

Переносные свойства низкотемпературной термохимически неравновесной плазмы

© М.М. Степанов

Балтийский государственный технический университет „ВОЕНМЕХ“ им. Д.Ф. Устинова,
19005 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: lecros@mail.ru

Поступило в Редакцию 14 июля 2025 г.
В окончательной редакции 22 сентября 2025 г.
Принято к публикации 23 октября 2025 г.

Исследовано влияние двухтемпературности (отличия температуры электронов от температуры „тяжелых“ частиц) на переносные свойства частичной ионизированной термохимически неравновесной плазмы. Диффузионные и тепловые потоки вычислены в высших приближениях теории Чепмена–Энского. При этом использована методика, когда „силы“ вычислены через „потоки“, которая позволила получать величины потоков, минуя непосредственное вычисление коэффициентов переноса, что значительно уменьшило количество вычислений и сделало этот метод реально применимым для газодинамических расчетов даже при сохранении учета обычной и двухтемпературной термо- и бародиффузии, в частности, для моделирования параметров низкотемпературной плазмы, возникающей около и за высокоскоростными летательными аппаратами, летящими на больших высотах в плотных слоях атмосферы.

Ключевые слова: низкотемпературная термохимически неравновесная плазма, диффузионные и тепловые потоки, термо- и бародиффузии.

DOI: 10.61011/JTF.2026.03.62531.180-25

Введение

Многие прикладные задачи требуют достаточно точного знания потоков импульса, тепла, массы для течений низкотемпературной плазмы, в особенности тех, что характеризуются малыми числами Рэнольдса. Как указывается в ряде исследований [1–10], для слабоионизированной плазмы необходимо рассчитывать данные потоки, используя точные методы, основанные на молекулярно-кинетической теории газов. Это наиболее важно для вычисления таких величин, как коэффициенты теплопроводности, диффузии, термо- и бародиффузии. При расчете данных параметров, например, по методу Чепмена–Энского, необходимо учитывать высшие приближения при отыскании этих коэффициентов в виде рядов по полиномам Сонина. В противном случае погрешность вычислений параметров течения может быть недопустимо большой. Поэтому данное исследование основано на использовании высших приближений теории Чепмена–Энского и посвящено изучению точности вычислений переносных свойств частично ионизированной плазмы воздуха в условиях возможного отклонения температуры электронов T_e от температуры T „тяжелых“ компонентов. Одной из задач, где это важно, является исследование параметров возмущенной при гиперзвуковом полете области атмосферы как непосредственно около летящих тел, так и в следах за ними. Эта область представляет собой, в общем случае, термохимически неравновесный поток слабоионизированной плазмы. Однако большинство существующих к настоящему времени работ, посвященных определению параметров

таких течений, основывается на предположении об их термическом равновесии. При этом используются простейшие формулы для расчета коэффициентов переноса, что объясняется требующимся большим объемом вычислений в случае использования более точных методов молекулярно-кинетической теории газов. Наиболее распространенный способ определения коэффициентов теплопроводности, диффузии, вязкости при моделировании газодинамических полей около указанных высокоскоростных летательных аппаратов — это формулы Уилке, Мэйсона–Саксена, соответствующие, примерно, первому приближению метода Чепмена–Энского без учета двухтемпературности, термо- и бародиффузии. Однако можно отметить ряд работ, в которых предлагается методика определения переносных свойств в более точной постановке, требующая значительно меньшего количества вычислений даже с учетом возможного отличия температуры электронов от температуры „тяжелых“ частиц и указанных эффектов [1–9]. Поэтому указанная методика реально применима для газодинамических расчетов полетов реальных высокоскоростных летательных аппаратов.

Определяя диффузионные и тепловые потоки, будем следовать работам [3,4,6,7]. Методика этих исследований, когда „силы“ вычисляются через „потоки“, позволяет получать величины потоков, минуя непосредственное вычисление коэффициентов переноса. Это, в сочетании с пренебрежением членами порядка $\varepsilon = \left(\frac{m_e}{m_h}\right)^{0.5} \ll 1$, где m_e , m_h — массы электронов и тяжелых частиц, значительно уменьшает количество вычислений и делает

этот метод реально применим для газодинамических расчетов с учетом ранее отмеченного возможного отличия T_e от T и эффектов термо- и бародиффузии.

1. Методика расчетов

Следуя работам [3–7], ограничимся третьим приближением для электронного компонента и вторым — для „тяжелых“ частиц. Тогда соответствующая система уравнений будет выглядеть следующим образом:

1. Для „тяжелых“ частиц

$$\begin{aligned} \frac{\nabla x_i}{x_i} = & \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ij}} \left(\frac{I_j}{\rho_j} - \frac{I_i}{\rho_i} \right) - \frac{x_e}{D_{ei}} \times \frac{I_e}{\rho_e} \\ & - \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ij}} \frac{m_{ij}}{m} a_{ij}^{01} (g_j - g_i) - \frac{x_e}{D_{ei}} a_{ei}^{01} g_e \\ & + \frac{x_e}{D_{ei}} a_{ei}^{02} f_e - \left(1 - \frac{m_i}{m} \right) \frac{P}{nkT} \nabla \ln P \\ & - x_e \left(1 - \frac{T_e}{T} \right) \nabla \ln P_e - x_e \nabla \ln \frac{T}{T_e} + z_i e \frac{E}{T}; \quad (1) \\ & \sum_{j=1}^{NH} \left[\frac{C_i^2}{D_{ii}} a_{ii}^{11} (1 - C_i) \delta_{ij} - \frac{C_j^2}{D_{jj}} C_j a_{jj}^{11} (1 - \delta_{ij}) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j - x_k}{D_{jk}} \left(\frac{m_{kj}}{m} \right)^2 A_{jk}^i \right] g_j = \\ & = \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_i x_{jk}}{D_{ij}} \frac{m_{ij}}{m} a_{ij}^{10} \left(\frac{I_j}{\rho_j} - \frac{I_i}{\rho_i} \right). \quad (2) \end{aligned}$$

Вместо одного из последних уравнений можно использовать

$$\nabla \ln T = - \sum_{j=1}^{NH} \left[\frac{C_j^2}{D_{jj}} a_{jj}^{11} + \sum_{k=1}^{Nh} \frac{x_j x_k}{D_{jk}} \left(\frac{m_{kj}}{m} \right)^2 A_{jk}^0 \right] g_j; \quad (3)$$

2. Для электронов

$$\begin{aligned} \frac{\nabla x_e}{x_e} = & - \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} \frac{I_e}{\rho_e} + \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{01} g_e \\ & - \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{02} f_e \frac{P}{nkT} \nabla \ln P \\ & + \left(1 - x_e \right) \left(1 - \frac{T_e}{T} \right) \nabla \ln P_e - e \frac{E}{kT}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla \ln T_e = & \frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{10} \frac{I_e}{\rho_e} \\ & - \left(\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{11} + \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{11} \right) g_e \\ & + \left(\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{12} + \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{12} \right) f_e, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{22} + \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{22} \right) f_e = & \\ & - \frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{20} \frac{I_e}{\rho_e} \\ & + \left(\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{21} + \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{21} \right) g_e; \quad (6) \end{aligned}$$

В этих формулах введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} g_i = & \frac{m}{kT} \frac{J_i}{\rho_i}; \quad g_e = \frac{m_e}{kT} \frac{J_e}{\rho_e}; \quad f_e = \frac{35}{8} g_{e2}; \quad m = \sum_{j=1}^{NH} x_j m_j; \\ m_{ij} = & \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}; \quad D_{ij} = \frac{3}{16 n m_{ij}} \frac{kT}{\Omega_{ij}^{11}}; \quad D_{ee} = \frac{3}{8 n m_e} \frac{kT_e}{\Omega_{ee}^{11}}; \\ C_i = & \frac{\rho_i}{\rho}; \quad x_i = \frac{n_i}{n}; \quad n = \sum_{j=1}^N n_j. \end{aligned}$$

Здесь I_i, J_i — диффузионные и приведенные тепловые потоки i -го компонента, T_e, T — температуры электронов и тяжелых компонентов; P, P_e, P_h — давления смеси, электронов и „тяжелых“ частиц; n, n_i — число частиц в единице объема смеси и i -го компонента; ρ, ρ_i — плотность смеси и i -го компонента; D_{ij}, E — бинарные коэффициенты диффузии в первом приближении, напряженность внутреннего электрического поля; e, Z_{ie} — заряд электрона и i -го компонента; $N, NH = N - 1$ — количество компонентов и количество „тяжелых“ компонентов; $V_i = I_i / \rho_i$ — диффузионная скорость i -го компонента; Ω_{ij}^{mn} — интегралы столкновений.

В приведенных уравнениях $a_{ij}^{mn}, A_{ij}^0, A_{ij}^1$ представляют собой линейные функции интегралов столкновения $a_{ij}^{mn} = F_1(\omega_{ij}^{ls})$:

$$A_{jk}^0 = F_2 \left(\frac{m_j}{m_k}, a_{jk}^{22} \right); \quad A_{jk}^1 = F_3 \left(\frac{m_j}{m_k}, a_{jk}^{11}, a_{jk}^{22}, C_i \right),$$

где $\omega_{ij}^{ls} = \Omega_{ij}^{ls} / \Omega_{ij}^{11}$.

Выражения для них можно найти в работах [4,5].

Данная система уравнений замыкается с помощью соотношения, вытекающего из условия квазинейтральности, которое позволяет исключить напряженность

внутреннего индуцированного электрического поля E :

$$\sum_{i=1}^N \frac{Z_i I_i}{m_i} = 0. \quad (7)$$

Приведенные уравнения переноса представляют собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно диффузионных и тепловых потоков I_i, J_i и вспомогательного потока f_e , причем уравнения переноса для электронов отделяются от уравнений переноса „тяжелых“ частиц, а правые части имеют одинаковые матрицы относительно искомых проекций потоков на оси декартовой системы координат (X, Y, Z). Таким образом, для нахождения потоков требуется решать эту СЛАУ, что значительно сокращает объем вычислений по сравнению со стандартным способом их вычислений на основе определения соответствующих коэффициентов переноса.

В качестве примера рассматривается течение слабо-ионизованной воздушной плазмы — смеси следующих компонентов: $O_2, O, N_2, N, NO, Ar, NO^+, e^-$. Предполагается возможное отсутствие как химического так термодинамического равновесия с температурой электронов T_e , отличной от температуры „тяжелых“ частиц T (двухтемпературная смесь газов). Дальнейшее уменьшение количества расчетов достигается заменой исходной системы уравнений (1)–(7) некоторой ее модификацией, в которой исключаются с помощью уравнений (1)–(7) все потоки, связанные с электронной компонентой I_e, J_e, f_e , а также напряженность E . Тогда уравнение (1) будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\nabla x_i}{x_i} - K2_i &= \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ij}} \left(\frac{I_j}{\rho_j} - \frac{I_i}{\rho_i} \right) + K1_i \frac{I_7}{\rho_7} \\ &\quad - \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ij}} \frac{m_{ij}}{m} a_{ij}^{01} (g_j - g_i), \end{aligned} \quad (8)$$

где $i = 1–6$ — для нейтральных компонентов O, O_2, N, N_2, NO, Ar соответственно; $i = 7$ для NO^+ ; $i = 8 = e^-$ для электронов.

$$K1_i = \frac{x_e}{D_{ei}} \left[1 + a_{ei}^{01} \frac{P_{11}}{P_{12}} + \frac{S_3}{S_1} \left(a_{ei}^{01} \frac{P_{13}}{P_{12}} + a_{ei}^{02} \right) \right] + \frac{S}{S_1} \delta_{i7},$$

$$K2_i = \frac{x_e}{D_{ei}} P_2 \frac{P_{12}}{S_1} \left(a_{ei}^{01} \frac{P_{13}}{P_{12}} + a_{ei}^{02} \right) + \left(P_2 \frac{S_2}{S_1} - P_3 \right) \delta_{i7},$$

$$P_2 = \nabla \ln T_e;$$

$$P_3 = \frac{\nabla x_e}{x_e} + \frac{P}{nkT} \nabla \ln P - (1 - x_e) \left(1 - \frac{T_e}{T} \right) \nabla \ln P_e$$

$$- (1 - x_e) \nabla \ln \frac{T}{T_e};$$

$$S_1 = P_{12}P_{23} - P_{22}P_{13}; \quad S_2 = P_{12}P_{33} - P_{32}P_{13};$$

$$S_3 = P_{11}P_{22} - P_{21}P_{12};$$

$$S = P_{11}(P_{22}P_{33} - P_{32}P_{23}) - P_{21}S_2 + P_{31}S_1;$$

$$P_{11} = -\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{20};$$

$$P_{12} = \frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{21} + \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{21};$$

$$P_{21} = \frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{10};$$

$$P_{13} = -\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{22} - \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{22};$$

$$P_{22} = -\frac{T}{T_e} \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ej}} a_{ej}^{11} - \frac{x_e}{D_{ee}} a_{ee}^{11};$$

$$P_{23} = P_{12}; \quad P_{32} = \frac{T_e}{T} P_{21}; \quad P_{33} = \frac{T_e}{T} P_{11}.$$

Уравнения (2), (3), (8) представляют собой окончательную замкнутую систему $2^*(N-1) = 14$ линейных алгебраических уравнений относительно потоков I_i, J_i ($i = 1 \dots (N-1 = 7)$).

Переносные свойства электронной компоненты и напряженность электрического поля определяются как

$$I_e = \frac{\rho_e}{\rho_7} I_7; \quad g_e = -\frac{P_{13}}{S_1} P_2 - \left(\frac{P_{11}}{P_{12}} + \frac{P_{13}}{P_{12}} \frac{S_3}{S_1} \right) \frac{I_e}{\rho_e};$$

$$f_e = \frac{P_{12}}{S_1} P_2 + \frac{S_3}{S_1} \frac{I_e}{\rho_e};$$

$$E = \frac{kT}{eS_1} \left(S \frac{I_e}{\rho_e} + S_2 P_2 - S_1 P_3 \right).$$

Суммарный тепловой поток „тяжелых“ частиц Q находится с учетом потоков, обусловленных переносом энергии внутренних степеней свободы многоатомных молекул и потока энергии за счет переноса массы [11]:

$$Q = J_i + \sum_{j=1}^{NH} h_i I_j; \quad J_h = \sum_{j=1}^{NH} (J_i - \lambda_i^b \nabla T_b^i - \lambda_i^k \nabla T_k^i).$$

Здесь $h_i, \lambda_i^b, \lambda_i^k, T_b^i, T_k^i$ — энталпия молекул i -го сорта, коэффициенты теплопроводности, температуры вращательных и колебательных степеней свободы соответственно.

Для решения приведенной системы уравнений необходимо знание коэффициентов a_{ij}^{mn} , которые можно вычислить, задавшись потенциалами взаимодействия между частицами. Данные об этих потенциалах берутся из работ [8–13 и др.]. Для потенциала типа $\varphi = \frac{\text{const}}{r^n}$ и для потенциала твердых сфер указанные коэффициенты являются постоянными, вычисляемыми заранее величинами [3, 4, 10, 11 и др.], что также значительно снижает количество расчетов, необходимых для определения переносных свойств. Таким образом, для этих потенциалов

Таблица 1. Параметры потенциалов типа $\varphi = \frac{\text{const}}{r^n}$

Тип взаимодействия	const (8 V)	n	Тип взаимодействия	const (8 V)	n
N ₂ –N ₂	550	7.4	N–N	13.8	4.28
N ₂ –O ₂	330	6.8	N–O	19.1	5.13
N ₂ –NO	880	8.48	O–O	2.64	5.98
O ₂ –O ₂	240	6.3	Ar–Ar	944	8.46
O ₂ –NO	1007	8.72	N ₂ –NO ⁺	12.67	4
NO–NO	403	7.5	O ₂ –NO ⁺	11.52	4
N ₂ –N	76.6	6.31	NO–NO ⁺	12.67	4
N ₂ –O	22.5	5	Ar–O	158	7.22
O ₂ –N	362	8.3	Ar–N	114	6.37
O ₂ –O	13.25	4.4	Ar–O ₂	1270	8.38
NO–N	379	8.12	Ar–N ₂	755	7.78
NO–O	801	9	Ar–NO	567	7.06

величины $\omega_{ij}^{ls} = \text{const}$, а значит и $a_{ij}^{ls} = \text{const}$, так как они являются их линейными комбинациями. В табл. 1 приводятся параметры потенциалов типа $\varphi = \frac{\text{const}}{r^n}$, использовавшихся при расчетах интегралов столкновений.

Для взаимодействия частиц NO⁺–N, NO⁺–O, NO⁺–Ar берутся, следуя работе [13,14], потенциалы взаимодействия твердых сфер, так как они мало сказываются на окончательных величинах потоков слабоионизованной плазмы. Для заряженных частиц используется обрезанный кулоновский потенциал.

С помощью вышеприведенных потенциалов взаимодействия вычисляются коэффициенты a_{ij}^{mn} . Для заряженных частиц берутся аппроксимационные зависимости, полученные в работе [5]. В табл. 2 приведены значения a_{ij}^{mn} „тяжелых“ частиц. Здесь $A_e = \frac{kT_e}{e^2} Rd$, $A_7 = \frac{kT}{e^2} Rd$, где $Rd = [\frac{kTT_e}{4\pi e^2(T_e n_7 + T n_e)}]^{0.5}$ — дебаевский радиус экранирования.

Для взаимодействия электронов с другими частицами используются данные работ [4,5,8–14] (табл. 3).

Кроме того, $a_{ee}^{12} = a_{ee}^{21} = 0.132$; $a_{ee}^{22} = 0.328$, $a_{ee}^{11} = 0.383 - 0.24 \times A_e$.

Для вычисления коэффициентов $a_{ei}^{02} = a_{ei}^{20}$, $a_{ei}^{01} = a_{ei}^{10}$, $a_{ei}^{21} = a_{ei}^{12}$, a_{ei}^{11} , a_{ei}^{22} при $i = O$, N₂, сильно зависящих от температуры, используется непосредственное их вычисление с помощью зависимостей и данных работ [4,5,10].

Линейная система уравнений (2), (3), (8) может быть решена любым из существующих способов, например, методом Гаусса. Однако в целом ряде прикладных задач она является плохо обусловленной. Плохая обусловленность этих уравнений может быть вызвана, например, большой разнородностью состава рассматриваемой газовой смеси: резко отличающимися (на порядки) величинами концентраций компонентов, сильно разняющи-

мися по массе частицами и т.д. Все это характерно для слабоионизованной плазмы. Поэтому для нее, как правило, необходимо применение более сложных методов вычислений. В настоящей работе использовался итерационный метод решения указанной системы $AX = B$, при котором вначале вычисляется приближенное решение $X^{(p)}$ методом Гаусса с выбором главного элемента. Оно уточняется в итерационном процессе $X^{(p+1)} = X^{(p)} + d^{(p)}$, где $d^{(p)}$ — есть решение системы уравнений $A^*d^{(p)} = B - A^*X^{(p)}$.

При не слишком плохо обусловленной системе этот процесс является сходящимся, количество итераций выбирается исходя из заданной относительной точности получаемого результата $\delta \leq 1\%$.

В качестве примера исследовалось течение низкотемпературной плазмы нагретого воздуха, находящегося в термохимически неравновесном состоянии. Причем, рассматривались переносные свойства только в проекциях на ось Y. Исходные профили всех параметров представлены на рис. 1. Примерно такие параметры соответствуют течению в гиперзвуковом осесимметричном дальнем следе за „тонким“ телом, летящим в воздухе с параметрами невозмущенного потока $\rho_\infty = 0.21 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$, $T_\infty = 185 \text{ K}$, со скоростью $V_\infty = 7.4 \text{ km/s}$ на расстоянии $x \approx 20d$ от летящего тела ($d = 2R$ — характерный размер тела) [15–17].

Температура электронов задавалась в виде $\frac{T_e}{T} = K \cdot \exp(-A^*y_a)$, где $y_a = y/R$; A , K , R — константы.

2. Результаты расчетов

На рис. 2 представлены диффузионные потоки электронного компонента, вычисленные для вариантов:

Таблица 2. Значения коэффициентов a_{ij}^{mn} „тяжелых“ частиц

	O	O ₂	N	N ₂	NO	Ar	NO ⁺
$a_{ij}^{01} = a_{ij}^{10}$							
O	-0.0662						
O ₂	-0.0182	-0.0730					
N	-0.0441	-0.1036	-0.0131				
N ₂	-0.0400	-0.0824	-0.0732	-0.0919			
NO	-0.1111	-0.1083	-0.1015	-0.1057	-0.0933		
Ar	-0.0892	-0.1045	-0.0744	-0.0972	-0.0867	-0.1054	
NO ⁺	-0.2000	0	-0.2	0	0	-0.2	$0.44 + 0.108 \cdot 10^{-2} A_7$
a_{ij}^{11}							
O	0.3944						
O ₂	0.4076	0.3930					
N	0.4196	0.4522	0.4107				
N ₂	0.4176	0.4397	0.4346	0.3856			
NO	0.4568	0.4550	0.4509	0.4534	0.3885		
Ar	0.4436	0.4527	0.4353	0.4483	0.4422	0.3780	
NO ⁺	0.52	0.4	0.52	0.4	0.4	0.52	$0.383 - 0.24 \cdot 10^{-3} A_7$
a_{ij}^{22}							
O	0.7889						
O ₂	0.8200	0.7859					
N	0.8047	0.7622	0.8313				
N ₂	0.8070	0.7771	0.7861	0.7712			
NO	0.7530	0.7557	0.7631	0.7589	0.7671		
Ar	0.7718	0.7578	0.7843	0.7649	0.7724	0.7561	
NO ⁺	0.6400	0.8268	0.6400	0.8268	0.8268	0.6400	$0.766 - 0.48 \cdot 10^{-3} A_7$

Таблица 3. Значения коэффициентов a_{ij}^{mn} для электронов

i	O ₂	N	NO	Ar	NO ⁺
$a_{ei}^{01} = a_{ei}^{10}$	-0.284	$-0.381 + 0.77 \cdot 10^{-5} \cdot T_e$	-0.284	-0.500	$0.486 + 0.32 \cdot 10^{-3} \cdot A_e$
a_{ei}^{11}	0.630	$0.603 - 0.4 \cdot 10^{-5} \cdot T_e$	0.630	0.880	$0.435 + 0.16 \cdot 10^{-3} \cdot A_e$
$a_{ei}^{02} = a_{ei}^{20}$	0.002	$-0.073 + 0.12 \cdot 10^{-5} \cdot T_e$	0.002	0.057	$a_{e7}^{01} - 0.188$
$a_{ei}^{21} = a_{ei}^{12}$	-0.279	$-0.224 + 0.36 \cdot 10^{-5} \cdot T_e$	-0.279	-0.620	$a_{e7}^{01} - 0.204$
a_{ei}^{22}	0.520	$0.472 - 0.58 \cdot 10^{-5} \cdot T_e$	0.520	0.760	$0.263 + 0.16 \cdot 10^{-3} \cdot A_e$

1. $A = -\frac{\partial}{\partial y} (\ln \frac{T_e}{T}) = 0.3$; a: $K = (\frac{T_e}{T})_{y=0} = 1.9$; b: $K = 1.7$;
c: $K = 1.5$;

2. $A = 0$; a: $K = 0.1$; b: $K = 0.2$; c: $K = 0.5$, т. е. при различных соотношениях между температурой электронов T_e и неизменной температурой „тяжелых“ частиц

T . Поскольку электроны e^- и ионы NO⁺ диффундируют вместе, то, как уже отмечалось, $V_e = V_{NO^+}$ и $I_e \cdot \rho_{NO^+} = I_{NO^+} \cdot \rho_e$. Поэтому эти же графики изображают потоки диффузии ионов NO⁺ с масштабным множителем $\frac{m_e}{m_{NO^+}} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

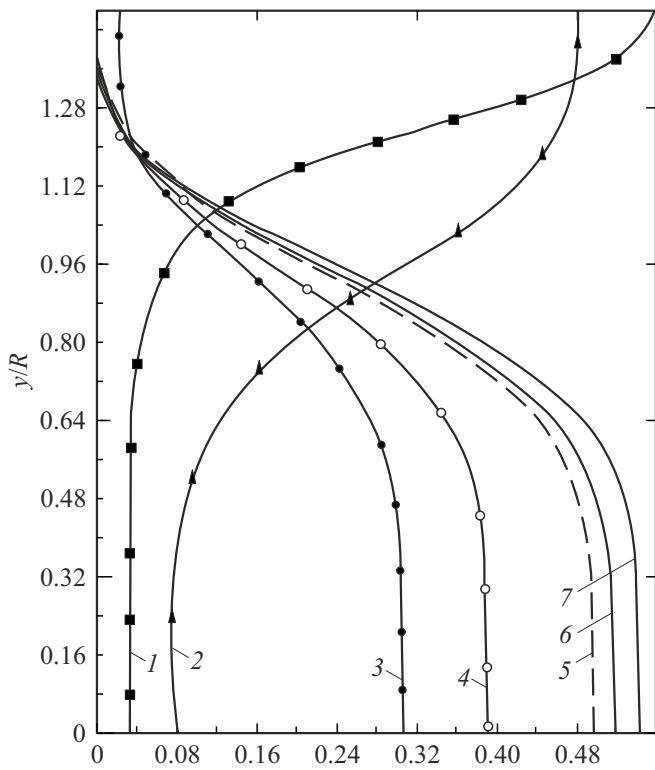


Рис. 1. Исходные профили относительных массовых концентраций C_i^* , температуры $T^* = T/T_\infty$, плотности $\rho^* = \rho/\rho_\infty$: 1 — $C_{O_2} = 0.136 + 2C_{O_2}^*$; 2 — $\rho^* = \rho/\rho_\infty$; 3 — $T^* = (T/T_\infty)/55$; 4 — $C_N = 0.5 \cdot 10^{-3}C_N^*$; 5 — $C_e = 2.0 \cdot 10^{-10}C_e^*$; 6 — $C_O = 10^{-1}C_O^*$; 7 — $C_{NO} = 10^{-1}C_{NO}^*$.

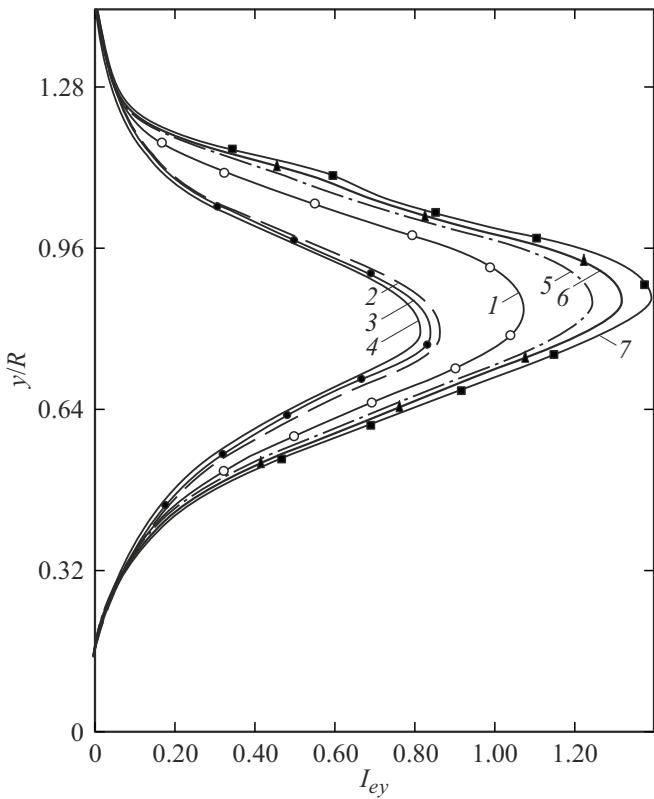


Рис. 2. Профили диффузионных потоков электронов $I_{ey} \cdot 10^{13}$, [$\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$]: 1 — $A = 0, K = 1$; 2 — $A = 0, K = 0.5$; 3 — $A = 0, K = 0.2$; 4 — $A = 0, K = 0.1$; 5 — $A = 0.3, K = 1.5$; 6 — $A = 0.3, K = 1.7$; 7 — $A = 0.3, K = 1.9$.

Видна сильная зависимость потоков от температуры электронов, причем чем меньше T_e , тем меньше диффузия электронов e^- и ионов NO^+ к периферии следа. Отличие это объясняется в основном явлениями, которые условно можно назвать „двуихтепературной бародиффузией“ и „двуихтепературной термодиффузией“, описывающими следующими членами уравнений (1), (4):

$$S_p \sim \left(1 - \frac{T_e}{T}\right) \nabla \ln P_e; S_T \sim \ln \frac{T}{T_e}.$$

Для характерных условий дальнего следа, когда $\frac{\partial x_e}{\partial y} < 0$, $\frac{\partial P_e}{\partial y} < 0$, поток диффузии электронов к границе следа I_{ey} при условии $T_e > T$ увеличивается за счет S_p , а при условии $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{T_e}{T} \right) < 0$ — и за счет S_T . Для дальнего следа характерны также малые значения электронной концентрации $x_e \ll 1$ и постоянство давления по сечению $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$. С учетом этого, а также пренебрегая влиянием эффектов Соре, Дюфура и влиянием вспомогательного потока f_e , роль которого здесь незначительна, уравнение (4) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{T_e}{T} \frac{\partial \ln x_e}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{T_e}{T} \right) + e \frac{E_y}{kT} = - \frac{I_{ey}}{\rho_e} \sum_{i=1}^{NH} \frac{x_i}{D_{ei}}. \quad (9)$$

Анализ уравнения (9) показывает, что I_{ey} увеличивается за счет концентрационной диффузии закона Фика в $m = \frac{T_e}{T}$ раз и при $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{T_e}{T} \right) < 0$ — за счет „двуихтепературной термодиффузии“.

Окончательные величины диффузионных потоков заряженных частиц (e^- , NO^+), а также напряженность внутреннего электрического поля E формируются в результате сложного взаимодействия всех видов диффузии (концентрационной, двуихтепературной, эффекта Соре, бародиффузии) в сочетании с амбиполярной диффузией.

Для „тяжелых“ частиц с учетом указанных выше условий дальнего следа уравнение (1) может быть записано, как

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln x_i}{\partial y} &= -x_e(A_1 + B + C) - e \frac{E_y}{kT} \\ &= \sum_{j=1}^{NH} \frac{x_j}{D_{ij}} \left(\frac{I_{jy}}{\rho_j} - \frac{I_{iy}}{\rho_i} \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$A_i = \frac{1}{D_{ei}} \frac{I_{ey}}{\rho_e}; B = \left(\frac{T_e}{T} - 1 \right) \frac{\partial \ln x_e}{\partial y}; C = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{T_e}{T} \right).$$

Из уравнения (10) следует, что суммарное воздействие членов A_1 , B , C , через которые проявляется

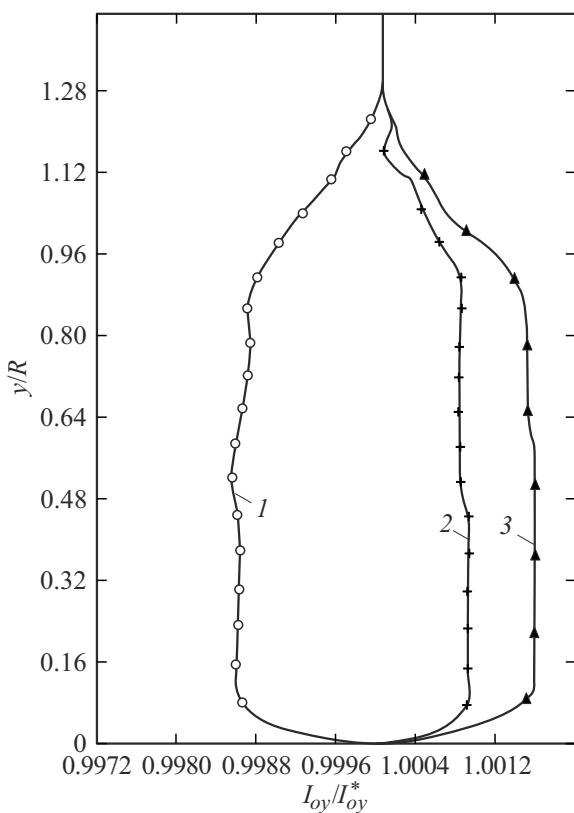


Рис. 3. Профили диффузионных потоков атомарного кислорода I_{oy} , отнесенных к аналогичному потоку I_{oy}^* , определенному при $A = 0, K = 1$: 1 — $A = 0, K = 0.2$; 2 — $A = 0.3, K = 1.5$; 3 — $A = 0.3, K = 1.7$.

влияние отличия T_e от T на потоки „тяжелых“ частиц I_{iy} , может как увеличивать, так и уменьшать эти потоки. Условия увеличения потока диффузии электронов I_{ey} , приведенные ранее, одновременно являются и условиями того, что член „ A_1 “ уравнения (10) дает составляющую $I_{iy}^{(1)}$, направленную к периферии следа, а значит, увеличивающую I_{iy} в случае, если $\frac{\partial x_i}{\partial y} < 0$ (для O, N, NO, NO^+) и уменьшающую I_{iy} для случая $\frac{\partial x_i}{\partial y} > 0$ (для O_2 , N_2). Однако эти же условия служат условиями появления составляющей $I_{iy}^{(2)}$, противоположно направленной $I_{iy}^{(1)}$, за счет членов „ B “, „ C “. Вклад двухтемпературности в потоки „тяжелых“ частиц, как следует из (10), пропорционален x_e и может существенно сказаться только при достаточно большой концентрации электронов. В условиях дальнего следа $x_e \ll x_i$, и поэтому влияние отличия T_e от T незначительно.

Иллюстрацией сказанного могут служить рис. 3, 4, на которых изображены профили I_{iy}/I_{iy}^* , характеризующие отношение потоков в проекции на ось Y при $T_e \neq T$ (варианты 1b, 1c, 2b) к аналогичному потоку, определенному для случая полного термодинамического равновесия $T_e = T$: на рис. 3 — для атомарного кислорода O; на рис. 4 — для аргона Ar, концентрация

которого задавалась постоянной по сечению и равной $x_{Ar} = 0.7 \cdot 10^{-2}$. Необходимо отметить, что если используются традиционные уравнения переноса (например, формулы Уилке для коэффициентов диффузии и вязкости и/или Мейсона—Саксена для коэффициентов теплопроводности), то $I_{Arg} = 0$. Полученные диффузионные потоки аргона возникли только в результате обычной и двухтемпературной термо- и бародиффузии. Видно, что влияние двухтемпературности мало и составляет доли процента. Однако проявляется она различно для O и Ar, что объясняется неодинаковым вкладом членов уравнения (10) в потоки I_{oy} , I_{Arg} . Поскольку $D_{e-o} < D_{e-Ar}$, $A_o > A_{Ar}$. Для кислорода O выполняется $A_1 > B + C$ и, как следствие этого, поток I_{oy} увеличивается по мере роста T_e по сравнению с T . Для аргона, поток диффузии которого существует только благодаря эффекту Соре (термодиффузионный поток наиболее „тяжелой“ из всех частиц — молекул Ar — направлен против градиента температуры к периферии следа), выполняется $A_1 < B + C$. Это приводит к уменьшению I_{Arg} по мере роста $m = \frac{T_e}{T}$.

На рис. 5 приведены профили напряженности внутреннего электрического поля в проекции на ось Y , определенные для вариантов рис. 2. Как видно из представленных графиков, величина E_y , формирующаяся под воздействием всех видов диффузии заряженных

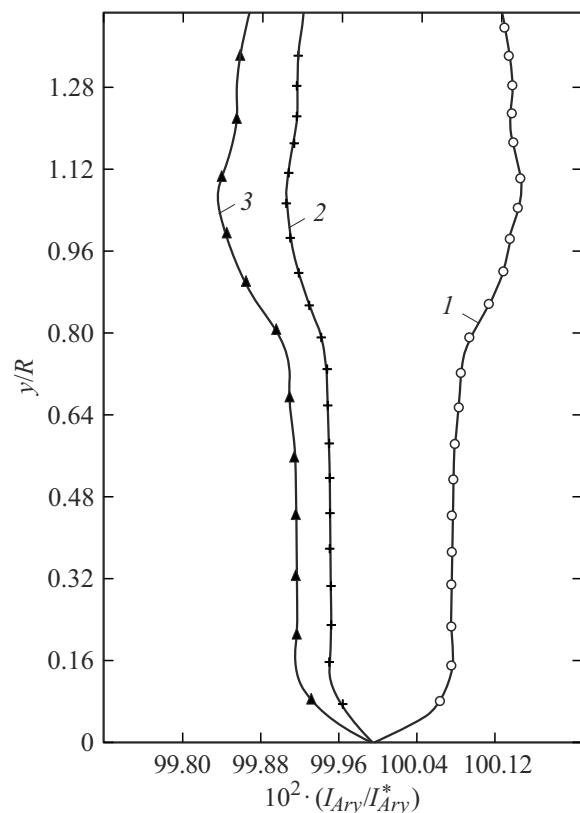


Рис. 4. Профили диффузионных потоков аргона I_{Arg} , отнесенных к аналогичному потоку I_{Arg}^* , определенному при $A = 0, K = 1$. Обозначения см. рис. 3.

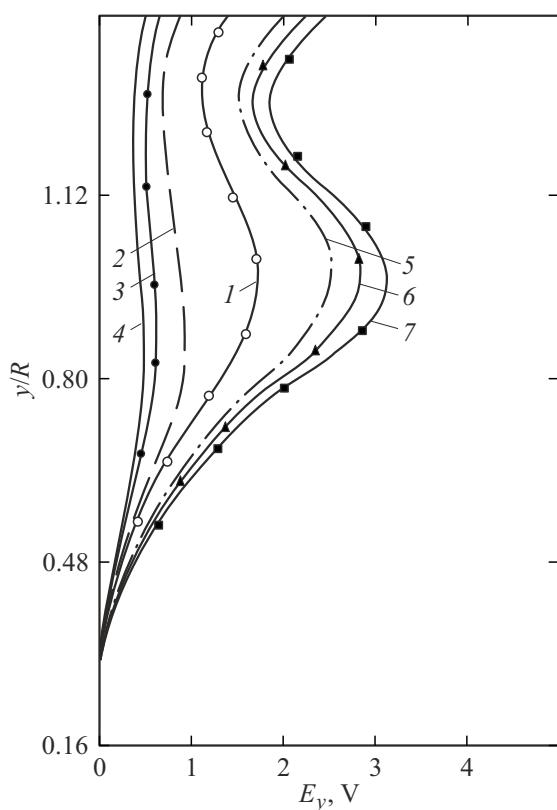


Рис. 5. Профили напряженности внутреннего электрического поля E_y (V). Обозначения см. рис. 2.

частиц и амбиполярной диффузии, сильно зависит от соотношения между температурами T_e и T .

Выводы

Полученные результаты дают возможность оценить влияние термодинамической неравновесности на переносные свойства частично ионизованной плазмы воздуха и могут быть использованы для выбора физико-математической модели этих свойств для течений, характеризующихся малыми числами Рэнольдса. Используемая модель переноса при всех рассмотренных способах уменьшения количества необходимых вычислений делает ее реально применимой для моделирования низкотемпературной плазмы даже при учете высших приближений теории Чепмена–Энского, химической и термической неравновесности, обычной и двухтемпературной диффузии (например, для течений около и за высокоскоростными аппаратами, летящими в верхних слоях атмосферы). При таких условиях полета, достаточно сложных траекториях и формах указанных аппаратов использование описываемой модели переноса даст возможность значительно уточнить рассчитываемые параметры.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] И.А. Соколова, С.А. Васильевский, А.В. Андриатис. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 3, 1 (2005). <http://chemphys.edu.ru/issues/2005-3/articles/80/>
- [2] И.А. Соколова, С.А. Васильевский, А.В. Андриатис. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 3, 1 (2005). <http://chemphys.edu.ru/issues/2005-3/articles/81/>
- [3] А.Ф. Колесников, Г.А. Тирский. Уравнения гидродинамики для частично ионизованных многокомпонентных смесей газов с коэффициентами переноса в высших приближениях (Молекулярная газодинамика, М., 1982), с. 24–44.
- [4] А.Ф. Колесников. Уравнения движения многокомпонентной частично ионизованной двухтемпературной смеси газов с коэффициентами переноса в высших приближениях (Отчет № 1556 Института механики МГУ. М., 1974)
- [5] А.Ф. Колесников. Уравнения переноса для высокотемпературных ионизированных смесей газов в электромагнитных полях (Научные труды Института механики МГУ, 39, 1975)
- [6] А.Ф. Колесников. Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 1, 170 (2015).
- [7] А.Ф. Колесников. Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2, 139 (2018). DOI: 10.7868/S0568528118020147/
- [8] V. Rat, J. André, J. Obregon, M.F. Elchinger, J. Fauchais, D. Vacher. J. Phys. D: Appl. Phys., **35** (10), 981 (2002).
- [9] V. Colombo, E. Ghedini, P. Sanibondi. J. Phys. D: Appl. Phys., **42** (24), 055213 (2009). DOI: 10.1088/0022-3727/42/5/055213
- [10] И.А. Соколова. Аэрофизические исследования (Новосибирск, 4, 39, 1974)
- [11] Дж. Ферцигер, Г. Капер. Математическая теория процессов переноса в газах (Мир, М., 1976)
- [12] J.E. Jordan, S.O. Colagate, J. Amdur, E.A. Mason. Chem. Phys., **52** (3), 1143 (1970). DOI: 10.1063/1.1673109
- [13] R.S. Devoto. Phys. Fluid, **10** (2), 2105 (1967). DOI: 10.1063/1.1762005
- [14] R.S. Devoto. Phys. Fluid, **19** (1), 22 (1976).
- [15] М.М. Степанов. Изв. РАН. МЖГ, 1, 154 (2002).
- [16] М.М. Степанов, А.В. Молдаванов, В.И. Семенцов. Исследование термохимически неравновесного течения около тел, летящих в атмосфере. Материалы междунар. научно-технической конф. „Четвертые Уткинские чтения“ (БГТУ, СПб., 2009), с. 209–215.
- [17] Ю.П. Савельев, М.М. Степанов. ЖТФ, **57** (11), 2178 (1987).