

Низкочастотное переходное излучение пучка частиц на сетчатом экране

© Е.С. Симаков, А.В. Тюхтин

Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: e.simakov@spbu.ru

Поступило в Редакцию 3 июня 2025 г.

В окончательной редакции 22 октября 2025 г.

Принято к публикации 24 октября 2025 г.

Проанализировано электромагнитное излучение пучка заряженных частиц, пролетающего сквозь планарную сетчатую структуру из тонких проводников. Проводники имеют гальванический контакт в перекрестиях и образуют квадратные ячейки, размер которых мал по сравнению с длинами рассматриваемых электромагнитных волн. Предположено, что размер ячейки существенно превышает поперечный размер провода. В рассматриваемом приближении сетчатая структура описана усредненными граничными условиями М.И. Конторовича. С помощью данных условий ищется общее аналитическое решение задачи, которое затем исследовано асимптотически методами теории функций комплексного переменного. Показано, что поле излучения состоит только из объемных волн. Получены фурье-образы компонент электромагнитного поля, проанализированы зависимости энергетических характеристик генерируемого излучения от свойств пучка и геометрических параметров структуры, проведено сравнение со случаем сплошной идеально проводящей плоскости.

Ключевые слова: излучение заряженных частиц, переходное излучение, сетчатая структура, усредненные граничные условия, пучок заряженных частиц.

DOI: 10.61011/JTF.2026.03.62526.138-25

Введение

Переходное излучение заряженных частиц, открытое в середине XX в. [1–3], активно исследуется и в настоящее время. Оно нашло широкое применение в физике ускорителей и пучков заряженных частиц. В зависимости от характера неоднородности могут быть получены весьма разнообразные свойства излучения, которые можно использовать в тех или иных целях, таких как детектирование частиц [4–6] или диагностика пучков частиц [7–9].

Одно из направлений исследований связано с анализом излучения от планарных периодических проводящих структур в диапазоне длин волн, значительно превышающих период структуры. В такой ситуации структура может быть заменена на некоторую поверхность, характеризуемую тем или иным „усредненным“ граничным условием. В этой связи можно отметить, в частности, гофрированные проводящие структуры. По отношению к низкочастотной части спектра их действие описывается с помощью эквивалентных граничных условий Вайнштейна–Сивова [10]. Задачи о переходном излучении на таких структурах исследовались в работах [11,12].

Другой распространенный тип периодических структур — планарные системы тонких параллельных проводников. В ряде работ анализировалось переходное излучение, возникающее при пересечении зарядом плоскости такой структуры [13–17]. При этом рассматривались различные приближения для описания структуры:

от простейшего варианта с идеальной проводимостью вдоль проводов [13,14] до применения усредненных граничных условий М.И. Конторовича [18,19], позволяющих учесть геометрические и электрические свойства проводников [15–17].

Следует отметить, что в указанных работах речь шла о структурах, обладающих выраженной анизотропией. Это приводит к тому, что на длинах волн, существенно превышающих период структуры, переходное излучение включает не только объемную составляющую, но также и поверхностные волны. Данное явление может быть весьма полезно для некоторых целей. Например, по характеру поверхностных волн можно судить о размере и форме породившего их пучка частиц, что представляет интерес для задач диагностики пучков [11,12,16,17].

С другой стороны, если потребности в возбуждении поверхностных волн нет, они будут „паразитным“ эффектом. В таком случае можно использовать изотропную структуру, приближенную по своим свойствам к сплошной хорошо проводящей поверхности. Конечно, для этого может использоваться тонкий слой металла (фольга) с малым отверстием для прохождения пучка частиц. Однако при этом требуется точное позиционирование пучка в плоскости экрана. Отметим, что задача об излучении заряда, пролетающего через круглое отверстие в бесконечно тонком идеально проводящем экране, рассматривалась в [20,21].

В качестве альтернативы проводящему сплошному экрану можно предложить сетчатую структуру из про-

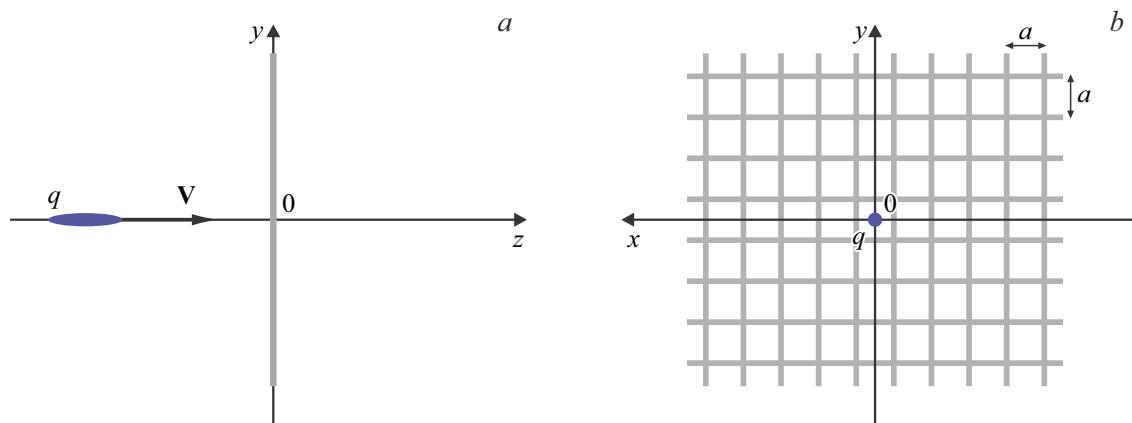


Рис. 1. Пучок заряженных частиц с суммарным зарядом q , движущийся со скоростью V сквозь структуру из тонких проводников с квадратными ячейками. a — вид в плоскости (y, z) , b — в плоскости (x, y) .

водников. При этом принципиально причина появления излучения остается прежней: воздействие поля пучка частиц на электроны проводников приводит к возбуждению зависящих от времени токов, а их поле содержит волновую составляющую, которая и представляет собой переходное излучение. Для того чтобы влияние сетки на поле было близко к влиянию идеально проводящей плоскости, необходимо, чтобы размер ячеек сетки был меньше рассматриваемых длин волн. С другой стороны, для относительно свободного прохождения пучка сквозь сетку требуется, чтобы толщина ее проводов была мала по сравнению с размером ячеек. В такой ситуации вместо строгого решения электродинамической задачи со сложной системой проводников (которое невозможно провести аналитически) достаточно найти поле, усредненное по периодам структуры. При этом структура заменяется на сплошную поверхность, на которой задаются усредненные граничные условия (УГрУ) [19]. Как известно [19], если расстояние от сетки до точки наблюдения больше размера ячейки, то поле будет близко к своей средней величине, которая и получается с помощью метода УГрУ.

В настоящей работе мы будем рассматривать сетку с квадратными ячейками при наличии гальванического контакта между проводниками в перекрестиях. Преимущество такой структуры заключается в том, что УГрУ для нее изотропны [19] (например, направление по диагонали „в среднем“ электродинамически неотличимо от направления вдоль проводников). Вследствие малой толщины проводников по сравнению с размером ячеек пучок частиц может сравнительно легко проходить сквозь сетку, и вопрос позиционирования пучка в плоскости экрана не является критически важным. В то же время, как будет показано далее, характеристики излучения могут быть весьма близкими к характеристикам излучения от сплошного экрана.

Подчеркнем, что в настоящей работе рассматривается только относительно „длинноволновое“ излучение, т.е.

излучение на длинах волн, значительно превышающих период структуры. Конечно, излучение на длинах волн, которые сопоставимы с периодом или меньше его, также может генерироваться. Такое излучение в данной работе не рассматривается, его исследование требует других подходов. Нужно также отметить, что излучение на длинах волн, которые меньше размера пучка, практически не возбуждается. Поэтому если размер сгустка больше периода сетки, то имеется только то излучение, которое исследуется в настоящей работе. Если же пучок не столь длинный, то к этому излучению добавится излучение на более коротких волнах, которое здесь не рассматривается. Естественно, все полученные результаты для „длинноволновой“ части поля излучения остаются верными независимо от размера пучка.

1. УГрУ

Рассматривается задача об излучении пучка заряженных частиц, пролетающего сквозь безграничную плоскую структуру из тонких цилиндрических проводников. Геометрия задачи показана на рис. 1. Структура находится в вакууме, расположена в плоскости $z = 0$, имеет квадратные ячейки (со стороной a) и идеальный контакт в перекрестиях. Предполагается, что размер ячейки существенно превышает диаметр провода d_0 :

$$a \gg d_0. \quad (1)$$

Другое предположение состоит в том, что размер ячейки мал по сравнению с рассматриваемыми длинами электромагнитных волн λ :

$$\lambda \gg a. \quad (2)$$

Таким образом, анализируется относительно длинноволновое излучение заряда.

При выполнении условий (1) и (2) сетчатую структуру можно заменить другой поверхностью, на которой

выполняются следующие УГрУ для фурье-образа касательной составляющей электрического поля $\mathbf{E}_{\tau \omega}$ [19]:

$$\mathbf{E}_{\tau \omega} = -\frac{2ik_0a}{c} \ln \left(\frac{a}{\pi d_0} \right) \times \left\{ \left[1 + \frac{\mu_i f(p)}{4 \ln(a/\pi d_0)} \right] \mathbf{I}_\omega + \frac{1}{2k_0^2} \nabla_\tau \operatorname{div} \mathbf{I}_\omega \right\}. \quad (3)$$

Здесь $\nabla_\tau = \partial/\partial x + \partial/\partial y$, i — мнимая единица, \mathbf{I}_ω — фурье-образ поверхностной плотности тока, $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$, ω — круговая частота, c — скорость света в вакууме, μ_i — магнитная проницаемость проводов, а функция $f(p)$ имеет простой вид в двух предельных случаях:

$$f(p) = \begin{cases} -i + 1/p^2, & p \ll 1 \\ (1-i)/p, & p \gg 1 \end{cases}, \quad (4)$$

где $p = d_0/4d_s$, d_s — толщина скин-слоя. Отметим, что на частотах от гигагерца до терагерца скин-слой металлов не превышает нескольких микрон, так что практически всегда реализуется условие $p \gg 1$. Например, на частоте 1 GHz толщина скин-слоя меди $d_s = 2.1 \mu\text{m}$, и с ростом частоты это значение уменьшается. Таким образом, на рассматриваемых частотах отличие реальной структуры от идеально проводящей несущественно даже для очень тонких проводников. Последнее верно не только для меди, но и для некоторых других металлов.

Границные условия (3) связывают усредненное по ячейке сетки электрическое поле $\mathbf{E}_{\tau \omega}$ с усредненной поверхностной плотностью тока \mathbf{I}_ω . Индекс ω обозначает фурье-гармонику, а индекс τ — касательную к границе составляющую вектора. Ток связан с напряженностью магнитного поля соотношением

$$\mathbf{I}_\omega = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{e}_z, \{\mathbf{H}_\omega\}], \quad (5)$$

где квадратные скобки обозначают векторное произведение, \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль направления z , а

$$\{\mathbf{H}_\omega\} = \mathbf{H}_\omega \Big|_{z=+0} - \mathbf{H}_\omega \Big|_{z=-0}$$

есть скачок фурье-образа магнитного поля на сетке.

Отметим, что форма поперечного сечения проводников не принципиальна. Если провода не являются круговыми цилиндрами, то роль диаметра d_0 играет некоторый „эффективный“ диаметр. Например, для тонких полосок он равен половине ширины полоски, а для проводов с квадратным сечением — 1.18 стороны квадрата [19].

Границные условия (3) могут быть записаны для фурье-образов по частоте и касательной компоненте волнового вектора. Используя связь (5), в декартовых координатах получаем два граничных условия

$$E_{x \omega, k_x, k_y} = ik_0aA \left[\left(2B - \frac{k_x^2}{k_0^2} \right) \{H_{y \omega, k_x, k_y}\} + \frac{k_x k_y}{k_0^2} \{H_{x \omega, k_x, k_y}\} \right], \quad (6)$$

$$E_{y \omega, k_x, k_y} = -ik_0aA \left[\left(2B - \frac{k_y^2}{k_0^2} \right) \{H_{x \omega, k_x, k_y}\} + \frac{k_x k_y}{k_0^2} \{H_{y \omega, k_x, k_y}\} \right], \quad (7)$$

где

$$A = \frac{1}{4\pi} \ln \left(\frac{a}{\pi d_0} \right), \quad B = 1 + \frac{\mu_i f(p)}{4 \ln(a/\pi d_0)}. \quad (8)$$

2. Общее решение задачи

Мы предполагаем, что пучок частиц с суммарным зарядом q движется с постоянной скоростью $\mathbf{V} = V\mathbf{e}_z$, имеет бесконечно малые поперечные размеры и произвольное распределение заряда вдоль траектории движения. В этом случае объемные плотности заряда и тока могут быть записаны в виде

$$\rho = q\delta(x)\delta(y)\chi_{\parallel}(\xi), \quad j_z \equiv j = \rho V,$$

где $\delta()$ — дельта-функция Дирака, $\xi = z - Vt$, а функция $\chi_{\parallel}(\xi)$ описывает распределение заряда по длине пучка. Так как заряд пучка равен q , то $\int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{\parallel}(\xi) d\xi = 1$.

Подчеркнем, что рассматриваемая в настоящей работе модель бесконечно тонкого пучка оправдана тем, что в экспериментах широко применяются пучки, поперечный размер которых много меньше продольного. Здесь, в частности, можно отметить исследования кильватерного ускорения заряженных частиц, где в качестве первично-го сгустка (драйвера) используется сильно вытянутый в направлении движения пучок [22–24]. Стоит также подчеркнуть, что на относительно больших длинах волн, которые исследуются в настоящей работе, толщина сгустка не играет существенной роли.

При решении задачи будем пользоваться вектором Герца. Полное поле пучка есть сумма „вынужденного“ поля, то есть поля заряда, движущегося в неограниченном вакууме, и „свободного“ поля, наличие которого обусловлено влиянием периодической структуры:

$$\mathbf{P}_\omega = \mathbf{P}_\omega^{(i)} + \mathbf{P}_\omega^{(r)}.$$

„Вынужденное“ поле пучка хорошо известно [2], оно описывается однокомпонентным вектором Герца, фурье-образ которого (по частоте и двум компонентам волнового вектора) имеет вид

$$\mathbf{P}_{z \omega, k_x, k_y}^{(i)} = \frac{iq\tilde{\chi}_{\parallel}}{\pi c k_0} \frac{\exp(ik_0z/\beta)}{k_x^2 + k_y^2 + k_0^2(1 - \beta^2)/\beta}.$$

Здесь $\beta = V/c$, а $\tilde{\chi}_{\parallel}$ — фурье-образ профиля пучка, определяемый выражением

$$\tilde{\chi}_{\parallel} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{\parallel}(\xi) \exp(-ik_0\xi/\beta) d\xi. \quad (9)$$

Фурье-образ вектора Герца „свободного“ поля можно представить в виде

$$\begin{aligned}\Pi_{z\omega,k_x,k_y}^{(r)} &= -\operatorname{sgn}(z) \frac{iq\tilde{x}_{||}}{\pi ck_0^2} \frac{\exp(ik_{z0}|z|)}{k_{z0}} T, \\ \Pi_{x\omega,k_x,k_y}^{(r)} &= \Pi_{y\omega,k_x,k_y}^{(r)} = 0,\end{aligned}\quad (10)$$

где T — произвольный коэффициент, который может быть найден с помощью граничных условий, а $k_{z0} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_y^2}$ — проекция волнового вектора на ось Oz . Отметим, что если выражение под радикалом положительно, то k_{z0} чисто вещественная и положительная величина. Если же выражение под радикалом отрицательно, то k_{z0} чисто мнимая величина с положительной мнимой частью. Данная фиксация корня обеспечивает распространение электромагнитной волны в направлении от границы, если $k_0^2 > k_x^2 + k_y^2$, и экспоненциальное убывание поля с ростом $|z|$, если $k_0^2 < k_x^2 + k_y^2$.

Фурье-образы электрического и магнитного полей связаны с фурье-образом вектора Герца соотношениями

$$\mathbf{E}_\omega = \nabla \operatorname{div} \mathbf{P}_\omega + k_0^2 \mathbf{P}_\omega, \quad \mathbf{H}_\omega = -ik_0 \operatorname{rot} \mathbf{P}_\omega. \quad (11)$$

Используя (11), нетрудно получить фурье-образ полного электромагнитного поля пучка. Подставляя данное поле в граничное условие (6) или (7), можно найти выражение для неизвестного коэффициента в (10):

$$T = \frac{k_0^2 \beta k_{z0}}{(k_0^2 - \beta^2 k_{z0}^2) \{k_{z0} - 2iaA[(2B - 1)k_0^2 + k_{z0}^2]\}}. \quad (12)$$

3. Поле в дальней зоне

Исследуем „свободное“ поле. Согласно (10) и (12), фурье-образ вектора Герца данного поля определяется выражением

$$\begin{aligned}\Pi_{z\omega}^{(r)} &= -\operatorname{sgn}(z) \frac{iq\tilde{x}_{||}\beta}{\pi c} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \\ &\times \frac{\exp(ik_x x + ik_y y + ik_{z0}|z|)}{(k_0^2 - \beta^2 k_{z0}^2) \{k_{z0} - 2iaA[(2B - 1)k_0^2 + k_{z0}^2]\}}.\end{aligned}$$

Учитывая симметрию задачи, имеет смысл перейти к цилиндрическим координатам, как в обычном пространстве (r, φ, z) , так и в пространстве волновых векторов (k_r, φ_k, k_z) . В новых координатах интеграл по φ_k легко берется (он табличный, см. [25]), а интеграл по k_r сводится к интегралу по всей оси. Получаем

$$\begin{aligned}\Pi_{z\omega}^{(r)} &= -\operatorname{sgn}(z) \frac{iq\tilde{x}_{||}\beta}{ck_0} \\ &\times \int_{\infty e^{i\pi}}^{\infty} \frac{\tilde{k}_r H_0^{(1)}(k_0 \tilde{k}_r r) \exp(ik_0 \tilde{k}_{z0}|z|)}{\left(1 - \beta^2 \tilde{k}_{z0}^2\right) \left[\tilde{k}_{z0} - 2ik_0 a A \left(2B - 1 + \tilde{k}_{z0}^2\right)\right]} d\tilde{k}_r\end{aligned}\quad (13)$$

где $\tilde{k}_r = k_r/k_0$, $\tilde{k}_{z0} = k_{z0}/k_0 = \sqrt{1 - \tilde{k}_r^2}$, а $H_0^{(1)}(\cdot)$ — функция Ханкеля.

Поле в дальней зоне, т.е. при условии $k_0 R \gg 1$, где $R = \sqrt{r^2 + z^2}$, можно найти с помощью метода перевала. Как показывают расчеты, в этом случае интеграл (13) определяется вкладом седловой точки, в то время как вклады других особенностей несущественны в рассматриваемом относительно длинноволновом приближении. Иными словами, в данном частотном диапазоне поле излучения определяется только вкладом седловой точки.

Учтем асимптотику функции Ханкеля

$$H_0^{(1)}(k_0 \tilde{k}_r r) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 \tilde{k}_r r}} \exp\left(ik_0 \tilde{k}_r r - i\frac{\pi}{4}\right).$$

В силу четности (13) по z , достаточно рассмотреть только область $z > 0$. В сферических координатах (R, θ, φ) вклад седловой точки можно записать в виде [26]:

$$\begin{aligned}\left\{ \begin{array}{l} \Pi_{R\omega}^{(r)} \\ \Pi_{\theta\omega}^{(r)} \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{l} -\cos\theta \\ \sin\theta \end{array} \right\} \frac{2q\tilde{x}_{||}\beta}{ck_0^2} \\ &\times \frac{\cos\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta) [\cos\theta - 2ik_0 a A (2B - \sin^2\theta)]} \\ &\times \frac{\exp(ik_0 R)}{R}.\end{aligned}\quad (14)$$

Используя (14), по формулам (11) найдем фурье-образы компонент электромагнитного поля:

$$E_{R\omega}^{(r)} = H_{R\omega}^{(r)} = E_{\phi\omega}^{(r)} = H_{\theta\omega}^{(r)} = 0,$$

$$\begin{aligned}E_{\theta\omega}^{(r)} = H_{\phi\omega}^{(r)} &= \frac{2q\tilde{x}_{||}\beta}{c} \\ &\times \frac{\cos\theta \sin\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta) [\cos\theta - 2ik_0 a A (2B - \sin^2\theta)]} \\ &\times \frac{\exp(ik_0 R)}{R}.\end{aligned}\quad (15)$$

Выражения (15) описывают фурье-образ электромагнитного поля объемной волны, генерируемой пучком заряженных частиц, пролетающим сквозь мелкочаинистую структуру ортогонально ее плоскости. Данные формулы получены для области $z > 0$ и для положительных частот ($k_0 = \omega/c > 0$). Соответствующие выражения для отрицательных частот могут быть получены из (15) по правилу $F_{-\omega} = F_\omega^*$, вытекающему из вещественности исходных компонент поля.

Теперь рассмотрим некоторые энергетические характеристики. Как отмечалось выше, для реальных структур практически всегда $p \gg 1$, поэтому будем полагать, что $B=1$ (см. (4) и (8)). Проанализируем полную энергию излучения движущегося заряда. Ее можно найти как интеграл по времени от потока энергии через полусферу

Σ_+ в области $z > 0$, умноженный на 2 (в силу симметрии полей в областях $z > 0$ и $z < 0$):

$$W = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{\Sigma_+} \mathbf{S} d\mathbf{\Sigma}, \quad (16)$$

где $\mathbf{S} = c(4\pi)^{-1}[\mathbf{E}^{(r)}, \mathbf{H}^{(r)}]$ — вектор Умова–Пойнтинга, $d\mathbf{\Sigma}$ — элемент поверхности полусферы с нормалью, направленной наружу.

Согласно (15), вектор Умова–Пойнтинга имеет единственную компоненту вдоль радиус-вектора

$$S_R = \frac{c}{4\pi} E_\theta^{(r)} H_\phi^{(r)} = \frac{c}{4\pi} \left(E_\theta^{(r)} \right)^2. \quad (17)$$

Поставив (17) в (16), получаем

$$W = \frac{cR_0^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin \theta \left(E_\theta^{(r)} \right)^2 d\theta. \quad (18)$$

Интеграл по времени можно свести к интегралу по частоте [27]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(E_\theta^{(r)} \right)^2 dt = 4\pi \int_0^{+\infty} |E_{\theta\omega}^{(r)}|^2 d\omega. \quad (19)$$

С учетом (19) и цилиндрической симметрии задачи выражение для полной энергии (18) принимает вид

$$W = 4\pi \int_0^{+\infty} d\omega \int_0^{\pi/2} \sin \theta \frac{d^2W}{d\omega d\theta} d\theta, \quad (20)$$

где

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = cR_0^2 |E_{\theta\omega}^{(r)}|^2. \quad (21)$$

Подставив (15) в (21), находим

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = \frac{4q^2 |\tilde{x}_{||}|^2 \beta^2}{c} \times \frac{\cos^2 \theta \sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2 \left[\cos^2 \theta + 4k_0^2 a^2 A^2 (2 - \sin^2 \theta)^2 \right]}. \quad (22)$$

Итак, мы получили спектрально-угловую плотность энергии излучения, генерируемого пучком заряженных частиц, пролетающим сквозь мелкочаечистую структуру из тонких идеальных проводников. При этом пучок имеет произвольное распределение заряда вдоль траектории движения. Напомним, что продольный профиль пучка есть функция $x_{||}(\xi)$, где $\xi = z - c\beta t$, а ее фурье-образ $\tilde{x}_{||}$ определяется выражением (9).

Подчеркнем, что полученные формулы справедливы в случае, когда выполнены условия (1) и (2). Устремляя

малый параметр задачи a/λ к нулю, получим формулу для случая сплошной идеально проводящей плоскости:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = \frac{4q^2 |\tilde{x}_{||}|^2 \beta^2}{c} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}. \quad (23)$$

Если заряд точечный, то $\tilde{x}_{||}^{point} = (2\pi)^{-1}$, и (23) переходит в известное выражение для спектрально-угловой плотности энергии объемного излучения, генерируемого точечным зарядом, пролетающим сквозь идеальный экран [2].

4. Результаты расчетов и обсуждение

На рис. 2 представлены зависимости спектрально-угловой плотности энергии излучения (в единицах $q^2 |\tilde{x}_{||}|^2 / c$) от угла θ для различных значений скорости пучка β , периода структуры a и диаметра проводов d_0 в случае мелкочаечистой сетки (черные сплошные и синие штрихпунктирные линии, формула (22)) и идеального экрана (красные пунктирные линии, формула (23)). Из приведенных зависимостей следует, что при увеличении скорости пучка положение максимума излучения смещается в сторону меньших значений θ . Спектрально-угловая плотность энергии в максимуме при этом увеличивается, причем тем быстрее, чем больше скорость. Для ультрарелятивистского пучка максимальное излучение имеется в направлении, близком к линии движения заряда. Данные закономерности характерны и для сплошной проводящей плоскости.

Отметим, что наиболее существенное отличие рассматриваемого излучения от излучения в случае идеального экрана наблюдается в направлении, близком к направлению вдоль плоскости структуры ($\theta \simeq 90^\circ$). Спектрально-угловая плотность при этом очень мала и стремится к нулю при $\theta \rightarrow 90^\circ$. Существенное отличие также возможно и для других углов θ : оно тем сильнее, чем больше период сетки a и чем меньше диаметр провода d_0 . Как следует из рис. 2, если увеличивать период от 0.5 см (верхний ряд) до 1 см (нижний ряд) при неизменном значении диаметра провода 0.1 mm (черные сплошные линии), максимальное значение спектрально-угловой плотности энергии уменьшается приблизительно в два раза. Если поперечный размер провода больше (например, $d_0 = 0.5$ mm, что соответствует синим штрихпунктирным линиям), то с ростом периода спектрально-угловая плотность уменьшается медленнее. Подчеркнем, что распределение излучения в большей степени зависит от изменения периода структуры, нежели от изменения диаметра проводов. Это следует непосредственно из формулы (22) и подтверждается численными расчетами, представленными на рис. 2.

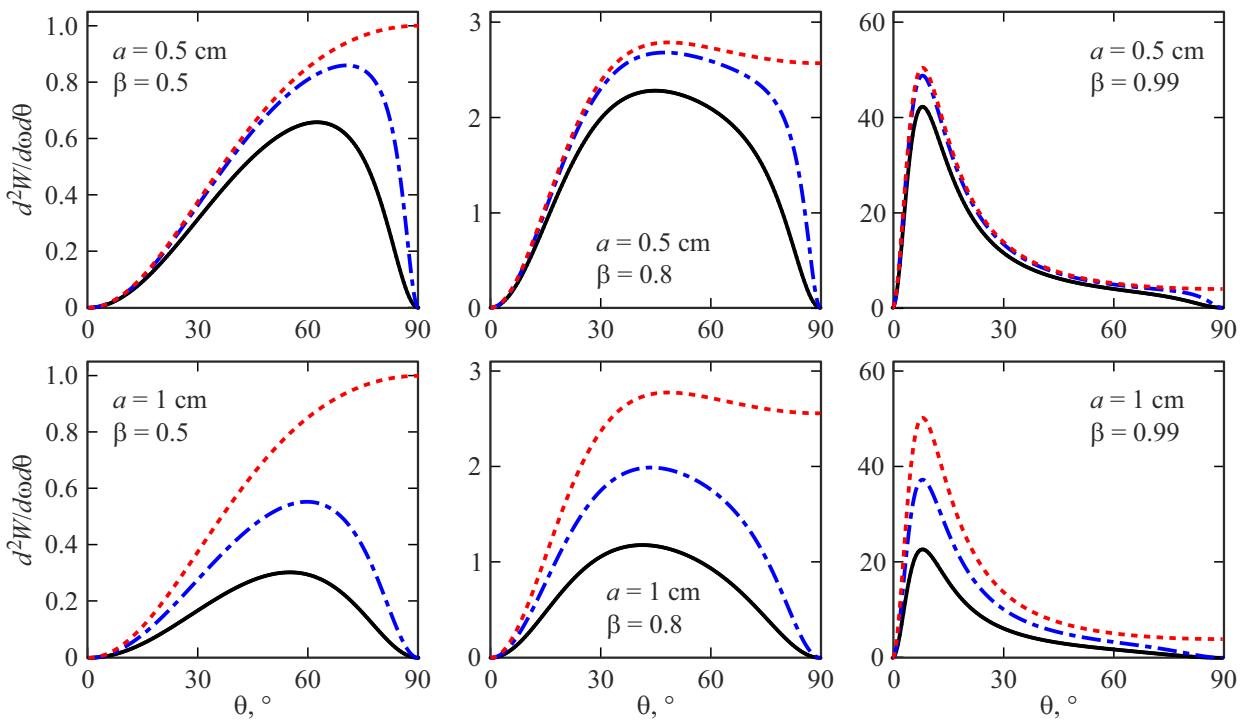


Рис. 2. Зависимость спектрально-угловой плотности энергии объемного излучения $d^2W/d\omega d\theta$ от угла θ в случае мелкоячеистой структуры (черные сплошные и синие штрихпунктирные линии) и идеального экрана (красные пунктирные линии). Скорость пучка $\beta = 0.5$ (левый столбец), $\beta = 0.8$ (средний столбец) и $\beta = 0.99$ (правый столбец). Период структуры $a = 0.5 \text{ cm}$ (сверху) и $a = 1 \text{ cm}$ (снизу). Диаметр провода $d_0 = 0.1 \text{ mm}$ (черные сплошные линии) и $d_0 = 0.5 \text{ mm}$ (синие штрихпунктирные линии). Волновое число $k_0 = 1 \text{ cm}^{-1}$ (длина волны $\lambda \simeq 6.28 \text{ cm}$). Спектрально-угловая плотность энергии нормирована на величину $q^2 |\tilde{x}_\parallel|^2 / c$.

Далее рассмотрим полную спектральную плотность переходного излучения. Запишем (20) в виде

$$W = \int_0^{+\infty} \frac{dW}{d\omega} d\omega.$$

Величина

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{16\pi q^2 |\tilde{x}_\parallel|^2 \beta^2}{c} \times \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \theta \sin^3 \theta d\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2 [\cos^2 \theta + 4k_0^2 a^2 A^2 (2 - \sin^2 \theta)^2]}$$

есть спектральная плотность энергии объемного излучения. Заметим, что, прежде чем анализировать спектр, необходимо задать профиль пучка x_\parallel и, следовательно, его фурье-образ \tilde{x}_\parallel , который определяется выражением (9) и в общем случае зависит от частоты. Мы рассмотрим пучки с гауссовым и „прямоугольным“ распределением заряда:

$$\begin{aligned} x_\parallel^{gaus}(\xi) &= \frac{\exp(-\xi^2/2\sigma^2)}{\sqrt{2\pi}\sigma}, \\ x_\parallel^{rect}(\xi) &= \frac{\Theta(\sigma - |\xi|)}{2\sigma}, \end{aligned}$$

где $\Theta(\cdot)$ — функция Хевисайда, а σ — половина длины пучка. Тогда, согласно (9), получаем

$$\tilde{x}_\parallel^{gaus} = \frac{\exp(-k_0^2 \sigma^2 / 2\beta^2)}{2\pi}, \quad \tilde{x}_\parallel^{rect} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sin(k_0 \sigma / \beta)}{k_0 \sigma / \beta}. \quad (24)$$

На рис. 3 представлены зависимости величины $dW/d\omega$, $[q^2/c]$, от частоты $f = ck_0/(2\pi)$ для гауссова (сверху) и „прямоугольного“ (снизу) пучка при различных значениях его скорости β и диаметра проводов d_0 . Как и ранее, черные сплошные и синие штрихпунктирные линии соответствуют случаю мелкоячеистой сетки, а красные пунктирные линии — идеальному экрану. Видим, что ширина спектра зависит как от свойств пучка, так и от геометрических параметров поверхности. В частности, для „прямоугольного“ пучка спектр излучения несколько шире, чем для гауссова. Отметим, что зависимости на рис. 3 для сетчатой структуры получены в ситуации, когда длина пучка 2σ равна периоду a , при этом в спектре излучения могут быть только длины волн, существенно превышающие период, т. е. относящиеся к рассматриваемому в настоящей работе волновому диапазону. Подчеркнем, что подавление высокочастотной части спектра происходит не только при увеличении длины пучка, но и, как видно из рис. 3, при уменьшении его скорости. Ширина спектра также

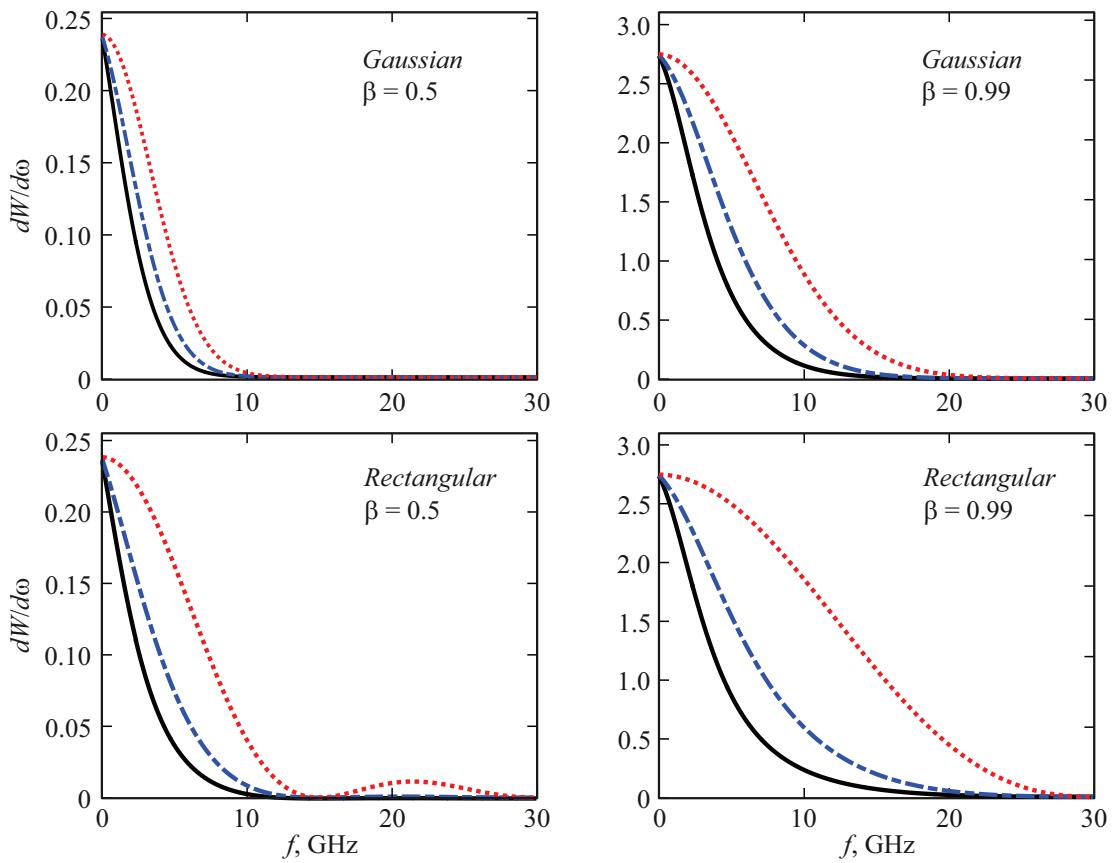


Рис. 3. Зависимость спектральной плотности энергии объемного излучения $dW/d\omega$ от частоты f в случае мелкочаечистой структуры (черные сплошные и синие штрихпунктирные линии) и идеального экрана (красные пунктируемые линии). Профиль пучка: гауссов (сверху), „прямоугольный“ (снизу). Длина пучка $2\sigma = 1$ см, его скорость $\beta = 0.5$ (слева) и $\beta = 0.99$ (справа). Период структуры $a = 1$ см, диаметр провода $d_0 = 0.1$ мм (черные сплошные линии) и $d_0 = 0.5$ мм (синие штрихпунктирные линии). Плотность энергии нормирована на величину q^2/c , частота приведена в GHz.

зависит и от геометрических параметров структуры. В частности, спектр сужается с ростом периода сетки и с уменьшением диаметра провода (на рис. 3 черные сплошные и синие штрихпунктирные линии получены для $d_0 = 0.1$ и 0.5 мм соответственно).

Отметим, что полученные результаты приближенно верны и для пучков конечной толщины, если она существенно меньше длины пучка. Учет конечной толщины сгустка приведет к появлению нового множителя — „поперечного“ форм-фактора $\tilde{\chi}_\perp$ в выражениях для фурье-образов компонент поля (для бесконечно тонкого пучка он равен единице). Если, к примеру, пучок представляет собой однородный цилиндр радиуса r_0 , ось которого параллельна скорости, то, согласно [2], $\tilde{\chi}_\perp^{cyl} = 2J_1(k_r r_0) / k_r r_0$, где k_r — поперечное волновое число. В нашем случае $k_r = ik_0/\beta\gamma$, и мы получаем

$$\tilde{\chi}_\perp^{cyl} = -i \frac{2\beta\gamma}{k_0 r_0} I_1 \left(\frac{k_0 r_0}{\beta\gamma} \right), \quad (25)$$

где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — Лоренц-фактор, а $I_1()$ — модифицированная функция Бесселя. Так как толщина пучка много меньше его длины и, тем более, длины волны, то

$k_0 r_0 \ll 1$. Тогда $I_1(k_0 r_0 / \beta\gamma) \simeq k_0 r_0 / 2\beta\gamma$, и модуль „поперечного“ форм-фактора близок к единице. В частности, если пучок толщиной $2r_0 = 200 \mu\text{m}$ [22–24] движется со скоростью $\beta = 0.9$, то на частоте $f = 10$ GHz ($\lambda = 3$ см) имеем $|\tilde{\chi}_\perp^{cyl}| \simeq 1.00001$. С ростом скорости пучка значение $|\tilde{\chi}_\perp^{cyl}|$ уменьшается и приближается к единице.

Отметим, что влияние размера пучка на переходное излучение в случае сплошного экрана исследовалось, в частности, в статье [28]. Согласно результатам этой работы, если длина волны в полтора раза превышает радиус шарообразного сгустка, то излучение мало отличается от излучения точечного заряда, и с ростом отношения длины волны к радиусу пучка это различие уменьшается. Данный пример подтверждает, что на относительно больших длинах волн размер пучка не играет существенной роли. Это следует и из наших расчетов в случае сетчатого экрана.

В случае пучка в виде однородного цилиндра радиуса r_0 , учитывая „поперечный“ (25) и „продольный“ (24) форм-факторы, имеем следующее выражение

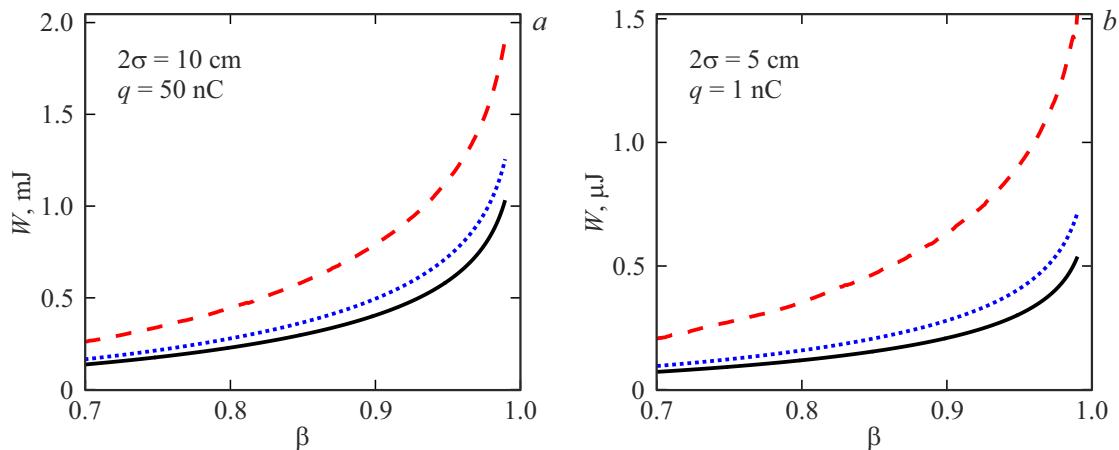


Рис. 4. Зависимость полной энергии объемного излучения W от скорости пучка β в случае мелкочаечистой структуры (черные сплошные и синие штрихпунктирные линии) и идеального экрана (красные пунктирные линии). Пучок представляет собой однородный цилиндр радиуса $r_0 = 100 \mu\text{m}$. Заряд пучка и его длина $q = 50 \text{ nC}$, $2\sigma = 10 \text{ cm}$ (a) и $q = 1 \text{ nC}$, $2\sigma = 5 \text{ cm}$ (b). Период структуры $a = 3 \text{ см}$, диаметр проводов $d_0 = 0.5 \text{ mm}$ (синие штрихпунктирные линии) и $d_0 = 0.1 \text{ mm}$ (черные сплошные линии). Единицы измерения энергии — мJ (a) и μJ (b).

для спектрально-угловой плотности энергии излучения:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = \frac{4q^2\beta^6\gamma^2 I_1^2(k_0 r_0 / \beta\gamma)}{c\pi^2 k_0^4 \sigma^2 r_0^2} \times \frac{\cos^2\theta \sin^2\theta \sin^2(k_0\sigma/\beta)}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^2 \left[\cos^2\theta + 4k_0^2 a^2 A^2 (2 - \sin^2\theta)^2 \right]}.$$

Воспользуемся данной формулой для анализа полной энергии излучения, которая определяется выражением (20). На рис. 4 представлены результаты численного расчета полной энергии в зависимости от скорости пучка в случае мелкочаечистой сетки и идеального экрана. Как видим, энергия переходного излучения увеличивается с ростом толщины проводников, а также с ростом скорости пучка (причем тем быстрее, чем больше скорость). Пучок длиной 10 см, толщиной 200 μm и зарядом 50 nC (приблизительно $3 \cdot 10^{11}$ частиц в пучке) генерирует излучение с энергией порядка мJ (рис. 4, a). Энергия излучения, возбуждаемого более коротким сгустком с той же толщиной и зарядом 1 nC (приблизительно $6 \cdot 10^9$ частиц), имеет порядок μJ (рис. 4, b). При выборе размеров пучка и его заряда мы опирались на значения, используемые в реальных экспериментах. В частности, пучки со схожими характеристиками применяются в качестве драйверов при кильватерном ускорении пучков частиц [22–24].

Отметим, что указанная энергия сосредоточена в импульсе, длительность которого сопоставима с длительностью пучка частиц, т.е. составляет доли наносекунды. Следовательно, мощность импульса, генерируемого пучком с $q = 50 \text{ nC}$ и $2\sigma = 10 \text{ cm}$ (рис. 4, a), имеет порядок MW, а в случае пучка с $q = 1 \text{ nC}$ и $2\sigma = 5 \text{ cm}$ (рис. 4, b) — kW. Подобные импульсы (и даже более короткие, например, пикосекундные [29–32]) могут быть

без труда зафиксированы в эксперименте с помощью известных детекторов электромагнитного излучения, таких как болометры [29] или пироэлектрические датчики [30]. Отметим, что в роли детектора может выступать и широкополосная антенна, чувствительность которой составляет приблизительно 0.3 mV/W [31,32].

Заключение

В работе исследовалось электромагнитное излучение тонкого пучка заряженных частиц, движущегося с постоянной скоростью и пролетающего сквозь планарную сетчатую структуру с квадратными ячейками при условии малости размера ячеек по сравнению с рассматриваемыми длинами волн и малости толщины проводов по сравнению с размером ячеек. Предполагалось наличие контакта между проводами в перекрестиях, что обеспечивает изотропный характер усредненных граничных условий.

В результате было показано, что поле излучения заряда на рассматриваемых частотах состоит только из объемных волн. Анализ диаграмм направленности переходного излучения и его спектра показал, что свойства генерируемого излучения существенным образом зависят от геометрических параметров структуры. В частности, уменьшение периода сетки и увеличение диаметра провода приводят к увеличению поля излучения, при этом зависимость от периода сильнее, чем от диаметра. При определенных параметрах сетки можно добиться генерации излучения, характеристики которого мало отличаются от характеристик излучения на идеальном экране (за исключением излучения под углами, близкими к касательному). С другой стороны, если нужно ослабить генерируемое поле, можно уменьшать толщину проводов или увеличивать период.

Полученные результаты могут быть полезны для разработки методов детектирования и диагностики пучков частиц. При этом важно отметить, что применение сетчатой структуры из тонких проводников не требует точного позиционирования пучка, а методы диагностики могут быть неинвазивными, то есть не приводящими к разрушению пучка.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов

Список литературы

- [1] В.Л. Гинзбург, И.М. Франк. ЖЭТФ, **16** (1), 15 (1946). [V.L. Ginzburg, I.M. Frank. J. Phys. USSR, **9**, 353 (1945).]
- [2] В.Л. Гинзбург, В.Н. Цытович. *Переходное излучение и переходное рассеяние* (Наука, М., 1984)
- [3] Г.М. Гарibyan, Ян Ши. *Рентгеновское переходное излучение* (АНАрм. ССР, Ереван, 1983)
- [4] М.П. Лорикян. ЖЭТФ, **65** (4), 1327 (1974). [M.P. Lorikyan. Sov. Phys. JETP, **38** (4), 661 (1974).]
- [5] C.W. Fabjan, H.G. Fischer. Rep. Prog. Phys., **43** (8), 1003 (1980). DOI: 10.1088/0034-4885/43/8/002
- [6] B. Dolgoshein. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, **326** (3), 434 (1993). DOI: 10.1016/0168-9002(93)90846-A
- [7] D.W. Rule, R.B. Fiorito. AIP Conf. Proc., **229**, 315 (1991). DOI: 10.1063/1.40754
- [8] M. Castellano, M. Ferrario, S. Kulinski, M. Minestrini, P. Patteri, F. Tazzioli, L. Catani, L. Gregorini, S. Tazzari. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, **357** (2–3), 231 (1995). DOI: 10.1016/0168-9002(94)01533-3
- [9] A.N. Aleinik, O.V. Chefonov, B.N. Kalinin, G.A. Naumenko, A.P. Potylitsyn, G.A. Saruev, A.F. Sharafutdinov, W. Wagner. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B, **201** (1), 34 (2003). DOI: 10.1016/S0168-583X(02)01745-7
- [10] Е.И. Нефедов, А.Н. Сивов. *Электродинамика периодических структур* (Наука, М., 1977)
- [11] E.S. Simakov, A.V. Tyukhtin. J. Instrum., **15**, C05047 (2020). DOI: 10.1088/1748-0221/15/05/C05047
- [12] E.S. Simakov, A.V. Tyukhtin. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, **1045**, 167640 (2023). DOI: 10.1016/j.nima.2022.167640
- [13] К.А. Барсуков, Л.Г. Нарышкина. Изв. вузов. Радиофизика, **8** (5), 936 (1965). [K.A. Barsukov, L.G. Naryshkina. Sov. Radiophys., **8** (5), 667 (1965). DOI: 10.1007/BF01038826]
- [14] К.А. Барсуков, С.Х. Бекова. Ученые записки МГПИ, **313**, 25 (1968)
- [15] В.Н. Красильников, А.В. Тюхтин. Изв. вузов. Радиофизика, **33** (11), 1278 (1990). [V.N. Krasilnikov, A.V. Tyukhtin. Radiophys. Quantum Electron, **33**, 945 (1990). DOI: 10.1007/BF01039238]
- [16] A.V. Tyukhtin, V.V. Vorobev, S.N. Galyamin. Phys. Rev. ST Accel. Beams, **17** (12), 122802 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.17.122802
- [17] A.V. Tyukhtin, V.V. Vorobev, S.N. Galyamin. Phys. Rev. E, **91** (6), 063202 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevE.91.063202
- [18] М.И. Конторович. Радиотехника и электроника, **8**, 1506 (1963)
- [19] М.И. Конторович, М.И. Астрахан, В.П. Акимов, Г.А. Ферсман. *Электродинамика сетчатых структур* (Радио и связь, М., 1987)
- [20] В. Бобринев, В. Брагинский. ДАН СССР, **123** (4), 634 (1958).
- [21] Ю.Н. Днестровский, Д.П. Костомаров. ДАН СССР, **124** (4), 792 (1959).
- [22] E. Gschwendtner, E. Adli, L. Amorim, R. Apsimon, R. Assmann, A.-M. Bachmann, F. Batsch, J. Bauche, V.K. Berglyd Olsen, M. Bernardini, R. Bingham, B. Biskup, T. Bohl, C. Bracco, P.N. Burrows, G. Burt, B. Buttenschön, A. Butterworth, A. Caldwell, M. Cascella, E. Chevallay, S. Cipiccia, H. Damerau, L. Deacon, P. Dirksen, S. Doeberl, U. Dorda, J. Farmer, V. Fedosseev, E. Feldbaumer, R. Fiorito, R. Fonseca, F. Friebel, A.A. Gorn, O. Grulke, J. Hansen, C. Hessler, W. Hofle, J. Holloway, M. Hüther, D. Jaroszynski, L. Jensen, S. Jolly, A. Joulaei, M. Kasim, F. Keeble, Y. Li, S. Liu, N. Lopes, K.V. Lotov, S. Mandry, R. Martorelli, M. Martyanov, S. Mazzoni, O. Mete, V.A. Minakov, J. Mitchell, J. Moody, P. Muggli, Z. Najmudin, P. Norreys, E. Öz, A. Pardons, K. Pepitone, A. Petrenko, G. Plyushchey, A. Pukhov, K. Rieger, H. Ruhl, F. Salveter, N. Savard, J. Schmidt, A. Seryi, E. Shaposhnikova, Z.M. Sheng, P. Sherwood, L. Silva, L. Soby, A.P. Sosedkin, R.I. Spitsyn, R. Trines, P.V. Tuev, M. Turner, V. Verzilov, J. Vieira, H. Vincze, Y. Wei, C.P. Welsch, M. Wing, G. Xia, H. Zhang. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, **829**, 76 (2016). DOI: 10.1016/j.nima.2016.02.026
- [23] E. Adli, A. Ahuja, O. Apsimon, R. Apsimon, A.-M. Bachmann, D. Barrientos, F. Batsch, J. Bauche, V.K. Berglyd Olsen, M. Bernardini, T. Bohl, C. Bracco, F. Braunmüller, G. Burt, B. Buttenschön, A. Caldwell, M. Cascella, J. Chappell, E. Chevallay, M. Chung, D. Cooke, H. Damerau, L. Deacon, L.H. Deubner, A. Dexter, S. Doeberl, J. Farmer, V.N. Fedosseev, R. Fiorito, R.A. Fonseca, F. Friebel, L. Garolfi, S. Gessner, I. Gorgisyan, A.A. Gorn, E. Granados, O. Grulke, E. Gschwendtner, J. Hansen, A. Helm, J.R. Henderson, M. Hüther, M. Ibison, L. Jensen, S. Jolly, F. Keeble, S.-Y. Kim, F. Kraus, Y. Li, S. Liu, N. Lopes, K.V. Lotov, L. Maricalva Brun, M. Martyanov, S. Mazzoni, D. Medina Godoy, V.A. Minakov, J. Mitchell, J.C. Molendijk, J.T. Moody, M. Moreira, P. Muggli, E. Öz, C. Pasquino, A. Pardons, F. Peña Asmus, K. Pepitone, A. Perera, A. Petrenko, S. Pitman, A. Pukhov, S. Rey, K. Rieger, H. Ruhl, J.S. Schmidt, I.A. Shalimova, P. Sherwood, L.O. Silva, L. Soby, A.P. Sosedkin, R. Speroni, R.I. Spitsyn, P.V. Tuev, M. Turner, F. Velotti, L. Verra, V.A. Verzilov, J. Vieira, C.P. Welsch, B. Williamson, M. Wing, B. Woolley, G. Xia. Nature, **561**, 363 (2018). DOI: 10.1038/s41586-018-0485-4
- [24] E. Adli, A. Ahuja, O. Apsimon, R. Apsimon, A.-M. Bachmann, D. Barrientos, M.M. Barros, J. Batkiewicz, F. Batsch, J. Bauche, V.K. Berglyd Olsen, M. Bernardini, B. Biskup, A. Boccardi, T. Bogey, T. Bohl, C. Bracco, F. Braunmüller, S. Burger, G. Burt, S. Bustamante, B. Buttenschön, A. Caldwell, M. Cascella, J. Chappell, E. Chevallay, M. Chung, D. Cooke, H. Damerau, L. Deacon, L.H. Deubner, A. Dexter, S. Doeberl, J. Farmer, V.N. Fedosseev, G. Fior, R. Fiorito, R.A. Fonseca, F. Friebel, L. Garolfi, S. Gessner, I. Gorgisyan, A.A. Gorn, E. Granados, O. Grulke, E. Gschwendtner, A. Guerrero, J. Hansen, A. Helm, J.R. Henderson, C. Hessler, W. Hofle, M. Hüther,

- M. Ibison, L. Jensen, S. Jolly, F. Keeble, S.-Y. Kim, F. Kraus, T. Lefevre, G. LeGodec, Y. Li, S. Liu, N. Lopes, K.V. Lotov, L. Maricalva Brun, M. Martyanov, S. Mazzoni, D. Medina Godoy, V.A. Minakov, J. Mitchell, J.C. Molendijk, R. Mompo, J.T. Moody, M. Moreira, P. Muggli, C. Mutin, E. Öz, E. Ozturk, C. Pasquino, A. Pardons, F. Peña Asmus, K. Pepitone, A. Perera, A. Petrenko, S. Pitman, G. Plyushchev, A. Pukhov, S. Rey, K. Rieger, H. Ruhl, J.S. Schmidt, I.A. Shalimova, E. Shaposhnikova, P. Sherwood, L.O. Silva, L. Soby, A.P. Sosedkin, R. Speroni, R.I. Spitsyn, P.V. Tuev, M. Turner, F. Velotti, L. Verra, V.A. Verzilov, J. Vieira, H. Vincke, C.P. Welsch, B. Williamson, M. Wing, B. Woolley, G. Xia. *Phys. Rev. Lett.*, **122** (5), 054802 (2019).
DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.054802
- [25] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. *Интегралы и ряды. Специальные функции* (Наука, М., 1983)
- [26] Л. Фелсен, Н. Маркувиц. *Излучение и рассеяние волн* (Мир, Москва, 1978) [L.B. Felsen, N. Marcuvitz. *Radiation and scattering of waves* (Prentice-Hall, New Jersey, 1973)]
- [27] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (Наука, М., 1973) [G. Korn, T. Korn. *Mathematical handbook for scientists and engineers* (McGraw Hill, NY., 1968)]
- [28] Б.М. Болотовский, А.В. Серов. *ЖТФ*, **72** (1), 3 (2002).
[B.M. Bolotovskii, A.V. Serov. *Tech. Phys.*, **47** (1), 1 (2002).
DOI: 10.1134/1.1435882]
- [29] G. Doucas, M.F. Kimmitt, A. Doria, G.P. Gallerano, E. Giovenale, G. Messina, H.L. Andrews, J.H. Brownell. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **5** (7), 072802 (2002).
DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.5.072802
- [30] V. Blackmore, G. Doucas, C. Perry, B. Ottewell, M.F. Kimmitt, M. Woods, S. Molloy, R. Arnold. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **12** (3), 032803 (2009).
DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.12.032803
- [31] А.Н. Алейник, А.С. Арышев, Б.Н. Калинин, Г.А. Науменко, А.П. Потылицын, Г.А. Саруев, А.Ф. Шарафутдинов, О.Ю. Малаховский, Е.А. Монастырев. Письма в *ЖЭТФ*, **76** (6), 397 (2002). [A.N. Aleinik, A.S. Aryshev, B.N. Kalinin, G.A. Naumenko, A.P. Potylitsyn, G.A. Saruev, A.F. Sharafutdinov, O.Yu. Malakhovskii, E.A. Monastyrev. *JEPT Lett.*, **76**, 337 (2002). DOI: 10.1134/1.1525032]
- [32] Б.Н. Калинин, Г.А. Науменко, А.П. Потылицын, Г.А. Саруев, Л.Г. Сухих, В.А. Ча. и др. Письма в *ЖЭТФ*, **84** (3), 136 (2006). [B.N. Kalinin, G.A. Naumenko, A.P. Potylitsyn, G.A. Saruev, L.G. Sukhikh, V.A. Cha. *JEPT Lett.*, **84**, 110 (2006). DOI: 10.1134/S0021364006150021]