14

Использование главных компонент поперечных аберраций волнового фронта в модельно-ориентированных алгоритмах управления для адаптивной оптики

© Д.А. Ягнятинский[1], А.П. Кузнецов[2]

[1] Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН,
Томск, Россия
[2] НИЯУ МИФИ,
Москва, Россия

e-mail: lambsky@yandex.ru

Поступила в редакцию 02.09.2025 г.
В окончательной редакции 16.11.2025 г.
Принята к публикации 23.01.2026 г.

Для модельно-ориентированных алгоритмов адаптивной оптики, работающих на основе измерения среднеквадратического радиуса фокального пятна на датчике интенсивности, предложено использовать в качестве мод управления главные компоненты поперечных аберраций волнового фронта — функции Карунена-Лоэва-Люкоса, соответствующие заданной статистике фазовых искажений. Выбран пример колмогоровской модели турбулентности оптической среды. С помощью численного моделирования произведено сравнение работы алгоритмов для двух базисов мод управления: полиномов Люкоса и функций Карунена-Лоэва-Люкоса. Показано, что использование в алгоритмах мод Карунена-Лоэва-Люкоса по сравнению с модами Люкоса позволяет статистически уменьшить среднеквадратическое отклонение волнового фронта и улучшить параметры фокусировки лазерного излучения. Обнаружено, что при апертурном зондировании коэффициенты при модах Карунена-Лоэва-Люкоса определяются точнее, чем при модах Люкоса. Результаты получены для случаев работы идеального корректора и оптимизированных моделей деформируемых зеркал на стрежневых пьезоприводах.

Ключевые слова: адаптивная оптика, алгоритмы управления, среднеквадратический радиус фокального пятна, аберрации, колмогоровская модель турбулентности, полиномы Люкоса, функции Карунена-Лоэва-Люкоса, деформируемое зеркало.

DOI: 10.61011/OS.2026.02.62696.8529-25

Введение

Среди алгоритмов управления для адаптивных оптических систем (АОС), реализующих метод апертурного зондирования [1,2], по принципу работы, обычно выделяют две основные категории [3] — алгоритмы слепого поиска и алгоритмы детерминированного поиска, основанные на физических свойствах модели оптической системы. (По мнению авторов, сейчас уже можно выделить третью категорию алгоритмов — основанных на использовании нейросетей, но на этом мы здесь не будем останавливаться.) Алгоритмы слепого поиска, не учитывающие особенностей модели АОС — „model-free“, появились раньше. Со временем образовалось большое их количество различных типов, в частности [4–11]. Важной альтернативой этим алгоритмам являются модельно-ориентированные алгоритмы „model-based“, которые в качестве целевой функции (критерия оптимизации) используют среднеквадратический радиус (СКР) фокального пятна на датчике интенсивности [12–19]. Основным преимуществом таких алгоритмов по своему теоретическому построению является рекордно малое количество пробных возмущений, необходимых для измерения формы волнового фронта. В этих алгоритмах определяются неизвестные аберрационные коэффициенты в заданном модовом базисе. Сделаем замечание, что так как в АОС больше времени уходит на подачу команд корректору и отработку им целевой пространственной формы, то мы характеризуем алгоритмы именно количеством итераций, связанных с воздействием на деформируемое зеркало, а не числом измерений на датчике интенсивности, как обычно указывается в работах по данной теме [12–17,19,20]. Численное моделирование и проведенные эксперименты показывают [20,16], что модельно-ориентированные алгоритмы могут быть более эффективными для коррекции волнового фронта оптического излучения, чем алгоритмы слепого поиска.

На рис. 1 представлена характерная схема работы АОС по алгоритму апертурного зондирования в режиме обратной связи. Входящее излучение содержит искаженный волновой фронт, который падает на апертуру деформируемого зеркала. Далее с помощью светоделителя излучение разделяется на два пучка. Один из пучков остается в контуре управления — пройдя объектив 1, он поступает на фотодетектор, регистрирующий распределение интенсивности в фокальном пятне. На деформируемое зеркало подаются пробные возмущения в виде

базисных мод аберраций и по критерию уменьшения СКР формируются управляющие сигналы для следующей итерации. В результате за некоторое количество таких итераций зеркало приобретает пространственную форму, близкую к сопряженной входящему волновому фронту. Пучок, выходящий после светоделителя из контура управления и имеющий скорректированный волновой фронт, можно использовать для фокусировки на объекте с помощью объектива 2.

В рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмах для подачи пробных возмущений применяются специальные моды управления, которые обладают свойством ортогональности градиентов на выбранной апертуре. Данное свойство обеспечивает независимость влияния базисных мод на СКР фокального пятна и позволяет корректировать их с высокой точностью независимо друг от друга — при этом отсутствует известная для многих алгоритмов апертурного зондирования „$2N\pi$-проблема“ [21], когда система оказывается в состоянии, где критерий оптимизации имеет локальный экстремум (чаще всего такая проблема характерна для числа Штреля). Модельно-ориентированные алгоритмы реализуют модальное управление, при этом моды как факторы независимо влияют на критерий оптимизации, что позволяет решить проблему локальных экстремумов.

Среди мод для представления волнового фронта, имеющих ортогональные градиенты, чаще всего используют полиномы Люкоса (L) [22,23], которые помимо указанного выше свойства являются еще и сбалансированными с точки зрения минимальной дисперсии своих поперечных (лучевых) аберраций [24]. В работе [25] данные полиномы были трансформированы в другие базисные моды — функции Карунена-Лоэва-Люкоса (LKL), которые являются главными компонентами геометрических поперечных аберраций волновых фронтов при заданной статистике фазовых искажений. Полученные новые функции сохраняют ключевое свойство ортогональности своих градиентов и поэтому могут быть использованы в модельно-ориентированных алгоритмах как полиномы Люкоса. В отличие от работы [25] мы здесь берем для сравнения модальной коррекции только две системы базисных мод — L и LKL, так как другие распространенные базисы не удовлетворяют условию ортогональности градиентов.

Отличительной особенностью мод LKL, как было указано в [25], является то, что при их вычитании из исходного волнового фронта статистически минимизируется СКР, т. е. оптимизационный критерий в рассматриваемых нами модельно-ориентированных алгоритмах. Целью настоящей работы является продемонстрировать преимущество использования функций Карунена-Лоэва-Люкоса перед полиномами Люкоса в данных алгоритмах. Как и в [25] мы рассматриваем статистику фазовых искажений, соответствующих колмогоровскому спектру турбулентной атмосферы [26,27] (соответствующие волновые фронты и турбулентность будем для краткости называть „колмогоровскими“, как часто принято в разговорной речи и литературе [27]); данная модель искажений волнового фронта во многих практических случаях близко соответствует реальным атмосферным условиям, хотя и имеет свои ограничения [27].

1. Математическое описание модельно-ориентированных алгоритмов, минимизирующих среднеквадратический радиус фокального пятна

Пусть имеется лазерный пучок без аподизации с длиной волны λ и некоторым волновым фронтом, который мы разложим (в единицах фазы) по полиномам Люкоса $\{L_j\}$ с аберрационными коэффициентами $\{b_j\}$:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{\infty} b_j L_j. \tag{1}$$

Известно, что для базисных мод $\{L_j\}$ выполняется следующее свойство [15]:

$$\iint\limits_{O_1} \nabla L_j \nabla L_{j'} d\sigma = \pi \delta_{jj'}, \tag{2}$$

где O_1 — круг единичного радиуса (поперечные координаты нормированы соответствующим образом), ∇ — оператор градиента, δ — дельта-символ Кронекера. Тогда для круглой апертуры в приближении геометрической оптики справедлива формула для СКР фокального пятна R, выраженного через аберрационные коэффициенты Люкоса $\{b_j\}$ [28]:

$$R^2 = \frac{foc^2 \lambda^2}{\pi^2 D^2} \sum_{j=4}^{\infty} b_j^2, \tag{3}$$

где foc — фокусное расстояние линзы, D — диаметр апертуры. На основе данного соотношения с помощью модельно-ориентированных алгоритмов, реализующих пробные возмущения волнового фронта каждой из базисных мод Люкоса, можно измерять коэффициенты Люкоса неизвестного волнового фронта. Если в алгоритме при зондировании данной аберрации L_{j0} использовать два пробных возмущения, т. е. добавлять в волновой фронт компоненты $+\varepsilon_0 L_{j0}$ и $-\varepsilon_0 L_{j0}$ (ε_0 — коэффициент пробного возмущения), то неизвестный аберрационный коэффициент b_{j0} вычисляется по формуле

$$b_{j0} = \frac{R_+^2 - R_-^2}{R_+^2 + R_-^2 - 2R_0^2} \frac{\varepsilon_0}{2}, \tag{4}$$

где R_0^2, R_+^2, R_-^2 — квадраты СКР фокального пятна при исходном волновом фронте и после подачи пробного возмущения в положительном и отрицательном направлениях соответственно. Если в алгоритме для зондирования выбранной аберрации использовать одно пробное

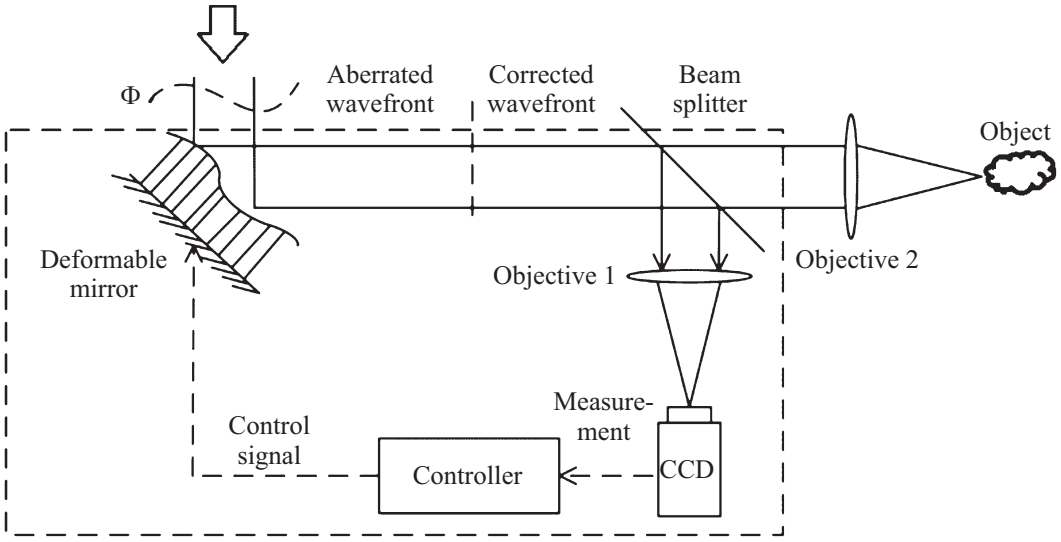

Рис. 1. Пример схемы АОС для работы модельно-ориентированных алгоритмов.

возмущение волнового фронта $\varepsilon_0 L_{j0}$, после которого радиус пятна равен R, то соответственно неизвестный коэффициент b_{j0} можно найти по формуле

$$b_{jo} = \frac{\pi^2 D^2}{2\lambda^2 foc^2 \varepsilon_0}(R^2 - R_0^2) - \frac{\varepsilon_0}{2}. \qquad (5)$$

Различие между вычислениями по формулам (4) и (5) заключается в том, что во втором случае в определяющем выражении присутствуют параметры оптической системы, а в первом случае — нет. В выражение (4) опосредованно входит только длина волны излучения, чтобы знать как соотносится прогиб корректора в единицах длины с прогибом волнового фронта в единицах фазы. Алгоритм с двумя пробными возмущениями позволяет исключить из расчетов диаметр апертуры и фокусное расстояние объектива. Алгоритм с одним пробным возмущением с использованием формулы (5) предпочтителен для максимально быстрой работы АОС в условиях динамических аберраций [17,29].

Таким образом, свойство полиномов Люкоса (2) позволяет использовать соотношение (3) для реализации алгоритма пробных возмущений с расчетом аберрационных коэффициентов по формулам (4) и (5). Ясно, что для любых других систем базисных мод, обладающих свойством (2), соотношение (3) также выполняется, поэтому в данных модельно-ориентированных алгоритмах можно переходить и к другим базисам. Запишем волновой фронт (1) в базисе функций Карунена-Лоэва-Люкоса $\{\Lambda_j\}$ через соответствующие аберрационные коэффициенты $\{\beta_j\}$:

$$\Phi = \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \Lambda_j. \qquad (6)$$

Тогда формула (3) будет верна, если произвести замену $b_j \to \beta_j$, а формулы (4), (5) будут справедливы для коэффициента Карунена-Лоэва-Люкоса β_{j0} при выбранной амплитуде пробного возмущения E_0 (если произвести замену $\varepsilon_0 \to E_0$).

Ниже на основе численного моделирования будет произведено сравнение работы модельно-ориентированных алгоритмов, работающих по двум управляющим модам: полиномам L и функциям $LKL(\Lambda)$. Будут рассмотрены два типа таких алгоритмов: быстрые [15–17] с вычислением неизвестных коэффициентов при аберрациях по формулам (4), (5) и алгоритм последовательной коррекции без вычислений аберрационных коэффициентов по каким-либо формулам [18] (в режиме с одной глобальной итерацией). Последний алгоритм тоже позволяет измерить эти коэффициенты с некоторой точностью (будем называть этот алгоритм просто „алгоритмом последовательной коррекции“ (АПК)). Напомним, что в текущем варианте алгоритма последовательной коррекции значение пробного возмущения ε_0 (или E_0) уменьшается с каждым следующим шагом в 2 раза — значит, для глубины поиска (depth), например 3, определяемые аберрационные коэффициенты будут иметь одно из следующих значений: ε_0, $1.5\varepsilon_0/0.5\varepsilon_0$, $1.75\varepsilon_0/1.25\varepsilon_0/0.75\varepsilon_0/0.25\varepsilon_0$, 0.

Отметим, что быстрые алгоритмы будут смоделированы в так называемом „синхронном режиме“ (тоже с последовательной коррекцией) [16,17], когда каждая аберрация корректируется сразу после ее измерения. То есть для каждой моды количество итераций на одну увеличивается. Поэтому данные алгоритмы можно называть быстрыми алгоритмами „2N“ и „3N“ [29]. Такой режим работы больше подходит для практического применения алгоритмов в случае динамических аберраций, что актуально, в частности, для колмогоровской турбулентности [17]. Тем не менее мы представим результаты моделирования в приближении статических фазовых экранов, имеющих колмогоровский спектр прогиба (что также сделано в первой части работы [17]). Это соответствует предельной степени возможной коррекции

волновых фронтов при сверхвысокоскоростной АОС. Расчеты будут произведены для случаев идеального корректора волнового фронта и реальных корректоров — выбранных оптимизированных моделей деформируемых зеркал на стержневых пьезоприводах [30]: одни зеркала будут иметь достаточно высокое пространственное разрешение, другие — более низкое. В отличие от нашей более ранней работы [18], где использовалось геометрооптическое приближение с точечной диаграммой лучей, фокальное пятно здесь будет моделироваться в приближении волновой оптики (как и в [25]). Представленные результаты будут содержать значения достижимых СКО волнового фронта и выбранных параметров фокусировки лазерного излучения по сравнению с исходными значениями, а также ошибки определения аберрационных коэффициентов.

2. Численное моделирование работы алгоритмов по модам Люкоса и Карунена-Лоэва-Люкоса с идеальным корректором

Рассмотрим задачу коррекции волнового фронта с помощью модельно-ориентированных алгоритмов. В данном разделе мы будем считать, что корректор является идеальным, т. е. точно воспроизводит целевые аберрации без какой-либо ошибки и мгновенно без переходных процессов, в реальности развивающихся при колебаниях отражающей поверхности зеркала [31]. Исходные данные представляют собой, как в [25], выборку из 2000 волновых фронтов, статистика фазовых искажений которых подчиняется выбранной колмогоровской модели (соответствие статистики выборки по отношению к теоретической модели подтверждено анализом структурной функции — по методу из [32]). Будем для удобства рассматривать волновые фронты с вычтенными наклонами Люкоса (модами $2, 3$). В теории это не влияет на результат коррекции, так как по алгоритмам корректируются моды, начиная со второго порядка, и отсутствие глобальных наклонов не повлияет на структуру фокального пятна [26]. Выберем уровень турбулентности $k = D/r_0 = 10$ (D — диаметр выбранной круговой апертуры, r_0 — параметр Фрида [26]). В качестве модели рабочей области датчика интенсивности (region of interest — ROI) возьмем квадратную область в фокальной плоскости со стороной ~ 400 радиусов диска Эйри. Это гарантирует, что зона, где концентрируется бóльшая часть энергии ($> 98\,\%$, как рекомендуется для практических задач в [33]) всегда будет входить с большим запасом в данную область. Сделаем также важное замечание, о котором никогда не упоминалось в работах по данной теме: различные большие области для регистрации фокального пятна в данных алгоритмах можно использовать благодаря одинаковой асимптотике распределения интенсивности в дальней зоне независимо от формы волнового фронта на апертуре — при радиальном удалении в поперечном направлении от главной оптической оси [34]. Это значит, что в значение СКР фокального пятна при увеличении ROI для разных фазовых профилей будет добавляться одинаковая величина и в формулах (4), (5) при вычитании будет происходить уничтожение одинаковой добавки к R^2. Обратим внимание, что для большого выбранного ROI изменение оптимизационной функции R при зондировании очень незначительное, поэтому полученные результаты относятся к случаю идеальной CCD-камеры без каких-либо шумов и с высочайшим разрешением. Добавим, что результаты численного моделирования показали, что использование квадратной, а не обрезанной по кругу области, как это обычно берется [12–17,20], приводит к большей точности определения аберрационных коэффициентов.

При работе модельно-ориентированных алгоритмов рабочим параметром также является коэффициент пробных возмущений. Для быстрых алгоритмов ясно, что коэффициенты $\varepsilon_0(E_0)$ следует выбирать не сильно меньшими и не сильно бóльшими измеряемого коэффициента волнового фронта b_{j0} (β_{j0}). Модуль каждого аберрационного коэффициента при колмогоровской турбулентности подчиняется полунормальному распределению, так как сам коэффициент имеет нормальное распределение $N(0, \sigma^2)$. В связи с этим для зондирования каждого аберрационного коэффициента b_{j0} (β_{j0}) нами было выбрано значение коэффициента пробного возмущения $\varepsilon_0(E_0)$, равное медиане распределения $\sigma\sqrt{2}\mathrm{erf}^{-1}(1/2)$. Это соответствует статистически минимальной разности между модулем определяемого коэффициента и коэффициентом пробного возмущения (erf^{-1} — функция, обратная функции ошибок Гаусса). Для алгоритма последовательной коррекции [18] максимальное значение скорректированной аберрации соответствует удвоенному значению начального коэффициента пробного возмущения. Поэтому с учетом правила „трех сигм“ это начальное значение было взято равным 1.5σ (моделирование также показало, что результат при этом получается точнее, чем, например, для величины 1.0σ).

Так как в процессе выполнения алгоритмов определяются коэффициенты при зондируемых аберрациях волнового фронта, то имеет смысл показать среднюю абсолютную ошибку определения каждого аберрационного коэффициента, причем в единицах среднего значения этого коэффициента. Относительная ошибка здесь не является адекватной характеристикой, так как для малых аберрационных коэффициентов она может быть очень большой, но это почти не окажет влияния на свойства излучения. Также будем сравнивать результаты коррекции по разным вариациям алгоритмов, используя критерий СКО и критерии фокусировки как в [25]: пиковое St и осевое $St0$ — числа Штреля, мощность в диафрагме Эйри PIB (power-in-the-bucket), бета-фактор $\bar{\beta}$ (число дифракционных радиусов) [35] и СКР R.

На рис. 2, *a* и *b* представлены результаты для величины $\langle \Delta b_j \rangle$ в единицах $\langle |b_j| \rangle$ и величины $\langle \Delta \beta_j \rangle$ в

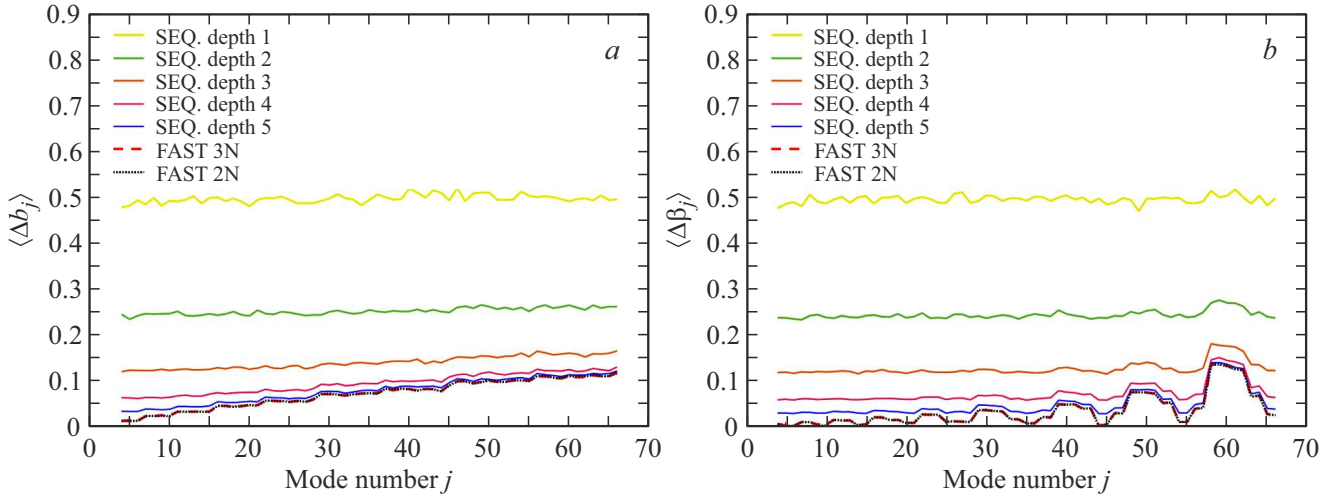

Рис. 2. Средняя абсолютная ошибка определения аберрационного коэффициента в единицах среднего значения его модуля при работе алгоритмов с идеальным корректором для каждой из базисных мод: для мод L (a), для мод LKL (b).

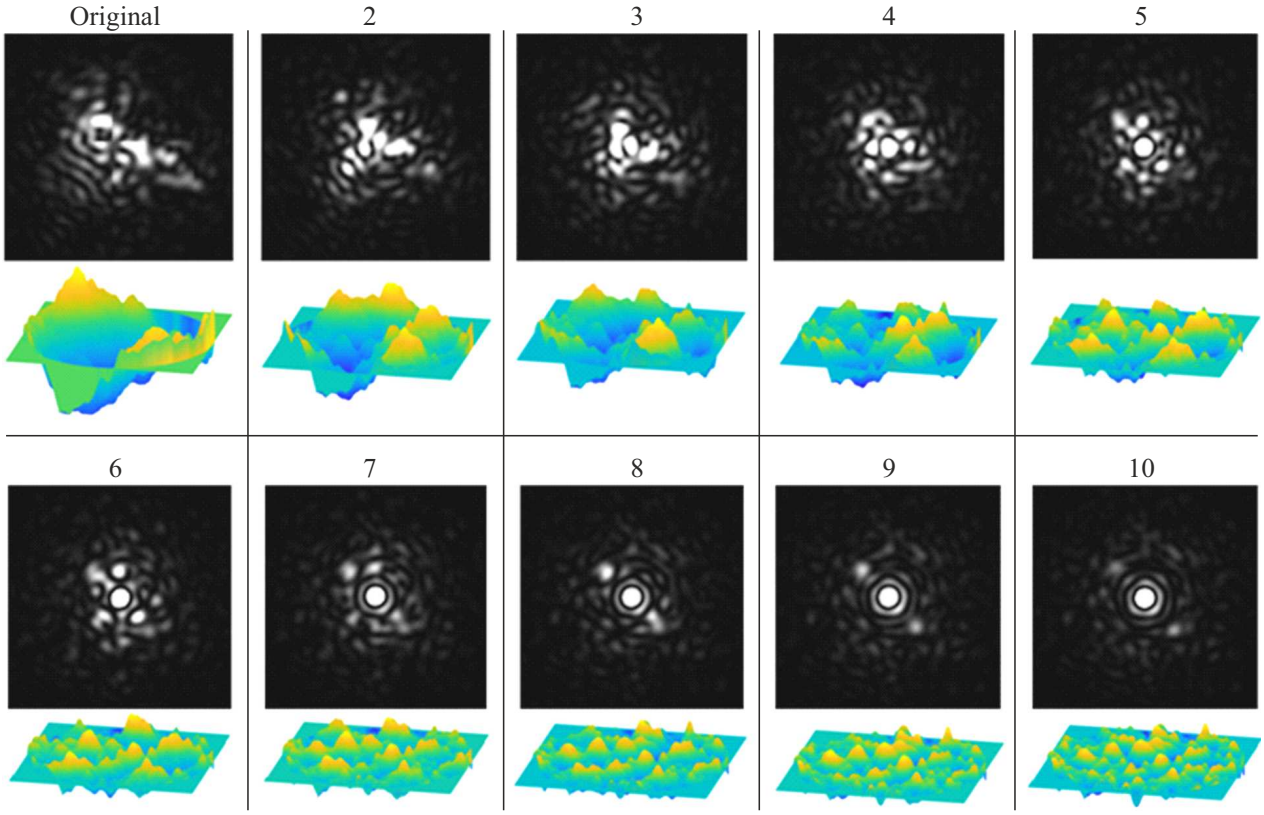

Рис. 3. Вид фокального пятна и профиль соответствующего волнового фронта в исходном состоянии и при каждом следующем указанном порядке модальной коррекции (со 2-го по 10-й).

единицах $\langle |\beta_j| \rangle$ соответственно — средней абсолютной погрешности определения аберрационного коэффициента для каждой базисной моды волнового фронта от 2-го до 10-го порядков (4–66 моды). Результаты приведены в единицах среднего значения модуля этого аберрационного коэффициента (равного $\sigma\sqrt{2/\pi}$ — при работе быстрых модельно-ориентированных алгоритмов (FAST 3N/2N) и алгоритма последовательной коррекции (SEQ. depth: 1,2,3,4,5) с идеальным корректором. Для небольшой глубины поиска точность алгоритма последовательной коррекции для мод L и LKL практически одинаковая и ошибка определения коэффициента

уменьшается в 2 раза с увеличением глубины поиска, а далее уже из-за дифракционных эффектов в фокальном пятне эффективность поиска снижается. Видно, что как для мод L, так и для мод LKL точность измерения аберрационных коэффициентов всегда выше у быстрых алгоритмов, хотя при увеличении глубины поиска алгоритм последовательной коррекции строго стремится по точности к быстрым. Можно отметить, что для работы по модам L ошибка определения коэффициента у быстрых алгоритмов возрастает при каждом следующем порядке аберраций. В случае работы по модам LKL рост ошибки определения коэффициента также имеет тенденцию повышаться для более высоких порядков. Для всех мод до 9-го порядка включительно аберрационные моды LKL измеряются точнее (лучше всего — астигматизмы и n-листники), чем моды L. Только у части мод 10-го порядка ошибки определения аберрационных коэффициентов при модах LKL оказались несколько выше, чем у мод L.

Для иллюстрации динамики изменения распределения интенсивности в фокальном пятне в процессе коррекции волнового фронта на рис. 3 представлена последовательность фокальных пятен (изображения в высоком контрасте) и профили соответствующих волновых фронтов при модальной коррекции: сами исходные пятна и фронт после каждого следующего порядка модальной коррекции (со 2-го по 10-й) — т. е. при коррекции 4–6 мод, 4–10 мод, 4–15 мод и т. д. до коррекции 4–66 мод.

Обратимся теперь к табл. 1, где приведены средние значения СКО волнового фронта и критериев фокусировки излучения в результате работы рассмотренных алгоритмов с идеальным корректором. Видно, что в зависимости от порядка модальной коррекции при использовании мод LKL по сравнению с модами L СКО скорректированного волнового фронта уменьшается на $\sim 10-15\,\%$, числа Штреля увеличиваются на $\sim 10-40\,\%$, мощность в диафрагме Эйри увеличивается на $\sim 15-45\,\%$, а бета-фактор уменьшается на $\sim 1\,\%$. Интересно отметить, что, как и было показано в [25], относительный выигрыш в значениях параметров фокусировки для данного уровня турбулентности (10) больше при модальной коррекции 4-го порядка, в то время как относительный выигрыш в СКО выше для модальной коррекции 7-го и 10-го порядков. Это является иллюстрацией свойства, отмеченного в [25] — корреляция между уменьшением СКО и улучшением параметров фокусировки не всегда является строго прямой. Что касается различия результатов рассмотренных быстрых алгоритмов 3N и 2N при работе идеального корректора, то можно сказать, что их фактически нет, а алгоритм последовательной коррекции (АПК) с глубиной поиска 5 дает чуть более худшие характеристики лазерного излучения. В табл. 1 даны эквиваленты английским терминам из рис. 2: АПК — SEQ, глубина — depth, быстрый алгоритм — FAST.

3. Выбор параметров и плана расположения приводов деформируемых зеркал для использования в модельно-ориентированных алгоритмах

Для того чтобы проиллюстрировать приближенный к практике случай работы модельно-ориентированных алгоритмов с реальными корректорами волнового фронта, выберем соответствующие модели деформируемых зеркал, исходя из некоторых целевых критериев и установленных ограничений. Будем задействовать в алгоритмах деформируемые зеркала на стрежневых пьезоприводах — такие зеркала часто используются для работы с мощным лазерным излучением, распространяющимся сквозь атмосферу [30,36], а также в установках для лазерного термоядерного синтеза [37]. Расчет функций влияния приводов зеркал для определения степени отработки базисных аберраций и последующего выбора оптимальных планов расположения приводов и размеров подложки будет выполнен с помощью метода, изложенного в [38].

Возьмем гексагональный план расположения приводов. Он нередко используется в деформируемых зеркалах (ДЗ), так как позволяет достичь достаточно высокого пространственного разрешения [36] и удобен для оптимизации, поскольку зависит только от одного параметра — расстояния между соседними приводами (pitch). Удалим 6 крайних угловых приводов (как, например, в [36]), так как при работе зеркала эти приводы часто дают слишком малый прогиб и не могут обеспечить достаточный динамический диапазон.

Пусть световая зона зеркала имеет диаметр 200 mm, шаг, с которым можно выбирать межприводное расстояние — 1 mm, а возможные диапазоны для диаметра и толщины подложки соответственно равны 200–300 mm и 3–5 mm. Будем рассматривать два варианта схемы расположения приводов: с 5 и 6 рядами — общее количество приводов 85 и 121 соответственно. Данный выбор обусловлен тем, что 121 привод позволяет зеркалу достаточно хорошо отрабатывать моды до 10-го порядка включительно, а 85 приводов уже плохо отрабатывают моды самых высоких из выбранных порядков. Это позволит увидеть в сравнении как ухудшается работа алгоритмов при ограничении пространственного разрешения зеркала.

Для сравнительного анализа работы алгоритмов по модам Люкоса и модам Карунена-Лоэва-Люкоса мы производим выбор плана расположения приводов соответственно, руководствуясь критерием более точной отработки данных пространственных форм зеркалом. Важно подчеркнуть, что если моды низкого порядка достаточно хорошо могут отрабатываться при выбранном количестве приводов зеркал для широкого диапазона межприводного расстояния при выбранной конфигурации (СКО

Таблица 1. Достигаемые СКО и параметры фокусировки лазерного излучения при работе рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмов с идеальным корректором

Уровень колмогоровской турбулентности $D/r_0 = 10$		$\langle$СКО$\rangle$, rad	$\langle St\rangle$	$\langle St0\rangle$	$\langle PIB\rangle$	$\langle\bar{\beta}\rangle$
Исходный волновой фронт		2.59	0.078	0.020	0.067	7.09
Коррекция мод L, идеальный корректор						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.224	0.222	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.512	0.512	0.420	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.62	0.683	0.682	0.564	5.62
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.225	0.224	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.515	0.515	0.422	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.61	0.687	0.687	0.566	5.62
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.225	0.223	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.514	0.514	0.421	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.61	0.686	0.686	0.565	5.62
Коррекция мод *LKL*, идеальный корректор						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.310	0.303	0.280	6.32
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.602	0.602	0.519	5.86
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.54	0.750	0.750	0.639	5.58
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.312	0.305	0.281	6.31
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.607	0.607	0.522	5.86
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.53	0.756	0.756	0.642	5.58
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.312	0.305	0.281	6.31
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.607	0.607	0.522	5.86
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.53	0.756	0.756	0.642	5.58

уменьшается почти всегда не менее, чем в 10 раз), то отработка высших мод (9–10 порядков) может критически зависеть от межприводного расстояния. При работе рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмов каждая отдельная базисная мода измеряется и сразу отрабатывается зеркалом. Поэтому если при зондировании аберрация высокого порядка будет измерена с большой ошибкой, то на следующей итерации вместо коррекции эта аберрация будет внесена в волновой фронт, причем с большой амплитудой. В связи с этим при оптимизации параметров ДЗ мы выбирали случаи, когда моды 9-го и 10-го порядков отрабатывались лучше всего. Результаты, полученные в следующем разделе, подтвердили, что выбранные модели ДЗ позволяют при работе модельно-ориентированных алгоритмов достичь значений СКО волнового фронта и параметров фокусировки лазерного излучения, близких к случаю использования идеального корректора.

При выборе плана расположения приводов весьма важно также учитывать динамический диапазон прогиба зеркал. Будем считать, что перед работой на зеркале задана начальная „серединная“ подставка (bias) из управляющих напряжений, такая, что зеркало может потом деформироваться в обе стороны с одинаковым прогибом. Учтем, что прогиб зеркала при сопряжении с прогибом волнового фронта должен быть в 2 раза меньше [39]. Зададим максимальный уровень турбулентности для колмогоровских волновых фронтов — выберем его равным $k_{\max} = 25$ (это часто является разумным пределом в теоретическом моделировании работы данных алгоритмов [14,20]). Также для установления соответствия фазового и измеряемого в единицах длины профилей волнового фронта выберем длину волны лазерного излучения равной $\lambda_0 = 1.053\,\mu$m. Такая длина волны часто используется, например, в установках для лазерного термоядерного синтеза [37]. Выберем долю динамического диапазона зеркала на исправление собственной начальной формы, равной 15 %. Это значение, характерное для зеркал рассматриваемого типа [36]. В качестве приводов зеркал возьмем актюаторы АПМ-2-7 [40] с уточненными значениями продольной жесткости, равной $K = 30\,\text{N}/\mu\text{m}$, и максимальной внутренней силой на растяжение, равной $F_0 = 1000\,\text{N}$. Дополнительно проверим, что при подаче пробных возмущений для волнового фронта условные напряжения на зеркалах также не выйдут за допустимые пределы. Исходя из правила „трех сигм“ проверим, что зеркало при данной длине волны способно отработать каждую аберрацию с коэффициентом $3\sigma k_{\max}^{5/6}$. Как и ожидалось, это условие оказалось значительно слабее, чем условие отработки всего колмогоровского волнового фронта.

В итоге в результате проведенных оптимизационных расчетов и установленных ограничений были разработаны 4 ДЗ на стрежневых пьезоприводах — два с

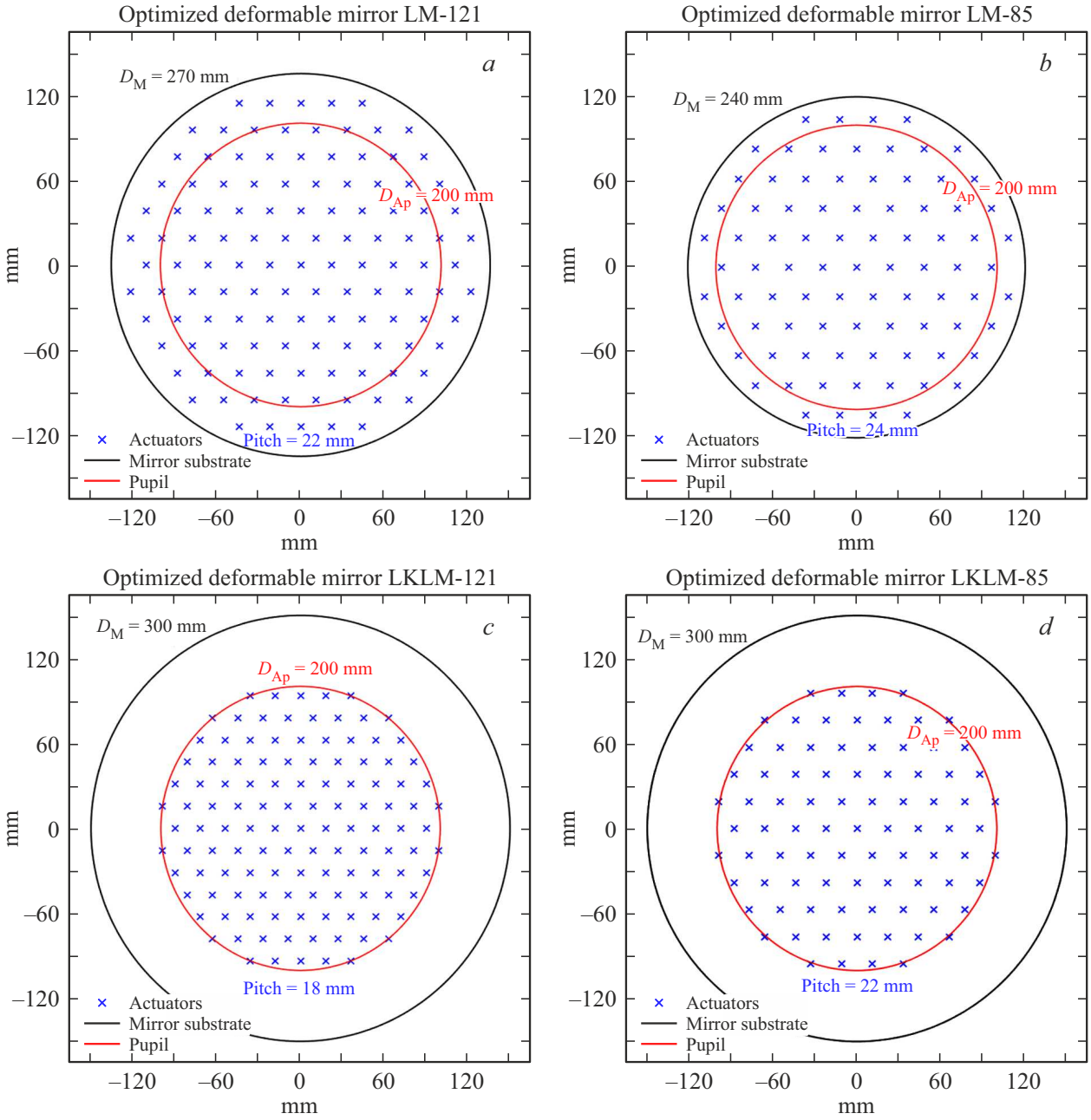

Рис. 4. Модели ДЗ для отработки мод *L* и *LKL* до 10-го порядка включительно.

числом приводов 121 и два с числом приводов 85. На рис. 4, *a* и *c* показаны оптимизированные модели зеркал — LM-121 и LKLM-121 — для более точной отработки полиномов Люкоса и функций Карунена-Лоэва-Люкоса соответственно. Подложка зеркала LM-121 имеет диаметр 270 mm и межприводное расстояние 22 mm. Подложка зеркала LKLM-121 имеет диаметр 300 mm и межприводное расстояние 18 mm. Две другие оптимизированные модели зеркал менее высокого разрешения — для отработки полиномов Люкоса и функций Карунена-Лоэва Люкоса соответственно — LM-85 и LKLM-85 — показаны на рис. 4, *b* и *d*. Подложка зеркала LM-85 имеет диаметр 240 mm и межприводное расстояние 24 mm. Подложка зеркала LKLM-85 имеет диаметр 300 mm и межприводное расстояние 22 mm. Толщины подложек всех зеркал для их большего возможного прогиба взяты равными 3 mm.

При нашем дальнейшем моделировании работы алгоритмов с выбранными ДЗ мы, как и в случае полностью идеального корректора, считаем, что зеркало отрабатывает заданные пространственные формы мгновенно без переходных колебательных процессов. Если дополнительно рассматривать допуск на минимальное значение первой частоты собственных колебаний

Таблица 2. Степень отработки деформируемыми зеркалами базисных аберраций (левая часть — при работе зеркал LM-121, LKLM-121; правая часть — при работе зеркал LM-85, LKLM-85)

№	$СКО_0$/СКО		№	$СКО_0$/СКО		№	$СКО_0$/СКО		№	$СКО_0$/СКО	
	Моды	Моды		Моды	Моды		Моды	Моды		Моды	Моды
	L	*LKL*		*L*	*LKL*		*L*	*LKL*		*L*	*LKL*
4	15729	832	37	15.1	28.8	4	509	598	37	5.1	11.6
5	27660	333	38	16.1	28.8	5	1640	269	38	5.2	11.6
6	27753	334	39	16.0	19.4	6	1650	270	39	5.1	8.7
7	2997	1922	40	22.1	20.9	7	193	867	40	5.7	8.8
8	2995	1924	41	22.0	21.0	8	193	866	41	5.7	8.8
9	5666	154	42	57.2	25.3	9	370	130	42	6.2	8.8
10	6495	278	43	103	25.3	10	384	177	43	10.2	8.8
11	818	589	44	58.3	23.7	11	56.0	254	44	10.8	9.0
12	992	156	45	58.2	25.7	12	70.3	98.3	45	10.8	9.2
13	987	157	46	8.2	17.4	13	69.8	98.6	46	4.4	6.5
14	2110	140	47	8.2	21.1	14	137	96.6	47	4.4	8.3
15	2100	140	48	9.6	10.6	15	136	96.4	48	4.7	4.5
16	200	187	49	9.3	10.6	16	24.0	107	49	4.0	4.5
17	200	187	50	13.0	10.4	17	24.0	107	50	4.5	4.5
18	445	101	51	13.0	13.3	18	35.4	59.6	51	4.5	4.5
19	424	77	52	15.7	14.5	19	31.2	43.8	52	5.3	4.8
20	913	103	53	15.7	14.5	20	61.5	58.8	53	5.3	4.8
21	915	103	54	35.9	14.7	21	61.4	58.8	54	5.4	5.2
22	78.2	79.4	55	36.7	14.7	22	11.8	41.5	55	11.8	5.2
23	83.2	97.6	56	5.0	12.7	23	12.9	39.0	56	4.9	4.7
24	83.6	97.6	57	5.2	12.7	24	13.0	39.0	57	4.5	4.7
25	217	62.1	58	5.2	5.9	25	18.2	29.8	58	4.5	2.4
26	218	89.6	59	6.2	6.1	26	18.3	40.8	59	3.9	2.5
27	722	62.6	60	6.2	6.1	27	58.2	29.8	60	3.9	2.5
28	390	62.6	61	10.6	6.7	28	24.5	29.8	61	3.5	2.6
29	30.7	37.3	62	7.1	6.7	29	7.1	18.9	62	4.1	2.6
30	30.7	37.2	63	9.6	8.7	30	7.1	18.9	63	4.0	3.3
31	43.2	50.8	64	9.7	8.7	31	7.3	18.4	64	4.0	3.3
32	38.7	44.1	65	24.2	9.1	32	9.4	16.6	65	4.7	3.3
33	118	44.2	66	24.3	9.1	33	11.2	19.5	66	4.7	3.3
34	118	44.2				34	11.2	19.5			
35	102	40.9				35	17.8	16.6			
36	102	40.9				36	17.8	16.6			

подложки зеркал, то в моделях зеркал LKLM-121 и LKLM-85 можно было бы выбрать меньший диаметр подложки, например, 240 mm — пространственное разрешение при этом ухудшится незначительно ($< 5\%$ для критерия $СКО_0$/СКО), так как внешняя по отношению к зоне приводов часть подложки очень слабо влияет на прогиб зеркала. В свою очередь, частота первой моды собственных колебаний при таком уменьшении диаметра подложки увеличивается более чем в 2 раза.

В табл. 2 для каждой рассматриваемой базисной моды (в нумерации Нолла для *L* [24] и соответствующей ей нумерации для *LKL* [25]) даны значения отношения $СКО_0$/СКО — во сколько раз уменьшается СКО профиля аберрации при отработке данными зеркалами соответствующих мод. Видно, что зеркала с 85 приводами сильно уступают зеркалам с 121 приводом по пространственному разрешению и поэтому в работе алгоритмов это должно себя проявить. В целом, моды *L* воспроизводятся зеркалом лучше мод *LKL*, но следует отметить, что для аберраций невысоких порядков (2)–(4) для всех зеркал можно говорить о практически идеальном воспроизведении форм аберраций как для полиномов Люкоса, так и для функций Карунена-Лоэва-Люкоса. В то же время следует подчеркнуть, что для мод более высоких порядков, но не запредельно высоких, т. е. где-то посередине целевых пространственных частот, нередко бывает так, что моды *LKL* отрабатываются лучше мод *L*.

Таблица 3. Достигаемые СКО и параметры фокусировки лазерного излучения при работе рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмов с зеркалами LM-121 и LKLM-121

Уровень колмогоровской турбулентности $D/r_0 = 10$		$\langle$СКО$\rangle$, rad	$\langle St \rangle$	$\langle St0 \rangle$	$\langle PIB \rangle$	$\langle \bar{\beta} \rangle$
Исходный волновой фронт		2.59	0.078	0.020	0.067	7.09
Коррекция мод *L*, зеркало LM-121						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.224	0.222	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.513	0.513	0.421	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.61	0.686	0.686	0.569	5.63
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.225	0.224	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.81	0.516	0.516	0.423	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.61	0.691	0.691	0.571	5.63
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.225	0.223	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.514	0.514	0.421	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.61	0.685	0.685	0.565	5.63
Коррекция мод *LKL*, зеркало LKLM-121						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.310	0.303	0.280	6.32
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.602	0.601	0.519	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.54	0.748	0.748	0.638	5.59
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.311	0.305	0.281	6.32
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.606	0.606	0.521	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.53	0.755	0.755	0.641	5.59
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.312	0.305	0.281	6.32
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.606	0.606	0.521	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.53	0.754	0.754	0.641	5.59

Таблица 4. Достигаемые СКО и параметры фокусировки лазерного излучения при работе рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмов с зеркалами LM-85 и LKLM-85

Уровень колмогоровской турбулентности $D/r_0 = 10$		$\langle$СКО$\rangle$, rad	$\langle St \rangle$	$\langle St0 \rangle$	$\langle PIB \rangle$	$\langle \bar{\beta} \rangle$
Исходный волновой фронт		2.59	0.078	0.020	0.067	7.09
Коррекция мод *L*, зеркало LM-85						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.23	0.227	0.225	0.197	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.81	0.520	0.520	0.430	5.95
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.63	0.673	0.673	0.561	5.67
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.23	0.228	0.226	0.198	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.81	0.523	0.523	0.431	5.95
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.63	0.676	0.676	0.562	5.67
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.24	0.225	0.223	0.195	6.38
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.82	0.512	0.512	0.419	5.96
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.63	0.670	0.670	0.555	5.68
Коррекция мод *LKL*, зеркало LKLM-85						
АПК, глубина 5	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.310	0.303	0.280	6.32
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.72	0.601	0.600	0.518	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.55	0.742	0.742	0.632	5.60
Быстрый алгоритм 3N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.311	0.305	0.281	6.31
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.605	0.605	0.520	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.54	0.748	0.748	0.636	5.59
Быстрый алгоритм 2N	Модальная коррекция 4-го порядка	1.10	0.311	0.305	0.281	6.31
	Модальная коррекция 7-го порядка	0.71	0.605	0.605	0.520	5.87
	Модальная коррекция 10-го порядка	0.54	0.748	0.748	0.635	5.59

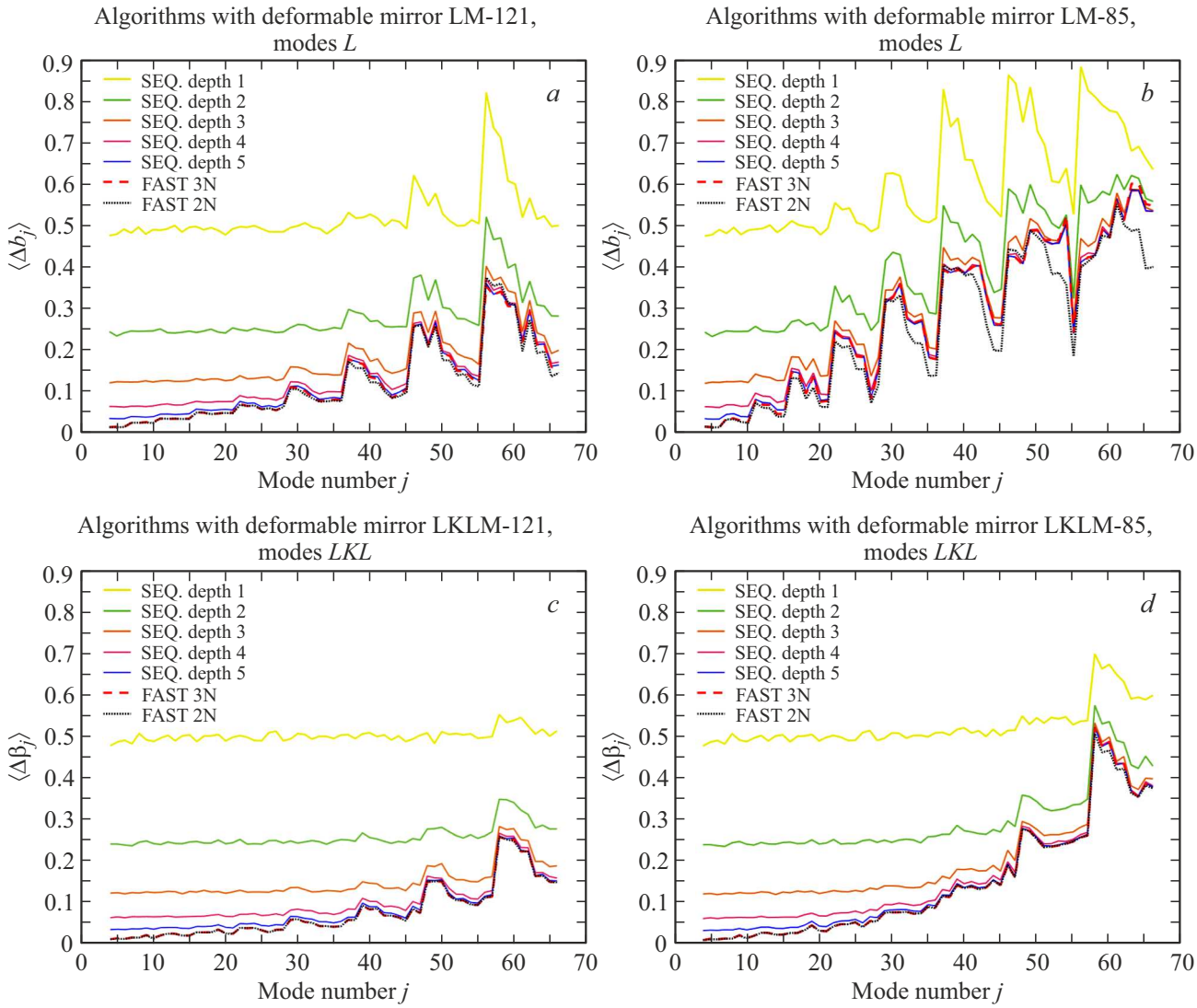

Рис. 5. Средняя приведенная абсолютная ошибка определения аберрационного коэффициента в единицах среднего значения его модуля при работе алгоритмов с выбранными ДЗ для каждой из базисных мод: для мод L (a, b), для мод LKL (c, d).

Поэтому при равном числе приводов с одинаковой конфигурацией их расположения некоторые моды LKL могут иметь преимущество в воспроизведении по сравнению с модами L.

4. Численное моделирование работы алгоритмов по модам Люкоса и Карунена-Лоэва-Люкоса с разработанными деформируемыми зеркалами

В данном разделе будут приведены результаты работы модельно-ориентированных алгоритмов для случая, когда в качестве корректора выступают разработанные выше модели ДЗ. Подчеркнем, что такое явление, как гистерезис [30,26], в нашем рассмотрении не учитывается. В реальности это может соответствовать использованию концепции приводов с обратной связью, хотя точность компенсации гистерезиса при этом будет ограничена.

На рис. 5, a, b и c, d представлены результаты для величин $\langle \Delta b_j \rangle$ в единицах $\langle |b_j| \rangle$ и $\langle \Delta \beta_j \rangle$ в единицах $\langle |\beta_j| \rangle$ соответственно. В каждом из случаев использовались ДЗ LM-121, LM-85 и LKLM-121, LKLM-85 при работе алгоритмов по модам L и LKL соответственно. Как и следовало ожидать по сравнению со случаем идеального корректора, точность определения аберрационных коэффициентов высоких порядков ухудшилась. Видна явная корреляция ошибки воспроизведения базисной аберрации и ошибки измерения ее аберрационного коэффициента. Заметим, что при работе по модам L для отдельных компонент (моды 56–60 для зеркала LM-121 и моды 29, 37–39, 46–49 для зеркала LM-85) точность алгоритма последовательной коррекции слегка превзошла, но не более чем на $\sim 2\,\%$, точность быстрого алгоритма 2N. Однако ни разу эта точность не оказалась

выше, чем у быстрого алгоритма 3N. Для коррекции волнового фронта по модам *LKL* быстрые алгоритмы всегда были точнее.

В табл. 3 и 4 приведены средние значения СКО волнового фронта и критериев фокусировки излучения в результате работы алгоритмов с выбранными ДЗ. Для зеркал со 121 приводом конечные СКО волновых фронтов за редчайшим исключением получились как при идеальном корректоре. Параметры фокусировки также почти не поменялись, причем для мод *L* в некоторых случаях даже чуть улучшились — это можно объяснить тем, что зеркало привнесло небольшую дополнительную аберрацию в волновой фронт при коррекции, и маленькие дополнительные локальные наклоны фронта оказались так ориентированы, что это обеспечило бóльшую синфазность вторичных волн и усилило конструктивную интерференцию в центре фокального пятна, увеличив числа Штреля и мощность в диафрагме, соответствующей диску Эйри. Для мод *LKL* такого не наблюдается, так как они представляют собой формы „со слабой высокочастотной волнистостью“, которая оптимальнее влияет на параметры фокусировки и должна быть точнее скорректирована без дополнительных заметных привнесенных искажений. Для зеркал с 85 приводами конечные СКО волновых фронтов получились уже чуть больше, чем в случае идеального корректора, но различие это очень мало — 0.5–3 %. Параметры фокусировки при использовании этих зеркал ухудшились в среднем на 0.5–2.5 %. Можно заключить, что указанные в табл. 2 характеристики зеркал LM-85 и LKLM-85 являются достаточным условием использования ДЗ для коррекции аберраций колмогоровских волновых фронтов не выше 10-го порядка с помощью рассматриваемых модельно-ориентированных алгоритмов.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены модельно-ориентированные алгоритмы, работающие на основе критерия СКР фокального пятна при заданной статистике фазовых искажений волнового фронта (колмогоровский спектр). В качестве мод управления взяты главные компоненты геометрических поперечных (лучевых) аберраций волнового фронта — функции Карунена-Лоэва-Люкоса, выведенные в [25]. Показано, что статистически использование новых мод аберраций в рассматриваемых алгоритмах при модальной коррекции волновых фронтов до 4-го, 7-го и 10-го порядков включительно при уровне турбулентности 10 позволяет улучшить характеристики лазерного излучения по сравнению с классическими модами. В частности, в зависимости от порядка модальной коррекции (4,7,10) достигнут остаточный средний СКО волнового фронта меньший на 10–15 % и повышены средние параметры фокусировки лазерного излучения — увеличена интенсивность в центре фокального пятна на 10–45 % и уменьшен на 1 % размер основного скопления мощности всего пятна (бета-фактор). Числовые значения достигаемых конечных параметров фокусировки в результате работы рассмотренных алгоритмов, приведенные в табл. 1, табл. 3 и табл. 4, различаются лишь на единицы процентов (максимум на 3.3 %, как правило, на 1–2 %) по сравнению со случаем идеальной модальной коррекции, для которого нами приведены данные в работе [25]. Это также свидетельствует о том, что выбор параметров ДЗ для данной конфигурации расположения приводов зеркал близок к оптимальному.

Приведена средняя абсолютная ошибка определения аберрационного коэффициента в единицах среднего статистического значения его модуля. Оказалось, что почти для всех базисных рассматриваемых аберраций — мод Люкоса *L* и мод Карунена-Лоэва-Люкоса *LKL* — для случаев идеального корректора и выбранных моделей деформируемых зеркал, коэффициенты при модах *LKL* измеряются точнее. Различие в точности измерения составляет обычно несколько единиц процентов, но иногда и 10–30 % (разница больше для зеркал невысокого разрешения). Это значит, что измерение мод *LKL* является более робастным при неидеальности корректора. Напомним также, что в [41] было предложено измерять отдельные аберрационные коэффициенты атмосферного волнового фронта с помощью данных модельно-ориентированных алгоритмов. Если с помощью этого получить зависимость отдельных аберраций волнового фронта от времени (как, например, изображено в одном примере из [42] (стр. 22)), то это позволило бы выявить их статистические закономерности. Результаты можно было бы использовать для прогнозирующих алгоритмов адаптивной оптики, реализующих модальную коррекцию (в том числе и для модельно-ориентированных алгоритмов [43]).

Сделаем важное замечание — повторно рассмотренный здесь после работы [18] алгоритм последовательной коррекции вопреки результатам, озвученным в [18], почти во всех случаях показал менее точные результаты коррекции волнового фронта. Можно пока лишь предположить, что если оптимизировать закон подачи пробных возмущений в алгоритме последовательной коррекции, то это может поднять не только его быстродействие, но и точность, особенно при использовании неидеального ДЗ.

Сравнение работы алгоритмов по модам Люкоса и модам Карунена-Лоэва-Люкоса показывает двойное преимущество последних — их коррекция существенно улучшает характеристики лазерного излучения и сами моды (аберрационные коэффициенты) измеряются с меньшей ошибкой. Недостатком мод *LKL* в сравнении с модами *L* можно считать их бóльшую частоту изменения во времени, что потребует высокую скорость работы оптико-электронных устройств, используемых в реальных АОС.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Э.А. Витриченко. *Адаптивная оптика. Сборник статей* (Мир, М., 1980).

[2] М.А. Воронцов, В.И. Шмальгаузен. *Принципы адаптивной оптики* (Наука, М., 1985).

[3] L. Ma, B. Wang, Y. Zhou, H. Yang. Proc. SPIE, **10457**, 1045711 (2017). DOI: 10.1117/12.2283378

[4] M.A. Vorontsov, V.P. Sivokon. J. Opt. Soc. Am. A, **15** (10), 2745 (1998). DOI: 10.1364/JOSAA.15.002745

[5] M. Segel, Sz. Gladysz. Opt. Expr., **29** (2), 408682 (2021). DOI: 10.1364/OE.408682

[6] В.А. Богачев, С.Г. Гаранин, Ф.А. Стариков, Р.А. Шнягин. Опт. атм. и океана, **29** (11), 934 (2016). DOI: 10.15372/AOO20161106 [V.A. Bogachev, S.G. Garanin, F.A. Starikov, R.A. Shnyagin. Atm. and Ocean. Opt., **30** (02), 191 (2017). DOI: 10.1134/S1024856017020051].

[7] Y. Liu, J. Ma, B. Li, J. Chu. Opt. Engineer., **52** (1), 016601 (2013). DOI: 10.1117/1.OE.52.1.016601

[8] P. Yang, B. Xu, W. Jiang. Front. Optoelectron. China, **1**, 263 (2008). DOI: 10.1007/s12200-008-0068-3

[9] S. Zommer, E.N. Ribak, S.G. Lipson, J. Adler. Opt. Lett., **31** (7), 939 (2006). DOI: 10.1364/OL.31.000939

[10] L. Dong, P. Yang, B. Xu. Appl. Phys. B., **96**, 527 (2009). DOI: 10.1007/s00340-009-3584-y

[11] R. Yazdani, M. Hajimahmoodzadeh, H.R. Fallah. Appl. Opt., **53** (1), 132 (2014). DOI: 10.1364/AO.53.000132

[12] M.J. Booth. Opt. Lett., **32** (1), 5 (2007). DOI: 10.1364/OL.32.000005

[13] H. Linhai, C. Rao. Opt. Expr., **19** (1), 371 (2011). DOI: 10.1364/OE.19.000371

[14] H. Yang, O. Soloviev, M. Verhaegen. Opt. Expr., **23** (19), 24587 (2015). DOI: 10.1364/OE.23.024587

[15] B. Dong, R. Wang. Chin. Opt. Lett., **14** (3), 031406 (2016). DOI: 10.3788/COL201614.031406

[16] W. Lianghua, P. Yang, Y. Kangjian, Ch. Shanqiu, W. Shuai, L. Wenjing, B. Xu. Opt. Expr., **25** (17), 20584 (2017). DOI: 10.1364/OE.25.020584

[17] W. Lianghua, P. Yang, W. Shuai, L. Wenjing, Ch. Shanqiu, B. Xu. Opt. Las. Techn., **99**, 124 (2018). DOI: 10.1016/j.optlastec.2017.08.022

[18] Д.А. Ягнятинский, В.Н. Федосеев. Оптический журнал, **86** (1), 32 (2019). DOI: 10.17586/1023-5086-2019-86-01-32-39 [D.A. Yagnyatinskiy, V.N. Fedoseyev. Journ. Opt. Technol., **86** (1), 25 (2019). DOI: 10.1364/JOT.86.000025].

[19] H. Ren, B. Dong. Opt. Expr., **28** (10), 14414 (2020). DOI: 10.1364/OE.387913

[20] H. Yang, Zh. Zhang, J. Wu. Hind. Publ. Corp., 985351 (2015). DOI: 10.1155/2015/985351

[21] T.R. O'Meara. J. Opt. Soc. Am., **67** (3), 318 (1977). DOI: 10.1364/JOSA.67.000318

[22] W. Lukosz. Optica Acta: Int. J. Opt., **10** (1), (1963). DOI: 10.1080/713817744

[23] J. Braat. J. Opt. Soc. Am. A, **4** (4), (1987). DOI: 10.1364/JOSAA.4.000643

[24] V.N. Mahajan. *Optical aberrations and wavefront sensing, part III: Wavefront analysis* (SPIE Press, Bellingham, 2013), p. 388.

[25] Д.А. Ягнятинский, А.П. Кузнецов. Изв. вузов. Радиофиз., **68** (10), 879 (2025). DOI: 10.52452/00213462_2025_68_10_879

[26] R.K. Tyson. *Principles of adaptive optics* (CRC Press, Boca Raton, 2015).

[27] J.W. Hardy. *Adaptive Optics for astronomical telescopes* (Oxford University Press, N.Y., 1998).

[28] D. Débarre, M.J. Booth, T. Wilson. Opt. Expr., **15** (13), 8176 (2007). DOI: 10.1364/OE.15.008176

[29] H. Ren, B. Dong. Opt. Expr., **29** (17), 27951 (2021). DOI: 10.1364/OE.435171

[30] В.Г. Тараненко, О.И. Шанин. *Адаптивная оптика в приборах и устройствах* (ФГУП „ЦНИИАТОМИНФОРМ", М., 2005).

[31] Л.Н. Лавринова, В.П. Лукин. *Адаптивная коррекция тепловых и турбулентных искажений лазерного излучения деформируемым зеркалом* (Изд-о Инст. опт. атм. СО РАН, Томск, 2008).

[32] Д.А. Ягнятинский, В.Н. Федосеев, А.В. Шепелев. Опт. атм. и океана, **37** (04), 316 (2024). DOI: 10.15372/AOO20240408 [A.V. Shepelev, D.A. Yagnyatinskiy, V.N. Fedoseyev. Atmos. Ocean. Opt., **37**, 476 (2024). DOI: 10.1134/S1024856024700647].

[33] D.G. Voelz. *Computational Fourier Optics: A MATLAB Tutorial* (SPIE, Bellingham, 2011).

[34] V.N. Mahajan. *Optical aberrations and wavefront sensing, part II: Wave diffraction optics* (SPIE Press, Bellingham, 2011), p. 45–49.

[35] Ji Zh-Y., Zhang X-F. Proc. SPIE., **10619** (2017). DOI: 10.1117/12.2294622

[36] V. Toporovsky, V. Samarkin, J. Sheldakova, A. Rukosuev, A. Kudryashov. Opt. Las. Techn., **144**, 107427 (2021). DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107427

[37] О.И. Шанин. *Адаптивные оптические системы в импульсных мощных лазерных установках* (Техносфера, М., 2012).

[38] Д.А. Ягнятинский, В.Н. Федосеев. Автом., **57** (1), 68 (2021). DOI: 10.15372/AUT20210108

[39] M. Bass, C. MacDonald, G. Li, C.M. DeCusatis, V.N. Mahajan. *Handbook of optics, V. 5* (OSA, N.Y., 2010).

[40] В.Г. Никифоров. *Многослойные пьезокерамические актюаторы* (ОАО „НИИ Элпа", Зеленоград, 2010).

[41] D.A. Yagnyatinskiy. In: *The XXXI International Symposium „Atmospheric and Ocean Optics. Atmospheric Physics"* (2025). DOI: 10.56820/conferencearticle_6874db6ce743b7.57286392

[42] P. Taghinia. *Wavefront Sensorless Adaptive Optics for Astronomical Applictions*, Thesis (University of Canterbury, Te Whare Wānanga o Waitaha, 2023). URL: https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://ir.canterbury.ac.nz/bitstreams/a212bd41-4a31-43ba-8bfe-f7c290ef4bd4/download&ved=2ahUKEwjQi4rM0ZGPAxVeDxAIHVPrCgQQFnoECBcQAQ&usg=AOvVaw3oCwHBsDVVnIPbavA83WmT

[43] P. Piscaer, O. Soloviev, M. Verhaegen. J. Opt. Soc. Am. A., **36** (11), 1810 (2019). DOI: 10.1364/JOSAA.36.001810