

## Использование энергетического подхода для оценки параметров резонансного микроволнового плазменного канала

© В.Г. Бровкин, П.В. Веденин

Объединенный институт высоких температур РАН,  
125412 Москва, Россия  
e-mail: brovkin47@mail.ru

Поступило в Редакцию 25 июля 2025 г.

В окончательной редакции 24 октября 2025 г.

Принято к публикации 24 октября 2025 г.

Методом численного моделирования проверена и подтверждена гипотеза о том, что в широком диапазоне параметров СВЧ разряда тонкая плазменная нить, развивающаяся вдоль электрического поля в свободном пространстве, стремится поглощать максимальную энергию. Получены аналитические выражения для основных характеристик (проводимость и концентрация электронов плазмы, электрическое поле в центральной области, поглощаемая мощность и т.д.) плазменного канала на „максимальной“ траектории, позволяющие оценивать параметры сформировавшегося канала. Проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** СВЧ разряд, плазменная нить, плазмоид, стримерный механизм.

DOI: 10.61011/JTF.2026.03.62533.199-25

### Введение

Объектом проведенного исследования, результаты которого представлены в настоящей работе, был одиночный свободно локализованный тонкий микроволновой плазменный канал-нить (плазмоид). Плазменный канал интересен для исследования как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Во-первых, в настоящее время еще не установлены окончательно основные принципы его самоорганизации. Во-вторых, об актуальности исследования свойств СВЧ тонкой плазменной нити свидетельствует, например, интерес к задачам плазменной аэродинамики (возможность дистанционного воздействия горячим каналом на высокоскоростной поток газа [1,2]) и к задачам плазменного горения (использование каналов для зажигания смесей метан/воздух [3]).

Обычно каналы формируются в фокусе пучка (пучков) электромагнитных волн вдали от поверхностей в плотном газе в условиях  $\nu \gg \omega$  ( $\nu$  — транспортная частота столкновений электронов с молекулами, а  $\omega$  — круговая частота колебаний электромагнитного поля). Видимый на фотографиях продольный размер нити (вдоль внешнего линейно поляризованного электрического поля) обычно лежит в диапазоне значений  $(0.5\text{--}0.8)\lambda$  ( $\lambda$  — длина волны падающего электромагнитного излучения), а ее характерный максимальный поперечный масштаб значительно меньше длины волны.

Результаты детального экспериментального и теоретического исследования эволюции свободно локализованного СВЧ плазменного канала представлены в работах [4–7 и 7–15] соответственно.

Плазмоид развивается из начального плазменного облака в двух взаимно противоположных направлениях

вдоль внешнего электрического поля по стримерному механизму (две разбегающиеся волны ионизации). С ростом длины канала и увеличением его проводимости все более заметно становится влияние вихревого электрического поля, препятствующего вытягиванию вследствие уменьшения амплитуды электрического поля на головках. В процессе удлинения форма канала близка к эллипсоиду. На заключительном этапе в указанном выше диапазоне значений продольного размера пространственный заряд на головках уже не может обеспечить дальнейшее распространение волн ионизации. Рекомбинация ограничивает рост проводимости, причем выход на ионизационно-рекомбинационное квазивновесие осуществляется постепенно от центра к концам в основном уже сформировавшегося плазмоида. После прекращения удлинения концентрации компонентов плазмы и амплитуда электрического поля продолжают „ышать“ вследствие их взаимного влияния через константы процессов. Позднее на газодинамической стадии через время порядка  $r_{ch}/C_s$  ( $r_{ch}$  — характерный поперечный размер канала,  $C_s$  — скорость звука) нагрев газа приводит к его разрежению, что является причиной развития ионизационно-перегревной неустойчивости. В результате в центральной области появляется ярко светящийся шнур (шнуры), радиус которого (которых) значительно меньше поперечных размеров обволакивающего плазмоида [1,4].

По мере накопления информации отмечались некоторые характерные особенности эволюции канала на различных ее этапах. Так, например, в электростатическом пределе, когда роль вихревых токов пренебрежимо мала, размеры и проводимость нарастают самосогласованно так, что амплитуда поля в центральной области

изменяется незначительно. Об этом свидетельствуют результаты численного моделирования [7,11,12]. В работе [7] выделена цепочка связей между параметрами канала, ответственная за такое поведение амплитуды на этом этапе, однако не вскрыта причина, приводящая в действие механизм такого проявления самоорганизации.

В работах [16,17] выдвинута и в ограниченном диапазоне давлений 30–100 Торр проверена гипотеза о том, что свободно локализованный микроволновой плазменный канал развивается таким образом, что в каждый момент времени поглощаемая мощность максимальна. Подчеркнем, что величина максимальной поглощаемой мощности зависит только от текущих размеров плазменного образования и от моментов пространственного распределения плазмы. Физическое содержание этой гипотезы заключается в следующем: с ростом проводимости плазмы амплитуда электрического поля во внутренней области уменьшается. Следовательно, существуют условия, при которых поглощаемая плазмой мощность максимальна. На наш взгляд, сказанное применимо и к более широкому классу разрядов. В [18] исследованы механизмы самоорганизации, приводящие к максимальному поглощению мощности.

В настоящей работе мы сфокусировались на прикладном аспекте исследования эволюции СВЧ канала. Целью исследования являлось получение универсальных соотношений, позволяющих на основании вышеупомянутой гипотезы и экспериментальных данных о видимых размерах сформировавшегося квазистатического плазменного образования оценивать его основные характеристики.

## 1. Взаимодействие микроволнового излучение с тонким плазменным каналом

Тонкий плазменный канал эволюционирует в электрическом поле линейно поляризованной электромагнитной волны  $\text{Re}[\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})]$ . Продольный видимый размер канала  $2Z_{vis}$  (вдоль внешнего электрического поля) ограничен условием  $2Z_{vis} < \lambda$ , а его видимые поперечные размеры  $2X_{vis}$ ,  $2Y_{vis}$  значительно меньше длины волны. Плазма квазинейтральна. Электроны осциллируют относительно неподвижного на периоде колебаний  $T$  ( $T = 2\pi/\omega$ ) ионного фона. Изменения размеров плазменного облака и концентрации плазмы пренебрежимо малы на периоде колебаний электромагнитного поля. Вследствие высокочастотных осцилляций появляются симметрично расположенные относительно центра канала нескомпенсированные высокочастотные пространственные заряды противоположных знаков  $\pm|\rho_e^h|$ , локализованные преимущественно на концах нити в областях максимальных градиентов проводимости. Это следует из формулы

$$\rho_e^h = -\frac{i\nabla \cdot \mathbf{j}_e^h}{\omega} = -\epsilon_0 \mathbf{E} \nabla \epsilon \propto \nabla N_e, \quad (1)$$

где  $\mathbf{j}_e^h$  — плотность индуцированного внешним электрическим полем тока электронов ( $\mathbf{j}_e^h = \sigma \mathbf{E}/(1 - j\vartheta)$ ),  $\sigma = e^2 N_e/mv$  — проводимость электронов плазмы,  $N_e(\mathbf{r}, t)$  — усредненная за период колебаний электромагнитного поля концентрация электронов плазмы;  $\vartheta = \omega/v$  ( $\vartheta = \text{const}$  на рассматриваемом в настоящей работе „быстрым“ этапе удлинения канала),  $\epsilon = 1 + i\sigma_*/(1 - i\vartheta)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы,  $\sigma_* = \sigma/\omega\epsilon_0$ ,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Формальное решение уравнений Максвелла для медленно меняющихся комплексных амплитуд высокочастотного электрического поля в случае его взаимодействия с тонкой плазменной нитью удобно представить в следующем интегральном виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_\rho + \mathbf{E}_j$  — поле отклика плазмы,  $\mathbf{E}_\rho$ ,  $\mathbf{E}_j$  — поля, создаваемые высокочастотными зарядами

$$\mathbf{E}_\rho(\mathbf{r}, t) = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0} \int dV' G(\kappa) \nabla' \rho_e^h(\mathbf{r}', t),$$

и током

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t) = \frac{i\omega\mu_0 k}{4\pi} \int dV' G(\kappa) \mathbf{j}_e^h(\mathbf{r}', t),$$

$\mu_0$  — проницаемость свободного пространства,  $G = \exp(i\kappa)/\kappa$  — функция Грина. Здесь  $\kappa = k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ .

Выражение для амплитуды высокочастотного поля в центральной области канала, в которой сосредоточена практически вся плазма, имеет вид [6]:

$$E_c \approx \frac{E_0}{1 + i\frac{\sigma_* c \Psi_c}{1-i\vartheta}}, \quad (3a)$$

где

$$\Psi_c = -\frac{k^3}{4\pi} \int dV f(\mathbf{r}, t) G(\kappa_c) \left[ 1 + i\kappa_c^{-1} - \kappa_c^{-2} - \xi_{zc}^2 (1 + 3i\kappa_c^{-1} - 3\kappa_c^{-2}) \right], \quad (3b)$$

$$f(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r})/\sigma_c, \quad \xi_{zc} = z/r, \quad \kappa_c = kr, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Следует подчеркнуть, что амплитуда электрического поля в центре интегрально зависит от распределения проводимости плазмы. Интегральная зависимость означает, что учет деталей этого распределения не может привести к заметному влиянию на величину амплитуды.

Выражение (3b) для нити, длина которой меньше длины волны, можно трансформировать в следующее:

$$\Psi_c = n_z - k^2 X_{vis} Y_{vis} \sum_{m=0} \frac{(ikZ_{vis})^m \psi_m}{m!(m+2)}, \quad (3c)$$

$$n_z \equiv \frac{X_{vis} Y_{vis}}{Z_{vis}^2} n_{z*}, \quad n_* = \frac{1}{4\pi} \int dV_* \left( -\frac{\partial f}{\partial z_*} \right) \frac{z_*}{R_*^3},$$

$$R_* = \sqrt{\left(\frac{x_*}{h_x}\right)^2 + \left(\frac{y_*}{h_y}\right)^2 + z_*^2},$$

$$x_*, y_*, z_* = x/X_{vis}, y/Y_{vis}, z/Z_{vis}$$

$$h_{x,y} = Z_{vis}/X_{vis}, Y_{vis},$$

$$\psi_m = \frac{1}{4\pi} \int dV_* f \left[ (m+1)R_*^{m-1} - (m-1)z_*^2 R_*^{m-3} \right].$$

Отметим, что

$$n_{z*} \approx \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{homogeneous cylinder,} \\ \ln \frac{2Z_{vis}}{R_{vis}}, & \text{ellipsoid of revolution.} \end{cases} \quad (4)$$

## 2. Анализ эволюции плазменного канала в рамках гипотезы о максимальном поглощении энергии

Приближенное выражение для усредненной за период полной поглощаемой мощности в тонком плазменном канале имеет следующий вид [16]:

$$W_J \approx \frac{|E_c|^2 \int dV \operatorname{Re} \sigma^h}{2}$$

$$= k S_0 V_{\text{eff}} \frac{\sigma_{*c}}{(1 - \sigma_{*c} \operatorname{Im} \Psi_c)^2 + (\sigma_{*c} \operatorname{Re} \Psi_c - \vartheta)^2}, \quad (5)$$

где  $S_0 = c E_0^2 \varepsilon_0 / 2$ ,  $V_{\text{eff}} = \int dV f$  — эффективный объем. Функция  $W_J[\sigma_{*c}(t)]$  имеет максимум, поскольку амплитуда электрического поля в канале уменьшается с ростом проводимости. При значении нормированной проводимости

$$\sigma_{*c}^{(m)}(t) = \frac{\sqrt{1 + \vartheta^2}}{|\Psi_c(t)|} \quad (6)$$

полная поглощаемая мощность максимальна:

$$W_{J\max} \approx W_{res} \frac{1 + \sqrt{1 + \vartheta^2}}{\sqrt{(1 + \vartheta^2)(\chi^2 + \mu^2)} + \chi - \mu \vartheta}, \quad (7)$$

где

$$W_{res} = \frac{3\lambda^2 S_0}{4\pi (1 + \sqrt{1 + \vartheta^2})}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\chi}{\mu}\right) &= \mp \frac{3}{k^3 X_{vis} Y_{vis} Z_{vis} \psi_1} \left( \frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}} \Psi_c \right) \\ &= \left( \frac{1}{\frac{3}{(kZ_{vis})^3 \psi_1} \left( n_* - \frac{(kZ_{vis})^2 \psi_0}{2} \right)} \right) \end{aligned}$$

$$\pm \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \begin{pmatrix} \delta_{2m+1} \\ \delta_{2m} \end{pmatrix}, \quad \delta_m = \frac{3(kZ_{vis})^{m-1} \psi_m}{m!(m+2)\psi_1}.$$

В воздухе формула (8) трансформируется в

$$W_{res}^{(air)} = \frac{1 + \vartheta^2}{1 + \sqrt{1 + \vartheta^2}} \left( P [\text{Torr}] \lambda [\text{cm}] \frac{E_0}{E_{br}} \right)^2, \quad [\text{W}], \quad (8a)$$

где  $E_{br}$  — пробойное поле,  $E_{br}/P = 40 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$ .

Плотность мощности в центре связана с полной поглощаемой мощностью соотношением

$$W_{Jc\max} \approx \frac{W_{J\max}}{V_{\text{eff}}}. \quad (9)$$

Выражение для амплитуды поля в центре на траектории поглощения максимальной мощности имеет вид

$$\left| E_c^{(m)} \left[ \sigma_{*c}^{(m)}(t) \right] \right| \approx \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left[ 1 - \frac{\vartheta \mu - \chi}{\sqrt{(1 + \vartheta^2)(\mu^2 + \chi^2)}} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Воспользовавшись выражениями (6)–(10), проанализируем на качественном уровне эволюцию СВЧ канала на экстремальной траектории.

На этапе развития электронной лавины в падающем электрическом поле поглощаемая мощность близка к нулю. В начале удлинения в электростатическом пределе ( $2Z_{vis} < 0.3\lambda$ ,  $\mu(Z_{vis}) \gg 1$ ) вышеупомянутые характеристики изменяются следующим образом:

$$\sigma_{*c}^{(m)}(t) = \frac{\sqrt{1 + \vartheta^2}}{n_z} = \frac{Z_{vis}^2 \sqrt{1 + \vartheta^2}}{X_{vis} Y_{vis} n_{z*}}, \quad (11)$$

$$W_{J\max} \approx \frac{k S_0 V_{\text{eff}}}{4n_z \left( \sqrt{1 + \vartheta^2} - \vartheta \right)} \propto \frac{Z_{vis}^3 \eta \xi}{n_{z*}}, \quad (12)$$

$$W_{Jc\max} \approx \frac{k S_0}{4n_z \left( \sqrt{1 + \vartheta^2} - \vartheta \right)} \propto \frac{Z_{vis}^2}{X_{vis} Y_{vis} n_{z*}}, \quad (13)$$

где

$$\eta = \frac{V_{\text{eff}}}{V_{vis}}, \quad \xi = \frac{V_{vis}}{2\pi X_{vis} Y_{vis} Z_{vis}}.$$

Поскольку практически вся плазма локализована в видимом на фотографиях объеме [7,17], характеристика плазменного канала  $\eta$  отражает степень заполнения плазмой этого объема, а геометрический фактор  $\xi$  оценивается на основании данных о форме канала. Так, например,  $\xi = 1/2$  для цилиндра и эллипсоида вращения соответственно. Амплитуда электрического поля на электростатической стадии развития СВЧ стримера в центральной области близка к постоянному значению

$$\left| E_c^{(m)} \left[ \sigma_{*c}^{(m)}(t) \right] \right| \approx \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{\vartheta}{2} \right), \quad (14)$$

не зависящему от выбора расчетной геометрии ( $2D$ -плоская, или  $2D$ -азимутально симметричная), от формы плазменной области и т. д. Этот вывод, как упоминалось в введении, соответствует результатам численного моделирования.

С ростом длины канала все более заметно становится влияние вихревого электрического поля, вследствие чего функция  $\mu(Z_{vis})$  уменьшается, и после ее перехода в резонансную область значений  $\mu(Z_{vis}) < 1$  скорость нарастания мощности  $w_{Jc\max}(Z_{vis})$ ,  $W_{J\max}(Z_{vis})$  резко падает. Величина поглощаемой мощности приближается к максимальному значению. Упомянем, что в этой области значений характерного масштаба  $Z_{vis}$  функция  $\chi(Z_{vis}) \approx 1$ .

### 3. Резонанс

Для дальнейшего анализа необходимо упростить выражения для форм-факторов  $\psi_m$ , т.е. конкретизировать пространственное распределение проводимости. Результаты экспериментов [4–7, 19, 20] продемонстрировали, что плазменный канал имеет форму, близкую к эллипсу с поперечными масштабами  $X_{viz}$  и  $Y_{viz}$ . Соотношение этих масштабов зависит от пространственного распределения амплитуды внешнего электрического поля вблизи фокуса электродинамической системы. В экспериментах, описанных в работах [6, 7, 19, 20], зажигались каналы с  $X_{viz} \approx Y_{viz}$ . В работе [6] показано, что при выполнении условий

$$Z_{viz} \geq 4Y_{viz}, \quad X_{viz} < Y_{viz} \leq 2X_{viz}$$

в оценках можно использовать приближение эллипсоида вращения с усредненным радиусом

$$\bar{R}_{viz} = \sqrt{0.5(X_{viz}^2 + Y_{viz}^2)}.$$

Этот результат позволяет аппроксимировать распределение проводимости следующим образом:

$$\sigma(\mathbf{r}, t) = \sigma_c(t)f(t, \xi), \quad (15)$$

где  $\xi = \sqrt{\left(r/\bar{R}_{viz}\right)^2 + \left(z/Z_{viz}\right)^2}$ ,  $f$  — функция, удовлетворяющая условиям  $f(\xi = 0) = 1$ ,  $f(\xi \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ . Выражения для форм-факторов получены в работе [17], и имеют вид

$$\begin{aligned} n_z * &\approx \ln(2H_{vis}) - 1, \\ \psi_0 &\approx \gamma_0(2 \ln(2H_{vis}) - 1)(\bar{R}_{viz} \ll Z_{vis}), \\ \delta_m &= \frac{3(kZ_{vis})^{(m-1)}\gamma_m}{m!m(m+2)\gamma_1}, \quad \gamma_m = \int d\xi \xi^{m+1} f(\xi), \\ H_{vis} &= Z_{vis}/\bar{R}_{viz}. \end{aligned}$$

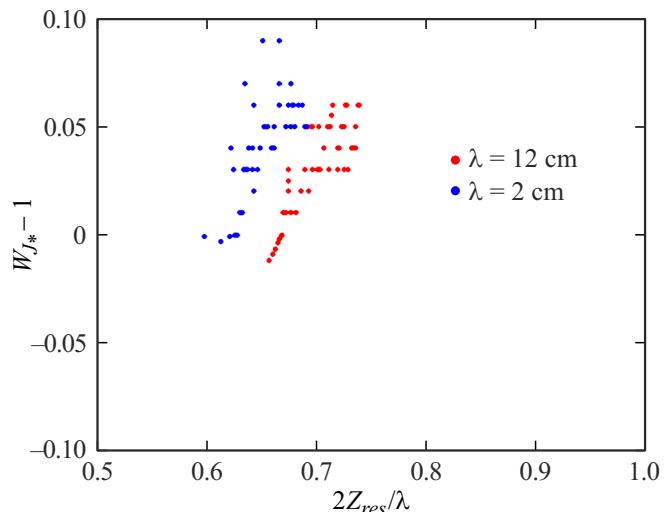
Интенсивность свечения, как показывает эксперимент, максимальна в центральной области. Этот факт позволяет предположить, что практически вся плазма локализована в светящейся области  $\xi \leq 1$ . Для распределения проводимости с максимумом в центре плазмоида очевидно, что  $\gamma_{m \geq 2}/\gamma_1 < 1$ . Следовательно, в интересующей нас области значений  $2Z_{vis} \geq 0.7\lambda$  поправки  $\delta_2$  и  $\delta_3$  малы.

Близи резонанса  $|\mu(Z_{vis})| \ll 1$ ,  $\chi(Z_{vis}) \approx 1$  выражение (7) предельно упрощается и принимает вид

$$W_{J_{max}} \approx W_{res} \left( 1 + \delta_3 + \frac{\mu(2\vartheta - \mu)}{4} \right). \quad (16)$$

Максимум поглощаемой мощности достигается вблизи значения  $\mu(Z_{vis}) \approx \vartheta$ . На основании вышеизложенного заключаем, что

$$W_{J_{max}}^{(res)} \approx W_{res} \left( 1 + \delta_3 + \frac{\vartheta^2}{4} \right) \approx W_{res}. \quad (17)$$



Зависимости относительного отклонения  $W_{J*} - 1$  расчетного значения полной поглощаемой мощности  $W_{J_{calc}}$  в резонансе от нормированной резонансной длины плазмоида  $2Z_{res}/\lambda$  для длин волн  $\lambda = 2, 12 \text{ cm}$  в диапазоне значений параметров разряда в воздухе  $P = 30-750 \text{ Torr}$ ,  $E_{eff} = (1.1-1.5)E_{br}$ .

Полная поглощаемая мощность резонансного плазмоида в явном виде не зависит от поперечных масштабов, а на ее величину слабо влияют только профиль распределения проводимости через отношение  $\gamma_3/\gamma_1$  ( $\delta_3 \propto \gamma_3/\gamma_1$ ) и параметр  $\vartheta$ .

На рисунке представлены зависимости относительного отклонения  $W_{J*} - 1$  ( $W_{J*} = W_{J_{calc}}/W_{res}$ ) расчетного значения полной поглощаемой мощности  $W_{J_{calc}}$  в резонансе от нормированной резонансной длины плазмоида  $2Z_{res}/\lambda$  для длин волн  $\lambda = 2, 12 \text{ cm}$  в диапазоне значений параметров разряда в воздухе  $P = 30-750 \text{ Torr}$ ,  $E_{eff} = (1.1-1.5)E_{br}$ . Рисунок подтверждает справедливость оценки (17), а также устанавливает диапазон значений видимой длины резонансного плазмоида. Среднее значение этого масштаба приблизительно равно  $0.68\lambda$ .

### 4. Параметры резонансного микроволнового плазменного канала

После достижения абсолютного максимума функция  $W_{J*}(2Z_{vis}/\lambda)$ , слабо затухая, осциллирует вблизи единицы. Удлинение плазмоида практически прекращается. При условии  $Z_{vis} \approx \text{const}$  ( $2Z_{vis} > 0.7\lambda$ ) затухающие осцилляции являются реакцией форм-факторов  $\psi_m$  на деформацию профиля проводимости, который продолжает слабо изменяться вблизи состояния ионизационно-рекомбинационного квазиравновесия. На этом этапе заметно возрастает роль диффузии в областях максимальных градиентов проводимости на концах плазмоида. Анализ полученных нами фотографий в диапазоне значений параметров разряда в воздухе  $P = 30-150 \text{ Torr}$  позволил заключить, что из головок время от времени

„выстреливают“ очень тонкие искры, которые затем гаснут, не приводя к каким-либо заметным последствиям.

Плазмоид накапливает энергию на заключительном квазистационарном этапе эволюции ( $t > t_{qs}$ ,  $t_{qs}$  — время выхода на этот этап), когда его размеры и проводимость плазмы в центральной области близки к предельным значениям. Время  $t_{qs}$  может быть установлено экспериментально на основании анализа осцилограмм рассеянного излучения и с ФЭУ (особенности поведения сигналов подробно проанализированы в [6]). Таким образом, для грубой оценки сверху поглощенной за время импульса энергии можно использовать следующую формулу:

$$Q_{J \max} \approx W_{res}(t_p - t_{qs}). \quad (18)$$

Относительные отклонения характеристик канала

$$\Delta_{E,W,\sigma} \equiv 1 - \frac{|E_c|}{|E_c^{(m)}|}, \quad \frac{W_J}{W_{J \max}}, \quad \frac{\sigma_c}{\sigma_c^{(m)}}$$

от их значений на экстремальной траектории связаны соотношениями

$$\Delta_\sigma \approx 2\sqrt{\Delta_W}, \quad \Delta_E \approx -\sqrt{\Delta_W}, \quad (19)$$

из которых следует, что

$$|\Delta_\sigma|, |\Delta_E| \ll 1, \quad (20)$$

если  $\Delta_W \ll 1$ . Опираясь на полученный результат  $\Delta_W \ll 1$  и используя связи (19), можно оценивать амплитуду электрического поля и проводимость в центре резонансного плазмоида.

Выражение (10) для амплитуды электрического поля трансформируется в следующее:

$$|E_c^{(m)}| \approx \frac{E_0}{2} + O(\vartheta^2). \quad (21)$$

Проводимость и удельная поглощаемая мощность в центре плазмоида обратно пропорциональны эффективному объему

$$V_{\text{eff}} \approx \eta \frac{4\pi \bar{K}_{vis} Z_{vis}}{3}. \quad (22)$$

Напомним, что параметр  $\eta$  отражает степень заполнения этого объема плазмой. Если видимый объем можно оценивать с помощью фотографий, то степень заполнения его плазмой устанавливается на основании численных расчетов. Расчеты показали, что среднее значение этой величины в резонансе равно  $\bar{\eta}_{calc} \approx 0.33$ , а максимальное отклонение от среднего значения составляет примерно 20 %.

Выражение для проводимости удобно представить в виде

$$\sigma_{c res} = \frac{\sigma_{*c res}}{60\lambda[\text{cm}]}, \quad \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}, \quad \sigma_{*c res} = \frac{9H_{vis}^2 \sqrt{1 + \vartheta^2}}{2\bar{\eta}_{calc}(\pi L_*)^3}. \quad (23)$$

где  $L_* = 2Z_{vis}/\lambda$ .

Оценки величин электронной концентрации в центрах плазмоидов

$\lambda, \text{cm}$	$P, \text{Torr}$	$Z_{vis}, \text{cm}$	$X_{vis} \approx Y_{vis}, \text{cm}$	$\hat{N}_{ec}^{(air)}, \text{cm}^{-3}$
2.3 [6]	75	0.8	0.13	$5 \cdot 10^{14}$
3 [19]	75	1	0.3	$1.4 \cdot 10^{14}$
8.5 [20]	750	1.7	0.2	$1.5 \cdot 10^{16}$

В воздухе в условиях  $P[\text{Torr}]\lambda[\text{cm}] > 12\pi$  ( $\vartheta^2 \ll 1$ ) имеем

$$\sigma_{ec res}^{(air)} = \frac{3}{40\lambda[\text{cm}]} \frac{H_{vis}^2}{\bar{\eta}_{calc}(\pi L_*)^3} + O(\vartheta^2), \quad [\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}]. \quad (24)$$

$$N_{ec res}^{(air)} \approx \frac{4.8 \cdot 10^{10} P[\text{Torr}] H_{vis}^2}{\bar{\eta}_{calc} \lambda[\text{cm}] L_*^3} + O(\vartheta^2), \quad [\text{cm}^{-3}]. \quad (25)$$

Здесь для эффективной частоты столкновений электронов с молекулами использовалось приближение  $v \approx 5 \cdot 10^9 P[\text{Torr}], \text{s}^{-1}$ .

Используя формулу (25) и экспериментальные данные о видимых размерах, мы оценили величину электронной концентрации в центрах каналов, описанных в работах [6, 19, 20]. Результаты представлены в таблице. Отметим, что в работах [6, 19] разряд исследовался в достаточно широких диапазонах давлений воздуха ( $P = 30 - 150 \text{ Torr}$  [6],  $P = 50 - 100 \text{ Torr}$  [19]), однако видимые размеры плазмоидов изменились незначительно. Поэтому для оценки концентрации электронов при других давлениях можно использовать приведенные в таблице масштабы.

Дипольный момент плазменного канала является основной характеристикой, определяющей его способность рассеивать электромагнитные волны. Информация о величине дипольного момента позволяет оценивать интегральные параметры плазменного образования (обратная задача рассеяния). В случае взаимодействия тонкого плазмоида с электромагнитным излучением выражение для продольной (вдоль внешнего электрического поля) составляющей дипольного момента имеет вид

$$d_z \approx \frac{i\sigma_c E_c V_{\text{eff}}}{(1 - i\vartheta)\omega}. \quad (26)$$

Экспериментальное исследование [6] показало, что величина амплитуды нормированного дипольного момента  $d_* = k^3 d_z / 4\pi\epsilon_0 E_0$  практически не зависит от давления воздуха и лежит в интервале значений 0.5–0.7.

Подстановка выражений (6) в выражение (26) устанавливает следующую связь между амплитудами нормированного дипольного момента и электрического поля на максимальной траектории:

$$|d_*^{(m)}| \approx 1.5 \frac{|E_c^{(m)}|}{E_0 \sqrt{\mu^2 + \chi^2}}. \quad (27)$$

Следовательно, в резонансе имеем

$$\left|d_{*res}\right| \approx 0.75 + O(\vartheta^2). \quad (28)$$

Полученная оценка хорошо согласуется с экспериментальными результатами и подтверждает гипотезу о максимальном поглощении мощности свободно локализованным микроволновым плазменным каналом в процессе его эволюции.

## Результаты

В широком диапазоне значений параметров разряда в воздухе  $\lambda = 2$ ; 12 cm,  $P = 30\text{--}750$  Torr,  $E_{eff} = (1.1\text{--}1.5)E_{br}$  численно проверена и подтверждена следующая гипотеза: микроволновой тонкий плазменный канал развивается таким образом, чтобы в каждый момент времени поглощаемая им мощность была близка к максимально возможной в этот момент величине. Проанализирована на качественном уровне эволюция СВЧ канала на экстремальной траектории.

Получена информация о степени заполнения плазмой видимого на фотографиях плазменного объема, позволяющая оценивать локальные величины характеристик канала в центральной области.

Выведены универсальные соотношения, устанавливающие связи основных характеристик плазмоида (полная и удельная поглощаемые мощности, полная поглощаемая энергия, амплитуда электрического поля, проводимость и концентрация плазмы в центральной области, дипольный момент) с параметрами разряда (длина волны, давление, амплитуда электрического поля), его размерами и степенью заполнения плазмой видимого объема.

На основании полученных формул оценена электронная концентрация в экспериментально наблюдавшихся плазменных каналах.

Универсальная величина нормированного дипольного момента плазмоида хорошо согласуется с экспериментальным результатом.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание № 075-00269-25-00).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Yu.F. Kolesnichenko, V.G. Brovkin, O.A. Azarova, V.G. Grudnitsky, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek. AIAA, 2003-0361 (2003).
- [2] D. Knight. J. Aerospace Lab., **10**, AL10-02 (2015).
- [3] J.B. Michael, A. Dogariu, M.N. Shneider, R.B. Miles. J. Appl. Phys., **108**, 093308 (2010).
- [4] А.Л. Вихарев, А.М. Горбачев, А.В. Ким, А.Л. Колыско. Физика плазмы, **18** (8), 1064 (1992).
- [5] А.С. Зарин, А.А. Кузовников, В.М. Шибков. *Свободно локализованный СВЧ разряд в воздухе* (Нефть и газ, М., 1996)
- [6] V.A. Bityurin, V.G. Brovkin, P.V. Vedenin. J. Phys. D: Appl. Phys., **50**, 275201 (2017).
- [7] V.G. Brovkin, P.V. Vedenin. J. Appl. Phys., **128**, 113301 (2020).
- [8] В.Б. Гильденбург, И.С. Гущин, С.А. Двинин. ЖЭТФ, **97** (4), 1151 (1990).
- [9] П.В. Веденин, Н.Е. Розанов. ЖЭТФ, **105** (4), 868 (1994).
- [10] П.В. Веденин, Н.А. Попов. ЖЭТФ, **108** (2), 531 (1995).
- [11] Г.В. Найдис. ЖЭТФ, **109** (4), 1288 (1996).
- [12] В.А. Битюрин, П.В. Веденин. ЖЭТФ, **138** (3), 577 (2010).
- [13] B. Chaudhury, J.P. Boeuf, G.Q. Zhu, O. Pascal. J. Appl. Phys., **110**, 113306 (2011).
- [14] K. Kourtzanidis, J.P. Boeuf, F. Rogier. Phys. Plasmas, **21**, 123513 (2014).
- [15] K. Kourtzanidis, F. Rogier, J. Boeuf. J. Appl. Phys., **118**, 103301 (2015).
- [16] V.G. Brovkin, P.V. Vedenin, Ch. Mashek. J. Phys.: Conf. Ser., **1698**, 012013 (2020).
- [17] V.G. Brovkin, P.V. Vedenin. J. Appl. Phys., **131**, 123302 (2022).
- [18] V.G. Brovkin, P.V. Vedenin. Plasma Sources Sci. Technol., **31**, 094007 (2022).
- [19] Yu.F. Kolesnichenko, V.G. Brovkin, D.V. Khmara, V.A. Lashkov, I.Ch. Mashek, M.I. Ryvkin. AIAA, 2003-0362 (2003).
- [20] Л.П. Грачев, И.И. Есаков, Г.И. Мишин, К.В. Ходатаев. ЖТФ, **64** (2), 26 (1994).