

03

Гидротермодинамика пленки воды, ручейков и капель на поверхности обтекаемого тела в приложении к проблеме обледенения

© А.В Кашеваров, А.Л. Стасенко

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,
140180 Жуковский, Московская обл., Россия
e-mail: a.v.kash@yandex.ru

Поступило в Редакцию 20 июня 2025 г.

В окончательной редакции 2 сентября 2025 г.

Принято к публикации 14 октября 2025 г.

Приведены результаты физико-математического и численного анализа динамики и теплообмена фрагментов жидкости, увлекаемых потоком воздуха вдоль поверхности твердого тела. Последовательные явления распада пленки на ручейки и ручейков на капли рассмотрены как единый процесс. Для локализации этих распадов предложен интегральный критерий, учитывающий суммарный импульс ускоряющих сил. Точка примерзания капли оценена на основании предыдущих работ авторов. Разработанный алгоритм позволил предсказать место начала обледенения элементов конструкции летательного аппарата и характер рельефа наледи, образующейся в летных условиях и наземных экспериментах.

Ключевые слова: угол смачивания, поверхностное натяжение, принцип минимума полной энергии, закон Юнга–Дюпра, воздушно-капельный поток, профиль NACA0012.

DOI: 10.61011/JTF.2026.03.62529.155-25

Введение

Движение пленки жидкости, ручейков и капель на поверхности твердого тела издавна исследуется экспериментально и теоретически в приложении к различным проблемам науки и ее практических применений. Обзоры работ, посвященных проблеме обледенения, свидетельствуют о постоянном интересе к этому явлению [1,2]. В частности, распад пленки, текущей на поверхности твердого тела (возникшей, например, в результате работы тепловой противообледенительной системы летательного аппарата), существенно изменяет темп роста и структуру наледи, образующейся вниз по потоку. В большинстве работ динамика различных фрагментов жидкости (пленки, ручейков, капель) рассматривается раздельно или попарно. В настоящей работе предложена физико-математическая модель, позволяющая описать эволюцию разноразмерных фрагментов жидкости — от распада пленки вплоть до отвердевающих капель — в виде единого процесса.

В общем случае процесс обледенения является нестационарным, при этом происходит изменение формы поверхности объекта, что приводит к изменению аэrodинамических и тепловых параметров на поверхности. В настоящей работе предложена стационарная модель, позволяющая рассчитывать течение жидкости по поверхности, описывающая возможность начала образования наледи.

1. Анализ результатов, предшествующих теоретическим и экспериментальным исследованиям

В многомерном пространстве значений параметров полета (скорости, температуры облаков, LWC (Liquid Water Content, [g/m³]), MVD (Median Volume Diameter, [μ m])) существуют области, в которых наледь образуется не в окрестности передней кромки крыла, а в результате проскальзывания и отвердевания фрагментов воды (пленки, ручейков, капель) в труднопредсказуемых местах (барьерный лед), что делает особенно важным построение эффективных физико-математических моделей.

В разработке соответствующих численных алгоритмов часто используется принцип минимальной полной энергии (Minimum Total Energy — MTE), развитый первоначально для оптимизации паросиловых установок [3].

В этом принципе вводится безразмерный параметр $X = b_r/b_f$ — отношение поперечного размера $2b$, площади, смоченной ручейком, к ширине участка пленки $2b_f$, породившего этот ручеек. Определяется значение этого отношения, соответствующее минимуму суммы кинетической и потенциальной энергии. Описание последней восходит к закону Юнга–Дюпра для поверхностной плотности энергии, содержащему множитель $(1 + \cos \theta)$, где θ — угол смачивания. Активными силами могут быть поверхностное трение τ_a обтекающего пленку и ручеек газа, тангенциальные компоненты импульса

падающих частиц \dot{m}_{imp} , градиента давления ∇p и силы тяжести.

В случае $\nabla p = 0$ профиль скорости в пленке линейный (течение Куэтта–Тейлора), иначе, — параболический (течение Пуазейля). ПIONерские работы [3–5], в которых использован принцип минимума полной энергии (МТЕ), относятся к случаю течения пленки вдоль плоской поверхности. Разумеется этот подход, разработанный для случая плоской поверхности, непригоден для профицированного тела, на линии растекания которого τ_a и ∇p стремятся к нулю.

Экспериментальные исследования обтекания профиля крыла (хорда $L \approx 0.9$ м) описаны в работе [6]. Скорость потока $u_\infty \approx 90$ м/с, $T_\infty \approx -22^\circ\text{C}$, MVD = 20 $\mu\text{м}$. Толщина пленки не измерялась, фиксировались только координаты линии ее распада $s^*/L = 0.056$, $X \approx 0.4$. Значение угла смачивания не указано.

В [7,8] на маломасштабной модели крыла ($L \approx 0.1$ м) при значениях $u_\infty = 10\text{--}30$ м/с, $T_\infty = +20^\circ\text{C}$ измерена толщина пленки и получены картины ее распада на ручейки, число которых изменялось от одного до десяти в указанных пределах изменения скорости. При этом значение s^*/L лежало в пределах 0.25–0.5; MVD-капель составляло 10–50 $\mu\text{м}$.

В статьях [6–8] не приведены значения θ . В дальнейшем эти экспериментальные результаты подверглись теоретическому осмыслению.

В [9] обработаны данные [6] в предположении $\theta = 68^\circ$ и MVD-капель 20 $\mu\text{м}$. Получены величины толщины пленки $h_f \geq 5$ $\mu\text{м}$. Данные [7,8] использованы в теоретических исследованиях [10,11] с привлечением принципа МТЕ, несмотря на наличие линии растекания в экспериментах с профилем. Кроме того, влияние градиента ∇p не учитывалось. В первой из этих работ для значения $\theta = 4^\circ$ продемонстрирована близость теоретических и экспериментальных данных, во второй — обнаружено расхождение на порядок в значениях толщины пленки (что вполне естественно).

Анализ этих данных показывает, что принцип МТЕ требует для распада значительно большей величины кинетической энергии поступательного движения пленки, чем те ее значения, которые реализовались в экспериментах и соответствующих расчетах.

В работе [12] исследована гидродинамика ручейков на крыле в диапазоне $u_\infty = 10\text{--}30$ м/с, LWC = 4.8–8.5 g/m^3 , $T_\infty = 22^\circ\text{C}$, $\theta = (97 \pm 2)^\circ$. Относительную ширину ручейков можно оценить в пределах $X \approx 0.25\text{--}0.4$. При математическом моделировании профиль скорости в пленке принимался линейным.

В группе экспериментов, описанных выше, поверхностную плотность частоты столкновений частиц с пленкой можно оценить соотношением

$$\dot{N} = \hat{\rho}_\infty \hat{u}_\infty / m_d = 10 \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2}.$$

Разумеется, расплескивание массы при падении перехлажденной капли на тонкую „теплую“ пленку, рас-

пространение возмущений, могущих повлиять на распад пленки ниже по течению, — сложная трехмерная нестационарная проблема гидродинамики. В энергетике подобная проблема для „теплых“ капель и пленки рассматривается, например, в [13]. В проблеме обледенения возникают дополнительные трудности описания, связанные с кристаллизацией и примерзанием фрагментов жидкости к поверхности твердого тела. Эксперименты с профилями, хорды которых отличаются на порядок, свидетельствуют о том, что толщины пленок, порождаемых падающими каплями и распадающимися на ручейки, много меньше определяемых в рамках МТЕ, развитого для случая пластины.

Таким образом, в опубликованных источниках не удалось найти ни одной экспериментальной работы, в которой был бы одновременно документирован весь набор факторов, влияющих на распад пленки в ручейки: угол смачивания поверхности тела водой, изменение скорости и толщины пленки воды вдоль обтекаемой поверхности, массовый спектр падающих капель, степень турбулентности несущего воздуха, микрорельеф поверхности. Для практических приложений целесообразно создание простой и удобной математической модели, адекватной неопределенности физической ситуации.

Напомним, что большинство теоретических и экспериментальных исследований посвящено случаю распада пленки на ручейки и гидродинамике последних на вертикальной, горизонтальной или наклонной плоскости. В частности, большой опыт теоретических и экспериментальных исследований различных режимов обледенения привел к идеи использования нейронных сетей [14]. Непосредственно к авиационным проблемам относятся работы по обтеканию моделей прямого крыла [6–12]. Но и в этих работах не рассматривается возможность завершающего процесса образования капель из ручейков и их кристаллизации.

Взаимодействие капли с твердой подложкой на молекулярном уровне рассмотрено, например, в [15].

2. Гидротермодинамика пленки и ручейков

Предлагаемая математическая модель описывает гидротермодинамику как пленки, так и ручейков и, таким образом, является обобщением работы [16]. При ее выводе приняты следующие упрощающие предположения:

- тангенциальное напряжение τ_a для пленки и ручейков определяется расчетами для „сухого“ крыла;
- ручейки образуются и текут в тех участках поверхности крыла, где поток падающих капель уже отсутствует, так что между ручейками не возникает новая пленка;
- пренебрегается влиянием испарения и сдвигового характера жидкости на скорость ее кристаллизации.

Схема течения фрагментов жидкости по верхней поверхности крыла приведена на рис. 1.

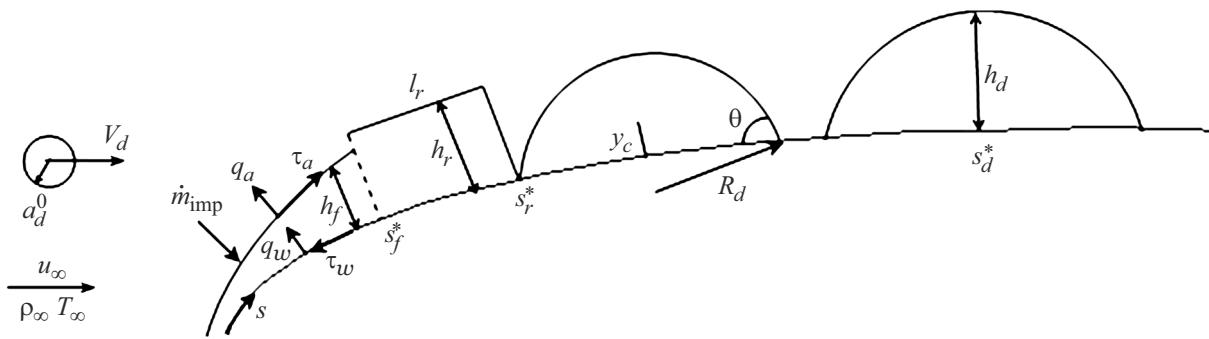


Рис. 1. Геометрия и гидротермодинамика пленки (f), ручейка (r) и капли (d) на поверхности обтекаемого тела.

Гидротермодинамика пленки (f) и ручейка (r) описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \rho_l \frac{d}{ds} (S_j^\perp \langle u_j \rangle) &= \dot{m}_{\text{imp}} 2b_j, \quad j \equiv f, r, \\ 0 &= -S_j^\perp \frac{dp}{ds} + \dot{m}_{\text{imp}} \hat{v}_s 2b_j + \tau_a 2b_{aj} - \tau_w 2b_{wj}, \quad (1) \\ \rho_l c_l \frac{d}{ds} (S_j^\perp \langle uT \rangle_j) &= \dot{m}_{\text{imp}} (c_l \hat{T} + \hat{V}^2/2) 2b_f - q_a 2b_{aj} \\ &\quad - q_w 2b_{wj}. \end{aligned}$$

Здесь для пленки $S_j^\perp = 2b_f h_f$, $b_a = b_w = b_f$; для ручейка: $\dot{m}_{\text{imp}} = 0$, $S_r^\perp = R_r^2(\theta - \sin \theta \cos \theta)$, $b_{aj} = R_r \theta$, $b_{wj} = b_r = R_r \sin \theta$. Скобки $\langle \rangle$ означают осреднение по нормальной координате; S_j^\perp — площадь поперечного сечения; s — продольная координата на поверхности крыла, отсчитываемая от линии растекания; \dot{m}_{imp} — плотность потока массы капель, создающих пленку; b_j — полуширина участка пленки, создающего ручеек, или полосы контакта ручейка с поверхностью; \hat{V} и \hat{v}_s — скорость капли и ее продольная компонента в месте падения; \hat{T} — температура капли; ρ_l , μ_l , σ — плотность, вязкость и поверхностное натяжение воды; a — air, воздух; l — liquid, жидкость; f — film, пленка.

Обледенение начинается, когда температура T_j нижней границы пленки или ручейка достигает температуры замерзания T_f . Темп обледенения $\partial h_i / \partial t$ может быть найден из условия баланса тепла: выделяющееся при фазовом переходе тепло должно отводиться как в пленку, так и в наледь. Итак:

$$\frac{\partial h_i}{\partial t} = \begin{cases} 0, & T_l^- > T_f \\ (|q_l^+| + |q_l^-|)/\rho_i L_{ls}, & T_l^- = T_f \end{cases}$$

где q_l — плотность теплового потока с нижней границы пленки в наледь, L_i — теплота фазового перехода вода—лед.

Темп обледенения $\frac{\partial h_i}{\partial t} = -\frac{\rho_i}{\rho_l} \frac{\partial h_i}{\partial t}$, h_l входит в определение S_j^\perp .

3. Оценка координат распада пленки и ручейков

Имеется обширная литература, посвященная различным видам неустойчивости пленки и ручейков, а также прямые численные исследования гидродинамики распада пленки. В настоящей работе предложен критерий W : отношение работы суммы внешних факторов (тангенциальных поверхностного натяжения и импульса внедряющихся в пленку капель) к суммарной энергии поверхностного натяжения:

$$\begin{aligned} b_f \left(\int_0^{s_f^*} \tau_\Sigma ds + \int_0^{s_{\text{imp}}} \dot{m}_{\text{imp}} \hat{v}_s ds \right) &= (l_j \sigma + b_j \sigma_{ls})(1 + \cos \theta) W \\ &= b_r \int_{s_f^*}^{s_r^*} \tau_a ds \\ \tau_\Sigma &= \tau_a - h_f \nabla p. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $l_j \equiv b_f$ для пленки, $l_j = R_r \theta$ для ручейков, s_f^* , s_r^* — координаты распада пленки и ручейка соответственно, s_{imp} — предельная координата зоны орошения крыла падающими каплями. Принято обобщение соотношения Юнга–Дюпре, связывающего параметры трех сред. Поверхностная плотность энергии взаимодействия жидкости и твердого тела оценена соотношением $\sigma_{ls} = 2\sqrt{\sigma \gamma_s}$, где $\gamma_s = 8.56 \cdot 10^{-12} E_s$ [17], E_s — модуль Юнга материала обтекаемого твердого тела. Видно, что при абсолютной гидрофобности ($\theta = \pi$) пленка распадается (даже если начнет образовываться) уже в окрестности линии растекания на крыле.

Ручеек движется в области уменьшающегося напряжения τ_a и растущего градиента давления ∇p . В результате поток в нем останавливается.

Для рассматриваемого случая пленка/ручеек критическое значение W может быть получено из сравнения с данными эксперимента, например, [6,7]. При этом, конечно, активной силой является τ_Σ (2).

Как было сказано выше, в условиях экспериментов [6–8] кинетическая энергия продольного движения

тонкой пленки на поверхности профилированного крыла оказывается на порядок меньше, чем определяемая в рамках МТЕ, и измеренные значения b_f^* и R_r существенно больше предсказанных этими принципами. Причиной этого могут быть, например, возмущения, вносимые неконтролируемой турбулентностью внешнего потока, бомбардировкой падающими каплями, шероховатостью поверхности обтекаемого тела и т. п. В результате силы, увлекающие пленку, порождают и поперечную неустойчивость встречных потоков на участке $-b_f^* < \Delta z < b_f^*$, вливающихся в ручеек. Тогда ширину участка пленки, порождающего ручеек, можно оценить из соображений размерности

$$\frac{\rho_l}{\sigma} \left(\frac{\tau_a}{\mu_l} \right)^2 b_f^3 = (1 + \cos \theta) c_f.$$

Из сопоставления с экспериментальными данными [6,7] поправочный множитель можно принять равным $c_f \approx 4\pi$. Поскольку распад пленки наступает вдали от линии торможения потока на профиле, далее приведенные выше уравнения (1), (2) дополняются следующими геометрическими соотношениями [3–5].

Отношение ширины полосы контакта ручейка с поверхностью тела к ширине пленки, породившей ручеек, равно

$$X = \frac{\sin \theta}{\varphi(\theta)} \left[\frac{H^* g(\theta)}{2\theta / \sin \theta - \cos \theta} \right]^{2/3},$$

$$H^* = \frac{\rho_l}{\sigma} \left(\frac{\tau_\Sigma}{\mu_l} \right)^2 (b_f^*)^3 \sim 1 - \cos \theta, \quad (3)$$

радиус сечения ручейка (сегмента круга) в момент образования

$$R_r = b_f^* \left[\frac{\sin \theta}{\varphi(\theta) X} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

ширина участка пленки, породившей ручеек

$$2b_f = 2R_r \sin \theta / X,$$

вспомогательные функции

$$g(\theta) = -\frac{1}{4} \cos^3 \theta - \frac{13}{8} \cos \theta + \frac{15}{8} \frac{\theta}{\sin \theta} - \frac{3}{2} \theta \sin \theta,$$

$$\varphi(\theta) = \sin \theta - \frac{1}{3} \sin^3 \theta - \theta \cos \theta.$$

4. Гидродинамика капли на поверхности твердого тела

Гидротермодинамика капель, скользящих по поверхности пластины, подробно рассмотрена в работах [18,19], результаты которых могут быть использованы для случая профилированного крыла на участках малой кривизны. Не повторяя изложенных там формулировок физико-математических моделей, ограничимся лишь численными оценками.

Имеется обширная литература, посвященная различным видам неустойчивости ручейка на поверхности твердого тела в потоке газа [20,21]. Наиболее простое решение приведено в недавней публикации [22]: экспериментально показано, что распад ручейка на подложке определяется (в пределах ошибки измерений) классической неустойчивостью Рэлея–Плато:

$$2\pi R_r / l_{rd} \approx 0.7,$$

где R_r — радиус сечения ручейка, принимаемого за сегмент круга, l_{rd} — длина волны неустойчивости, которую можно принять в качестве участка ручейка, порождающего начальную каплю.

Последняя является трехмерным объектом с небольшой площадью соприкосновения с воздухом и площадью поперечного сечения. Для начала ее движения не хватает ни поверхностного трения, ни силы лобового сопротивления. Поэтому она остается неподвижной, продолжая принимать массу воды из ручейка до тех пор, пока ее размеры и соответствующая аэrodинамическая сила не преодолеют силу взаимодействия с твердой поверхностью. Условие равенства этих сил дает оценку времени τ_d „наполнения“ капли водой

$$\tau_d = \frac{2}{3} \frac{a_d^3}{b_f h_f \langle u_f \rangle}. \quad (5)$$

Радиус сегмента шара, представляющего скользящую каплю, эквивалентную по объему шаровой капле радиуса a_d , равен

$$R_d = a_d \left[1 - (1 + \cos \theta)^2 (2 - \cos \theta) / 4 \right]^{-1/3},$$

площадь поперечного сечения ручейка или капли ($j \equiv r, d$):

$$S_j^\perp = R_j^2 (\theta - \sin \theta \cos \theta),$$

высота ручейка или капли

$$h_f = R_f (1 - \cos \theta),$$

высота центра площади поперечного сечения капли над поверхностью твердого тела

$$y_c = \frac{R_d (\sin \theta - \theta \cos \theta - \sin^3 \theta / 3)}{\theta - \sin \theta \cos \theta},$$

наконец,

$$b_j = R_j \sin \theta.$$

После рождения в точке s_r^* капля проходит некоторое расстояние, и в точке s_d^* ее основание достигает температуры замерзания T° . Остановившаяся капля проходит далее три стадии: остывания всей массы до температуры T° за характерное время выкачивания τ_f из нее теплоты фазового перехода L_{ls} при постоянной температуре $T_d = T^\circ$ за время τ_{ls} и, наконец, остывания образовавшейся ледяной частицы в течение времени

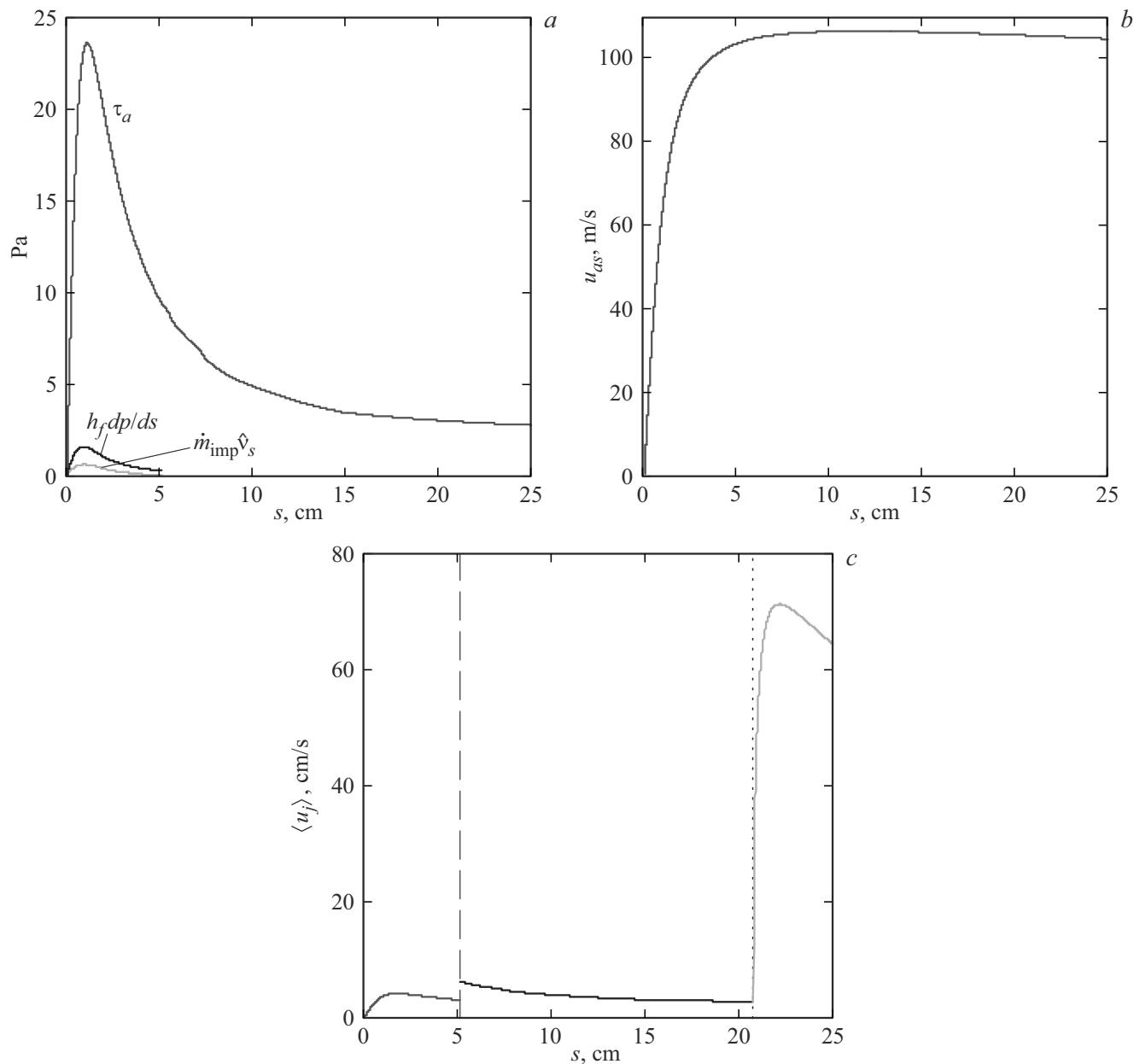


Рис. 2. Продольные распределения: *a* — напряжения трения на внешней поверхности пленки, плотностей потоков импульса давления и падающих капель; *b* — скорости воздуха на внешней границе пограничного слоя; *c* — скорости фрагментов воды.

масштаба τ_i . Поскольку отношение значений коэффициентов теплопроводности твердого тела, воды и воздуха определяется неравенствами $\lambda_w \gg \lambda_l \gg \lambda_a$, имеем

$$\tau_T \sim a_d^3 / (3R_d \chi_l). \quad (6)$$

Далее

$$\tau_{ls} \sim \frac{L_{ls}}{c_l(T^\circ - T_a)} \frac{a_d^3}{3R_d \chi_{ls}}, \quad \tau_i \sim \tau_T \chi_l / \chi_i, \quad (7)$$

где $\chi_j = \lambda_j / (\rho_j c_j)$ — температуропроводность вещества ($j \equiv l, i$).

Поскольку масса кристаллизующейся воды изменяется со временем, χ_{ls} можно оценить как среднее между χ_l и χ_i . Ниже даны численные оценки этих времен.

В реальности как набегающий поток, так и пограничный слой характеризуются определенной степенью турбулентности. Это должно приводить к рассеянию как возникающих на конце ручейков, так и отвердевающих и примерзающих к поверхности капель.

В рассмотренном нами диапазоне значений θ предполагается, так же как в работах [23,24], что капля скользит по поверхности, не вращаясь.

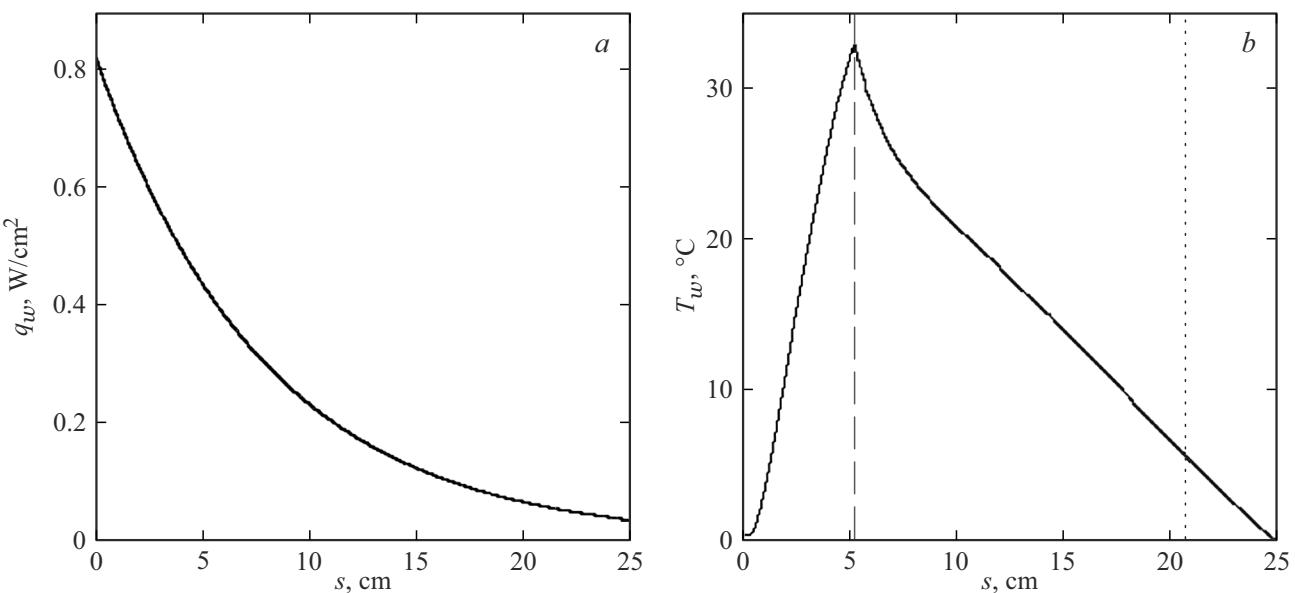


Рис. 3. Продольные распределения: *a* — плотности потока тепла в пленке; *b* — температуры поверхности обтекаемого тела.

Таким образом, предложенная модель позволяет предсказывать места образования барьера льда на поверхности крыльевого профиля.

5. Пример численного исследования

Численные исследования выполнены для профиля NACA0012 при наборе определяющих параметров [6], хорда $L = 0.9$ м; $u_\infty = 90$ м/с, $T_\infty = -22$ °С, LWC = 0.55 г/м³, MVD = 20 мкм. При численных оценках использованы табличные данные по физико-механическим характеристикам воды, льда и стали, которой была покрыта носовая часть профиля. Краевой угол смачивания θ был принят равным 90°, $L_{ls} = 3.5 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Локальная плотность падающих частиц $\hat{\rho}$, нормальная \hat{v}_n и тангенциальная \hat{v}_τ компоненты их скорости в месте падения на пленку определяются известными алгоритмами [25]. Температуру падающих частиц можно с большой точностью считать равной температуре потока, $\hat{T} \approx T_\infty$. Поток воздуха считается ламинарным.

Конечной целью моделирования является описание обледенения обтекаемой поверхности. Здесь очевидны несколько сценариев, например, если пленка успевает отвердеть до распада на ручейки, необходимость исследования истории ручейков и капель отпадает. Эта очередность, несомненно, влияет на дальнейшее развитие рельефа наледи. Отвердевание пленки рассмотрено в [16].

Отвердевание ручейка на наклонной плоскости экспериментально и теоретически исследуется в течение, по крайней мере, полутора столетий. В качестве сравнительно недавней можно привести статью [26].

В настоящем примере расчета рассмотрены условия обтекания, при которых ни пленка, ни ручейки не

начинают отвердевать. В этом случае исследование их динамики и теплообмена служит лишь для определения начальных условий для капель, образующихся при распаде ручейков.

Зависимости τ_a , ∇p (рис. 2, *a*) от тангенциальной координаты вычисляются для случая „сухого“ профиля, поскольку скорость газа много больше скорости пленки, жидкости и капель, что позволяет считать их неподвижными, а их малая толщина незначительно изменяет форму профиля. Видно, что из сил, увлекающих пленку, основной является трение воздуха τ_a . Это позволяет считать далее профиль скорости в пленке линейным.

На рис. 2, *b* показана скорость воздуха над поверхностью пограничного слоя на крыле.

На рис. 2, *c* штриховой и точечной линиями отмечены координаты s_f^* , s_r^* распада пленки на ручейки и ручейка на капли, полученные, согласно (2), в предположении $W = 0.6$. При этом значение s_f^* практически совпадает с результатом обработки экспериментальных данных [6], проведенных в [9], (табл. 2).

По обводу профиля задавалось распределение теплового потока $q_w(s)$ (рис. 3, *a*), связанного с работой нагревателя, а температура поверхности (рис. 3, *b*) определялась из решения соответствующих систем уравнений. Как видно из рис. 3, *b*, после распада пленки образовавшийся ручеек быстро остывает. После распада ручейка температура поверхности экстраполируется до температуры замерзания.

На рис. 4 показаны распределения толщины пленки, максимальной высоты ручейка и капли по обводу профиля. Кружком показана максимальная высота капли непосредственно в момент распада ручейка, когда она еще не может прийти в движение под действием аэродинамических сил. Капля начинает двигаться, когда ее высота достигнет величины порядка 100 мкм.

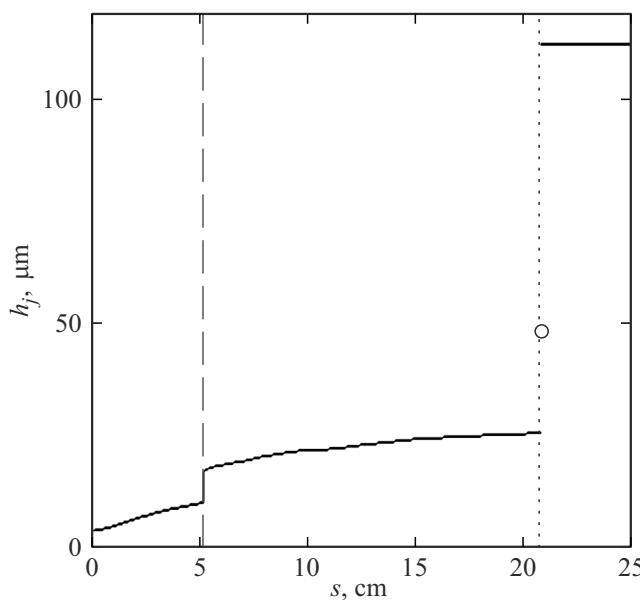


Рис. 4. Продольные распределения толщины пленки воды, высоты ручейка и капли ($j \equiv f, r, d$ соответственно).

Штриховая прямая — полуширина участка пленки, порождающей ручеек. Оказалось, что при принятом значении $\theta = 90^\circ$ имеем (4) $R_r = h_r > b_f$, так что капли, порожденные соседними ручейками, могли бы слиться еще до того, как они могли бы замерзнуть. Предполагается, что этому препятствует реализующаяся в реальности неодновременность отрыва капель от ручеек и турбулентность потока воздуха, увлекающего ручейки и капли.

Таким образом, определены критические точки распада пленки и ручейка и примерзания капли; отношение (3) ширины ручейка и породившего его участка пленки $X = 0.5$; радиус объемно-эквивалентной капли $a_d = 90 \mu\text{m}$; период срыва капель с ручейка $\tau_d \sim 0.1 \text{ s}$ (5).

Оценки характерных масштабов дают для времени охлаждения капли (6) $\tau_T \sim 6 \text{ ms}$; время кристаллизации капли $\tau_{ls} \sim 100 \text{ ms}$ и ее отвердевания (7) $\tau_l \sim 10 \text{ ms}$.

Уже из классических экспериментов, приведенных в [27], видно, что степень продольных пульсаций скорости может достигать значений $\sim 10\%$, поперечных — вдвое меньше. К настоящему времени достижения теории турбулентного пограничного слоя уже включены в стандартные коды, используемые, в частности, при исследовании обледенения. Таким образом, в реальности локализация примерзшей капли не является строго детерминированной: уже неустойчивости ручеек [20] могут приводить к рассеянию отрывающихся капель, а турбулентность несущего потока — к их двумерному блужданию. Это проблема отдельного исследования.

Заключение

Представлен алгоритм приближенного описания процесса распада пленки вплоть до отвердевания образующихся из ручеек капель на поверхности твердого тела в переохлажденном потоке воздуха. Предложенный подход позволяет преодолеть трудности часто используемой концепции „минимума полной энергии“, неприемлемой в окрестности линии растекания на крыле или точки торможения на затупленном теле. Несмотря на эвристический характер некоторых предположений, численные результаты, полученные на примере обтекания прямого крыла, оправданы сравнением с опубликованными в мировой литературе данными теоретических и экспериментальных исследований. Показано, в частности, что при типичных условиях обтекания, реализуемых в наземных экспериментах, шероховатость поверхности, порожденная отвердевшими каплями, может достичь высоты порядка десятых долей миллиметра, что существенно влияет на режим обтекания крыла.

Данная модель может быть использована в нестационарных моделях обледенения, учитывающих изменение формы поверхности в процессе роста льда. Кроме того, она позволит создать бортовой алгоритм для оценки мощности опережающего подогрева передней кромки крыла (с использованием информации о параметрах облака по трассе полета, например, [28]) для предотвращения образования барьера льда.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] M. Yamazaki, A. Jemcov, H. Sakaue. *J. Aerospace*, **8** (7), 188 (2021). DOI: 10.3390/aerospace8070188
- [2] J. Mora, P. García, F. Carreño, M. González, M. Gutiérrez, L. Montes, V.R. Gavira, C. López-Santos, A. Vicente, P. Rivero, R. Rodríguez, S. Larumbe, C. Acosta, P. Ibáñez-Ibáñez, A. Corozzi, M. Raimondo, R. Kozera, B. Przybyszewski, A.R. González-Elipe, A. Borrás, F. Redondo, A. Agüero. *Surf. Coatings Technol.*, **465**, 2023129585 (2023). DOI: 10.1016/j.surfcoat.2023.129585
- [3] J. Mikielewicz, J.R. Moszynski. *Intern. J. Heat Mass Transfer*, **19** (7), 771 (1976). DOI: 10.1016/0017-9310(76)90130-7
- [4] T. Hobler. *Chemia Stosowana B*, **2**, 145 (1964).
- [5] S.G. Bankoff. *Intern. J. Heat Mass Transfer*, **14** (12), 2143 (1971). DOI: 10.1016/0017-9310(71)90034-2
- [6] K.M. Al-Khalil, C. Horvath, D.R. Miller, W. Wright. *NASA TM 2001-210907* (2001). DOI: 10.2514/6.1997-51
- [7] K. Zhang, B. Johnson, A.P. Rothmayer, H. Hu. *AIAA*, 2014-0741 (2014). DOI: 10.2514/6.2014-0741
- [8] K. Zhang, T. Wei, H. Hu. *Exp. Fluids*, **56** (9), 173 (2015). DOI: 10.1007/s00348-015-2046-z
- [9] G.A.L. Silva, O.M. Silvares, E.J.G.J. Zerbini. *AIAA*, 2006-3785 (2006). DOI: 10.2514/6.2006-3785
- [10] W. Dong, M. Zheng, J. Zhu, G. Lei. *J. Aircraft*, **53** (6), 1597 (2006). DOI: 10.2514/1.C033637

- [11] A. Gosset. EUCASS 2017–482 (2017). DOI: 10.13009/EUCASS2017-482
- [12] Y. Lou, X. Bu, X. Shen, G. Lin, R. Zhang, F. Zeng, H. Jin, K. Ma, D. Wen. Aerospace, **9** (10), 570 (2022). DOI: 10.3390/aerospace9100570
- [13] М.Е. Дейч, Г.А. Филиппов. *Газодинамика двухфазных сред* (Энергоиздат, М., 1981)
- [14] E. Ogretim, W. Huebsch, A.F. Shinn. J. Aircraft, **43** (1), 233 (2006). DOI: 10.2514/1.16241
- [15] С.И. Рехвиашвили, А.А. Сокуров. ЖТФ, **94** (4), 554 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.04.57525.267-23 [S.Sh. Rekhviashvili, A.A. Sokurov. Tech. Phys., **69** (4), 522 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.04.57525.267-23]
- [16] А.В. Кашеваров, А.Л. Стасенко. Теплофизика и аэромеханика, **26** (2), 237 (2019). [A.V. Kashevarov, A.L.Stasenko. Thermophys. Areromechan., **26** (2), 223 (2019). DOI: 10.1134/S0869864319020069]
- [17] J.J. Gilman. J. Appl. Phys., **31** (12), 2208 (1960). DOI: 10.1063/1.1735524
- [18] Э.С. Гринац, В.А. Жбанов, А.В. Кашеваров, А.Б. Миллер, Ю.Ф. Потапов, А.Л. Стасенко. ТВТ, **57** (2), 246 (2019). DOI: 10.1134/S0040364419020054 [E.S. Grinats, A.B. Miller, A.L. Stasenko, V.A. Zhbanov, A.V. Kashevarov, Y.F. Potapov. High Temp., **57** (2), 222 (2019). DOI: 10.1134/S0018151X19020056]
- [19] В.А. Жбанов, А.Л. Стасенко, О.Д. Токарев. ТВТ, **60** (6), 860 (2022). DOI: 10.31857/S0040364422060163 [V.A. Zhbanov, A.L. Stasenko, O.D. Tokarev. High Temp., **60** (6), 791 (2022). DOI: 10.1134/s0018151x22060086]
- [20] G.W. Young, S.H. Davis. J. Fluid Mech., **176**, 1 (1987). DOI: 10.1017/S0022112087000557
- [21] A. Daerr, J. Eggers, L. Limat, N. Valade. Phys. Rev. Lett., **106** (18), 184501 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.184501
- [22] M. Hartmann, M. Fricke, L. Weimar, D. Gründing, T. Marić, D. Bothe, S. Hardt. Intern. J. Multiphase Flow, **140**, 103582 (2021). DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103582
- [23] J. Xie, J. Xu, W. Shang, K. Zhang. Intern. J. Heat Mass Transfer, **122**, 45 (2018). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.01.098
- [24] M. Backholm, D. Molpeceres, M. Vuckovac, H. Nurmi, M.J. Hokkanen, V. Jokinen, R.H. Ras. Commun. Mater., **1** (1), 64 (2020). DOI: 10.1038/s43246-020-00065-3
- [25] А.Ю. Вараксин. ТВТ, 56 (2), 282 (2018). DOI: 10.7868/S0040364418020175 [A.Y. Varaksin. High Temp., 56 (2), 275 (2018). DOI: 10.1134/S0018151X18020220]
- [26] A. Huerre, A. Monier, T. Séon, C. Josserand. J. Fluid Mech., **914**, A32 (2021). DOI: 10.1017/jfm.2021.41
- [27] Г. Шлихтинг. *Теория пограничного слоя* (Наука, М., 1974) [пер. с нем.: H. Schlichting. *Grenzschicht-Theorie* (Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1964)]
- [28] L. West, G. Gimmetstad, R. Herkert, W. Smith, S. Kireev, T. Daniels, L. Cornman, B. Sharman, A. Weekley, G. Perram, K. Gross, G. Smith, W. Feltz, J. Taylor, E. Olson. AIAA, 2009–3635 (2009). DOI: 10.2514/6.2009-3635