

Нелинейные колебания в диоде Бурсиана с переменным внешним напряжением

© В.И. Кузнецов, В.Ю. Коёкин, Л.А. Бакалейников

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: koioikin@mail.ru

Поступило в Редакцию 5 сентября 2025 г.

В окончательной редакции 20 ноября 2025 г.

Принято к публикации 24 ноября 2025 г.

Исследованы нестационарные процессы, развивающиеся в вакуумном диоде с потоком электронов, когда к постоянной разности потенциалов, приложенной между электродами, добавлено синусоидальное возмущение. Установлено, что в плазме диода развивается колебательный процесс с периодом, определяемым частотой внешнего возмущения. Обнаружены три принципиально разных режима генерации колебаний в зависимости от амплитуды внешнего напряжения. Показано, что динамика плазмы в этих режимах тесно связана со стационарными решениями, которые соответствуют значениям потенциала коллектора в разные моменты времени.

Ключевые слова: диод Бурсиана, нестационарное граничное условие, нелинейные колебания.

DOI: 10.61011/JTF.2026.03.62534.249-25

Введение

В XXI в. в мире не угасает интерес к термоэмиссионным преобразователям энергии (ТЭП). В первую очередь, это связано с необходимостью получения энергии большой мощности (100 KW и выше) на космических аппаратах. Традиционно ТЭП рассматривается в качестве преобразователя тепла (от ядерного реактора или солнечного излучения) в электрическую энергию постоянного тока (см. обзоры [1–4]). Однако такой диод может непосредственно генерировать и переменный ток. Для этого его электроды достаточно соединить через внешний индуктивный элемент [5]. В этом случае в ходе нестационарного процесса в системе диод – внешняя цепь попеременно происходит накопление энергии на этом элементе и сброс ее во внешнюю цепь. Возникновение колебаний в ТЭП возможно только тогда, когда он работает в бесстолкновительном режиме. Связано это с возможностью развития электронной неустойчивости в плазме, приводящей к резкому обрыву тока [6].

Для оптимизации параметров такого генератора необходимо решить две проблемы. Во-первых, нужно выяснить, как индуктивный элемент внешней цепи влияет на развитие электронной неустойчивости, и определить величины индуктивности, при которых она развивается. Эта задача решена в работах [7,8], где показано, что эта неустойчивость может развиваться только в определенных областях значений индуктивности. Во-вторых, необходимо провести расчеты нелинейной стадии развития неустойчивости, чтобы найти наилучшую форму колебаний, и определить оптимальный КПД преобразователя. Наличие индуктивного элемента во внешней цепи функционально эквивалентно переменному гранич-

ному условию на коллекторе. В настоящей работе мы изучаем как переменное внешнее напряжение влияет на динамику нелинейных процессов в плазме диода.

Как показано в [6], в ходе колебательного процесса в ТЭП, когда происходит движение и ионов, и электронов, в определенные моменты времени развивается электронная неустойчивость, и существенное перестроение распределения потенциала в плазме происходит за времена порядка времени пролета электронов через межэлектронный промежуток. На этой стадии колебаний ионы можно считать неподвижными, и достаточно рассматривать только динамику электронов. Наиболее простым электронным диодом является вакуумный диод с потоком электронов (диод Бурсиана). Он также служит простейшей кинетической моделью плазменного промежутка для изучения процессов в различных устройствах сильноточной плазменной электроники. Например, в СВЧ приборах, таких как клистроны, виркаторы, отражательные триоды (см. обзоры [9,10]). Здесь происходит преобразование энергии потока электронов в колебания электрического поля большой амплитуды с последующей генерацией электромагнитного излучения. Для увеличения КПД преобразования предлагаются новые режимы работы диода: формирование нескольких виртуальных катодов [11], использование влияния внешнего гармонического воздействия на глубину модуляции виртуального катода [12]. Актуальной является и задача управления сложными нелинейными режимами в плазменных системах с виртуальным катодом, в частности, активно исследуются возможности контроля хаоса [13] и целенаправленного переключения состояний в диодах с помощью внешних периодических возмущений [14].

Целью настоящей работы являются теоретическое и численное исследования нелинейных колебаний и возможных сценариев развития нестационарных процессов в диоде Бурсиана, вызванных внешним синусоидальным возмущением. Для малых амплитуд возмущения строится аналитическая теория. Для амплитуд большей величины характеристики нестационарных процессов в плазме изучаются численно. При этом проводится подробный анализ сценариев развития нелинейных колебаний в плазме диода.

1. Постановка задачи

Рассматриваем диод Бурсиана, т.е. диод плоской геометрии, в котором поток электронов поступает с эмиттера со средней скоростью $\bar{v}_0 > 0$ и плотностью n_0 и движется без столкновений в межэлектродном промежутке. Пусть разность потенциалов между коллектором и эмиттером, отстоящими друг от друга на расстоянии d , постоянна и равна U . При этом в зазоре возникает распределение потенциала $\Phi(z)$ с напряженностью электрического поля $E = -\partial_z \Phi$. Считаем, что частица, достигшая какого-либо из электродов, поглощается на нем.

Для удобства рассмотрения переходим к безразмерным величинам, выбирая в качестве единиц энергии и длины энергию электронов на эмиттере $W_0 = m\bar{v}_0^2/2$ и длину Дебая–Хюккеля $\lambda_D = [2\epsilon_0 W_0 / (e^2 n_0)]^{1/2}$ (здесь e , m — заряд и масса электрона, а ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума). Для безразмерных координаты, потенциала, напряженности электрического поля, скорости и времени имеем: $\xi = z/\lambda_D$, $\eta = e\Phi/(2W_0)$, $\varepsilon = eE\lambda_D/(2W_0)$, $u = v/\bar{v}_0$, $\tau = t/(\lambda_D/\bar{v}_0)$. Расстояние между электродами $\delta = d/\lambda_D$, а разность потенциалов $V = eU/(2W_0)$.

Будем решать следующую задачу. Считаем, что до момента времени $\tau = \tau_0$, где τ_0 составляет несколько времен пролета электронов через межэлектронный промежуток, разность потенциалов между электродами равна V_0 , а с момента τ_0 потенциал коллектора начинает совершать колебания с амплитудой $|\Delta V|$:

$$V(\tau; \omega) = V_0 + \Delta V \sin[\omega(\tau - \tau_0)]\Theta(\tau - \tau_0). \quad (1)$$

Здесь $\Theta(x)$ — функция Хевисайда. Проанализируем возможные сценарии развития нестационарного процесса, вызванного колебаниями потенциала коллектора $V(\tau)$ (1).

С этой целью рассмотрим сначала стационарные решения для величин потенциала V , лежащих в интервале $(V_0 - \Delta V, V_0 + \Delta V)$. Стационарные решения у диода Бурсиана характеризуются распределениями потенциала (РП) с одним минимумом, величину которого обозначим η_m . Если начальная энергия электрона больше $|\eta_m|$, то он долетит до коллектора. В противном случае он отразится от потенциального барьера — виртуального катода (ВК) и вернется обратно на эмиттер. При расчетах РП

функцию распределения электронов по скоростям на эмиттере $f_0(u_0)$ выбираем в виде „воронки“ с малым разбросом по скоростям:

$$f_0(u_0) = (2\Delta)^{-1}\Theta[\Delta^2 - (1 - u_0)^2], \quad \Delta \ll 1. \quad (2)$$

Стационарные решения изучались многими авторами (см., например, [15,16]). Их удобно представлять точками на плоскости (ε_0, δ) , где δ и ε_0 — безразмерные расстояние между электродами и напряженность электрического поля у эмиттера. При фиксированном значении V эти точки образуют отдельные кривые (ветви решений). На рис. 1, *a* показаны ветви решений для ряда значений внешнего напряжения V из интервала $(-0.5, -0.3)$, а на рис. 1, *b* — безразмерное минимальное значение на РП η_m . Видно, что в некотором интервале значений δ имеются три стационарных решения — три ветви: нижняя (normal), средняя (overlap) и верхняя (ветвь с отражением электронов от ВК).

Правая точка бифуркации на ветви решений (точка стыковки ветвей normal и overlap) называется точкой *SCL*. Левая точка бифуркации (точка стыковки средней и верхней ветвей) называется точкой *BF*. В работе [16] показано, что для случая, когда $f_0(u_0)$ является δ -функцией, координаты точки *SCL* определяются по формуле

$$\begin{aligned} \delta_{SCL} &= \frac{\sqrt{2}}{3} \left(1 + \sqrt{1 + 2V}\right)^{3/2}, \\ \varepsilon_0^{SCL} &= \sqrt{2} \left(1 + \sqrt{1 + 2V}\right)^{-1/2}, \\ \eta_m^{SCL} &= -\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{1 + 2V})(1 + \sqrt{1 + 2V})^{-2}, \end{aligned} \quad (3)$$

а координаты точки *BF* — по формуле

$$\delta_{BF} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[1 + (1 + 2V)^{3/4}\right], \quad \varepsilon_0^{BF} = \sqrt{2}. \quad (4)$$

При наличии небольшой размазки у функции распределения $f_0(u_0)$ значение δ_{SCL} уменьшается, а δ_{BF} увеличивается на величину порядка Δ^2 (следует отметить, что это справедливо вплоть до напряжений V , больших $-1/2$ на несколько величин Δ), а δ_{BF} — на величину порядка $\sqrt{\Delta}$, что уже является сравнительно большой величиной (например, при $\Delta = 0.01$ она оказывается порядка 0.1).

Таким образом, мы видим, что для каждой величины V область неоднозначности стационарных решений ограничена интервалом $(\delta_{BF}(V), \delta_{SCL}(V))$. Установлено, что решения, соответствующие ветви normal, а также решения с верхней ветви для $\delta < \delta_{SCL}$ устойчивы относительно малых возмущений, а решения, соответствующие ветви overlap, — неустойчивы [16,17]. Стационарные решения будут активно использоваться нами при анализе нестационарных решений у диода с потенциалом коллектора, изменяющимся во времени.

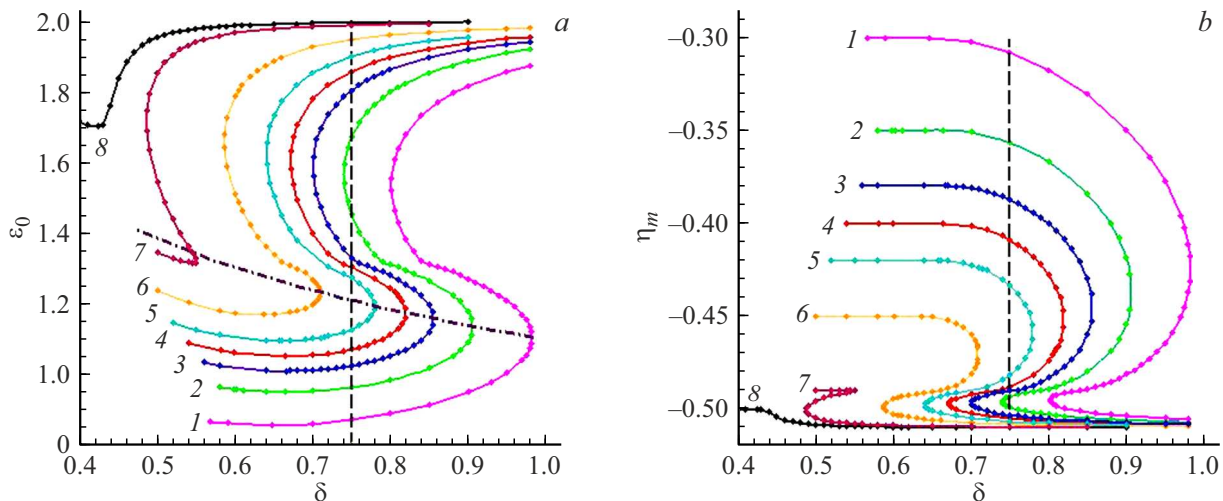


Рис. 1. *a* — представление стационарных решений на плоскости $\{\varepsilon_0, \delta\}$; *b* — зависимость потенциала в минимуме η_m от δ для ряда величин V : -0.30 (1), -0.35 (2), -0.38 (3), -0.40 (4), -0.42 (5), -0.45 (6), -0.49 (7) и -0.50 (8); $\Delta = 0.01$. Штрихпунктирная кривая показывает точки бифуркации SCL, рассчитанные по формуле (3).

2. Различные варианты протекания нестационарных процессов

Рассмотрим возможные сценарии развития нестационарных процессов в плазме диода. Пусть начальное состояние диода соответствует параметрам $\delta = 0.75$, $V = V_0 = -0.40$ и лежит на ветви normal (рис. 1, *a*), т.е. у него напряженность электрического поля у эмиттера ε_0 является наименьшей из трех решений — $\varepsilon_{0,\min}(-0.40, 0.75) = 1.0711$. Точка на плоскости (ε_0, δ) , соответствующая этому состоянию, расположена между точками бифуркации $\delta_{BF}(V)$ и $\delta_{SCL}(V)$. Будем медленно изменять потенциал коллектора, считая, что период колебаний $T_\omega = 2\pi/\omega$ существенно превышает среднее время пролета электронов через межэлектродное расстояние T .

Сначала нестационарный процесс будет протекать, переходя с одного стационарного решения на другое, которые лежат на ветвях normal. Однако дальнейший ход процесса будет определяться величиной амплитуды колебаний потенциала коллектора ΔV . Можно ожидать три сценария.

1. При $|\Delta V| \ll 1$ нестационарный процесс развивается плавно, переходя с одного стационарного решения на другое, которые лежат между ветвями с $V = V_0 - |\Delta V|$ и $V = V_0 + |\Delta V|$. При этом напряженность электрического поля у эмиттера $\varepsilon(\tau, 0)$ совершает колебания с частотой внешнего напряжения, изменяясь внутри интервала $(\varepsilon_{0,\min}(V_0 + |\Delta V|, 0.75), \varepsilon_{0,\min}(V_0 - |\Delta V|, 0.75))$. Ограниченность изменения параметров процесса обеспечивается тем, что выбранная величина зазора δ все время остается левее $\delta_{SCL}(V_0 - |\Delta V|)$, так что решения фактически идут по стационарным решениям, соответствующим ветвям normal.

2. Если $|\Delta V|$ возрастает до величин, когда $\delta_{SCL}(V_0 - \Delta V)$ оказывается меньше $\delta = 0.75$ (например,

кривая 6 на рис. 1, *a*), с уменьшением потенциала коллектора $V(\tau)$ от величины V_0 процесс сначала идет по стационарным решениям, лежащим на ветвях normal, соответствующих $V(\tau) > V_0 - |\Delta V|$. Однако в некоторый момент τ^* правая точка бифуркации $\delta_{SCL}(V(\tau^*))$ совпадает с $\delta = 0.75$, а в ближайший следующий момент $\tau = \tau^* + \Delta\tau$ окажется левее $\delta = 0.75$. В момент $\tau^* + \Delta\tau$ при $\delta = 0.75$ решений с ветвью normal уже нет, а у диода остаются только устойчивые решения с верхней ветви, соответствующей $V = V(\tau^* + \Delta\tau)$. Ниже в численных расчетах будет показано, что нестационарное решение перейдет на решение, соответствующее верхней ветви с $V(\tau) > V_0 - |\Delta V|$. Далее в зависимости от величины $|\Delta V|$ процессы могут пойти по-разному. Если $\delta_{DF}(V_0 + |\Delta V|) < 0.75$ (например, кривая 2 на рис. 1, *a*), нестационарное решение будет совершать колебания между стационарными решениями с верхних ветвей, соответствующих значениям V из диапазона $(V_0 - |\Delta V|, V_0 + |\Delta V|)$.

3. Если $\delta_{DF}(V_0 + |\Delta V|) > 0.75$ (например, кривая 1 на рис. 1, *a*), нестационарный процесс, двигаясь по области, соответствующей решениям с верхних ветвей, может „свалиться“ из этой области и оказаться в области, соответствующей решениям с ветвей normal. После этого произойдет движение по стационарным решениям из этой области, а далее последует перескок в область решений, соответствующих верхним ветвям. Таким образом, нестационарное решение будет совершать колебания с переходами между областями, соответствующими как верхним, так и нижним ветвям.

Численные значения параметров, определяющих сценарий процесса, которые далее будут использоваться в расчетах, приведены в таблице.

Рассмотрим каждый из перечисленных сценариев подробнее.

Параметры, определяющие сценарий развития нестационарного процесса

Сценарий	ΔV	ω
1	-0.02	2.5
2	-0.05	0.25
3	-0.1	0.25

2.1. Сценарий 1

В случае $|\Delta V| \ll 1$ для δ -образной функции $f_0(u_0)$ нестационарный процесс удастся рассчитать аналитически. Будем следовать работе [18]. Пока нет отраженных частиц состояние плазмы можно описывать уравнениями неразрывности, движения электронов и Пуассона

$$\begin{aligned}\partial_\tau n + \partial_\xi(un) &= 0, \\ \partial_\tau u + u\partial_\xi u &= \partial_\xi \eta, \\ \partial_\xi^2 \eta &= n.\end{aligned}\quad (5)$$

Поскольку $|\Delta V|$ является малой величиной, можно считать, что изменения всех величин будут мало отличаться от стационарных, соответствующих потенциалу коллектора $V = V_0$. Будем обозначать их той же буквой, но с тильдой: $X(\tau, \xi) = X_0(\xi) + \tilde{X}(\tau, \xi)$. Линеаризуем систему (5) по малым возмущениям:

$$\begin{aligned}\partial_\tau \tilde{n} + \partial_\xi(u_0 \tilde{n}) + \partial_\xi(\tilde{u}/u_0), \\ \partial_\tau \tilde{u} + \partial_\xi(u_0 \tilde{u}) &= \partial_\xi \tilde{\eta}, \\ \partial_\xi^2 \tilde{\eta} &= \tilde{n}.\end{aligned}\quad (6)$$

Граничные условия

$$\begin{aligned}\tilde{n}(\tau, 0) = \tilde{u}(\tau, 0) = \tilde{\eta}(\tau, 0) &= 0, \\ \tilde{\eta}(\tau, \delta) &= \Delta V \sin(\omega \tau).\end{aligned}\quad (7)$$

Задачу (6), (7) решаем с помощью преобразования Лапласа. Изображения помечаем индексом p . После перехода к новой независимой переменной q — времени пролета электрона от эмиттера до точки ξ — для изображений получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}(u_0 \tilde{n}_p)' + p u_0 \tilde{n}_p + (\tilde{u}/u_0)' &= 0, \\ (u_0 \tilde{u}_p)' + p u_0 \tilde{u}_p &= \tilde{\eta}_p', \\ (\tilde{\eta}_p'/u_0)' &= u_0 \tilde{n}_p,\end{aligned}\quad (8)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned}\tilde{n}_p(0) = \tilde{u}_p(0) = \tilde{\eta}_p(0) &= 0, \\ \tilde{\eta}_p(\delta) &= \Delta V [\omega / (p^2 + \omega^2)].\end{aligned}\quad (9)$$

В (8) штрих означает производную по q . Если из 2-го и 3-го уравнений \tilde{n}_p и \tilde{u}_p выразить через $\tilde{\eta}_p$,

подставить их в (1) уравнение и проинтегрировать его с использованием граничных условий (9), то систему (8) можно свести к одному интегро-дифференциальному уравнению для функции $\tilde{\eta}_p'$

$$\left(\frac{1}{u_0} \tilde{\eta}_p'\right)' + \frac{p}{u_0} \tilde{\eta}_p' + \frac{1}{u_0^2} e^{-pq} \int_0^q dy e^{py} \tilde{\eta}_p'(y) = p \tilde{\eta}_p'(0). \quad (10)$$

При решении уравнения (10) удобно перейти к новой искомой функции

$$Q(q) = u_0(q) \int_0^q \frac{dx}{u_0^2(x)} \int_0^x dy e^{py} \tilde{\eta}_p'(y). \quad (11)$$

Функция $\eta_p'(q)$ выражается через функцию $Q(q)$:

$$\eta_p' = (u_0 Q'' - u_0'' Q) e^{-pq}. \quad (12)$$

В результате уравнение (10) сводится к уравнению

$$\begin{aligned}Q''' + (1 - u_0'')u_0^{-1} Q' - [(1 - u_0'')u_0' + u_0 u_0''']u_0^{-2} Q \\ = p \tilde{\eta}_p'(0) e^{pq}\end{aligned}\quad (13)$$

с граничными условиями

$$Q(0) = Q'(0) = 0, \quad Q''(0) = \tilde{\eta}_p'(0). \quad (14)$$

В диоде Бурсиана $u_0(q) = q^2/2 - \varepsilon_0 q + 1$, $u_0''(q) = 1$, $u_0'''(q) = 0$. После подстановки этих выражений в (13) в левой части уравнения остается только член с Q'' . После интегрирования полученного уравнения и подстановки найденной функции Q в (12) находим $\tilde{\eta}_p'$. Проинтегрировав ее по q и учтя первое граничное условие на эмиттере в (9), получаем выражение для функции $\tilde{\eta}_p$:

$$\tilde{\eta}_p(\xi) = \frac{\tilde{\eta}_p'(0)}{p^3} h_p(\xi). \quad (15)$$

Здесь

$$h_p(\xi) = [p^3 \xi - pq + 2 - (2 + pq) e^{-pq}]. \quad (16)$$

После использования граничного условия на коллекторе (9) получаем окончательное выражение для изображения возмущения потенциала

$$\tilde{\eta}_p(\xi) = \Delta V \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \frac{h_p(\xi)}{h_p(\delta)}. \quad (17)$$

Выпишем также выражения для изображений возмущения напряженности электрического поля у эмиттера и возмущения распределения концентрации электронов

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_p(0) &= -\Delta V \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \frac{p^3}{h_p(\delta)}, \\ \tilde{n}_p(q) &= \Delta V \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \frac{p}{u_0^3(q) h_p(\delta)} \\ &\times \{u_0'(q) - (q[p u_0'(q) + p^2 u_0(q)] + u_0'(q)) e^{-pq}\}. \quad (18)\end{aligned}$$

Для вычисления оригиналов функций нужно выполнить обратное преобразование Лапласа. Оно определяется нулями функции

$$h_p(\delta) = [p^3\delta - pT + 2 - (2 + pT)e^{-pT}], \quad (19)$$

где T — время пролета электрона через межэлектродный зазор, и еще двумя полюсами

$$p_{\pm} = \pm i\omega. \quad (20)$$

Следует отметить, что в отличие от [19], где точка $p = 0$ является полюсом, в данной задаче у всех трех изображений в формулах (17), (18) в точке $p = 0$ особенности нет.

Сначала вычислим оригинал $\tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$. Запишем выражение для $h_p(\delta)$ (19) в виде

$$h_p(\delta) = R(p) - S(p) \exp(-pT),$$

$$R(p) = p^3\delta - pT + 2, \quad S(p) = 2 + pT$$

и разложим первое выражение в (18) в ряд по степеням $\exp(-pT)$

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_p(0) &= -\Delta V \sum_0^{\infty} \frac{\omega p^3 S^k(p)}{(p^2 + \omega^2) R^{k+1}(p)} \exp(-kpT) \\ &= -\Delta V \sum_0^{\infty} \frac{Q_k(p)}{P_k(p)} \exp(-kpT). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $Q_k(p) = \omega p^3 S^k(p)$, $P_k(p) = (p^2 + \omega^2) R^{k+1}(p)$. У полинома $R(p)$ три корня: один вещественный p_1 и два комплексно сопряженных $p_{2,3}$ [20]:

$$p_1 = -\Gamma, \quad p_{2,3} = \Gamma/2 \pm i\Omega. \quad (22)$$

Здесь $\Gamma = \alpha x + x^{-1}$, $\Omega = \sqrt{3}/2(\alpha x - x^{-1})$, $\alpha = T/(3\delta)$, $x = [\delta/(1 - \sqrt{\delta^2/\alpha^3})]^{1/3}$. У полинома $P_k(p)$ есть еще два корня $p_{\pm} = \pm i\omega$.

Учитывая, что изображение функции $F(p) \exp(-ap)$ имеет своим оригиналом функцию $f(t - a) \Theta(t - a)$, для оригинала $\tilde{\varepsilon}_0(\tau, 0)$ получаем следующее выражение

$$\tilde{\varepsilon}(\tau, 0) = -\Delta V \sum_{k=1}^N f^k(\tau_k) \Theta(\tau_k). \quad (23)$$

Здесь $\tau_k = \tau - (k - 1)T$, $N = [\tau/T] + 1$, а $f^k(\tau)$ — это оригинал дроби $Q_k(p)/P_k(p)$. Согласно [21], функцию $f^k(\tau)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} f^k(\tau) &= \sum_{m=1}^3 \sum_{l=1}^k \frac{\Psi_{klm}(p_m)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-l} e^{p_m \tau} \\ &+ \Psi_{kl}(p_+) e^{p_+ \tau} + \Psi_{kl}(p_-) e^{p_- \tau}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\Psi_{klm}(p_m) = \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[\frac{Q_k(p)}{P_{km}(p)} \right], \quad P_{km}(p) = P_k(p)/(p - p_m)^k,$$

$$\Psi_k(p_+) = \frac{Q_k(p)}{P_{k+}(p)}, \quad P_{k+}(p) = P_k(p)/(p - p_+),$$

$$\Psi_k(p_-) = \frac{Q_k(p)}{P_{k-}(p)}, \quad P_{k-}(p) = P_k(p)/(p - p_-). \quad (24)$$

Для комплексно-сопряженной пары корней p_2 и p_3 сумму соответствующих слагаемых можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \Psi_{kl2}(p_2) e^{p_2 \tau} + \Psi_{kl3}(p_3) e^{p_3 \tau} &= 2 e^{\Gamma/2 \tau} \\ &\times \left[Re \Psi_{kl2}(p_2) \cos(\Omega \tau) - Im \Psi_{kl2}(p_2) \sin(\Omega \tau) \right]. \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогично для суммы слагаемых с корнями p_+ , p_- имеем

$$\begin{aligned} \Psi_k(p_+) e^{p_+ \tau} + \Psi_k(p_-) e^{p_- \tau} \\ = 2 \left[Re \Psi_k(p_+) \cos(\omega \tau) - Im \Psi_k(p_+) \sin(\omega \tau) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Окончательно для $f^k(\tau)$ получаем

$$\begin{aligned} f^k(\tau) &= e^{-\Gamma \tau} \sum_{l=1}^k \frac{\Psi_{kl1}(p_1)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-l} + 2 e^{(\Gamma/2) \tau} \\ &\times \sum_{l=1}^k \frac{Re \Psi_{kl2}(p_2) \cos(\Omega \tau) - Im \Psi_{kl2}(p_2) \sin(\Omega \tau)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-l} \\ &+ 2 [Re \Psi_k(p_+) \cos(\omega \tau) - Im \Psi_k(p_+) \sin(\omega \tau)]. \end{aligned} \quad (27)$$

Отметим, что при $\tau \gg T$ использование формулы (23) для расчета оригинала оказывается затруднительным, и зависимость оригинала от времени удобно аппроксимировать асимптотикой $\tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$ при $\tau \rightarrow \infty$. Она легко находится суммированием вычетов $\tilde{\varepsilon}_p(0) \exp(p\tau)$ в полюсах p_+ и p_- и имеет вид

$$\tilde{\varepsilon}(\tau, 0) \sim \frac{\Delta V \omega^3}{A^2 + B^2} (A \cdot \cos(\omega \tau) + B \cdot \sin(\omega \tau)),$$

$$A = 2 - 2 \cos(\omega T) - \omega T \sin(\omega T),$$

$$B = -\omega^3 \delta - \omega T + 2 \sin(\omega T) - \omega T \cos(\omega T). \quad (28)$$

Формулы (23)–(28) позволяют построить изменение во времени напряженности электрического поля у эмиттера $\varepsilon(\tau, 0) = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$. На рис. 2 кружками показана эволюция возмущения поля $\tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$. Как и было предсказано нами выше, возмущение поля совершает колебания с частотой ω . Если посмотреть на саму напряженность $\varepsilon(\tau, 0)$, добавив начальную величину $\varepsilon_0 = 1.071$ к возмущению, то можно увидеть, что она изменяется внутри интервала, границы которого соответствуют напряженностям поля стационарных решений для ветви normal с $V = V_0 + 0.02$ ($\varepsilon_0 = 1.025$) и ветви normal с $V = V_0 - 0.02$ ($\varepsilon_0 = 1.128$). Интервал изменения $\varepsilon(\tau, 0)$ равен (1.047, 1.096).

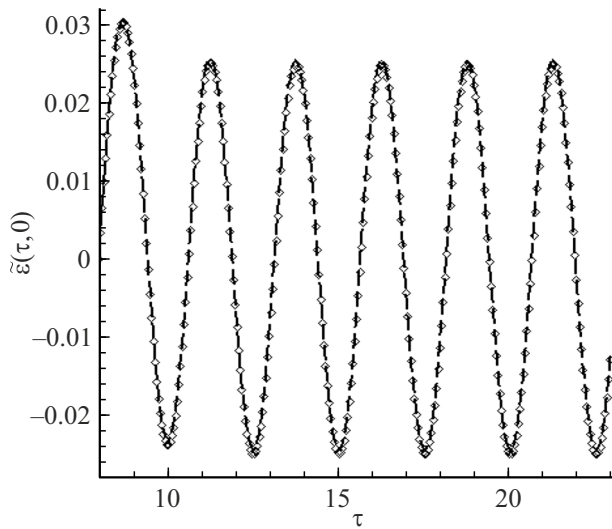


Рис. 2. Эволюция возмущения напряженности электрического поля на эмиттере $\tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$, построенная по аналитическим формулам (кружки), и полученная в расчетах с $\Delta = 0.01$ (штриховые кривые). $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.02$, $\omega = 2.5$.

Теперь вычислим изображение возмущения потенциала $\tilde{\eta}_p(\xi)$ (17), а затем построим оригинал этой функции. По аналогии с предыдущим, преобразуем (17), разлагая это выражение в ряд по степеням $\exp(-pT)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}_p(\xi) &= \Delta V \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \frac{h_p(\xi)}{h_p(\delta)} \\ &= \Delta V \frac{\omega}{p^2 + \omega^2} \left[\frac{s(p, \xi)}{h_p(\delta)} - \frac{r(p, \xi)}{h_p(\delta)} e^{-pq} \right] \\ &= \Delta V \omega \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{s(p, \xi) S(p)^{k-1}}{(p^2 + \omega^2) R(p)^k} e^{-p(k-1)T} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r(p, \xi) S(p)^{k-1}}{(p^2 + \omega^2) R(p)^k} e^{-p[(k-1)T+q]} \right] \\ &= \Delta V \omega \left[\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z_k(p, \xi)}{P_k(p)} e^{-p(k-1)T} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{w_k(p, \xi)}{P_k(p)} e^{-p[(k-1)T+q]} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь

$$s(p, \xi) = p^3 \xi - pq + 1, \quad r(p, \xi) = pq + 2,$$

$$P_k(p) = (p^2 + \omega^2) R^{k+1}(p),$$

$$z_k(p, \xi) = s(p, \xi) S^{k-1}(p), \quad w_k(p, \xi) = r(p, \xi) S^{k-1}(p), \quad (30)$$

а ξ связано с q по формуле $\xi(q) = q^3/6 - \varepsilon_0 q^2/2 + q$.

После выполнения обратного преобразования Лапласа для оригинала получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}(\tau, \xi) &= \Delta V \omega \left[\sum_{k=1}^m g^{(k)}(\tau_k, \xi) \Theta(\tau_k) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^m h^{(k)}(\tau_k - q, \xi) \Theta(\tau_k - q) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь $\tau_k = \tau - (k-1)T$, $N = [\tau/T] + 1$, а $g^{(k)}(\tau, \xi)$ и $h^{(k)}(\tau, \xi)$ — оригиналы дробей $z_k(p, \xi)/P_k(p)$ и $w_k(p, \xi)/P_k(p)$ соответственно. Функцию $g^{(k)}(\tau, \xi)$ можно представить в виде

$$\begin{aligned} g^{(k)}(\tau, \xi) &= \sum_{m=1}^3 \sum_{l=1}^k \frac{G_{klm}(\xi, p_m)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-1} e^{p_m \tau} \\ &\quad + G_k^+(\xi, p_+) e^{p_+ \tau} + G_k^-(\xi, p_-) e^{p_- \tau}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} G_{klm}(\xi, p) &= \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[\frac{z_k(\xi, p)}{P_{km}(p)} \right], \\ G_k^+(\xi, p) &= \frac{z_k(\xi, p)}{P_{k+}(p)}, \\ G_k^-(\xi, p) &= \frac{z_k(\xi, p)}{P_{k-}(p)}. \end{aligned} \quad (32)$$

Группируя коэффициенты у комплексно-сопряженных корней, формулу (32) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} g^{(k)}(\tau, \xi) &= e^{-\Gamma \tau} \sum_{l=1}^k \frac{G_{kl1}(\xi, p_1)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-1} 2 e^{(\Gamma/2)\tau} \\ &\quad \times \sum_{l=1}^k \frac{Re G_{kl2}(\xi, p_2) \cos(\Omega \tau) - Im G_{kl2}(\xi, p_2) \sin(\Omega \tau)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-1} \\ &\quad + 2 [Re G_k^+(\xi, p_+) \cos(\omega \tau) - Im G_k^+(\xi, p_+) \sin(\omega \tau)]. \end{aligned} \quad (33)$$

Аналогично получаем выражение для $h^{(k)}(\tau, \xi)$:

$$\begin{aligned} h^{(k)}(\tau, \xi) &= e^{-\Gamma \tau} \sum_{l=1}^k \frac{H_{kl1}(\xi, p_1)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-1} + 2 e^{(\Gamma/2)\tau} \\ &\quad \times \sum_{l=1}^k \frac{Re H_{kl2}(\xi, p_2) \cos(\Omega \tau) - Im H_{kl2}(\xi, p_2) \sin(\Omega \tau)}{(k-l)!(l-1)!} \tau^{k-1} \\ &\quad + 2 [Re H_k^+(\xi, p_+) \cos(\omega \tau) - Im H_k^+(\xi, p_+) \sin(\omega \tau)]. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь

$$\begin{aligned} H_{klm}(\xi, p) &= \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[\frac{w_k(\xi, p)}{P_{km}(p)} \right], \\ H_k^+(\xi, p) &= \frac{w_k(\xi, p)}{P_{k+}(p)}, \\ H_k^-(\xi, p) &= \frac{w_k(\xi, p)}{P_{k-}(p)}. \end{aligned} \quad (35)$$

Как и при расчете $\tilde{\varepsilon}(\tau, 0)$, для $\tau \gg T$ вместо этих формул удобно использовать асимптотику $\tilde{\eta}(\tau, \xi)$ при $\tau \rightarrow \infty$, которая имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\eta}(\tau, \xi) \sim \frac{-\Delta V}{A^2 + B^2} & \left[(A\omega^3\xi - A\omega q - 2B) \cdot \cos(\omega\tau) \right. \\ & + (B\omega^3\xi - B\omega q + 2A) \cdot \sin(\omega\tau) \\ & + (2B - A\omega q) \cdot \cos(\omega(\tau - q)) \\ & \left. - (2A + B\omega q) \cdot \sin(\omega(\tau - q)) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Здесь константы A и B определяются по формулам (28), а $\xi = q^3/6 - (\varepsilon_0/2)q^2 + q$.

Расчеты, выполненные по формулам (31)–(36), показывают, что распределения возмущения потенциала по зазору $\tilde{\eta}(\tau, \xi)$ во времени изменяются периодически с периодом $T_\omega = 2\pi/\omega$. Такие распределения для ряда моментов времени на периоде колебаний показаны на рис. 3.

Данный процесс мы рассчитали также численно с использованием высокоточного Е,К-кода. Алгоритм, на котором основан код, подробно описан, например, в [16]. В расчетах функция распределения электронов по скоростям выбиралась в виде воронки (2) с $\Delta = 0.01$. Наличие небольшого разброса по скоростям у функции распределения электронов не должно сильно сказываться на течении процесса. Для расчета были выбраны следующие параметры: $\tau_0 = 8.0$, $\Delta V = -0.02$, $\omega = 2.5$ ($T_\omega \approx 2.5$). По зазору использовалось 200 точек деления, а шаг счета $\Delta\tau = 0.02$.

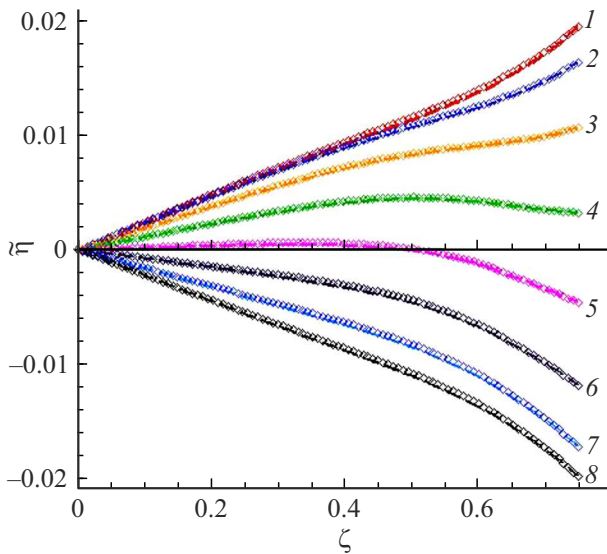


Рис. 3. Зависимости возмущения РП $\tilde{\eta}(\tau, \xi)$ на периоде колебаний для ряда моментов времени τ : 20.02 (1), 20.18 (2), 20.34 (3), 20.50 (4), 20.66 (5), 20.82 (6), 20.98 (7), 21.14 (8). Кривые, помеченные кружками, получены по аналитическим формулам, штриховые кривые — результаты расчетов с $\Delta = 0.01$. $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.02$, $\omega = 2.5$.

После небольшого переходного процесса в диоде установились периодические колебания. Рис. 2 демонстрирует эволюцию возмущения напряженности электрического поля у эмиттера, а на рис. 3 приведены возмущения РП для ряда моментов времени на периоде колебаний. Результаты численного расчета показаны штриховыми кривыми, а зависимости, найденные по аналитическим формулам — кружками. Видно хорошее совпадение численных и аналитических результатов.

Были выполнены расчеты эволюции состояния плазмы для той же $\Delta V = -0.02$, но с меньшей внешней частотой — $\omega = 0.25$. Процесс так же вышел на колебания, причем их амплитуда была такой же, как и при рассмотренных выше параметрах, но они имели больший период — $T_\omega = 2\pi/\omega \approx 25$.

2.2. Сценарий 2

Для расчета были выбраны те же параметры диода, что и в разд. 2.1: $\delta = 0.75$, $V = V_0 = -0.40$, но была увеличена амплитуда колебаний потенциала коллектора: $\Delta V = -0.05$ и уменьшена внешняя частота: $\omega = 0.25$. На рис. 4 представлена эволюция напряженности электрического поля у эмиттера $\varepsilon(\tau, 0)$. Видно, что после довольно резкого переходного процесса в диоде устанавливается режим с колебаниями с периодом $T_\omega = 2\pi/\omega \approx 25$. Сначала нестационарное решение идет по состояниям, лежащим в окрестности ветвей погнал, как и в сценарии 1, но затем оно переходит на решение, находящееся в окрестности верхних ветвей. Как уже говорилось, соответствующие стационарные решения являются устойчивыми. Но, поскольку $\delta_{BF}(V_0 + 0.05)$ и, тем более, $\delta_{BF}(V_0 - 0.05)$, оказываются меньше $\delta = 0.75$, то „уйти“ из окрестности этих решений на решения с ветви погнал нестационарный процесс не может. В результате, он остается в окрестности решений

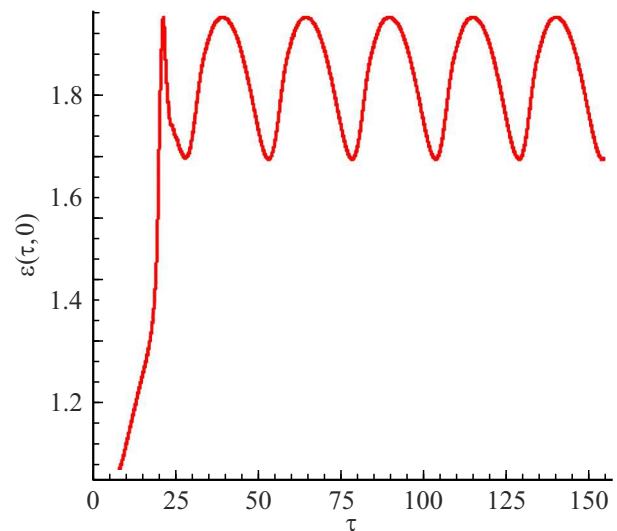


Рис. 4. Зависимость напряженности электрического поля у эмиттера от времени; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.05$, $\omega = 0.25$. $\Delta = 0.01$.

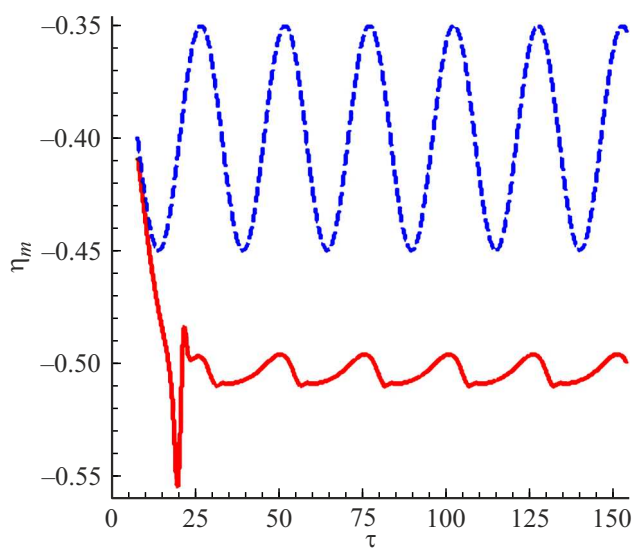


Рис. 5. Временная зависимость потенциала в минимуме (сплошная кривая). Штриховой кривой показано изменение потенциала коллектора во времени. $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.05$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

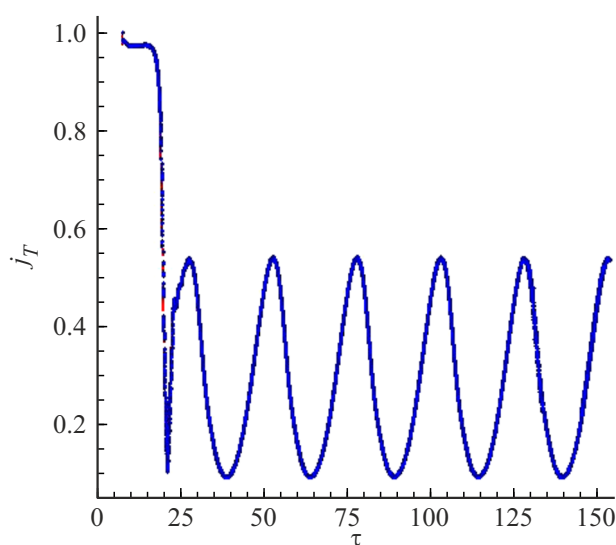


Рис. 6. Зависимости полного тока на эмиттере (штриховая кривая) и коллекторе (кружки) от времени; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.05$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

с верхних ветвей, где совершает колебания, причем амплитуда колебаний $\varepsilon(\tau, 0)$ оказывается сравнительно небольшой — значения напряженности поля у эмиттера $\varepsilon(\tau, 0)$ изменяются в промежутке (1.674, 1.950). Как видно из рис. 1, а, при $\delta = 0.75$ напряженности поля у эмиттера ε_0 для крайних стационарных решений, соответствующих $V = -0.35$ и -0.45 , лежат в интервале (1.675, 1.949). Таким образом, характеристики нестационарной плазмы не выходят из области существования стационарных решений, соответствующих верхней ветви

На рис. 5 показана эволюция потенциала в вершине ВК η_m . Видно, что после довольно резкого переходного процесса η_m выходит на установившиеся колебания. При этом колебания являются нелинейными, но их амплитуда оказывается существенно меньше $|\Delta V|$ — значения η_m изменяются в области примерно от -0.51 до -0.495 .

Для контроля правильности расчетов мы строили полные токи на эмиттере и коллекторе (рис. 6). Видно, что эти токи совпадают с хорошей точностью. Это подтверждает известный результат: в одномерном диоде полный ток в плазме не зависит от координаты.

2.3. Сценарий 3

Для расчета были выбраны те же параметры диода, что и в разд. 2.2, только амплитуда колебаний потенциала коллектора была увеличена: $\Delta V = -0.10$. Рис. 7 показывает эволюцию напряженности электрического поля у эмиттера. Видно, что решение довольно резко переходит из области стационарных решений, лежащих в окрестности ветвей *normal* (рис. 1, а), в окрестность решений, соответствующим верхним ветвям.

Как и в сценарии 2, это связано с тем, что в тот момент, когда $\delta_{SCL}(V(\tau))$, оказываются меньше 0.75, стационарные решения, соответствующие ветви *normal*, отсутствуют, и остаются только устойчивые решения с верхней ветви, соответствующие потенциалу коллектора на этот момент. Однако в отличие от сценария 2 здесь $\delta_{BF}(V_0 + 0.10)$ оказывается больше 0.75. Поэтому в некоторый момент $\delta_{BF}(V(\tau))$ становится равным 0.75, а в ближайший следующий момент решений в области верхней ветви не оказывается. В этой ситуации у решения появляется возможность вернуться в окрестность состояний, соответствующих ветвям *normal*, что и происходит. Далее решение снова попадает в окрестность

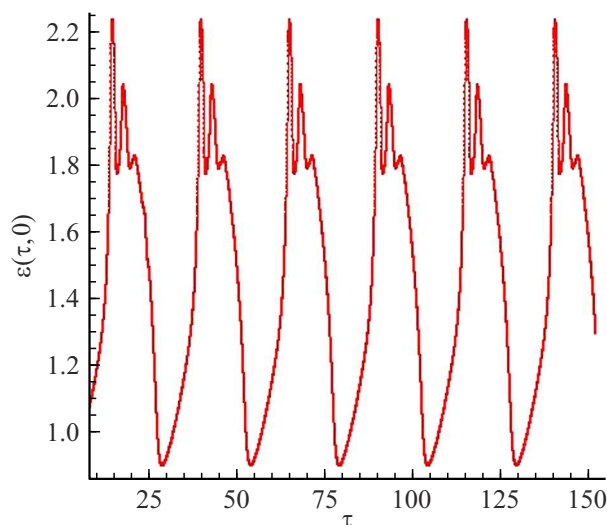


Рис. 7. Зависимость напряженности электрического поля у эмиттера от времени; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

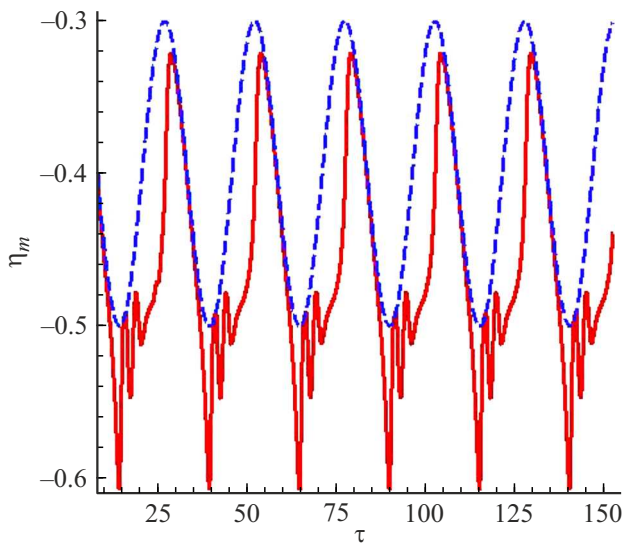


Рис. 8. Временные зависимости потенциала в минимуме η_m (сплошная кривая). Штриховой кривой показано изменение потенциала коллектора во времени. $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

стационарных решений, соответствующих верхним ветвям, и т.д. В результате, в диоде устанавливается режим со строго периодическими колебаниями с периодом $T_\omega = 2\pi/\omega \approx 25$.

В отличие от сценария 2, где нестационарное решение остается в окрестности стационарных решений, соответствующих верхним ветвям, здесь колебания имеют довольно сложную структуру, а амплитуда колебаний напряженности электрического поля у эмиттера оказывается довольно большой (изменяется в интервале (0.904, 2.234)). Для стационарных решений, соответствующих крайним величинам потенциала коллек-

тора: $V = -0.3$ и -0.5 , интервал изменения ε_0 равен (0.872, 1.987). Таким образом, мы видим, что, когда у нестационарного решения потенциал коллектора соответствует стационарным решениям, лежащим в области ветвей normal (рис. 8), напряженности электрического поля на эмиттере не выходят за нижнюю границу области существования стационарных решений. Когда же $\eta(\tau, \delta)$ попадает в область стационарных решений, соответствующих верхним ветвям, окрестность максимума $\varepsilon(\tau, 0)$ может в течение небольшой части периода колебаний выходить за границу области величин, которые соответствуют стационарным решениям с $V = V_0 - 0.1 = -0.5$.

На рис. 8 показаны колебания потенциала вершины ВК $\eta_m(\tau)$. Видно, что колебания η_m синхронны с колебаниями потенциала коллектора. Видно также, что в течение небольшой части периода колебаний η_m оказывается меньше потенциалов коллектора, существующих в эти моменты. Тогда величины напряженностей на эмиттере $\varepsilon(\tau, 0)$ выходят за границы области, соответствующей стационарным решениям с этими $V(\tau)$.

Остановимся подробнее на характеристиках решения внутри одного периода колебаний. На рис. 9 – 11 показаны изменения во времени потенциала в минимуме и его координаты, напряженностей электрического поля и конвекционных токов на эмиттере и коллекторе. Видно, что в отличие от сценария 2 (рис. 4 и 5) переход нестационарного решения в область верхней ветви сопровождается колебаниями более высокой частоты. На рис. 9 видно, что в течение некоторого промежутка времени η_m становится меньше, чем $V_0 - |\Delta V|$, или даже оказывается на коллекторе, т.е. РП становятся монотонными. В эти промежутки очень малое количество электронов достигает поверхности коллектора (рис. 10, b). На рис. 10, a видно, что конвекционный ток на эмиттере в течение почти половины периода

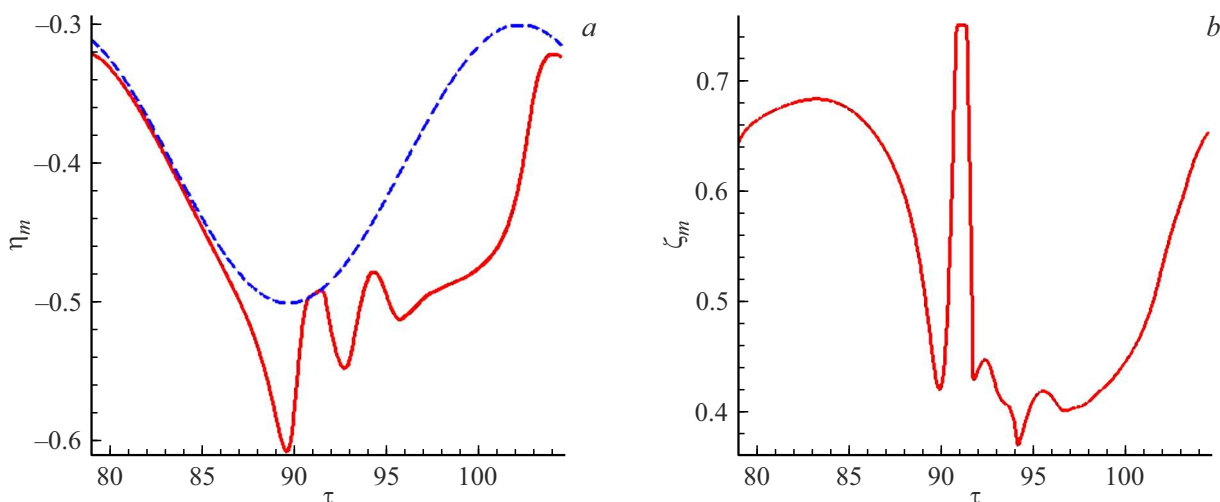


Рис. 9. Изменение (a) потенциала в минимуме η_m и (b) его положения ξ_m в течение периода колебаний. Штриховой кривой показано, как изменяется потенциал коллектора. $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

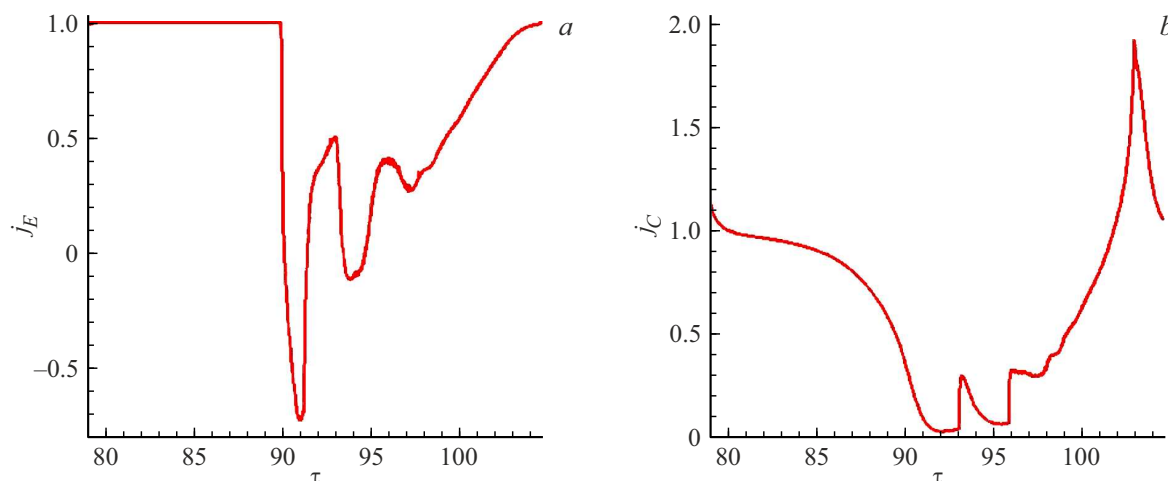


Рис. 10. Эволюция (а) конвекционного тока на эмиттере j_E и (б) коллекторе j_C в течение периода колебаний; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

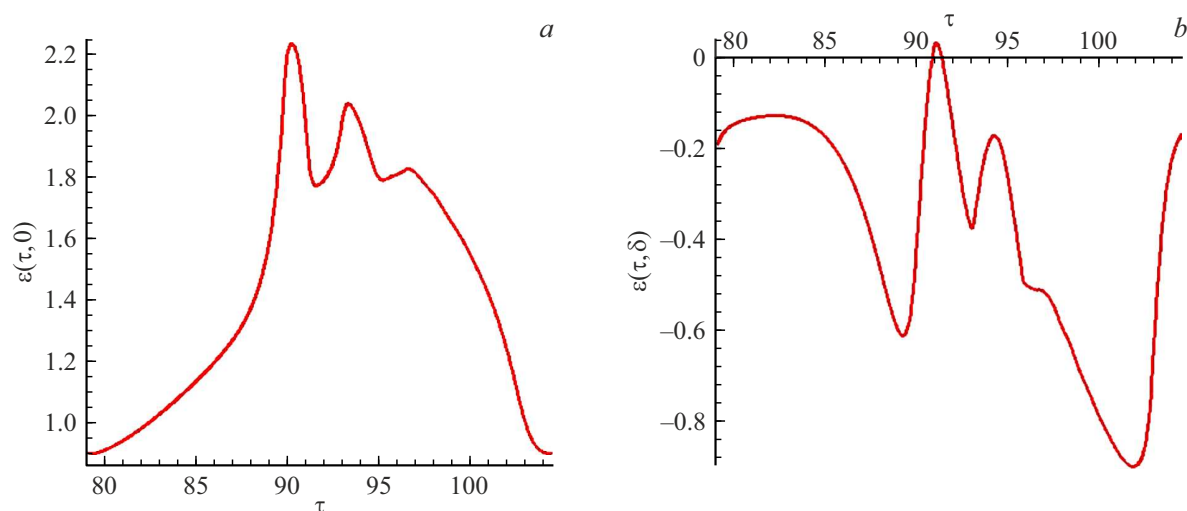


Рис. 11. Эволюция напряженности электрического поля у (а) эмиттера $\varepsilon(\tau, 0)$ и (б) коллектора $\varepsilon(\tau, \delta)$ в течение периода колебаний; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

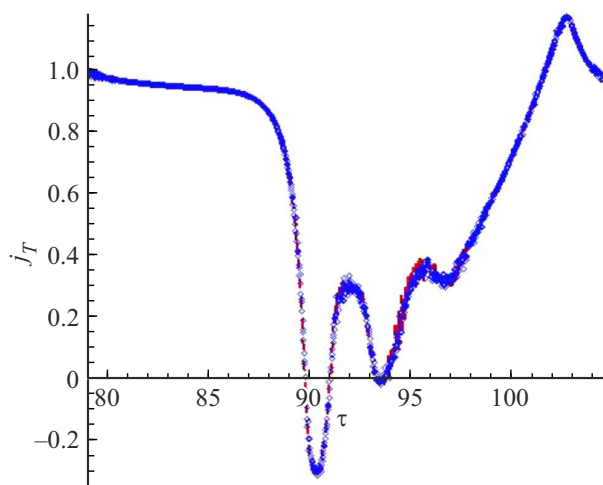


Рис. 12. Зависимость полного тока на эмиттере (штриховая кривая) и коллекторе (кружки) от времени в течение периода колебаний; $\delta = 0.75$, $V_0 = -0.40$, $\Delta V = -0.10$, $\omega = 0.25$, $\Delta = 0.01$.

колебаний остается равным току эмиссии. Это говорит о том, что в этот промежуток времени отраженные электроны не достигают эмиттера. Видно также, что в некоторые промежутки времени поток отраженных электронов превосходит поток прямых частиц ($j_E < 0$). Рис. 10, б показывает, что в определенные промежутки времени коллектора достигает очень малое количество электронов, но в некоторые моменты на коллектор „выбрасывается“ много электронов.

Напряженности электрического поля у эмиттера и коллектора так же имеют довольно сложную структуру, когда решения оказываются в окрестности стационарных решений с верхних ветвей (рис. 11). В моменты времени, когда η_m оказывается меньше $V_0 - |\Delta V|$, решения могут даже выходить из области, соответствующей стационарным решениям ветвей с отражением.

На рис. 12 показана эволюция полных токов на эмиттере и коллекторе в течение периода колебаний.

Видно, что токи совпадают с хорошей точностью. Это является подтверждением корректности расчетов.

Заключение

В ходе изучения процессов, развивающихся в диоде Бурсиана при наличии реактивных элементов внешней цепи, необходимо понять, какие нестационарные решения могут реализоваться в плазме диода, когда внешнее напряжение не является постоянным, а изменяется во времени. В работе выявлены и изучены основные типы нестационарных решений, которые могут реализоваться в плазме диода Бурсиана для случая, когда задано внешнее напряжение, изменяющееся во времени по гармоническому закону. Показано, что решения представляют собой колебательный процесс с частотой, равной частоте колебаний внешнего напряжения. Установлено, что ход нестационарного процесса во многом определяется областями „притяжения“ стационарных решений у диода с потенциалами коллектора, лежащими в области изменения внешнего напряжения — $(V_0 - |\Delta V|, V_0 + |\Delta V|)$.

Путем анализа стационарных решений у диода с различными постоянными внешними напряжениями из указанной области, а также результатов численных расчетов нестационарных процессов в плазме диода, к которому приложено переменное внешнее напряжение, мы обнаружили три типа нестационарных решений. При малых амплитудах колебаний внешнего напряжения ($|\Delta V| \ll 1$) электрическое поле в плазме совершает колебания с амплитудой порядка $|\Delta V|$. При этом нестационарное решение как бы „идет“ по стационарным решениям, соответствующим ветвям normal с потенциалами коллектора, пробегаящими область $(V_0 - |\Delta V|, V_0 + |\Delta V|)$. Для этого случая нами получено аналитическое решение. Результаты расчетов процесса с использованием Е,К-кода с хорошей точностью совпали с этим аналитическим решением.

С увеличением амплитуды $|\Delta V|$ до значений, когда величина межэлектродного расстояния δ оказывается больше $\delta_{SCL}(V_0 - |\Delta V|)$, появляется возможность для реализации еще двух типов нестационарных решений. Если $\delta > \delta_{BF}(V_0 + |\Delta V|)$, нестационарные решения все время колеблются в окрестности стационарных решений, соответствующих верхним ветвям с отражением электронов.

Если $\delta < \delta_{BF}(V_0 + |\Delta V|)$, нестационарные решения так же являются периодическими, но они находятся в окрестности решений, соответствующих ветвям с отражением, только в течение части периода. Затем у них появляется возможность перескочить в окрестность решений с нижних ветвей, где они проводят оставшуюся часть периода. Затем нестационарные решения снова возвращаются в окрестность верхних ветвей, и процесс повторяется.

Работа является продолжением статьи [17]. В этих двух работах рассмотрены два принципиально разных

способа перехода между устойчивыми состояниями диода Бурсиана: спонтанный переход, вызванный внутренней неустойчивостью плазмы, и управляемый переход, вызванный внешним синусоидальным воздействием. В [17] объяснено, почему система вообще может менять свои состояния, а также продемонстрированы „естественные“ пути ее эволюции. Показывается, как с помощью переменного внешнего напряжения можно целенаправленно управлять состоянием системы, вызывая сложные нелинейные колебания и перескоки. В результате, создана полная картина нестационарного поведения сложной нелинейной системы, какой является диод Бурсиана. Полученные результаты могут быть основой для проектирования устройств на основе такого диода.

Проведенное исследование позволит анализировать процессы как в системе диод — внешняя цепь при наличии реактивных элементов цепи, так и в ТЭП в режиме генерации переменного тока. Таким образом, работа не только вносит вклад в фундаментальную физику нелинейных колебаний в плазменных диодах, но и предоставляет конкретный механизм активного управления состоянием системы, открывая путь к разработке нового поколения ТЭП, способных эффективно генерировать переменный ток.

Благодарности

Разд. 1.2 и 1.3 выполнены при финансовой поддержке РФФИ, проект №24-22-00175; Введение и разд. 1.1 — в рамках государственного задания, номер темы FFUG-2024-0005.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] K.A.A. Khalid, T.J. Leong, K. Mohamed. IEEE Transactions on Electron Devices, **63** (6), 2231 (2016). DOI: 10.1109/TED.2016.2556751
- [2] D.B. Go, J.R. Haase, J. George, J. Mannhart, R. Wanke, A. Nojeh, R. Nemanich. Frontiers in Mechanical Engineering, **3** (13) (2017). DOI: 10.3389/fmech.2017.00013
- [3] G. Xiaoa, G. Zhenga, M. Qiub, Q. Lib, D. Lic, M. Ni. Appl. Energy, **208**, 1318 (2017). DOI: 10.1016/j.apenergy.2017.09.021
- [4] M.F. Campbell, T.J. Celenza, F. Schmitt, J.W. Schwede, I. Bargatin. Adv. Sci., **8**, 2003812 (2021). DOI: 10.1002/advs.202003812
- [5] V.I. Babanin, A.Ya. Ender, I.N. Kolyshkin, V.I. Kuznetsov, V.I. Sitnov, D.V. Paramonov. Proc. 32nd IECEC (Honolulu, USA. AICHe, 1997), 427.
- [6] В.И. Кузнецов, А.Я. Эндер. ЖТФ, **53** (12), 2329 (1983).
- [7] V.I. Kuznetsov, A.B. Gerasimenko. J. Appl. Phys., **125**, 183301 (2019). DOI: 10.1063/1.5090204

- [8] V.I. Kuznetsov, A.B. Gerasimenko, M.A. Zakharov. Plasma Phys. Rep., **51** (2), 155 (2025). DOI: 10.1134/S1063780X24601925
- [9] А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир. Радиотехника и электроника, **47** (6), 645 (2002).
- [10] S. Mumtaz, H.S. Uhma, E.H. Choi. Phys. Reports, **1069**, 1 (2024).
- [11] А.Е. Дубинов, В.М. Лойко. Радиотехника и электроника, **49** (10), 1264 (2004).
- [12] Н.С. Фролов. Изв. вузов, ПНД, **20** (3), 152 (2012).
- [13] А.А. Бадарин, С.А. Куркин, Н.С. Фролов, А.О. Сельский, А.Е. Храмов, А.А. Короновский. Изв. РАН. Сер. Физическая, **82** (11), 1595 (2018). DOI: 10.1134/S0367676518110042
- [14] M. Siman-Tov, J.G. Leopold, Ya.E. Krasik. Phys. Plasma, **26**, 033113 (2019). DOI: 10.1063/1.5087708
- [15] C.E. Fay, A.L. Samuel, W. Shockly. Bell Syst. Tech. J., **17**, 49 (1938).
- [16] В.И. Кузнецов, А.Я. Эндер. Физика плазмы, **36** (3), 248 (2010).
- [17] В.И. Кузнецов, В.Ю. Коёкин, М.А. Захаров, И.К. Морозов. ЖТФ, **94** (11), 1809 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.11.59097.239-24
- [18] P.V. Akimov, A.Ya. Ender, V.I. Kuznetsov, H. Schamel. J. Appl. Phys., **93** (2), 1246 (2003).
- [19] В.И. Кузнецов. Докт. дисс., (СПб, ФТИ им. Иоффе, 2006)
- [20] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике. Для научных работников* (Наука, М., 1974)
- [21] Г. Бейтман, А. Эрдейи. *Таблицы интегральных преобразований, т. 1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина* (Наука, М., 1969)