05

Нелинейные токи и магнитное поле в металле, облучаемом p-поляризованным излучением видимого диапазона

© С.Г. Бежанов, С.А. Урюпин

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: bezhanovsg@lebedev.ru, uryupinsa@lebedev.ru

Поступило в Редакцию 17 июня 2025 г.
В окончательной редакции 2 сентября 2025 г.
Принято к публикации 17 сентября 2025 г.

Изучены структура поля и функция распределения электронов в металле, облучаемом p-поляризованным излучением видимого диапазона частот. Найдены нелинейные токи и создаваемое ими магнитное поле.

Ключевые слова: скин-эффект, ток увлечения, оптическое выпрямление.

DOI: 10.61011/JTF.2026.02.62284.145-25

Введение

Исследование взаимодействия электромагнитного излучения с металлами имеет длительную историю [1–4]. Однако некоторые аспекты теории представляют значительный интерес и сегодня как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения.

При изучении взаимодействия излучения с проводящими средами часто ставилась задача расчета таких характеристик как импеданс или коэффициент отражения (см., например, [5–10], что объясняется простотой их экспериментального измерения. Структура электромагнитного поля, будучи труднодоступной для прямых измерений, привлекала меньше внимания. Однако современные задачи фотоники и нелинейной оптики требуют знания пространственного распределения электромагнитных полей и функции распределения электронов внутри металла.

Примером задачи, где необходимо знать распределение поля в пространстве, является задача о генерации THz импульсов при взаимодействии с металлом фемтосекундных импульсов лазерного излучения. В развитие работ [11,12], где изучалось воздействие s-поляризованного излучения на металл, в настоящей работе представлено детальное описание структуры электромагнитного поля и функции распределения электронов в металле при его облучении p-поляризованным излучением. Мотивацией предлагаемого исследования является то, что в экспериментальных работах [13–15] наблюдалась зависимость мощности генерируемого низкочастотного поля от поляризации импульсов, которые воздействовали на металл. Используя кинетическое уравнение и уравнения Максвелла, ниже изучена структура полей на основной частоте излучения. Найденные поля и поправка к функции распределения позволили рассчитать нелинейные токи на нулевой частоте. Определены порождаемые этими токами магнитные поля.

1. Функция распределения и плотность тока

Рассмотрим наклонное падение из вакуума монохроматической p-поляризованной волны, вектор электрического поля которой лежит в плоскости падения, на ровную поверхность металла, расположенного в полупространстве $z > 0$. Поле в вакууме при $z < 0$ имеет вид

$$\mathbf{B}_{vac} = \frac{1}{2}\left[e^{i(\omega/c)z\cos\theta} + R\cdot e^{-i(\omega/c)z\cos\theta}\right] \times B_{inc}\mathbf{e}_y e^{-i\omega t + i(\omega/c)x\sin\theta} + c.c., \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{vac} = &\frac{1}{2}\left[e^{i(\omega/c)z\cos\theta} - R\cdot e^{-i(\omega/c)z\cos\theta}\right] \\ &\times \cos\theta B_{inc}\mathbf{e}_x e^{-i\omega t + i(\omega/c)x\sin\theta} \\ &- \left[e^{i(\omega/c)z\cos\theta} + R\cdot e^{-i(\omega/c)z\cos\theta}\right] \\ &\times \sin\theta B_{inc}\mathbf{e}_z e^{-i\omega t + i(\omega/c)x\sin\theta} + c.c.,\end{aligned} \tag{2}$$

где B_{inc} — амплитуда напряженности магнитного поля, ω — частота, θ — угол падения, R — коэффициент отражения, c — скорость света, $\mathbf{e}$ — единичные векторы, $c.c.$ — комплексное сопряжение. Проникая в металл поле воздействует на электроны. Описание электронов будем проводить с использованием кинетического уравнения для их функции распределения f с интегралом столкновений в приближении времени релаксации:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{B}}{c}\right)\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\nu(f - f_F), \tag{3}$$

где e и m — заряд и масса электрона, $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — поля в металле, $\mathbf{v}$ — скорость электронов, ν — эффективная частота столкновений электронов. В случае воздействия слабого поля представим функцию распределения в виде суммы фермиевской функции распределения

$f_F = 3n\eta(v_F - v)/4\pi v_F^3$ и малых поправок — пропорциональной полю поправки f_1 и квадратичной по полю стационарной поправки f_0, где n — плотность электронов, $\eta(x)$ — функция Хевисайда, v_F — скорость Ферми. В силу стационарности во времени и однородности вдоль направления x поле в металле и линейное по полю возмущение функции распределения зависят от t и x как $\sim \exp(-i\omega t + iqx)$, где $q = (\omega/c)\sin\theta$:

$$f = f_F(v) + f_0(\mathbf{v}, z) + \frac{1}{2}\left\{f_1(\mathbf{v}, z)\exp(-i\omega t + iqx) + c.c.\right\}, \tag{4}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}[E_x(z)\mathbf{e}_x + E_z(z)\mathbf{e}_z]\exp(-i\omega t + iqx) + c.c., \tag{5}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2}B_y(z)\mathbf{e}_y\exp(-i\omega t + iqx) + c.c.. \tag{6}$$

Запишем уравнение для линейной по полю высокочастотной поправки $f_1(\mathbf{v}, z)$ и решим его в случае зеркального отражения электронов от границы металла $z = 0$. В этом случае можно распространить уравнение (3) на область $z < 0$, продлив $f_1(\mathbf{v}, z)$ и $E_x(z)$ четным, а $E_z(z)$ — нечетным образом. После этого, используя преобразование Фурье и соотношения (4), (5) из (3), находим

$$-i(\omega - qv_x - kv_z)f_1(\mathbf{v}, k) + \frac{e}{m}\mathbf{E}(k)\frac{\partial f_F}{\partial \mathbf{v}} = -\nu f_1(\mathbf{v}, k), \tag{7}$$

где фурье-образ поля в металле $\mathbf{E}(k) = E_x(k)\mathbf{e}_x + E_z(k)\mathbf{e}_z$. Ввиду изотропии фермиевской функции распределения по скоростям, слагаемое, пропорциональное $[\mathbf{v}\times\mathbf{B}]\cdot\partial f_F/\partial\mathbf{v} \equiv 0$. С учетом малости $v_F/c \ll 1$ из (7) имеем

$$f_1(\mathbf{v}, k) = -\frac{ie}{m}\frac{1}{\omega + i\nu - kv_z}\left[1 + \frac{qv_x}{\omega + i\nu - kv_z}\right] \times \left(E_x(k)\frac{v_x}{v} + E_z(k)\frac{v_z}{v}\right)\frac{\partial f_F}{\partial v}. \tag{8}$$

Функция $f_1(\mathbf{v}, k)$ определяет фурье-образ плотности тока на частоте ω:

$$\mathbf{j} = \frac{1}{2}j_\alpha(k)\mathbf{e}_\alpha\exp(-i\omega t + iqx) + c.c., \tag{9}$$

$$j_\alpha(k) = \int ev_\alpha f_1(\mathbf{v}, k)d\mathbf{v} + c.c. = \sigma_{\alpha\beta}(k)E_\beta(k). \tag{10}$$

Входящие в это выражение компоненты тензора проводимости имеют вид

$$\sigma_{xx}(k) = \frac{i\omega_p^2}{4\pi(\omega + i\nu)}\cdot\frac{3}{2}\left\{\mathrm{Ln} - \frac{(\omega + i\nu)^2}{k^2v_F^2}(\mathrm{Ln} - 1)\right\}, \tag{11}$$

$$\sigma_{zz}(k) = \frac{i\omega_p^2}{4\pi(\omega + i\nu)}\cdot 3(\mathrm{Ln} - 1)\frac{(\omega + i\nu)^2}{k^2v_F^2}, \tag{12}$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} = \frac{i\omega_p^2}{4\pi(\omega + i\nu)}\cdot\frac{3\omega\sin\theta}{2ck} \times \left[3\frac{(\omega + i\nu)^2}{k^2v_F^2}(\mathrm{Ln} - 1) - \mathrm{Ln}\right]. \tag{13}$$

где $\omega_p = (4\pi ne^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота, $\mathrm{Ln} \equiv \mathrm{Ln}(kv_F/(\omega + i\nu))$,

$$\mathrm{Ln}(x) = \frac{1}{2x}\ln\left(\frac{1 + x}{1 - x}\right) = \frac{\mathrm{arctan\,h}(x)}{x}. \tag{14}$$

2. Высокочастотное поле в металле

Теперь, зная тензор проводимости, можно найти поля. С учетом продолжения полей на область $z < 0$ уравнения Максвелла внутри металла имеют вид

$$ikE_x - \frac{i\omega}{c}\sin\theta E_z = \frac{i\omega}{c}B_y, \tag{15}$$

$$-ikB_y + 2B_0 = -\frac{i\omega}{c}(\varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xz}E_z), \tag{16}$$

$$i\frac{\omega}{c}\sin\theta B_y = -\frac{i\omega}{c}(\varepsilon_{zx}E_x + \varepsilon_{zz}E_z), \tag{17}$$

где $B_0 = B_y(+0)$ — нечетно продолженное магнитное поле на границе, $\varepsilon_{\alpha\beta}(k) = \varepsilon_0\delta_{\alpha\beta} + 4i\pi\sigma_{\alpha\beta}(k)/\omega$ — тензор диэлектрической проницаемости, ε_0 — вклад в диэлектрическую проницаемость от связанных электронов и решетки. Из (15)–(17) находим фурье-образы полей в металле:

$$B_y(k) = \frac{-2ik}{D}\left(\varepsilon_{zz} - \frac{\omega\sin\theta}{ck}\varepsilon_{zx}\right)B_0, \tag{18}$$

$$E_x(k) = \frac{-2i(\omega/c)}{D}\left(\varepsilon_{zz} - \sin^2\theta\right)B_0, \tag{19}$$

$$E_z(k) = \frac{2ik}{D}\left(\sin\theta - \frac{\omega}{ck}\varepsilon_{zx}\right)B_0, \tag{20}$$

где

$$D = \left(k^2 - \frac{\omega^2\varepsilon_{xx}}{c^2}\right)\varepsilon_{zz} + \frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon_{xx}\sin^2\theta + \varepsilon_{zx}\varepsilon_{xz}\right) + \frac{k\omega\sin\theta}{c}(\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{zx}). \tag{21}$$

В металлах $v_F \ll c$, что позволяет опустить недиагональные компоненты диэлектрической проницаемости в формулах (18)–(20). В видимом диапазоне частот для типичных металлов при комнатной температуре имеют место неравенства

$$\omega_p,\ \omega_p/\sqrt{|\varepsilon_0|} \gg \omega \gg \nu,\ \omega_p\frac{v_F}{c}. \tag{22}$$

Принимая во внимание соотношения (22) в формулах (18)–(21) можно опустить слагаемые, содержащие $\sin^2\theta$. При этом из выражений (18) и выпадает ε_{zz}.

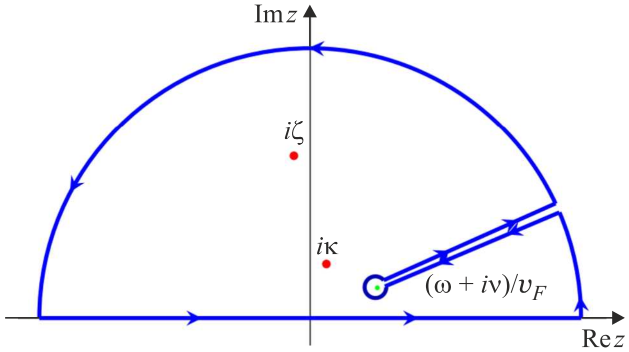

Рис. 1. Контур интегрирования при вычислении $E_z(k)$, (20).

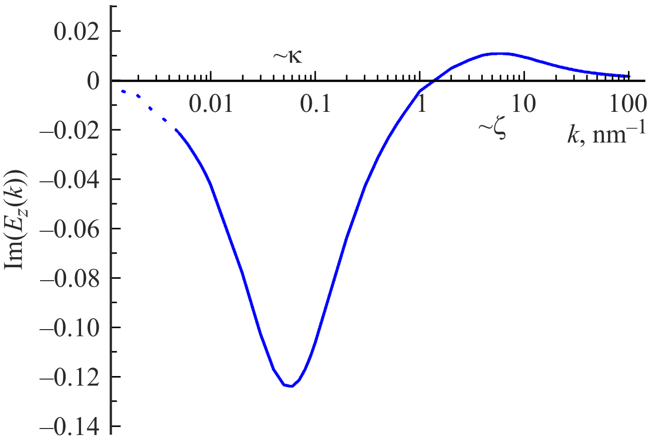

Рис. 2. Мнимая часть фурье-образа нормальной к поверхности компоненты электрического поля, $\mathrm{Im}(E_z(k))$.

В этих предположениях полюса фурье-образов полей определяются нулями выражений $k^2 - \omega^2\varepsilon_{xx}/c^2$ и ε_{zz}. Нуль $k^2 - \omega^2\varepsilon_{xx}/c^2$ достигается при волновом числе

$$k^2 = \kappa^2 \simeq \frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{\omega}{(\omega + i\nu)}, \tag{23}$$

которое определяет глубину скин-слоя в случае высокочастотного скин-эффекта. Нуль ε_{zz} имеет место при

$$k^2 = \xi^2 = \frac{\omega_p^2}{v_F^2}\frac{3}{\varepsilon_0}. \tag{24}$$

Это волновое число отвечает дебаевскому радиусу вырожденного электронного газа. Для типичных металлов $|\xi| \gg |\kappa|$. Вблизи этих нулей фурье-образы (18), (19) имеют вид

$$B_y(k) \simeq \frac{-2ik}{k^2 + \kappa^2}B_0, \tag{25}$$

$$E_x(k) \simeq \frac{-2i\omega/c}{k^2 + \kappa^2}B_0. \tag{26}$$

фурье-образ $E_z(k)$ содержит два полюса (рис. 1, 2). Вблизи них его можно записать в виде

$$E_z(k) \simeq 2ik\left[\frac{-\omega(\omega + i\nu)}{(k^2 + \kappa^2)\omega_p^2} + \frac{1}{(k^2 + \xi^2)\varepsilon_0}\right]\sin\theta B_0. \tag{27}$$

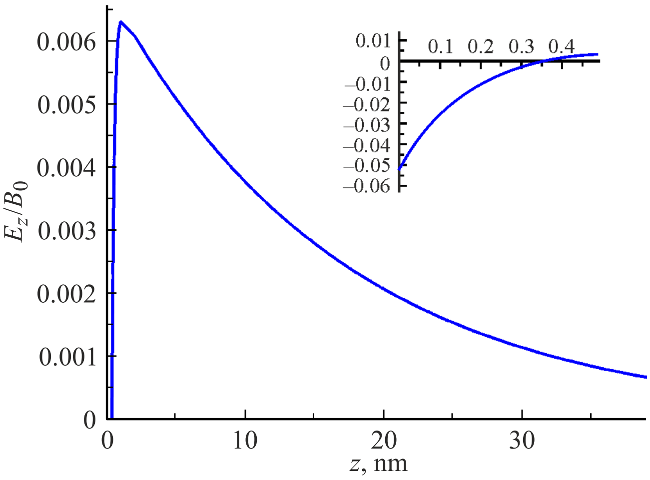

Рис. 3. Нормальная к поверхности компонента электрического поля, $E_z(z)$. Вычисления выполнены для алюминия [19,20] при $\omega = 1.7 \cdot 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_p = 1.9 \cdot 10^{16}\,\mathrm{s}^{-1}$, $\nu = 8.5 \cdot 10^{13}\,\mathrm{s}^{-1}$, $v_F = 1.6 \cdot 10^8$ cm/s, $\varepsilon_0(\omega) = 12$ и $\theta = \pi/4$.

В условиях (22) основной вклад в компоненты поля дают полюса (ср. [16]). Таким образом, из соотношений (25)–(27) находим

$$B_y(z) = B_0 e^{-\kappa z}, \tag{28}$$

$$E_x(z) = -\frac{i\omega}{c\kappa}B_0 e^{-\kappa z}, \tag{29}$$

$$E_z(z) = \left[\frac{\omega(\omega + i\nu)}{\omega_p^2}e^{-\kappa z} - \frac{1}{\varepsilon_0}e^{-\xi z}\right]\sin\theta B_0. \tag{30}$$

В типичных для металлов условиях поле (30) приведено на рис. 3. Входящая в (28), (29) величина B_0 находится из условия непрерывности тангенциальных компонент поля в металле и вакууме (1), (2). В рассматриваемых условиях

$$B_0 = \frac{2c\kappa\cos\theta}{c\kappa\cos\theta - i\omega}B_{inc}. \tag{31}$$

3. Низкочастотная функция распределения и ток увлечения

Выражения (28)–(30) можно использовать для вычисления нелинейного тока вдоль поверхности металла $j_x = \int e v_x f_0 d\mathbf{v}$. Разобьем этот ток на две части, различные по своему происхождению: $j_{x,L}$, который возникает из-за действия силы Лоренца на электроны; $j_{x,C}$, который появляется из-за движения вдоль поверхности отжатого от нее заряда. Для получения уравнения для нелинейной поправки f_0 к функции распределения электронов f_F помимо явных формул для полей (28)–(30) необходимо выражение для высокочастотной поправки к функции распределения в реальном пространстве. Разделим поле (30) на изменяющееся на электромагнитном

κ^{-1} и дебаевском ξ^{-1} масштабах,

$$E_z(z) = E_z^{(\kappa)} + E_z^{(\xi)},$$

$$E_z^{(\kappa)} = \frac{\omega(\omega+i\nu)}{\omega_p^2} e^{-\kappa z} \sin\theta B_0,$$

$$E_z^{(\xi)} = -\frac{1}{\varepsilon_0} e^{-\xi z} \sin\theta B_0. \qquad (32)$$

При записи поправки f_1 учтем неравенства (22). Тогда на основной частоте для E_x и $E_z^{(\kappa)}$ пространственная производная является малой поправкой, в то время как для $E_z^{(\xi)}$ — наоборот, составляет основной вклад. При этом для $f_1(\mathbf{v}, z)$ имеем

$$f_1(\mathbf{v}, z) = \frac{ie}{m}\left\{\left[1 + \frac{\omega\sin\theta}{\omega+i\nu}\frac{v_x}{c} + i\frac{\kappa v_z}{\omega+i\nu}\right]\right.$$
$$\left.\times \frac{E_x v_x + E_z^{(\kappa)} v_z}{\omega+i\nu} - \frac{iE_z^{(\xi)}}{\xi}\right\}\frac{1}{v}\frac{\partial f_F}{\partial v}. \qquad (33)$$

Подставим эту поправку к функции распределения в уравнение для f_0. Оставляя в левой части уравнения (3) нечетные по v_x члены, так как только они дают вклад в ток вдоль поверхности, получим

$$\left(v_z\frac{\partial}{\partial z} + \nu\right) f_0(\mathbf{v}, z) + \frac{e}{m}\mathscr{E}\frac{\partial f_F}{\partial \mathbf{v}} = \frac{ie^2}{4m^2}\left\{\left(E_z^{(\kappa)} + E_z^{(\xi)}\right)\right.$$
$$\times\frac{\partial}{\partial v_z}\left[\left(1 - i\frac{\kappa v_z}{\omega - i\nu}\right)\frac{E_x^* v_x}{\omega - i\nu} + \frac{\omega\sin\theta}{\omega - i\nu}\frac{v_x}{c}\frac{E_z^{*(\kappa)} v_z}{\omega - i\nu}\right]$$
$$+\left[E_x\frac{\partial}{\partial v_x} + \frac{B_y}{c}\left(v_x\frac{\partial}{\partial v_z} - v_z\frac{\partial}{\partial v_x}\right)\right]$$
$$\times\left[\left(1 - i\frac{\kappa v_z}{\omega - i\nu}\right)\frac{E_z^{*(\kappa)} v_z}{\omega - i\nu} + \frac{iE_z^{*(\xi)}}{\xi}\right]$$
$$+\left[E_x\frac{\partial}{\partial v_x} + \frac{B_y}{c}\left(v_x\frac{\partial}{\partial v_z} - v_z\frac{\partial}{\partial v_x}\right)\right]$$
$$\times\left.\left[\frac{\omega\sin\theta}{\omega - i\nu}\frac{v_x}{c}\frac{E_x^* v_x}{\omega - i\nu}\right]\right\}\frac{1}{v}\frac{\partial f_F}{\partial v} + c.c., \qquad (34)$$

где $\mathscr{E}$ — статическое электрическое поле, квадратичное по напряженности высокочастотного поля.[1] Для нелинейных слагаемых, изменяющихся на электромагнитном масштабе $\sim e^{-\kappa z}$, главный вклад в уравнение дает член с ν в левой части, поскольку $v_z\partial/\partial z \sim v_z\kappa \sim v_F\omega_p/c$, а, согласно последнему из условий (22), $\nu \gg \omega_p v_F/c$. Для слагаемых, изменяющихся на дебаевском масштабе $\sim e^{-\xi z}$, наоборот, производная $v_z\partial/\partial z \sim v_z\xi \sim v_z\omega_p/v_F \sim \omega_p$, и, согласно (22), этот вклад больше, чем от частоты столкновений. Учитывая это, подставим (29), (30) и (32) в (34) и найдем f_0. Зная f_0, можно найти плотности нелинейных токов вдоль поверхности:

$$j_{x,C}(z) \simeq \frac{eI_0\sin\theta}{mc\omega_p}\cdot\xi e^{-\xi z}, \qquad (35)$$

$$j_{x,L}(z) \simeq -\frac{eI_0\sin\theta}{mc\omega_p}\cdot 2\kappa e^{-2\kappa z}, \qquad (36)$$

где $I_0 = cB_0^2/8\pi$ — плотность потока энергии в металле. Плотность тока (35) соответствует полученной в [17] (см. формулу (24)), но учитывает конечную глубину проникновения поля, которая определяется дебаевским радиусом ξ^{-1}. Выражение (36) совпадает с точностью до числового множителя с полученной в таком же приближении для s-поляризованного излучения формулой (36) из [11] и формулой (25) из [18], полученной для импульса конечной длительности. Амплитуды плотностей токов (35), (36) относятся как κ/ξ, а интегралы от них по z, т.е. поверхностные токи, совпадают по порядку величины. Следует отметить, что выполнение неравенства $\nu \gg \kappa v_F$, с учетом которого записана плотность тока $j_{x,L}$, затруднительно. Это нужно учитывать при сравнении с экспериментом. Из изложенного видно, что учет силы Лоренца приводит к появлению еще одного не малого вклада в поверхностный ток.

Сравним магнитные поля, создаваемые этими токами. Из уравнений Максвелла следует, что

$$B_{y,C}(z=0) \simeq \frac{\pi e\sin\theta}{mc^2\omega_p}\left|\frac{2c\kappa\cos\theta}{c\kappa\cos\theta - i\omega}\right|^2 I_{inc}, \qquad (37)$$

$$B_{y,L}(z=0) \simeq \frac{\pi e\sin\theta}{2mc^2\omega_p}\left|\frac{2c\kappa\cos\theta}{c\kappa\cos\theta - i\omega}\right|^2 I_{inc}, \qquad (38)$$

$$B_{y,L}^{(s)}(z=0) \simeq \frac{2\pi e\sin\theta}{mc^2\omega_p}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left|\frac{2\omega\cos\theta}{\omega\cos\theta + ic\kappa}\right|^2 I_{inc}, \qquad (39)$$

где I_{inc} — плотность потока энергии поля в вакууме. Первые два выражения соответствуют токам (35), (36), а третье — току, порождаемому s-поляризованным излучения (см. формулу (37) из [11]).

В работах [13,15] измерены зависимость амплитуды импульсов THz излучения, порождаемых нелинейными токами, в случае воздействия на золото фемтосекундных импульсов при различных углах θ, разных поляризациях и интенсивностях оптического излучения. Наблюдавшаяся в них квадратичная нелинейность и сравнимое значение полей в низкочастотных импульсах (пропорциональных соответствующим квазистационарным токам) для различных возбуждающих поляризаций, согласуется со следующим из (37)–(39) соотношением магнитных полей.

Заключение

Выше используя кинетическое уравнение совместно с уравнениями Максвелла исследована структура возмущения функции распределения электронов и электромагнитного поля в металле. При решении уравнений для

[1] Компонента этого поля вдоль поверхности в силу однородности вдоль оси x равна нулю, а компонента перпендикулярно поверхности не влияет на вычисление нелинейных токов вдоль x. Поэтому явного выражения для $\mathscr{E}$ не приводится.

поля и функции распределения учтена нелокальность как на частоте действующего на металл излучения, так и на нулевой частоте. Вычислена квадратичная по полю поправка к функции распределения и соответствующий нелинейный ток вдоль поверхности металла. Найдено создаваемое током квазистатическое магнитное поле. Показано, что для p-поляризованной волны важны два механизма генерации тока вдоль поверхности. Один из них обусловлен действием магнитной компоненты силы Лоренца одновременно с действием электрического поля. Он аналогичен имеющему место в случае воздействия s-поляризованного излучения. Второй обусловлен одновременным действием двух компонент электрического поля: нормальная к поверхности компонента порождает возмущение плотности у поверхности металла, а касательная к поверхности смещает это возмущение.

Полученные результаты расширяют понимание механизмов оптического выпрямления и могут быть полезны при последующем изучении генерации терагерцового излучения.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] G.E.H. Reuter, E.H. Sondheimer. Proc. R. Soc. London. Ser. A, **195** (1042), 336 (1948).
[2] В.П. Силин. Труды ФИАН, 199 (1955).
[3] Р.Н. Гуржи. ЖЭТФ, **33**, 660 (1957).
[4] В.П. Силин. ЖЭТФ, **36** (5), 1443 (1959).
[5] A. Pippard. Proc. R. Soc. London. Ser. A, **191**, 385 (1947).
[6] V.P. Silin, E.P. Fetisov. Phys. Status Solidi (b), **39** (1), 49 (1970). DOI: 10.1002/pssb.19700390107
[7] А.В. Кобелев, В.П. Силин. Кр. сообщения по физике, **9**, 29 (1976).
[8] J. Halbritter. Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter, **31**, 19 (1978).
[9] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. ЖТФ, **80** (9), 1 (2010).
[10] Н.В. Грициенко, А.В. Латышев, А.А. Юшканов. Письма в ЖТФ, **36** (16), 27 (2010).
[11] С.Г. Бежанов, С.А. Урюпин. Квант. электрон., **40** (1), 51 (2010),
[12] С.Г. Бежанов, С.А. Урюпин. Квант. электрон., **43** (11), 1048 (2013).
[13] F. Kadlec, P. Kuzel, J.-L. Coutaz. Opt. Lett., **29** (15), 2674 (2004). DOI: 10.1364/OL.29.00267
[14] D.J. Hilton, R.D. Averitt, C.A. Meserole, G.L. Fisher, D.J. Funk, J.D. Thompson, A.J. Taylor. Opt. Lett., **29** (15), 1805 (2004). DOI: 10.1364/OL.29.001805
[15] F. Kadlec, P. Kužel, J.-L. Coutaz. Opt. Lett., **30** (11), 1402 (2005). DOI: 10.1364/OL.30.001402
[16] В.М. Гохфельд, М.А. Гулянский, М.И. Каганов, А.Г. Плявенек. ЖЭТФ, **89** (3), 985 (1985).
[17] В.А. Миронов, И.В. Оладышкин, Е.В. Суворов, Д.А. Фадеев. ЖЭТФ, **146** (2), 211 (2014). DOI: 10.7868/S004445101408001X
[18] S.G. Bezhanov, S.A. Uryupin. Opt. Quant. Electron., **55** (1), 44 (2023). DOI: 10.1007/s11082-022-04343-x
[19] D.Y. Smith, B. Segall. Phys. Rev. B, **34** (8), 5191 (1986). DOI: 10.1103/PhysRevB.34.5191.14
[20] A.D. Rakić. Appl. Opt., **34** (22), 4755 (1995). DOI: 10.1364/AO.34.004755.