

Метод исследования характеристик распространения электромагнитных волн оптического и терагерцевого диапазонов в метаматериале, обладающем гиперболическим типом дисперсии

© О.Н. Козина,¹ Л.А. Мельников²

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 410019 Саратов, Россия

²Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина, 410054 Саратов, Россия
e-mail: kozinaolga@yandex.ru

Поступило в Редакцию 13 января 2025 г.

В окончательной редакции 13 января 2025 г.

Принято к публикации 13 января 2025 г.

Представлен разработанный авторами метод, позволяющий изучать характеристики распространения оптического и терагерцевого излучения в гиперболических метаматериалах при произвольном угле падения на структуру с учетом анизотропии среды. Предложенный способ численного расчета эффективен для наиболее часто исследуемых типов гиперболических метаматериалов. Работа направлена на разработку способов исследования композиционных структур с целью совершенствования компонентной базы для создания устройств, позволяющих генерировать и обрабатывать излучение в оптическом и терагерцевом диапазонах частот.

Ключевые слова: метаматериал, наноразмерная структура, гиперболическая среда, проволоочная среда, многослойная структура.

DOI: 10.61011/JTF.2026.05.62761.358-25

Введение

Последние десятилетия активно развивается приборная база, в составе которой присутствуют метаматериалы — искусственно созданные композиционные объекты с заранее заданными свойствами [1]. Метаматериалы создаются при необходимости получить объект для тех или иных потребностей, который не существует в естественной среде. В данном случае решается так называемая обратная задача. Определяется свойство, которым должен обладать объект, и затем искусственным образом создается многокомпонентный метаматериал. При этом метаматериал имеет некоторую геометрическую, как правило, периодическую структуру. В зависимости от геометрии и типов составляющих его компонентов, метаматериал может приобретать различные свойства. Метаматериалы различного дизайна обладают уникальными электромагнитными свойствами, недостижимыми при использовании обычных, не композиционных, материалов, управлять которыми можно, варьируя параметры структуры [1]. Исследования различных видов метаматериалов, а также способы их создания, остаются актуальными задачами для научного сообщества как с точки зрения фундаментальных аспектов, так и с прикладными целями [2]. Метаматериалы открывают новые возможности при создании приборов для управления ближним электромагнитным полем, включая новые типы электромагнитных сенсоров, линзы с субволновым разрешением, малогабаритные антенны, объекты, „неви-

димые“ в определенном диапазоне, фазовые пластинки, коммутационные устройства, высокочастотные резонаторы, линзы, фильтры, отражатели, применяются для поляризационного контроля в VCSEL-лазерах [1–4].

Предлагаются различные модификации, в том числе метаматериалы, обладающие гиперболическим типом дисперсии в пространстве волновых векторов — так называемые гиперболические среды (ГС) [5–7]. ГС является анизотропной средой и получила свое название вследствие незамкнутого типа дисперсионных зависимостей в пространстве волновых векторов, имеющего в сечении вид гиперболы, в отличие от эллипса для обычной среды. ГС описаны еще в середине XX в. Ф.И. Федоровым в его книге „Оптика анизотропных сред“ [8], а также в работе [9]. Наиболее демонстрационным природным объектом, обладающим гиперболическими свойствами, является плазма в сильном электромагнитном поле [8], а также графит и нитрид бора при определенных, труднодостижимых условиях [10]. Вдоль асимптот гипербол, которые являются сечением изочастот в пространстве волновых векторов, наблюдается распространение большого числа медленных волн с большими значениями компонент волнового вектора. Иными словами, внутри ГС наблюдается большая плотность фотонных состояний, что ведет к усилению взаимодействия излучения с веществом [11]. Метаматериалы, обладающие такими особенностями, называют гиперболическими метаматериалами (ГММ). ГММ открывают новые перспективы для разработки фотонных устройств следующего

поколения, в частности, при создании идеального поглотителя излучения, генератора терагерцевого излучения, материалов с тепловым излучением, превышающем планковский предел. Таким образом, конструирование и исследование метаматериалов, поддерживающих гиперболический тип дисперсии, является актуальной задачей.

В своих работах [7,12] мы предложили новую концепцию ГММ — так называемый асимметричный гиперболический метаматериал (АГММ). АГММ представляет собой периодическую многослойную либо „проволочную“ структуру, у которой слои (стержни) расположены под наклоном по отношению к внешним границам образца. Асимметрия проявляется как различие в свойствах прямой и обратной, по отношению к внешним границам АГММ, волн, в то время как поперечная компонента волнового вектора остается фиксированной. Такая структура является уникальной с точки зрения вариативности параметров, посредством которой достигается управление ее свойствами [12]. Физически асимметрия реализована именно посредством наклона слоев (стержней) относительно внешних границ ГС [7]. При падении на АГММ плоской волны с минимальным ее отражением от внешних границ образца, внутри структуры создается высокая плотность фотонных состояний, которая приводит к высокой скорости спонтанного излучения. Важно, что за счет указанной асимметрии фотоны с высокой плотностью состояний, возбуждаемые в АГММ, могут иметь идеальную связь с фотонами в свободном пространстве, что позволяет создать условия для вывода оптического (либо терагерцевого) излучения, накопленного в ГС, во внешнее пространство. Такой АГММ обладает значительным усилением в оптическом и терагерцевом (THz) диапазонах частот [7].

Существуют различные способы реализации гиперболических сред [1,2,4,6,11], однако на сегодняшний день наиболее часто используют две модели ГММ: многослойную периодическую планарную структуру [13] и так называемую „проволочную среду“, состоящую из большого числа металлических стержней нанометрового поперечного сечения, периодически упорядоченных в диэлектрической матрице [14]. Такие виды конструкции ГМ позволяют адаптировать их для работы в широком диапазоне длин волн посредством подбора параметров: типа материала, геометрии и фактора заполнения среды материалом [7]. Исследование характеристик электромагнитных волн в таких структурах представляется сложной задачей и требует разработки новых методов. Способы исследования асимметричной гиперболической структуры требуют еще более специфических подходов.

В настоящей работе представлен разработанный авторами метод, позволяющий изучать характеристики распространения оптического и THz-излучения в АГММ при произвольном угле падения на структуру с учетом анизотропии среды. Предложенный способ численного расчета применим как для слоистых, так и для проволочных сред.

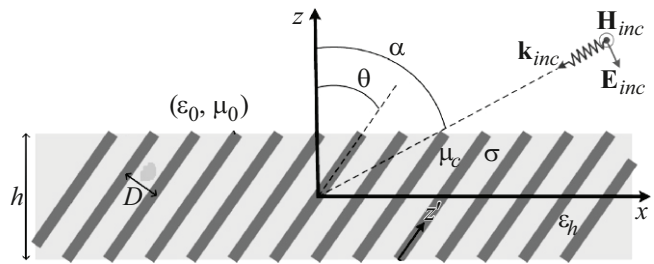


Рис. 1. Схематическое представление АГММ. Косые темно-серые линии внутри АГММ символизируют слои графена (либо стержни металла в боковой проекции). θ — угол между оптической осью и осью z (угол наклона оптической оси), α — угол падения излучения на структуру, h — общая толщина АГММ, D — период АГММ.

1. АГММ

В общем случае, АГММ представляет собой многослойную структуру, состоящую из периодически чередующихся слоев либо стержней различных материалов, расположенных под наклоном по отношению к границам слоя АГММ (рис. 1). Асимметрия возникает за счет наклона оптической оси (угол θ) по отношению к внешним границам слоя АГММ. Вследствие такого наклона прямая и обратная волны, распространяющиеся в структуре, приобретают различные свойства при сохранении компоненты волнового вектора. В результате создаются условия для вывода THz-излучения, генерируемого в ГС, во внешнее пространство.

ГММ, в целом, являются экстремально анизотропными одноосными средами, свойства которых описываются тензором диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}_{xyz}$$

$$= \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon c_1^2 & \Delta\varepsilon c_1 c_2 & \Delta\varepsilon c_1 c_3 \\ \Delta\varepsilon c_1 c_2 & \varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon c_2^2 & \Delta\varepsilon c_2 c_3 \\ \Delta\varepsilon c_1 c_3 & \Delta\varepsilon c_2 c_3 & \varepsilon_{\perp} + \Delta\varepsilon c_3^2 \end{pmatrix},$$

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}.$$

Здесь вектор $c(c_1, c_2, c_3)$ — единичный вектор параллельный оптической оси, $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ — значения диэлектрической проницаемости в поперечном и продольном направлениях рассматриваемой структуры, причем $D = \varepsilon_{\parallel} E$ для $E \parallel c$ и $D = \varepsilon_{\perp} E$ для $E \perp c$.

В рассматриваемом здесь случае можно записать компоненты вектора c с следующим образом:

$$c_1 = \sin \theta \sin \varphi,$$

$$c_2 = \sin \theta \cos \varphi,$$

$$c_3 = \cos \theta.$$

Тогда компоненты тензора ε принимают вид:

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{\perp} + (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi,$$

$$\varepsilon_{12} = -(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\varepsilon_{13} = (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin \theta \cos \theta \sin \varphi,$$

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12},$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{\perp} + (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin^2 \theta \cos^2 \varphi,$$

$$\varepsilon_{23} = -(\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \sin \theta \cos \theta \cos \varphi,$$

$$\varepsilon_{31} = \varepsilon_{13},$$

$$\varepsilon_{32} = \varepsilon_{23},$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_{\perp} + (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}) \cos^2 \theta.$$

Отметим, что для активных сред с усилением или потерями $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ имеют комплексные значения.

2. Приемы исследования свойств АГММ

Метаматериалы, как правило, имеют значения элементарной ячейки (периода) меньше (либо, как в данном случае, значительно меньше) длины волны распространяющегося в них излучения. Благодаря данным особенностям параметров появляется возможность описывать их физические свойства как сплошную (однородную) среду, применяя метод гомогенизации. В этом случае композиционная структура рассматривается как эффективная среда с усредненными параметрами [7,15].

Для описания оптических параметров гиперболических сред используют диагональные компоненты экстремально анизотропного тензора диэлектрической проницаемости. В общем случае, эффективный относительный тензор диэлектрической проницаемости можно записать, как $\varepsilon = \{\{\varepsilon_{\perp}, 0, 0\}, \{0, \varepsilon_{\perp}, 0\}, \{0, 0, \varepsilon_{\parallel}\}\}$. Компоненты тензора приобретают значения диэлектрической проницаемости в продольном или поперечном направлении, в зависимости от геометрии структуры. В данном случае продольная компонента тензора $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_h$ — диэлектрическая проницаемость основного материала матрицы, поперечная компонента тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\perp}$ — диэлектрическая проницаемость эффективной среды. В случае гиперболической среды главные значения тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\parallel}$ и $\varepsilon_{\perp}$ имеют разные знаки [7,11].

В зависимости от типа рассматриваемого АГММ, могут применяться различные методы гомогенизации материала. В настоящей работе рассмотрены два основных типа АГММ: планарный и стержневой.

В общем случае, планарная структура представляет собой слои материала (металла, либо инвертированного графена), периодически упорядоченные в диэлектрической (либо полупроводниковой) матрице. В случае

использования металлических слоев эффективные параметры среды рассчитываются по формулам [15]:

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = f \varepsilon_m(\omega) + (1 - f) \varepsilon_d,$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{zz} = \frac{\varepsilon_m(\omega) \varepsilon_d}{f \varepsilon_d + (1 - f) \varepsilon_m(\omega)},$$

где $f = d_m/D$ — фактор заполнения среды металлом, d_m — толщина металлического слоя, D — период структуры, ε_d — диэлектрическая проницаемость диэлектрика, ε_m — диэлектрическая проницаемость металла.

Другой вариант конструкции АГММ представляет собой так называемую проволочную среду, состоящую из металлических стержней нанометрового диаметра, периодически чередующихся в диэлектрике. Для определения значений компонент тензора диэлектрической проницаемости АГММ такой геометрии используют формулы [15,16]:

$$\varepsilon_{\parallel} = f \varepsilon_m(\omega) + (1 + f) \varepsilon_d,$$

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{(1 + f) \varepsilon_m(\omega) \varepsilon_d + (1 - f) \varepsilon_d^2}{(1 - f) \varepsilon_m(\omega) + (1 + f) \varepsilon_d},$$

где d_m — диаметр металлического стержня. Для расчета диэлектрической функции металла в обоих случаях используется хорошо известная формула Друде [17,18].

В качестве иллюстрации приведены некоторые результаты расчетов для обоих типов АГММ. В качестве проволочной структуры выбран АГММ, состоящий из металлических стержней, периодически чередующихся в диэлектрике. В качестве металла выбрано золото.

На рис. 2 представлены действительные и мнимые части продольной и поперечной компонент диэлектрической проницаемости АГММ проволочного типа на основании золотых стержней в зависимости от длины волны (рис. 2, а), а также действительная и мнимая части динамической диэлектрической проницаемости золота, рассчитанные на основании формулы Друде для исследуемого образца (рис. 2, б) [17,18].

Структура обладает гиперболическими свойствами, когда $\text{Re}(\varepsilon_{\perp}) < 0$. По знаку мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости $\text{Im}(\varepsilon_{\perp})$ можно определить, в каких интервалах частоты АГММ обладает усилением ($\text{Im}(\varepsilon_{\perp}) < 0$) или поглощением ($\text{Im}(\varepsilon_{\perp}) > 0$). Приведенные на рис. 2 графики позволяют определить диапазон длин волн, в которых оба требования выполняются одновременно. Такая оценка позволяет моделировать ГММ для требуемых диапазонов частот.

Для демонстрации результатов исследования слоистой структуры выбран АГММ на основании инвертированного графена, слои которого периодически упорядочены в полупроводнике. Выбор различных материалов обоснован значительностью наблюдаемых в них физических эффектов. Слои графена периодически упорядочены в полупроводнике (карбид кремния). В данном случае диэлектрическая проницаемость эффективной среды на

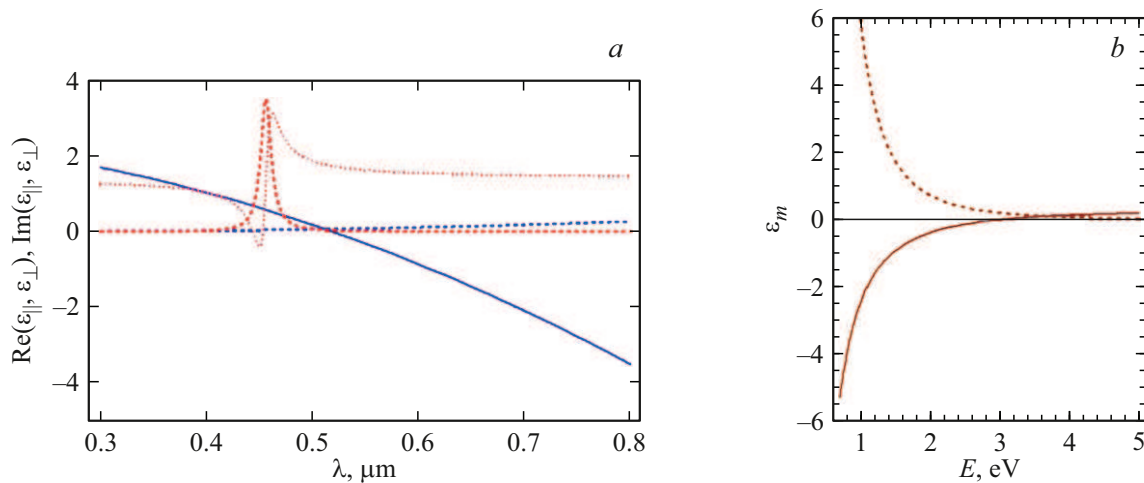


Рис. 2. *a* — действительные (сплошные линии) и мнимые (пунктирные линии) части продольной и поперечной компонент диэлектрической проницаемости исследуемого АГММ в зависимости от длины волны в μm . $d_m = 30\text{ nm}$, $D = 70\text{ nm}$. *b* — действительная (сплошная линия) и мнимая (пунктирная линия) части динамической диэлектрической проницаемости золота, рассчитанные на основании формулы Друде для исследуемого образца в зависимости от энергии в eV.

основании модели Максвелла–Гарнетта рассчитывается по формуле

$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel} + \frac{i}{D\omega\epsilon_0}[\sigma'(\omega, E_0) + i\sigma''(\omega, E_0)], \quad (1)$$

где $\epsilon_{\parallel} = \epsilon_h$ — диэлектрическая проницаемость материала, в котором расположены слои графена, ω — угловая частота, $\sigma(\omega, E_0)$ — поверхностная проводимость графена, E_0 — поперечная (по отношению к плоскости листов графена) компонента вектора напряженности электрического поля, ϵ_0 — электрическая постоянная, D — период АГММ. $\sigma(\omega, E_0) = (\sigma_{intra} + \sigma_{inter})$ — поверхностная проводимость инвертированного графена, которая зависит от частоты и составляющей вектора электрического поля, поперечной к плоскости графена. Для расчета проводимости слоев графена использована формула Кубо (формула (2) из работы [18]). Изменение E_0 влияет на значение химического потенциала μ_c . При таком подходе появляется возможность провести всесторонний анализ процесса генерации THz-волн в АГММ с учетом эффекта насыщения усиления графена. В работе [12] проведено сравнение точного метода решения дисперсионного уравнения для периодической структуры с использованием теоремы Флоке–Блоха и метода гомогенизации на основании модели Максвелла–Гарнетта, и показано полное совпадение результатов для рассматриваемого АГММ.

На рис. 3, *a* представлены графики зависимости действительной (сплошные линии) и мнимой (пунктирные линии) частей эффективной диэлектрической проницаемости от частоты при различных значениях периода структуры D , рассчитанные по формуле (1). Как показано на рисунке, структура обладает гиперболическими и усиливающими свойствами одновременно при всех трех выбранных значениях периода структуры в

определенном интервале частот, который увеличивается с уменьшением периода. На рис. 3, *b* представлен график зависимости действительной (сплошные линии) и мнимой (пунктирные линии) частей динамической проводимости графена от частоты. Известно, что условие $\text{Re}[\sigma_{gr}(\omega)] < 0$ соответствует усилению, а условие $\text{Re}[\sigma_{gr}(\omega)] > 0$ — потерям энергии. Следовательно, используя данные расчеты, можно выбрать диапазон частот, в котором прогнозируется усиление и генерация THz-волн для заданного значения энергии Ферми.

Применяя формулы гомогенизации и рассчитывая значения продольной и поперечной компонент тензора диэлектрической проницаемости, можно определять диапазоны частот, в которых рассматриваемая структура обладает гиперболическими свойствами. Известно, что гиперболические свойства проявляются в случаях, когда $\text{Re}(\epsilon_{\perp}) < 0$. Кроме того, в случае исследования усиливающих свойств структуры определяется диапазон, в котором возможно добиться значительного усиления излучения. Для этого требуется выполнение условия $\text{Im}(\epsilon_{\perp}) < 0$. По графикам зависимости $\text{Re}(\epsilon_{\perp})$ и $\text{Im}(\epsilon_{\perp})$ от частоты данные диапазоны легко определяются.

3. Метод расчета основных характеристик распространения излучения в АГММ

В ГММ наблюдаются аномально высокие значения плотности электромагнитных состояний вдоль асимптот гипербол изочастот в пространстве волновых векторов. Вследствие этого возбуждается большое число обыкновенных и необыкновенных мод, распространяющихся в прямом и обратном направлении внутри структуры, что приводит к высокой скорости спонтанной эмиссии.

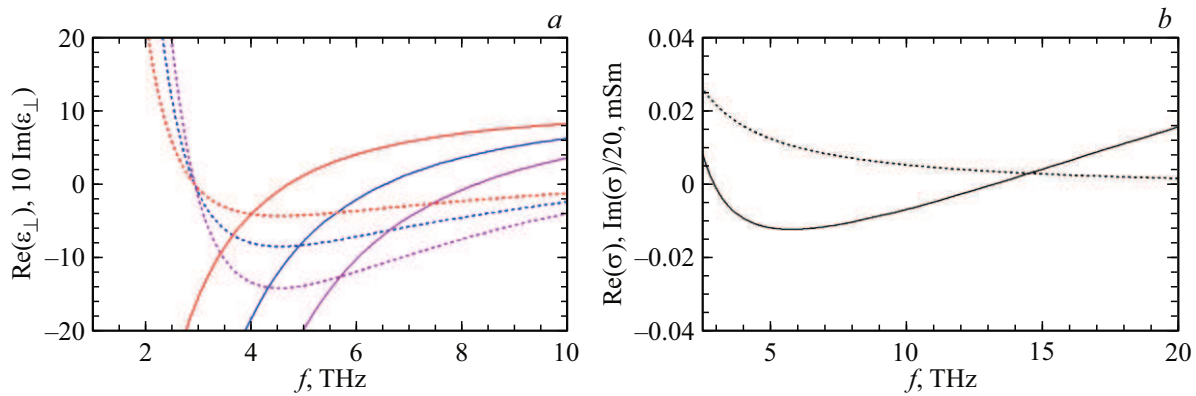


Рис. 3. *a* — зависимости действительной (сплошные линии) и мнимой (пунктирные линии) частей эффективной диэлектрической проницаемости от частоты при различных значениях периода структуры D (красные линии — $D = 100$ nm, синие линии — $D = 50$ nm, пурпурные линии — $D = 30$ nm). *b* — зависимости действительной (сплошная линия) и мнимой (пунктирная линия) частей проводимости графена от частоты при $E_F = 28$ meV, $T = 300$ K, $t = 10^{-12}$ s.

Изучение данных процессов позволяет адаптировать такие материалы к потребностям технологических задач, но требует поиска новых теоретических подходов. Исследование физических процессов, происходящих в АГММ, является еще более сложной задачей в силу особенности его геометрии.

В настоящей работе для исследования характеристик электромагнитных волн, распространяющихся в АГММ, предложен и адаптирован метод с использованием матрицы Берремана [19], которая позволяет рассчитать оптические характеристики прямой и обратной волн в ГС при произвольном угле падения излучения с учетом анизотропии среды. Предлагаемый способ численного расчета можно использовать как для слоистых, так и для проволоочных структур.

Применение формул для гомогенизации АГММ позволяет исследовать ГС как анизотропную среду с непрерывно меняющимися параметрами с использованием уравнений Максвелла в дифференциальной матричной форме. В этом случае преобразование между четырьмя тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей на входе и выходе анизотропной оптической системы [19,20] выражается формулой, содержащей матрицу Берремана Δ :

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi = \frac{i\omega}{c} \Delta \Psi.$$

Вектор-столбец Ψ содержит в себе в общем случае все тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей. В нашем рассмотрении вектор-столбец Ψ имеет вид:

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \\ E_y \\ -H_x \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы Δ определяются выражениями, содержащими компоненты волнового вектора, компоненты

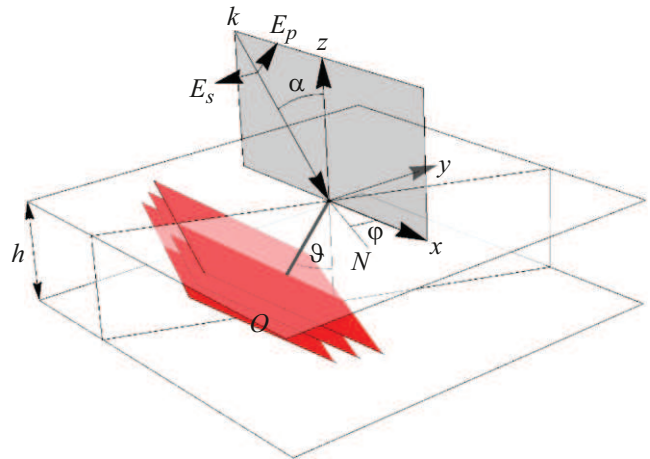


Рис. 4. Схематическое изображение АГММ на основе многослойной структуры с демонстрацией углов Эйлера. Поверхности красного цвета символизируют слои (или плотноупакованные стержни), O — оптическая ось, θ — угол между оптической осью и осью z , N — линия узлов, φ — угол между осью x и линией узлов, α — угол падения излучения на структуру, серая поверхность — плоскость падения, h — общая толщина АГММ.

тензора диэлектрической проницаемости эффективной среды и углы Эйлера θ , φ , ψ [19,20]. На рис. 4 схематически представлен АГММ в системе координат, содержащей указанные параметры. Заметим, что слои красного цвета могут представлять собой как сплошные слои некоторого материала, так и слои, состоящие из большого числа периодически расположенных стержней нанометрового диаметра. Общая толщина слоя АГММ — h . O — оптическая ось, N — линия узлов, θ — угол между оптической осью и осью z , φ — угол между осью x и линией узлов, α — угол падения излучения на структуру, серая поверхность — плоскость падения.

Определив таким образом используемые параметры, запишем элементы матрицы Берремана:

$$\begin{aligned}\Delta_{11} &= -\frac{k_x}{K} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}}, \quad \Delta_{12} = 1 - \left(\frac{k_x}{K}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{13} &= -\frac{k_x}{K} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}, \quad \Delta_{14} = -\left(\frac{k_x}{K}\right) \left(\frac{k_y}{K}\right) \frac{1}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{21} &= \varepsilon_{xx} - \frac{\varepsilon_{zx}\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{zz}} - \left(\frac{k_y}{K}\right)^2, \quad \Delta_{22} = -\frac{k_x}{K} \frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{23} &= \varepsilon_{xy} - \frac{\varepsilon_{zy}\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{zz}} + \left(\frac{k_x}{K}\right) \left(\frac{k_y}{K}\right), \quad \Delta_{24} = -\frac{k_y}{K} \frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{31} &= -\frac{k_y}{K} \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}}, \quad \Delta_{32} = -\left(\frac{k_x}{K}\right) \left(\frac{k_y}{K}\right) \frac{1}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{33} &= -\frac{k_y}{K} \frac{\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}}, \quad \Delta_{34} = 1 - \left(\frac{k_y}{K}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{41} &= \varepsilon_{yx} - \frac{\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} + \left(\frac{k_x}{K}\right) \left(\frac{k_y}{K}\right), \quad \Delta_{42} = -\frac{k_x}{K} \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{zz}}, \\ \Delta_{43} &= \varepsilon_{yy} - \frac{\varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}}{\varepsilon_{zz}} - \left(\frac{k_x}{K}\right)^2, \quad \Delta_{44} = -\frac{k_y}{K} \frac{\varepsilon_{yz}}{\varepsilon_{zz}},\end{aligned}$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ — волновой вектор, $K = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновой вектор в вакууме. Для активных сред с усилением или потерями компоненты тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{\perp}$ и $\varepsilon_{\parallel}$ имеют комплексные значения. Для среды толщиной h электромагнитные поля падающей, отраженной и прошедшей волн связаны соотношением

$$\Psi_T = P(h)(\Psi_I + \Psi_R),$$

где Ψ_T , Ψ_I и Ψ_R — векторы-столбцы прошедшей, падающей и отраженной волн, которые выражаются следующим образом:

$$\Psi_T = \begin{pmatrix} T_x \\ \frac{1}{\cos \alpha} T_x \\ T_y \\ \cos \alpha T_{yx} \end{pmatrix}, \quad \Psi_I = \begin{pmatrix} E_x \\ \frac{1}{\cos \alpha} E_x \\ E_y \\ \cos \alpha E_y \end{pmatrix}, \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} R_x \\ -\frac{1}{\cos \alpha} R_x \\ R_y \\ -\cos \alpha R_y \end{pmatrix}.$$

Матрица $P(h)$ может быть вычислена с помощью формулы

$$P(h) = e^{i\omega h \Delta/c} \equiv \sum_{k=1}^4 \left(e^{i\omega h \lambda_k/c} \frac{\prod_{i \neq k} (\Delta - \lambda_i I)}{\prod_{i \neq k} (\lambda_k - \lambda_i)} \right),$$

где λ_{ik} — собственные значения матрицы Δ , I — единичная матрица. Данное выражение является точным представлением функции, вследствие чего исключается необходимость разбиения среды на систему подслоев. Собственные значения матрицы $\Delta - \lambda_{ik}$ — вычисляются по формулам

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\varepsilon_{\perp} - \left(\frac{ck_x}{\omega}\right)^2},$$

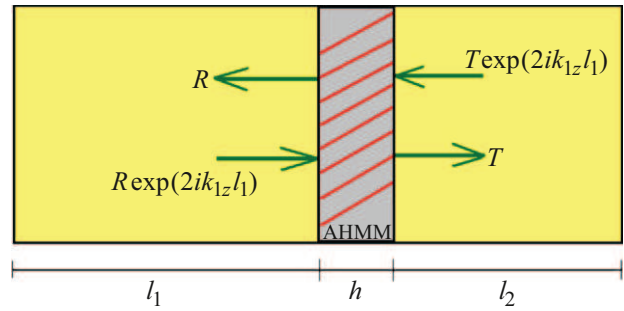


Рис. 5. Схематическое представление сложного резонатора, h — толщина АГММ.

$$\begin{aligned}\lambda_{3,4} &= \left(-\frac{1}{\varepsilon_{33}}\right) \varepsilon \frac{ck_x}{\omega} \cos \theta \sin \varphi \\ &\pm \left(-\frac{1}{\varepsilon_{33}}\right) \sqrt{\varepsilon_{\perp} (\varepsilon_{\parallel} \varepsilon_{33} - (\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon \sin \theta \cos^2 \varphi)) \left(\frac{ck_x}{\omega}\right)^2},\end{aligned}$$

где $\varepsilon_{33} = -\varepsilon_{\perp} \sin 2\theta + \varepsilon_{\parallel} \cos 2\theta$. В общем случае собственные значения являются корнями полинома четвертой степени $\det(\Delta - \lambda I) = 0$.

Используя вышеизложенные формулы, можно записать выражения для расчета коэффициентов пропускания T и отражения R , которые вычисляются как отношение потоков энергии в прошедшей и отраженной волнах к потоку энергии в падающей волне. Они имеют вид

$$\begin{aligned}T &= \frac{|T_x| \cos \alpha + |T_y|}{|E_x| \cos \alpha + |E_y|}, \\ R &= \frac{|R_x| \cos \alpha + |R_y|}{|E_x| \cos \alpha + |E_y|},\end{aligned}$$

где T_x , T_y , R_x , R_y рассчитываются при заданных E_x , E_y по формулам, приведенным в [19,20]. Результаты расчета спектров отражения и пропускания АГММ приведены в работе [7].

Для решения практических задач моделируется структура из ГС и окружающих ее областей изотропного материала. В настоящей работе предлагается рассмотреть резонатор с идеально отражающими стенками, внутри которого расположен гипотетический АГММ толщиной h (рис. 5).

Характеристики излучения, распространяющегося в резонаторе, можно получить как собственные векторы произведения матриц передачи для среды резонатора (воздух или диэлектрик) $P_0(l_i)$ и матрицы Берремана для гиперболического слоя $P(h)$:

$$P_t = P_0(l_1 + l_2)P(h).$$

Собственные значения полученной итоговой матрицы P_t рассчитываются по формуле $\lambda_{ik} = \exp(i \cdot \kappa_{ik} \cdot L)$, где $L = l_1 + l_2 + h$. Произведя данный расчет, можно получить четыре собственных значения для обычных ($\kappa_{1,2}$) и необыкновенных ($\kappa_{3,4}$) волн в прямом

и обратном направлении. Условие $\text{Re}(\chi_{i,k} \cdot L) = 2\pi m$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ позволяет определить собственные волны в резонаторе. Мнимая часть собственного значения $\text{Im}(\chi_{i,k})$ характеризует возможное усиление в структуре. Следовательно, частота моды резонатора и интенсивность данной моды являются решениями уравнений

$$\text{Re}[\chi_i(k_z, E_0) = 0], \quad \text{Im}[\chi_i(k_z, E_0) = 0].$$

Спектральные зависимости действительной и мнимой частей логарифмов собственных значений определяют обыкновенные и необыкновенные собственные волны в структуре.

Рассчитав собственные значения и собственные векторы $E_x, H_y, E_y, -H_x$, можно вычислить усредненную по времени z -компоненту вектора Пойтинга S_z , зависящую от координаты z вследствие усиления (либо потерь), по формуле $S_z = E_x H_y^* - E_y H_x^*$. Знак перед вычисленными значениями z -компоненты вектора Пойтинга позволяет идентифицировать прямые и обратные волны. Кроме того, возможно определять, какие именно моды вносят вклад в „чистое“ усиление. Такие моды должны удовлетворять условиям $|\chi_i| > 1, S_z > 0$ или $|\chi_i| < 1, S_z < 0$.

Данный метод позволяет исследовать ключевые характеристики излучения, распространяющегося в ГС, в частности, анализировать спектры отражения, пропускания и поглощения, производить расчет зависимостей собственных значений матрицы передачи резонатора, характеризующих фазовую задержку на одном проходе по резонатору, идентифицировать интервалы частот, в которых исследуемая структура обладает максимальным усилением, определять частоту генерации волны, а также рассчитывать зависимости компонент вектора Пойтинга, позволяющего контролировать потоки энергии внутри структуры, от частоты в линейном режиме.

4. Примеры применения метода

Представленный метод позволяет проводить теоретическое исследование основных характеристик распространения волн как в самом гиперболическом слое, так и в резонаторе, содержащем этот слой.

Зная требуемые диапазоны частот (определяемые посредством зависимости эффективной диэлектрической проницаемости от частоты), можно рассчитать собственные значения матрицы передачи и исследовать различные типы волн в структуре. Так, два из четырех (полученных в рамках данной теории) собственных значений соответствуют прямой и обратной обыкновенным волнам, и два — прямой и обратной необыкновенным волнам. Строя графики зависимости собственных значений матрицы от частоты, можно оценить число обыкновенных и необыкновенных волн в структуре. Выявлено, что вклад в усиливающие свойства ГС вносят

именно необыкновенные волны, число которых многократно возрастает при соответствующем подборе параметров ГММ и резонатора [21]. Так, представленный здесь АГММ позволяет значительно увеличить число необыкновенных мод посредством угла наклона оптической оси, который также является углом наклона слоев ГС относительно ее внешних границ. Значения угла наклона слоев выбираются в каждом конкретном случае так, чтобы падающая на АГММ волна претерпевала минимальное отражение. На следующем шаге для каждого конкретного типа материала подбираются общая длина и период АГММ, диаметр стержней (или толщина слоев) и параметры резонатора, в котором он расположен. Рассчитывая указанные характеристики, можно определить оптимальный для каждого случая, угол падения излучения на структуру при котором будут наблюдаться прогнозируемые эффекты.

Для демонстрации представлены результаты расчетов собственных волн сложного резонатора, содержащего оба типа АГММ: проволочную и слоистую структуру. Углы наклона слоев, как и другие параметры, для данных конкретных примеров имеют различные значения. Приведенные здесь виды ГС имеют различное применение, полученные для каждого типа результаты не сравниваются.

4.1. Резонатор, содержащий АГММ на основании проволочной среды

Мы исследовали АГММ различных конфигураций и состоящие из компонент различных материалов. Использование того или иного типа АГММ для решения конкретной задачи выбрано нами в результате предварительной всесторонней оценки его свойств. Для генерации теплового излучения наиболее перспективным является сложносоставной резонатор, содержащий АГММ на основании проволочной среды. В качестве металла на основании селекции, выполненной авторами, выбрано золото. Золотые стержни периодически упорядочены в стекле в виде квадратной решетки. На рис. 6 представлены зависимости действительной и мнимой частей каждого собственного значения от z -компоненты волнового вектора k_z . В качестве материала, заполняющего резонатор, взят диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_h = \epsilon_{||} = 3$. Такая структура обладает способностью накапливать тепловое излучение в количестве, превышающем предел Планка.

Для доказательства эффективности использования именно ассиметричной гиперболической структуры продемонстрированы результаты для двух различных значений угла ориентации оптической оси: $\theta \approx 0$ соответствует структуре без асимметрии, в которой наблюдаются только две обыкновенные волны (рис. 6, *b*), и $\theta \approx \pi/3$ соответствует ассиметричной гиперболической структуре, в которой число мод, а именно необыкновенных волн, многократно увеличивается (рис. 6, *a*). Определено, что ГС, у которой слои (стержни) расположены под углом

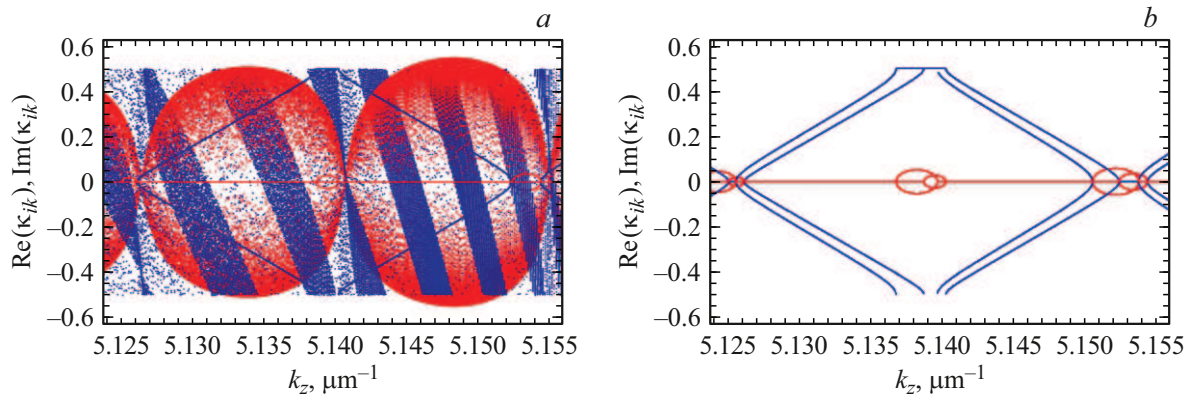


Рис. 6. Зависимость действительных (синие кривые) и мнимых (красные кривые) частей собственных значений обыкновенных $\chi_{1,2}$ и необыкновенных $\chi_{3,4}$ волн от z -компоненты волнового вектора. $l_1 = 100 \mu\text{m}$, $l_2 = 120 \mu\text{m}$, $h = 1 \mu\text{m}$, $d_m = 33 \text{ nm}$, $D = 70 \text{ nm}$; $k_x = \text{tg}(\alpha)k_z$, $k_y = 0$, $\varepsilon_n = \varepsilon_{||} = 3$. $a - \theta \approx \pi/3$, $b - \theta = 0$.

относительно внешних границ, позволяет не только накапливать высокую плотность фотонных состояний внутри, но и выводить накопленную энергию во внешнее пространство.

Предложенная теория позволяет также провести оценку плотности фотонных состояний в сложном резонаторе, содержащем АГММ, и определить влияние изменения угла ориентации оптической оси θ на плотность фотонных состояний в структуре. В предыдущих работах мы показали, что при синхронном подборе всех параметров АГММ и резонатора возможно достичь эффективного увеличения плотности фотонных состояний в воздушных (изотропных) областях резонатора [7,21].

Таким образом, на основании предложенной теории, возможно исследовать особенности распространения излучения в резонаторе, содержащем ГС, с целью оценки возможности использования такой структуры в качестве элементной базы в приборах нанофотоники. В частности, АГММ на основании тонких проволок золота, периодически упорядоченных в диэлектрической матрице, может иметь применение в качестве компонентной базы приборов, работающих в оптическом диапазоне частот, что открывает возможности создания новых типов источников когерентного и направленного теплового излучения.

4.2. Резонатор, содержащий АГММ на основании многослойной структуры

В качестве многослойной плоскопараллельной структуры рассмотрен АГММ, состоящий из слоев инвертированного графена, периодически упорядоченных в полупроводниковой матрице. Данный тип структуры перспективен для создания источников излучения в терагерцевом диапазоне частот. Расчеты выполнены с учетом динамических характеристик графена и карбида кремния [7]. Полученные зависимости четырех собственных значений для обыкновенных и необыкновенных волн в

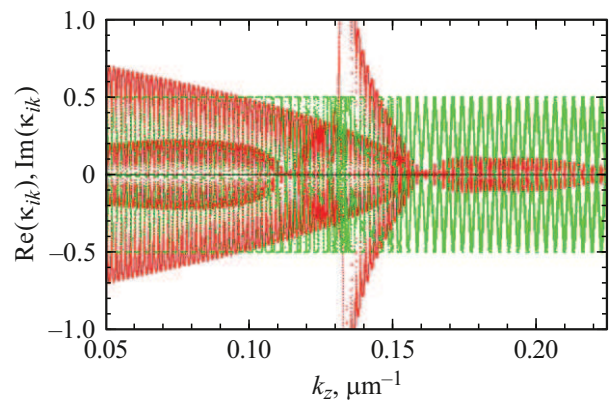


Рис. 7. Собственные значения χ_i матрицы P_i в зависимости от k_z в диапазоне частот 2–12 THz ($0.051 < k_z < 0.225$). $\text{Re}(\chi_{i,k})$ — зеленые кривые, $\text{Im}(\chi_{i,k})$ — красные кривые; $l = 1320 \mu\text{m}$, $h = 5 \mu\text{m}$, $d = 30 \text{ nm}$, углы Эйлера — $\varphi = \pi/2$, $\psi = 0$, $\theta = 55^\circ$. Угол падения излучения на АГММ $\alpha = 15^\circ$; $E_F = 25 \text{ meV}$, $T = 300 \text{ K}$, $\tau = 10^{-12} \text{ s}$.

прямом и обратном направлениях позволяют определить зону усиления ТГц-волны, а также частоту ее генерации. Основной вклад в усиление ТГц-излучения вносят необыкновенные моды [21]. Развивая данную теорию, мы предложили способ учета эффекта насыщения усиления в графене. Однако данная процедура применима только для данного типа АГММ, вследствие чего не включается в изложенный в работе метод.

Таким образом, на основании предложенной теории возможно производить расчет зависимостей собственных значений матрицы передачи резонатора, характеризующих фазовую задержку на одном проходе по резонатору, от частоты в линейном режиме. Представленные спектральные зависимости действительной и мнимой частей логарифмов собственных значений позволяют определить обыкновенные и необыкновенные собственные волны в резонаторе (рис. 7). Вклад в лазерные

осцилляции могут вносить как все четыре волны, так и три, две или только одна из указанных волн. Значения мнимой части собственного значения $\text{Im}(\kappa_i)$ характеризуют усиление в структуре. Потери моделировались посредством комплексной диэлектрической проницаемости среды резонатора за пределами АГММ. Введение потерь внутри резонатора позволяет избежать необходимости наложения граничных условий. Обнаружено, что усиление в исследуемой структуре значительно превышает уровень потерь за счет присутствия АГММ данного типа, что позволяет многократно увеличить число необыкновенных мод в резонаторе. В данном примере показана возможность генерации THz-излучения в одномодовом режиме. Результаты, полученные с помощью описанного метода для многослойной структуры на основании графена, могут быть использованы при моделировании устройств для генерации излучения в терагерцевом диапазоне частот.

Заключение

Представленный метод позволяет изучать характеристики распространения оптического и терагерцевого излучений в АГММ при произвольном угле падения на структуру с учетом анизотропии среды. Предложенный способ расчета эффективен для численного моделирования физических процессов в наиболее часто исследуемых типах ГММ при замене их параметров. На основании предложенной теории возможно исследовать ключевые характеристики излучения, распространяющегося в АГММ, в частности, анализировать спектры отражения, пропускания и поглощения, производить расчет зависимостей собственных значений матрицы передачи резонатора, характеризующих фазовую задержку на одном проходе по резонатору, оценивать значения плотности фотонных состояний, идентифицировать интервалы частот, в которых исследуемая структура обладает максимальным усилением, определять частоту генерации волны, а также рассчитывать компоненты вектора Пойтинга, позволяющего контролировать потоки энергии внутри структуры, от частоты в линейном режиме. Использование описанного метода позволяет существенно упростить оценку свойств и возможностей различных типов ГММ с целью применения их в компонентных базах для создания устройств, позволяющих генерировать и обрабатывать излучение в оптическом и терагерцевом диапазонах частот.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Н.Н. Щитов. Фотоника, **13** (8), 750 (2019). DOI: 10.22184/1993-7296.FRos.2019.13.8.750.759
- [2] Ю.В. Гуляев, А.Н. Лагарьков, С.А. Никитов. Вестник РАН, **78** (5), 438 (2008).
- [3] С.Н. Петров. *Фундаментальные основы метаматериалов и их применение в оптике* (Уральский ун-т, Екатеринбург, 2018)
- [4] И.П. Сидоров. *Оптические и акустические метаматериалы: свойства и применения* (Наука, СПб., 2017)
- [5] I. Smolyaninov, V.N. Smolyaninova. Solid-State Electron., **136**, 102 (2017). DOI: 10.1016/j.sse.2017.06.022
- [6] М.В. Давидович. УФН, **189** (12), 1249 (2019). DOI: 10.3367/UFNr.2019.08.038643
- [7] О.Н. Козина, Л.А. Мельников. Известия Саратовского ун-та. Новая серия. Серия Физика, **19** (2), 122 (2019). DOI: 10.18500/1817-3020-2019-19-2-122-131
- [8] Ф.И. Федоров. *Оптика анизотропных сред* (АН БССР, Минск, 1958)
- [9] L. Felsen, N. Marcuvitz. *Radiation and scattering of waves* (A John Wiley & Sons, Inc, NY., 1973)
- [10] J. Sun, J. Zhou, B. Li, F. Kang. Appl. Phys. Lett., **98** (10), 101901 (2011). DOI: 10.1063/1.3562033
- [11] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov, Yu. Kivshar. Nature Photon., **7**, 958 (2013).
- [12] I.S. Nefedov, C.A. Valaginnopoulos, L.A. Melnikov. J. Opt., **15**, 114003 (2013). DOI: 10.1088/2040-8978/15/11/114003
- [13] V. Iorsh, I.S. Mukhin, I.V. Shadrivov, P.A. Belov, Y.S. Kivshar. Phys. Rev. B, **87**, 075416 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevB.87.075416
- [14] C.R. Simovski, P.A. Belov, A.V. Atrashchenko, Y.S. Kivshar. Adv. Mater., **24**, 4229 (2012).
- [15] С.М. Рытов. ЖЭТФ, **29**, 5 (1955).
- [16] C.L. Cortes, Z. Jakob. Phys. Rev. B, **88**, 045407 (2013).
- [17] P.B. Johnson, R.W. Christy. Phys. Rev. B, **6**, 4370 (1972).
- [18] A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin, V. Mitin, T. Otsuji, V.J. Ryzhii. Phys. Condens. Matter, **23**, 145302 (2011). DOI: 10.1088/0953-8984/23/14/145302
- [19] D.W. Berreman. J. Opt. Soc. Am., **62** (4), 1157 (1972).
- [20] D.A. Yakovlev, V.G. Chigrinov. *Modeling and Optimization of the LCD Optical Performance* (Wiley, London, 2015)
- [21] О.Н. Козина, Л.А. Мельников. Радиотехника и электроника, **67** (10), 1058 (2022). DOI: 10.31857/S0033849422100060