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, \theta)] \right).$$

Из полученных графиков (рис. 5) видно, что разброс значительно увеличивается с увеличением отклонения оптической оси от нормали. При этом разность между максимальным и минимальным разбросами становится больше, что может давать большую неопределенность результатов измерений.

Наконец, можно оценить, как зависит максимальные изменения значений $\Delta\Phi(\nu)$ от номинального значения УВПП меры Φ_0 , который определяется толщиной пластины d :

$$P_{\max}(\Phi_0) = P_{\max}(d) = \max_{\varphi} \left(\max_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, d)] - \min_{\xi} [\Delta\Phi(\xi, \varphi, d)] \right).$$

В процессе моделирования было обнаружено, что зависимость $P_{\max}(\Phi_0)$ носит периодический характер с высокой частотой (рис. 6, a), которая сохраняется на всем рассматриваемом диапазоне номинальных значений. Для оценки изменения разброса значений $\tilde{P}_{\max}(\Phi_0)$ во всем диапазоне была построена огибающая данной зависимости (рис. 6, b). Огибающая рассмотрена в диапазоне γ_i от $1'$ до $10'$ (заштрихованные области) при отклонениях оптической оси θ , равных $1'$, $5'$ и $10'$. Полученные зоны можно рассматривать как верхнюю границу неопределенности измерения, предписанную допусками на изготовления пластин. Из полученных графиков видно, что с увеличением номинального значения неопределенность плавно увеличивается.

Заключение

Из приведенных графиков видно, что УВПП сложным образом зависит от отклонения параметров поляризметрических пластин от идеальных. При наиболее плохом варианте неопределенность будет превосходить предел допускаемой погрешности для рабочих эталонов первого разряда $\delta = 0.003^\circ$. Для уменьшения неопределенности измерений и создания пластин, соответствующих уровню рабочего эталона первого разряда в диапазоне от минус 90° до плюс 90° , рекомендуется изготавливать их с более высокими требованиями, чем указано в ГОСТ 22409-77. Уменьшение предельного отклонения оптической оси от перпендикулярности к рабочей грани до $5'$ уменьшит примерно в 2 раза неопределенность измерения УВПП пластин в диапазоне номинальных значений УВПП от минус 90° до

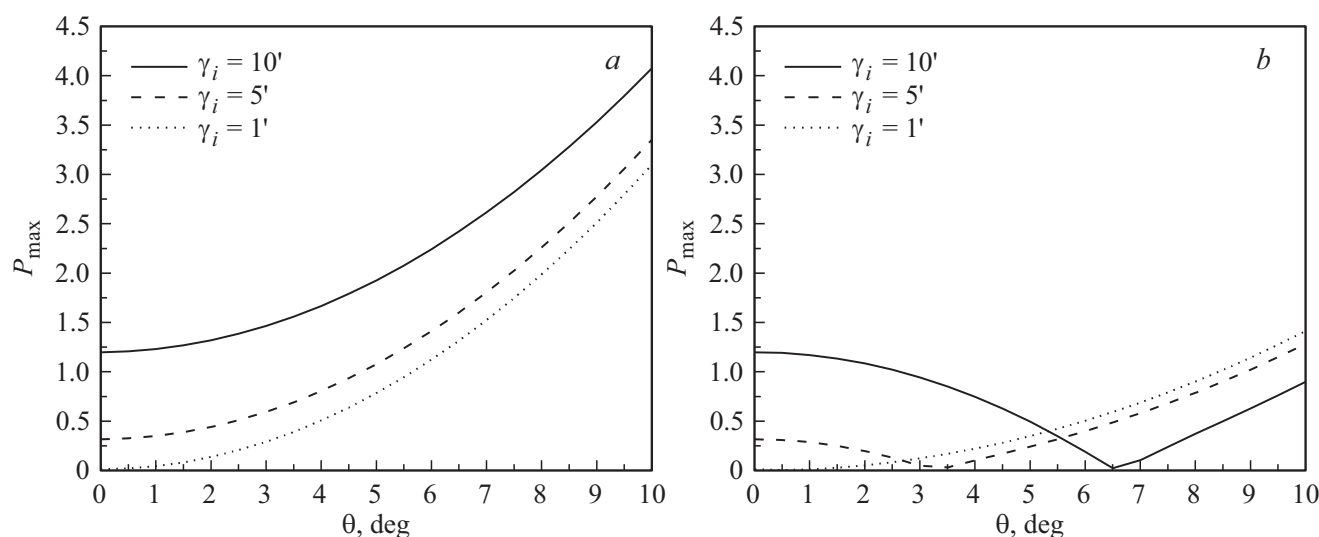


Рис. 5. Зависимость максимального и минимального разброса изменений значений $\Delta\Phi(\xi)$ (в единицах $\text{deg}\cdot 10^{-3}$) от отклонения оптической оси от перпендикуляра к рабочей грани θ : (a) $P_{\max}(\theta)$, (b) $P_{\min}(\theta)$.

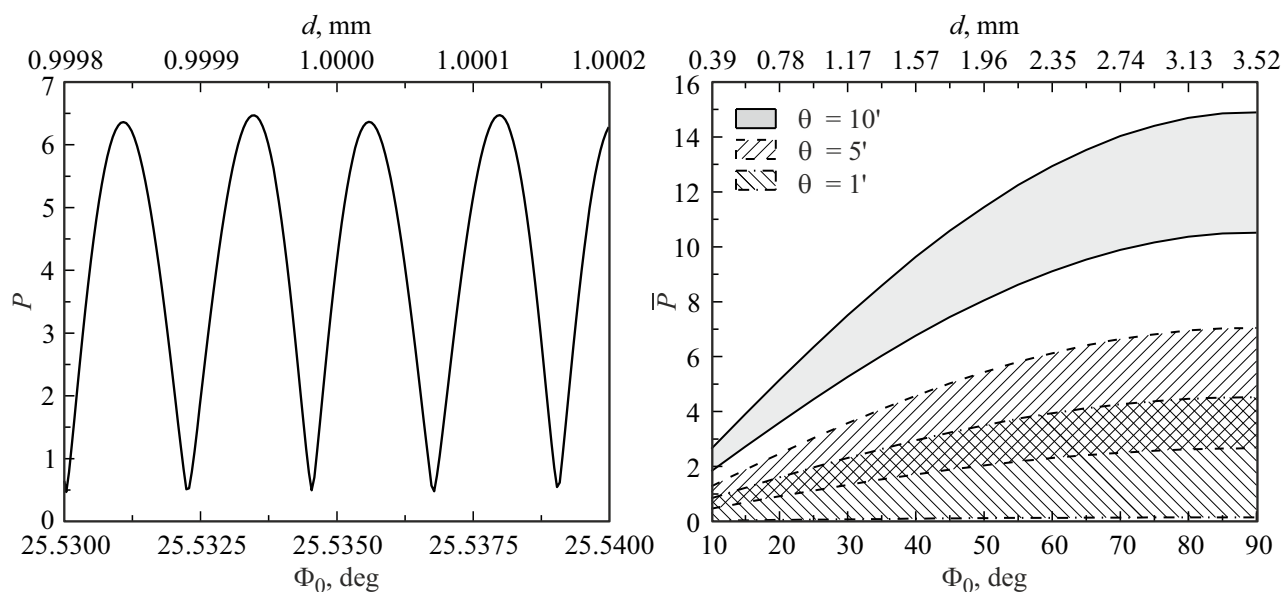


Рис. 6. Зависимость максимального разброса изменений значений $\Delta\Phi(\xi)$ (в единицах $\text{deg}\cdot 10^{-3}$) от номинального значения УВПП меры: (a) $P_{\max}(\Phi_0)$ в окрестности точки $\Phi_0 = 25.535^\circ$ ($d = 1$ мм), $\gamma_i = 10'$, $\theta = 10'$; (b) — огибающие зависимостей $\tilde{P}_{\max}(\Phi_0)$, вычисленные для значений γ_i в диапазоне от $1'$ до $10'$ (заштрихованные области) при отклонениях оптической оси θ , равных $1'$, $5'$ и $10'$.

плюс 90° . Допуск на отклонение от перпендикулярности рабочей грани пластины к оси падающего излучения также рекомендуется уменьшить до $5'$, чего можно добиться пересмотром рекомендуемой конструкции цилиндрической оправы. Представленная модель имеет важное прикладное значение, так как описывает процесс прохождения излучения через кварцевую поляризметрическую пластину с точки зрения строгой теории. С помощью данной модели можно численно оценить вклад различных параметров в общую неопределенность.

Список литературы

- [1] ICUMSA Specification and Standard SPS-1 (International Commission for Uniform Methods of Sugar Analysis, 2017) <https://www.icumsa.org/methods/icumsa-specification-and-standard-sps-1-2017>
- [2] R14 (1995): Polarimetric saccharimeters graduated in accordance with the ICUMSA International Sugar Scale. (International Organization of Legal Metrology, Paris, France) URL: https://www.oiml.org/en/files/pdf_r/r014-e95.pdf
- [3] Е.А. Волкова. Труды метрологических институтов СССР. Всесоюз. науч.-исслед. ин-т метрологии им. Д.И. Менделеева.

- леева, Исследования в области оптических измерений и измерений лучистой энергии, **56** (116), 27 (1961).
- [4] M. Schulz, A. Fricke, K. Stock, A.D. Alvarenga, H. Belaidi. In: *XVIII IMEKO World Congress. Metrology for a Sustainable Development* (Rio de Janeiro, Brazil, 2006).
- [5] A.P.D. Alvarenga, N.C.E. Pereira, L.V.G. Tarelho, R.S. França, H. Belaidi. *Produto & Produco*, **11** (1), 1 (2010). DOI: 10.22456/1983-8026.11818
- [6] H. Horinaka, K. Tomii, H. Sonomura, T. Miyauchi. *Jap. J. Appl. Phys.*, **24**, 755 (1985). DOI: 10.1143/JJAP.24.755
- [7] H. Zhong, Z.H. Levine, D.C. Allan, J.W. Wilkins. *Phys. Rev. B*, **48**(3), 1384 (1993). DOI: 10.1103/PhysRevB.48.1384
- [8] J. Kobayashi, T. Asahi, S. Takahashi, A.M. Glazer. *J. Appl. Crystall.*, **21**, 479 (1988). DOI: 10.1107/S0021889888005503
- [9] O. Arteaga, A. Canillas, G.E. Jellison. Jr. *Appl. Opt.*, **48**(28), 5307 (2009). DOI: 10.1364/AO.48.005307
- [10] Ф.И. Федоров. *Теория гиротронии* (Наука и техника, Минск, 1976).
- [11] А.Ф. Константинова, Б.Н. Гречушников, Б.В. Бокуть, Е.Г. Валяшников. *Оптические свойства кристаллов* (Наука и техника, Минск, 1995).
- [12] А.Ф. Константинова, К.К. Константинов, Б.В. Набатов, Е.А. Евдищенко. *Кристаллография*, **47** (4), 702 (2002).
- [13] А.Ф. Константинова, Б.В. Набатов, Е.А. Евдищенко, К.К. Константинов. *Кристаллография*, **47** (5), 879 (2002).
- [14] А.Ф. Константинова, К.А. Рудой, Б.В. Набатов, Е.А. Евдищенко, В.И. Строганов, О.Ю. Пиккуль. *Кристаллография*, **48** (5), 884 (2003).
- [15] А.Ф. Константинова. *ПФМТ*, **2** (7), 75 (2011).
- [16] А.Ф. Константинова, Т.Г. Головина, К.К. Константинов. *Кристаллография*, **59** (4), 509 (2014). DOI: 10.7868/S0023476114040109 [A.F. Konstantinova, T.G. Golovina, K.K. Konstantinov. *Crystallography Reports*, **9** (4), 447 (2014). DOI: 10.1134/S1063774514040105].
- [17] К.П. Ловецкий, А.А. Хохлов. *Вестник РУДН. Серия Математика. Информатика. Физика*, **1**, 93 (2010).
- [18] D.W. Veegeman. *JOSA*, **62** (4), 502 (1972). DOI: 10.1364/JOSA.62.000502
- [19] В.М. Потапов. *Стереохимия* (Химия, М., 1988).
- [20] А.В. Шубников. *Кварц и его применение* (М., 1958).
- [21] С.П. Палто. *ЖЭТФ*, **119** (4), 638 (2001). [S.P. Palto. *JETP*, **92** (4), 552 (2001)].
- [22] G. Ghosh. *Opt. Commun.*, **163**, 95 (1999). DOI: 10.1016/S0030-4018(99)00091-7
- [23] J. Keitel. In: *ICUMSA Proceedings, 22nd Session, Subject 4. Polarimetry and Quartz Plates*, (1998).
- [24] А.А. Голополосов. *III Международная научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов „ЗА НАМИ БУДУЩЕЕ“ и пилотный Международный конкурс „Лучший молодой метролог МГС СНГ“ 2024 года* (ООО „Типография Литас+“, 2024), с. 63.