

## Закрученное МГД-течение в замкнутом канале круглого сечения

© И.Ю. Митрополит,<sup>1</sup> Е. Гольбрайх,<sup>2</sup> И.В. Колесниченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013 Пермь, Россия

<sup>2</sup>Университет Бен Гуриона в Негеве,  
8410501 Беэр-Шева, Израиль  
e-mail: mitropolit.i@icmm.ru

Поступило в Редакцию 6 июня 2025 г.

В окончательной редакции 26 сентября 2025 г.

Принято к публикации 29 сентября 2025 г.

В рамках численного моделирования исследованы гидродинамические характеристики течения жидкого металла, созданного внутри замкнутого канала круглого сечения совместным действием бегущего и вращающегося магнитных полей с различными значениями соответствующих им силовых параметров. Получены зависимости перепада давления, расхода, энергии течения и других величин от значения силового параметра вращающегося магнитного поля. Проведена оценка влияния интенсивности, реализуемой с помощью вращающегося магнитного поля закрутки жидкого металла, на характеристики течения, создаваемого бегущим магнитным полем. Получены значения силового параметра вращающегося магнитного поля, при которых удастся достичь увеличения перепада давления между входом в канал и выходом из него за счет закручивания потока, и сделаны предположения о физических причинах данного эффекта. Оценено влияние конструктивных элементов в рассмотренной конфигурации канала на свойства течения.

**Ключевые слова:** магнитная гидродинамика, численное моделирование, бегущее магнитное поле, вращающееся магнитное поле.

DOI: 10.61011/JTF.2026.02.62279.142-25

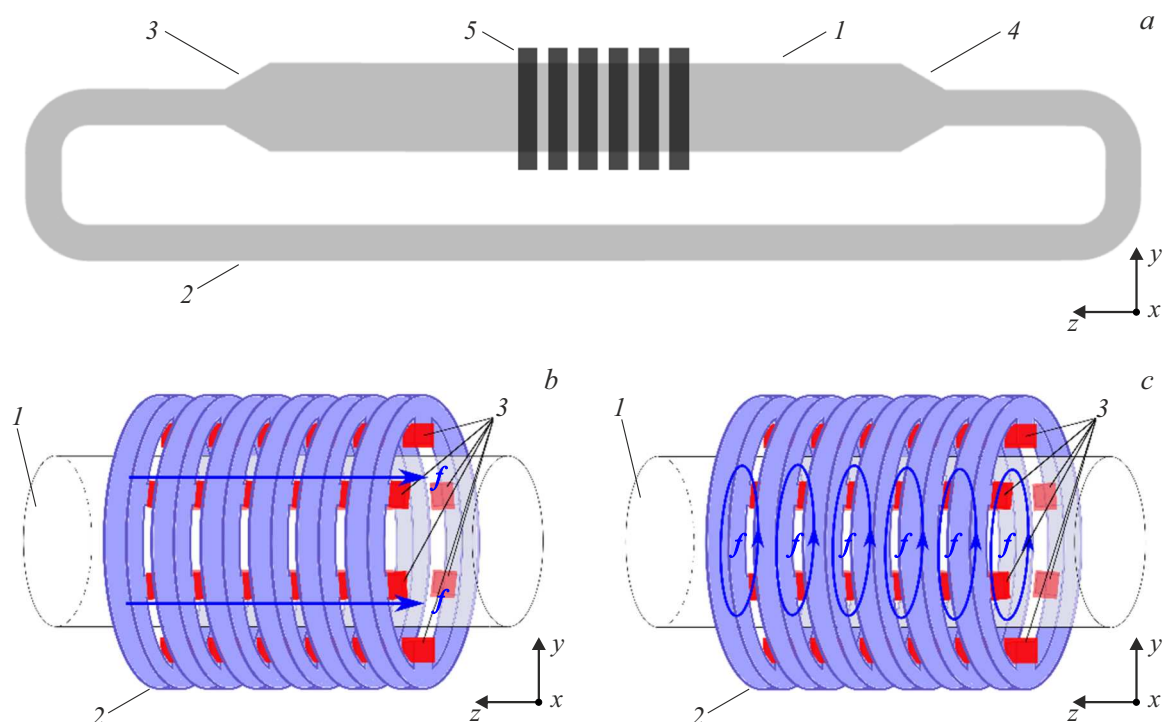
### Введение

Генерация магнитогидродинамических (МГД) течений жидкого металла в каналах круглого сечения является востребованным процессом в современных технологиях металлургии и энергетики. В металлургии жидкий металл транспортируют от плавильных печей к литейным участкам [1]. В энергетике жидкий металл используется в качестве теплоносителя на атомных станциях на быстрых нейтронах [2]. Для создания транзитного течения наряду с механическими насосами широко используются электромагнитные насосы, в которых перекачивающее действие создается бесконтактной генерацией электромагнитной силы в жидком металле [3]. По способу создания тока в металле насосы разделяют на кондукционные и индукционные [4,5]. Наиболее востребованными оказались цилиндрические линейные индукционные насосы (ЦЛИН) [4]. Такие насосы, помимо активного использования в атомной промышленности, где имеют место особенно высокие требования к эксплуатационным характеристикам оборудования [6], находят широкое применение и при проведении исследований на экспериментальных стендах [7]. Некоторые особенности работы насоса могут служить основой измерительных методик [8,9]. Насосы подобного типа находят применение также и в металлургии [10,11]. На данный момент не существует универсальной конструкции таких насосов, в которой решается большинство существующих проблем,

что является причиной продолжения поисковых исследований [12].

ЦЛИН представляет собой набор коротких кольцевых обмоток-соленоидов, „надетых“ на канал и подключенных к трехфазному источнику питания таким образом, чтобы создать в металле бегущее магнитное поле (БМП). Для уединения магнитной индукции используют внешний ферромагнитный сердечник-ярмо, а в канал помещают цилиндрическую ферромагнитную вставку, превращая цилиндрический канал в щелевой [4,6,13]. Именно такая конструкция индуктора и канала обеспечивает наибольшую производительность ЦЛИН. Характерный размер устройства около 1 м, а величина щелевого зазора, по которому течет жидкий металл, от 3 до 10 мм. Характерная скорость расплава в канале варьируется от нескольких сантиметров до нескольких метров в секунду.

Однако существует несколько проблем с использованием ЦЛИН. Первая из них связана с тем, что необходим электромагнитный насос, который монтируется на существующий цилиндрический канал без его разборки. В данном случае пассивный сердечник с ферромагнетиком внутри канала отсутствует, и канал является не щелевым, а цилиндрическим, т.е. описанная выше конструкция ЦЛИН не подходит, так как сила будет генерироваться вблизи стенки канала. Это, в свою очередь, приведет к появлению возвратного течения через центральную часть канала и существенно снизит производительность насоса. Необходима такая



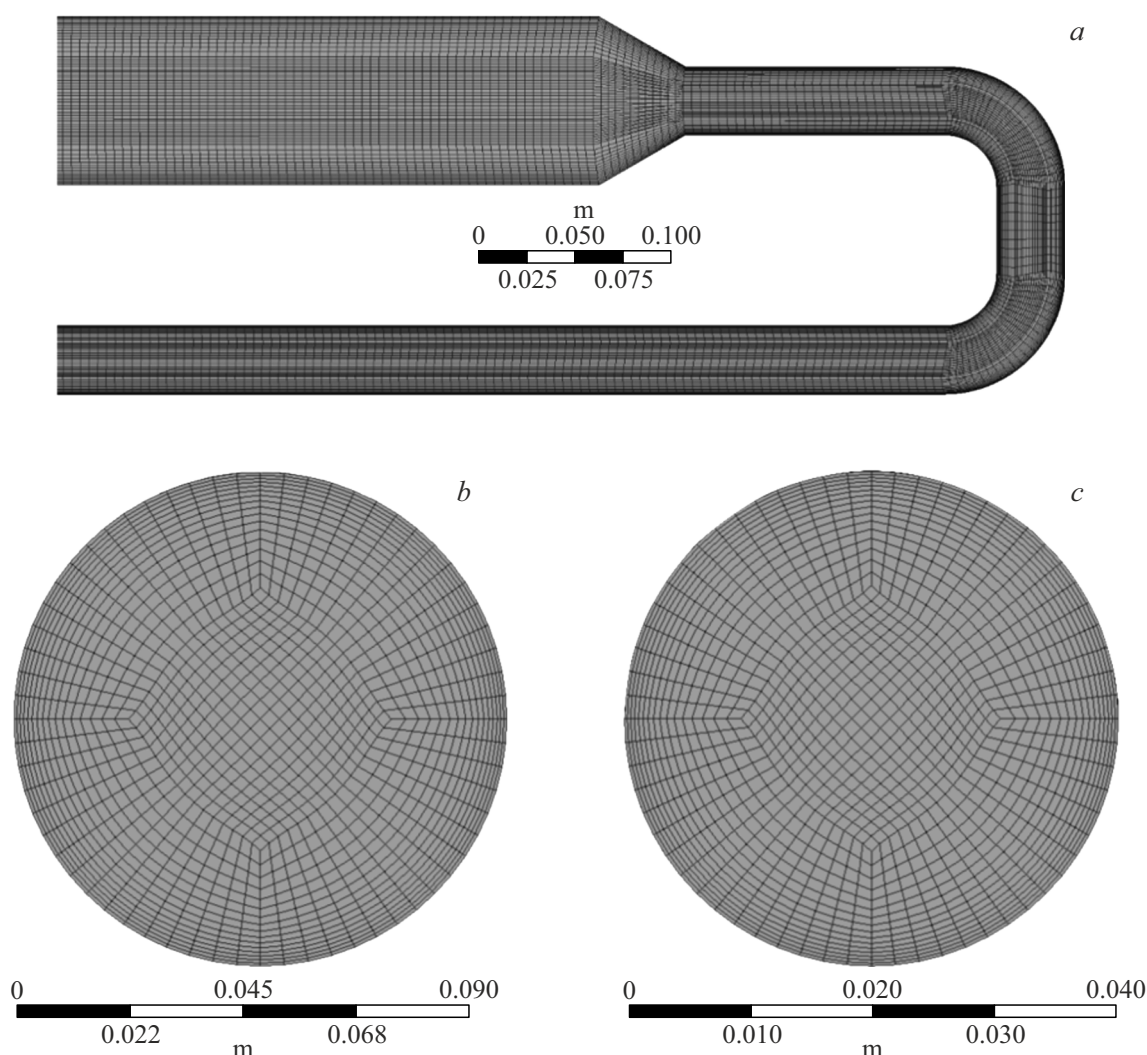
**Рис. 1.** *a* — моделируемая область в плоскости  $yz$ : 1 — основной цилиндрический канал, 2 — замыкающий канал, 3 — диффузор, 4 — конфузор, 5 — индуктор бегущего или вращающегося поля; *b* — схема индуктора БМП: 1 — цилиндрический канал, 2 — шестисекционный индуктор магнитного поля, 3 — генерирующие катушки; *c* — схема индуктора ВМП: 1 — цилиндрический канал, 2 — шестисекционный индуктор магнитного поля, 3 — генерирующие катушки.

модификация конструкции насоса, которая обеспечит наиболее однородный профиль силы поперек канала. Вторая проблема обусловлена отсутствием азимутальной компоненты силы и, как следствие, азимутальной скорости в канале ЦЛИН. При всей тщательности изготовления насоса, выдержать однородный по величине щелевой зазор весьма сложно. Это приводит к неоднородности скорости по каналу, появлению застойных зон, где аккумулируются примеси или газовые включения, локальному перегреву, что снижает производительность и приводит к пульсациям расхода.

Возможным решением данных проблем может быть рассматриваемый в настоящей работе индуктор разборной конструкции, аналог которого описан в [14]. Индуктор позволяет генерировать в расплавленном металле как бегущее, так и вращающееся магнитное поле (ВМП) с возможностью оперативного управления каждым из них. В работе [15] изучалось воздействие ВМП, созданного индуктором аналогичной конструкции, на характеристики течения жидкого металла. Показана его высокая эффективность и удобство для генерации вращающихся течений. В работе [13] изучалось воздействие на течение только БМП, генерируемое индуктором. Была предложена эффективная методика расчета расходно-напорных характеристик, которая применяется и в настоящей работе. Получено, что дополнительный канал-вставка повышает интегральные характеристики

потока, в том числе, за счет снижения интенсивности возвратного течения. Тем не менее даже при отсутствии вставки в пустом канале БМП генерирует транзитное течение с приемлемым расходом. Совместное действие БМП и ВМП активно исследуется в рамках улучшения технологических процессов по перемешиванию сплавов жидких металлов. Во многих работах [16–19] показана эффективность данного подхода, однако в подавляющем большинстве из них течение жидкого металла рассматривалось в ограниченных цилиндрических ячейках, а не в каналах. Действие магнитных полей на жидкий металл исследовалось также, например, в рамках задач сепарации [20]. Однако транзитный поток внутри канала в данных задачах отсутствовал.

В настоящей работе изучаются характеристики течения жидкого металла, которое создается в замкнутом канале круглого сечения совместным действием БМП и ВМП. В канале отсутствуют какие-либо вставки. Электромагнитная сила создается бесконтактно внешним индуктором. Длина индуктора, которая обуславливает размер области действия электромагнитных сил, значительно меньше длины канала. Особенностью данной постановки является то, что области действия БМП и ВМП совпадают, при этом интенсивность этих магнитных полей можно задавать отдельно. Действие БМП создает электромагнитную силу, которая преимущественно направлена вдоль оси канала и генерирует транзитный



**Рис. 2.** *a* — расчетная сетка канала в среднем продольном сечении (плоскость  $zy$ ); *b, c* — расчетная сетка канала в поперечном сечении (плоскость  $xy$ ): *b* — основной канал, *c* — замыкающий канал.

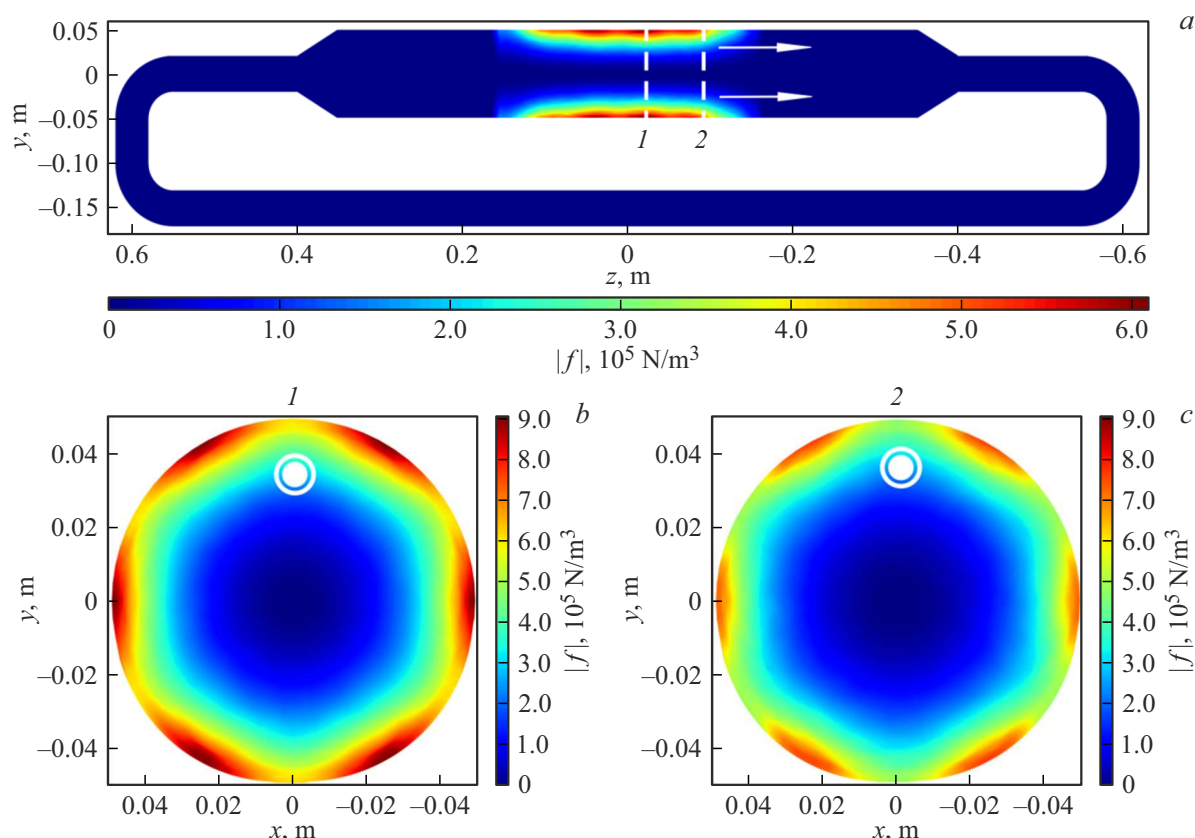
поток. Действие ВМП создает электромагнитную силу, которая преимущественно направлена по азимуту и генерирует вращение течения. Целью настоящей работы является получение в рамках численного моделирования оценки влияния интенсивности закрутки жидкого металла, реализуемой с помощью ВМП, на характеристики транзитного течения, создаваемого БМП.

## 1. Математическая модель

Процессы образования и развития закрученных течений жидкого металла, вызванных действием ВМП и БМП, исследовались в области, которая представляет собой замкнутый по контуру канал, имеющий круглое сечение. Канал условно можно разделить на подобласти, как представлено на рис. 1, *a*: основной цилиндрический канал 1 радиуса  $R$ , замыкающий канал 2 радиуса  $r$ , который имеет четыре поворотные секции, диффузор 3,

конфузор 4. Вокруг основного канала расположен индуктор 5, генерирующий бегущее и вращающееся магнитные поля. На рис. 1, *b, c* представлены упрощенные схемы индукторов БМП и ВМП. В рассматриваемой модели они представляют собой набор из шести кольцевых секций, состоящих из ферромагнитного сердечника 2 и надетых на него шести генерирующих катушек (обмоток-соленоидов) 3. Индукторы БМП и ВМП не имеют конструктивных различий, и вид генерируемого индуктором поля обусловлен только схемой включения генерирующих катушек. Более подробно устройство данного индуктора описано в [14,15].

Замкнутая конфигурация рассматриваемого канала выбрана по ряду причин. Во-первых, таким образом решается проблема постановки граничных условий, возникающая в подобных задачах. Она заключается в том, что нет возможности задавать перепад давления или периодические граничные условия на скорость между входом в канал и выходом из него, так как перепад



**Рис. 3.** Поле модуля объемной электромагнитной силы, созданной БМП: *a* — в плоскости  $zy$ , *1, 2* — области, где дополнительно рассматривался модуль силы в плоскости  $xu$ , стрелками обозначено направление действия силы; *b* — в плоскости  $xu$ , *1* — область, в которой считывались значения силы, точкой обозначено направление действия силы (на нас); *c* — в плоскости  $xu$ , *2* — область, в которой считывались значения силы, точкой обозначено направление действия силы (на нас).

давления и расход, а точнее, их зависимости от силового параметра и конфигурации магнитного поля, являются в настоящей задаче исследуемыми величинами. Во-вторых, течение в замкнутом канале с физической точки зрения более близко к течению жидкого металла по трубопроводу в реальных технологических процессах или экспериментальных исследованиях. Другими словами, дополнительно можно исследовать влияние конструктивных элементов, таких как, например, повороты канала, на гидродинамические процессы в жидких металлах. Для уменьшения вычислительных затрат путем уменьшения размера объема расчетной области радиус замыкающего канала был выбран меньшим, чем радиус основного канала. Отсюда вытекает необходимость внедрения в канал диффузора и конфузора — широко используемых в аэро- и гидродинамике конструктивных элементов, влияние которых на рассматриваемые процессы также будет важно оценить.

Математическая модель строится на основе уравнений магнитной гидродинамики (МГД), которые описывают взаимодействие движущихся электропроводящих сред с электрическими и магнитными полями. Ключевым параметром, определяющим взаимное влияние течения и магнитного поля друг на друга, является

магнитное число Рейнольдса  $Re_m = \sigma \mu \mu_0 U L$ , где  $\sigma$  — электропроводность жидкости,  $\mu$  — магнитная проницаемость жидкости,  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума,  $U$  — средняя по сечению канала аксиальная скорость течения,  $L$  — характерная длина. Предварительные оценки показали, что в рамках исследуемых в данной задаче процессов величина  $Re_m \sim 0.17$ , что означает, что перенос магнитного поля потоком жидкого металла достаточно мал. Величина магнитной индукции  $B$  имела порядки от  $10^{-4}$  до  $10^{-2}$ , а число Гартмана ( $Ha$ ), определяющее отношение магнитной силы к вязкой,  $< 3$ . Приведенные выше оценки показали возможность решения электродинамической и гидродинамической задачи раздельно, т.е. использования системы уравнений МГД в электродинамическом приближении.

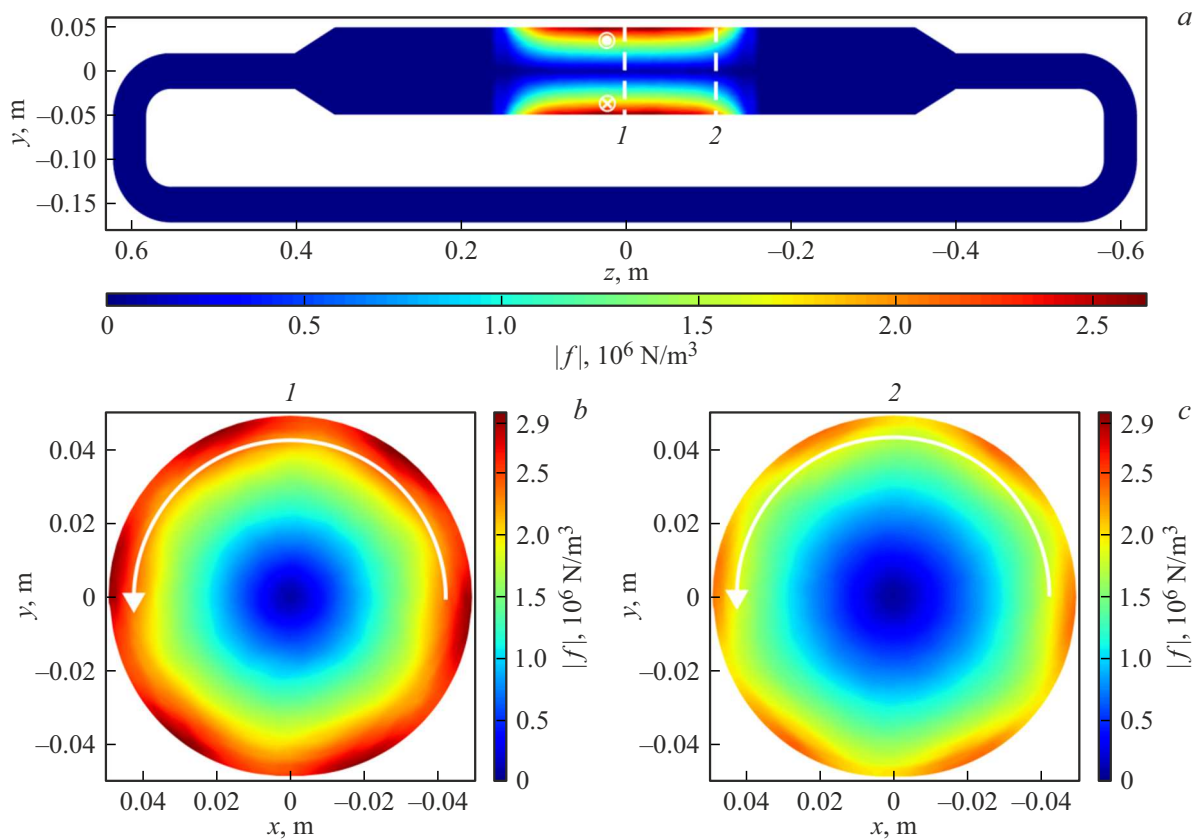
Для решения электродинамической подзадачи использовалась система уравнений Максвелла без токов смещения и дополненная законом Ома:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_c, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$





**Рис. 4.** Поле модуля объемной электромагнитной силы, созданной ВМП: *a* — в плоскости  $zy$ , *1, 2* — области, где дополнительно рассматривался модуль силы в плоскости  $xu$ , точкой и крестиком обозначено направление действия силы (на нас и от нас соответственно); *b* — в плоскости  $xu$ , *1* — область, в которой считывались значения силы, стрелкой обозначено направление действия силы; *c* — в плоскости  $xu$ , *2* — область, в которой считывались значения силы, стрелкой обозначено направление действия силы.

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}$  — напряженность магнитного поля,  $\mathbf{j}_c$  — плотность электрического тока на катушках,  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция,  $t$  — время,  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля,  $\mathbf{j}$  — вихревой электрический ток.

При этом важно отметить, что вихревой ток в сердечнике и на катушках не учитывается в настоящей задаче. Электромагнитная сила  $\mathbf{f}$ , приводящая металл в движение, есть

$$\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (5)$$

В качестве граничного условия принимается равенство нулю компоненты вектора плотности вихревого тока, нормальной к границе (внешней стенке) канала.

Течение жидкого металла в канале, вызванное действием электромагнитной силы, описывается осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье–Стокса, замыкаемыми по гипотезе Буссинеска, которая вводит турбулентную вязкость, и уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \frac{\nabla P}{\rho} + \nabla \cdot [(\nu + \nu_t)(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)] + \frac{\mathbf{f}}{\rho}, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (7)$$

В (6), (7)  $\mathbf{v}$  — скорость жидкости,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\nu_t$  — турбулентная вязкость,  $\rho$  — плотность жидкого металла,  $P$  — давление.

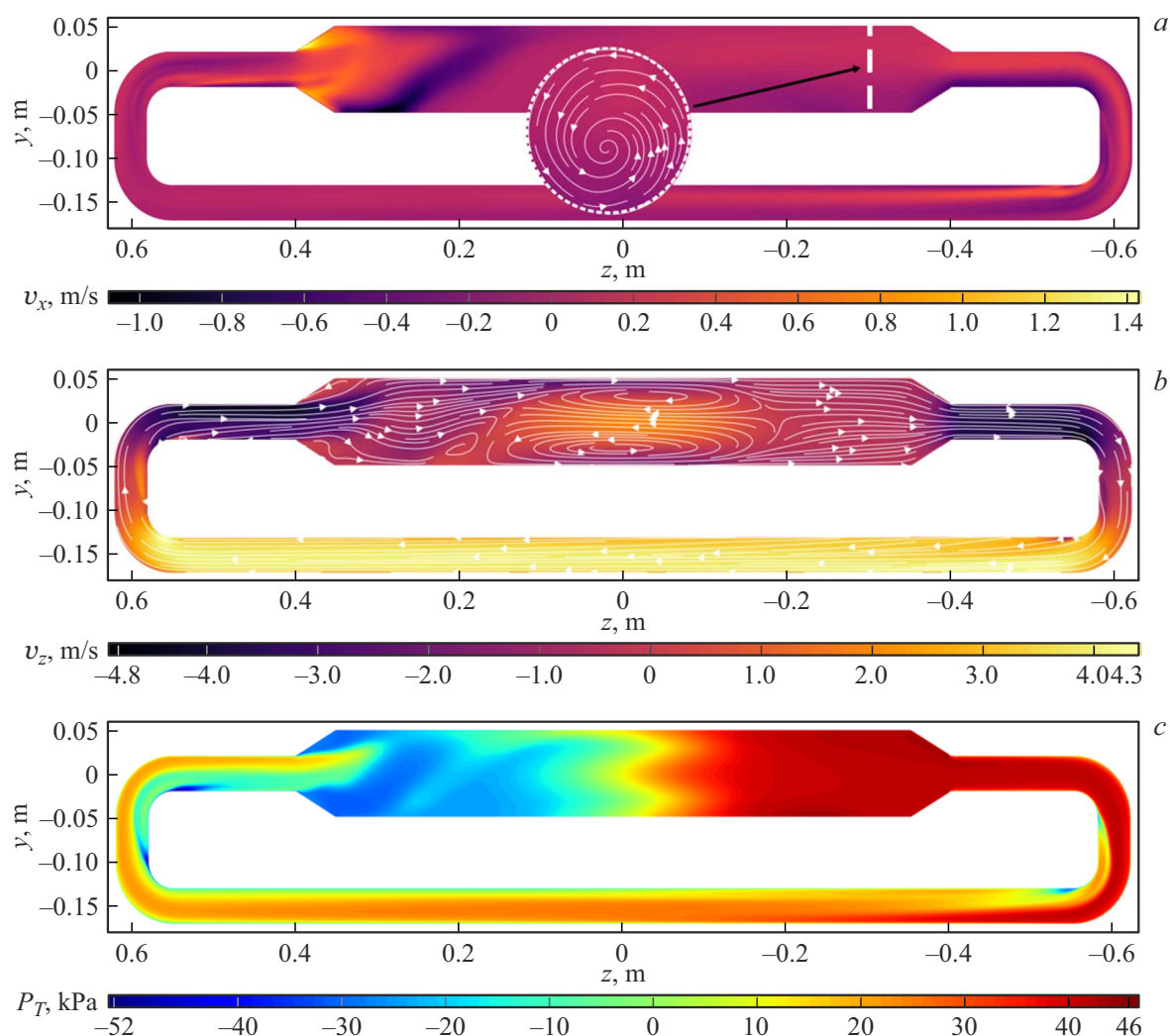
В качестве граничного условия задавались условия прилипания на стенках канала:  $\mathbf{v} = 0$ .

Скорость  $\mathbf{v}$  и давление  $P$  в начальный момент времени принимались равными нулю.

Ранее отмечалось, что течение жидкого металла появляется под действием электромагнитной силы, причем для случаев БМП и ВМП направление этой силы будет существенно отличаться. В обоих случаях действие силы локализовано вблизи стенок канала, однако БМП создает силу, действующую в аксиальном направлении (рис. 1, *b*), а ВМП — в азимутальном (рис. 1, *c*). В качестве безразмерного параметра, определяющего интенсивность электромагнитной силы, генерируемой индуктором ВМП, используется число Тейлора [21]:

$$Ta_R = \frac{\sigma \omega_R B_R^2 R^4}{2\rho \nu^2},$$

где  $\omega_R$  — угловая частота ВМП,  $B_R$  — магнитная индукция ВМП,  $R$  — радиус канала,  $\rho$  и  $\nu$  — плотность и кинематическая вязкость среды. В качестве



**Рис. 5.** *a* — поля компоненты скорости  $v_x$  в плоскости  $zy$  и плоскости  $xu$  (круглая выноска); *b* — поля компоненты скорости  $v_z$ ; *c* — поля давления  $P_T$  в плоскости  $zy$  при  $\gamma = 10^{-3}$ .

силового параметра БМП использовался аналог числа Тейлора [21,22]:

$$Ta_T = \frac{\sigma \omega_T k_T B_T^2 R^5}{4\rho \nu^2},$$

где  $\omega_T$  — угловая частота БМП,  $B_T$  — магнитная индукция БМП,  $k_T$  — волновое число БМП.

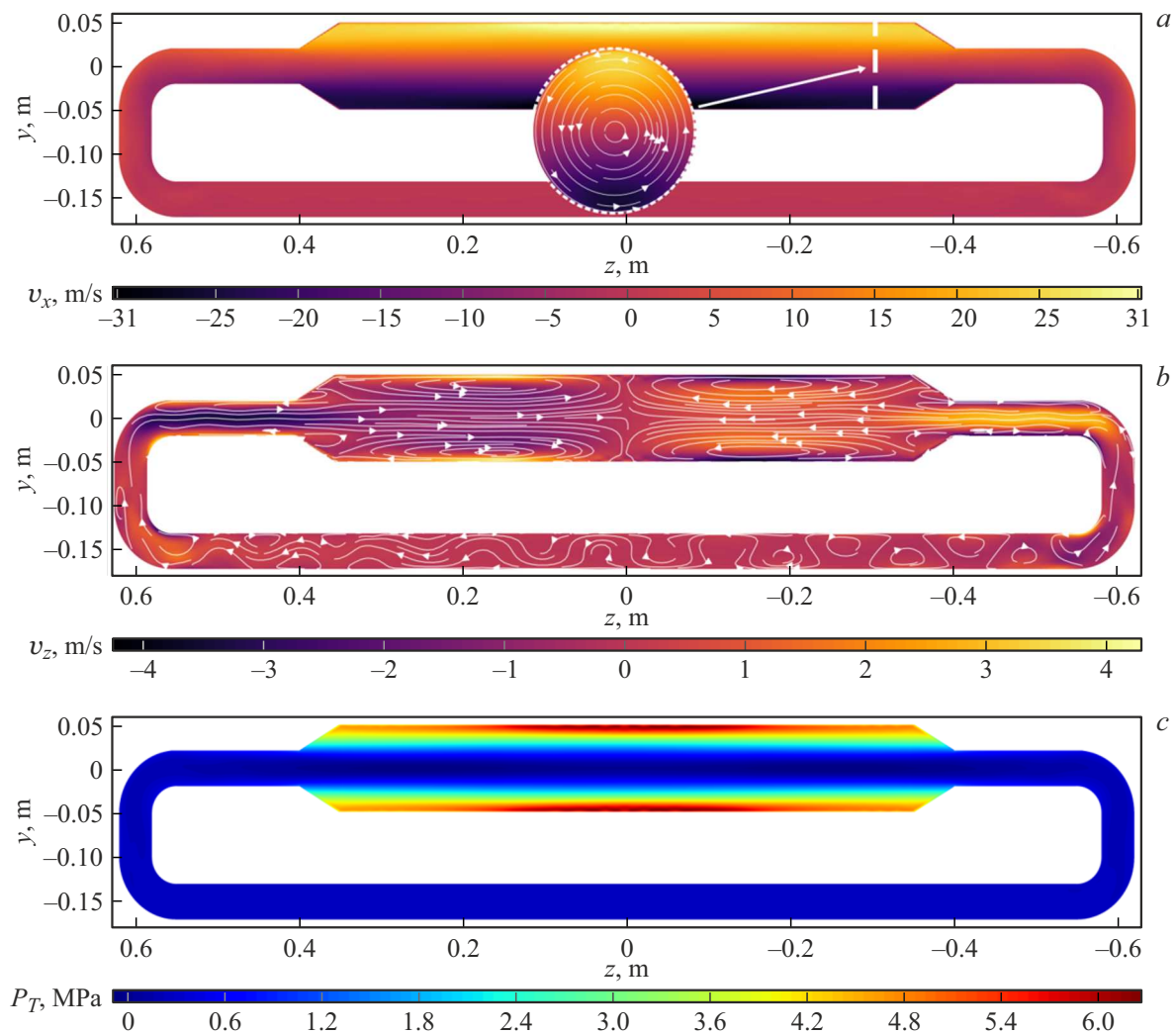
Введем безразмерный параметр, который будет определять совместное действие БМП и ВМП на проводящую среду:

$$\gamma = \frac{Ta_R}{Ta_T} = \frac{2\omega_R B_R^2}{\omega_T k_T B_T^2 R}.$$

Расчеты проводились для галлиевого сплава  $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ , выбранного из соображений сопоставления результатов моделирования с результатами эксперимента, который планируется провести в дальнейшем. Сплав имеет следующие характеристики при комнатной температуре:  $\rho = 6150 \text{ kg/m}^3$ ,

$\nu = 2.9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\sigma = 2.6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ . Канал, в котором создавалось течение сплава, имел следующие геометрические характеристики: диаметр основного канала  $D = 0.098 \text{ m}$  и длина основного канала  $l = 0.7 \text{ m}$ , диаметр замыкающего канала  $d = 0.04 \text{ m}$ .

Определение электромагнитных параметров рассматриваемых процессов проводилось в программной среде ANSYS EMAG. Область решения электромагнитной подзадачи разбивалась на подобласти: канал из нержавеющей стали толщиной  $2 \text{ mm}$ , заполненный жидким металлом, индуктор, воздух. Управляющим параметром при этом являлась величина тока на катушках. Магнитная проницаемость всех подобластей задавалась равной единице, т.е. изменения проницаемости при переходе между областями не было. Замыкание токов на стенку канала ввиду ее малой толщины и электропроводности нержавеющей стали, в разы меньшей электропроводности галлиевого сплава, несущественно. В рамках моделирования электродинамической части задачи рас-

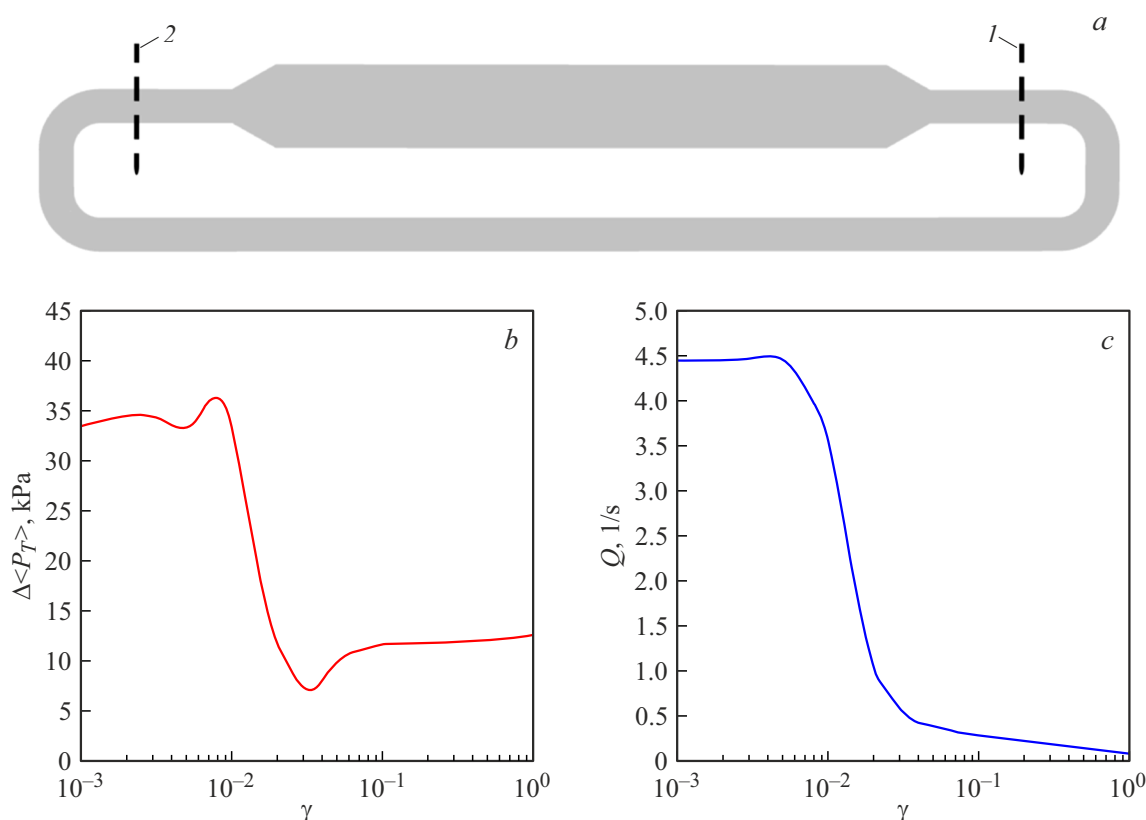


**Рис. 6.** *a* — поля компоненты скорости  $v_x$  в плоскости  $zy$  и плоскости  $xu$  (круглая выноска); *b* — поля компоненты скорости  $v_z$ ; *c* — поля давления  $P_T$  в плоскости  $zy$  при  $y = 1$ .

считывались вихревые электрическое и магнитное поля, плотность тока и электромагнитная сила. При расчете использовалась блочно-структурированная сетка со следующими характеристиками: шаг по сетке для области жидкого металла задавался равным 0.004 m, для области индуктора и канала — 0.01 m, для области воздуха — 0.01 – 0.02 m. Иллюстрации сетки в настоящей работе не приводятся из-за сложностей с визуализацией в пакете ANSYS EMAG.

После определения электродинамических параметров производилось сопряжение электромагнитной и гидродинамической подзадач из соображений решения системы уравнений в электродинамическом приближении. Сопряжение производилось путем передачи полученных значений компонент электромагнитных сил с сетки электродинамической подзадачи на сетку электродинамической подзадачи при помощи стороннего программного обеспечения. Поле электромагнитной силы, полученное из решения электродинамической подзадачи, считалось

неизменными во времени при решении гидродинамической подзадачи. Гидродинамическая подзадача решалась как нестационарная задача на установление, при этом критерием выхода течения на установившийся режим был выход на стационарные значения энергии течения. Шаг по времени составлял 0.1 s. Определение гидродинамических параметров исследуемых процессов осуществлялось с помощью метода контрольных объемов в ANSYS Fluent. На рис. 2 представлены фрагменты расчетной сетки, использованной при решении гидродинамической подзадачи, в различных сечениях. Ввиду симметричности канала и сетки на рис. 2, *a* представлена только правая часть в среднем продольном сечении (плоскостью  $zy$ ). Была построена блочно-структурированная сетка, шаг по сетке в продольном направлении канала составлял 0.005 m, в поперечном —  $\sim 0.0025$  m, шаг по сетке в поперечном направлении замыкающего канала составлял  $\sim 0.0013$  m, минимальный объем ячейки составлял  $9.9 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3$ , максималь-



**Рис. 7.** *a* — канал в разрезе: 1 — область, где считывалось  $\langle P_T \rangle$  на выходе из канала, 2 — область, где считывалось  $\langle P_T \rangle$  на входе в канал; *b* — зависимость разницы давления  $\Delta \langle P_T \rangle$  между входом в основной канал и выходом из него от  $\gamma$ ; *c* — зависимость расхода жидкости  $Q$  от  $\gamma$ .

ный —  $4.3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$ . Использовалось сгущение сетки к стенке канала: от  $\sim 0.0025$  до  $\sim 0.00055 \text{ m}$  в основном канале и от  $\sim 0.0013$  до  $\sim 0.00025 \text{ m}$  — в замыкающем. Количество элементов сетки составляло  $\sim 7 \cdot 10^5$ .

При помощи изменения величины тока на катушках индуктора менялась магнитная индукция соответствующего поля. Величина магнитной индукции БМП в настоящей работе была неизменной и равнялась  $B_T = 8.9 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ , а значения магнитной индукции ВМП менялись в диапазоне  $B_R \in [4.7 \cdot 10^{-4}, 1.49 \cdot 10^{-2}] \text{ T}$ , тогда при неизменных значениях  $\omega_T = \omega_R = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}$ ,  $k_T = 114$ ,  $R = 0.049 \text{ m}$ ; за счет изменения  $B_R$  в указанном диапазоне безразмерный параметр  $Ta_R \in [10^6, 10^9]$ . В итоге при фиксированном  $Ta_T = 10^9$  параметр совместного воздействия  $\gamma \in [10^{-3}, 1]$ .

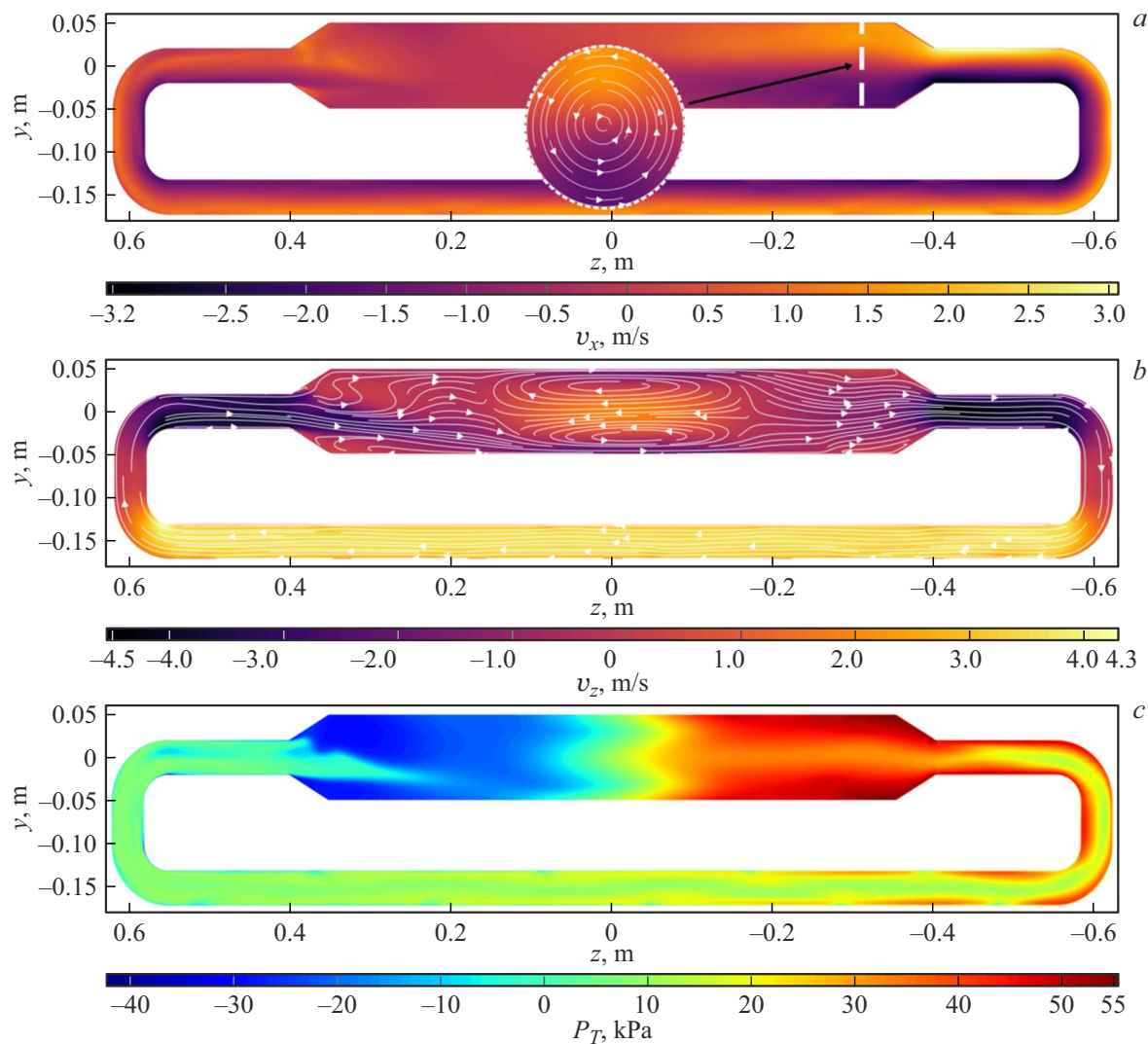
Предварительные оценки показали достаточно большие значения гидродинамического числа Рэйнольдса ( $Re > 2.5 \cdot 10^5$ ), поэтому при решении турбулентность течения учитывалась в рамках SST-модели [23,24]. Математическая модель расчета электромагнитных характеристик и гидродинамических процессов была верифицирована по результатам экспериментов, полученным и описанным в [8,15,25].

## 2. Результаты

Рассмотрим значения электромагнитной силы, возникающей в электропроводящей среде под действием переменного магнитного поля. Данные значения были определены при решении электромагнитной подзадачи в программной среде ANSYS EMAG для значений силовых параметров  $Ta_T = 10^9$  и  $Ta_R = 10^9$ . На рис. 3 и 4 представлены поля модуля электромагнитной силы  $f$  в замкнутом канале круглого сечения под действием БМП и ВМП в плоскостях  $zy$  и  $yz$ . Отметим, что продольная компонента силы  $f_z$ , генерируемой ВМП, близка к нулю, поэтому при вычислении модуля она не бралась.

На рис. 3, *a* можно видеть, что  $f$  максимальна вблизи стенок канала и падает к его оси. Форма профиля силы в данном случае обусловлена формой индуктора: профиль имеет шесть выступов по числу колец индуктора, причем можно видеть, что и в аксиальном (продольном) направлении сила уменьшается при отдалении от центра (индуктора, но не канала), т.е. чем дальше кольцо от центра индуктора, тем слабее электромагнитная сила, создаваемая им. Данная закономерность хорошо видна на рис. 3, *b, c*, где изображены силы в поперечном сечении канала на разном удалении от центра индуктора.





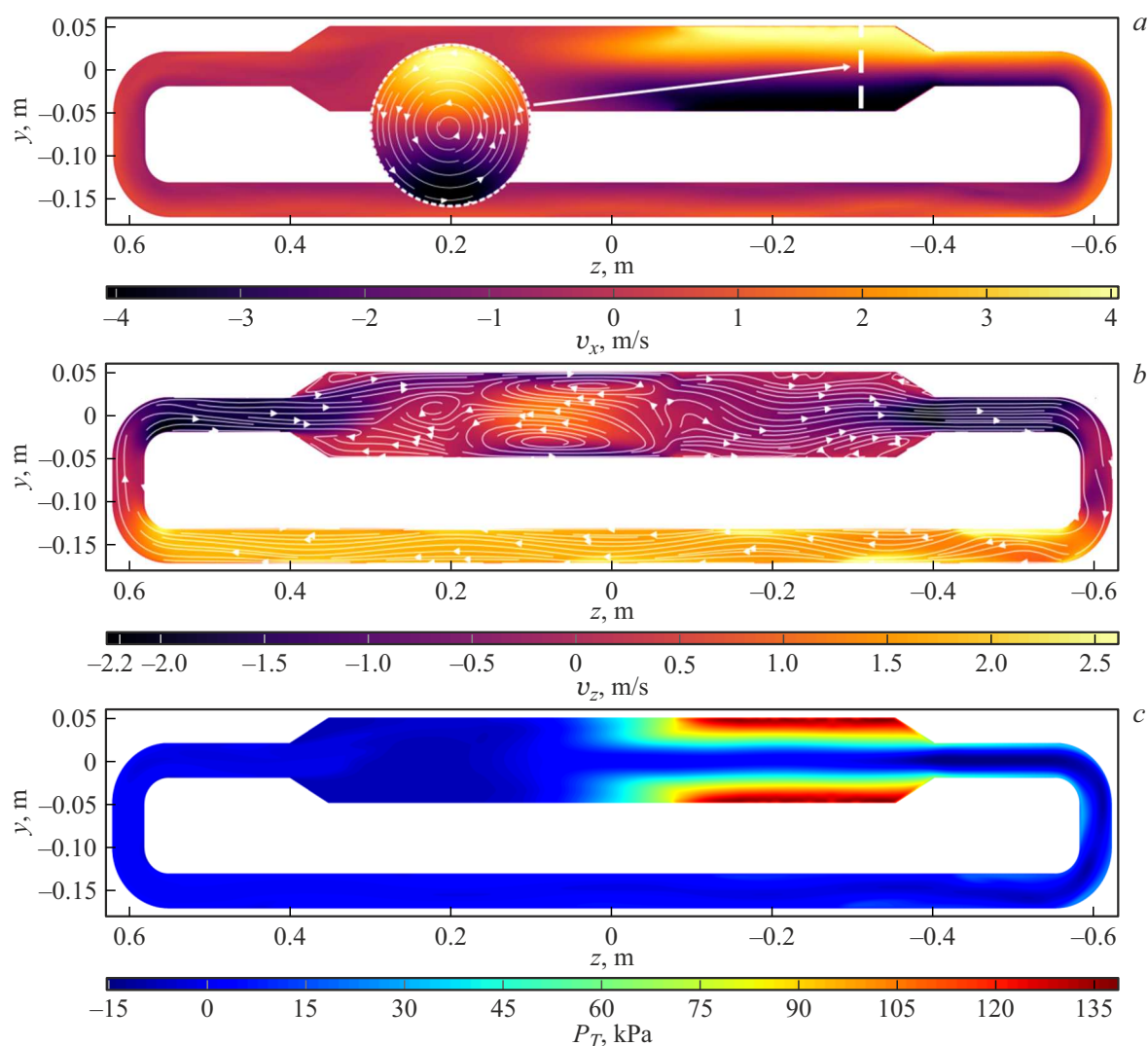
**Рис. 8.** *a* — поля компоненты скорости  $v_x$  в плоскости  $zy$  и плоскости  $xy$  (круглая выноска); *b* — поля компоненты скорости  $v_z$ ; *c* — поля давления  $P_T$  в плоскости  $zy$  при  $\gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$ .

Для лучшей иллюстрации ослабления силы поля модулей силы на рис. 3, *b*, *c* построены на одинаковых шкалах. По данным рисунков также можно оценить и неравномерность действия силы в азимутальном (окружном направлении): отчетливо видны шесть областей по числу катушек, расположенных на одном кольце индуктора, где сила максимальна. Стрелками на рисунках обозначено направление действия сил и соответственно основное направление движения жидкого металла по каналу. В данном случае БМП создает транзитное течение по основному каналу и замыкающему каналу в обратном по отношению к оси  $z$  направлению.

Сильная неравномерность распределения силы в аксиальном направлении наблюдается только для БМП, и на рис. 4, *a* видно, как профиль модуля силы  $f$ , генерируемой ВМП, имеет более гладкую форму, а в радиальном направлении сила спадает медленнее, чем в случае БМП. Рис. 3, *b*, *c* позволяют оценить умень-

шение электромагнитной силы при удалении от центра индуктора, а также ее неравномерность в азимутальном направлении, которая в данном случае менее выражена, чем в случае БМП. Сила, изображенная на рис. 4, в свою очередь, будет создавать в канале вращающееся течение в направлении, обозначенном на рис. 4 точкой, крестиком и стрелками.

С целью оценки гидродинамических характеристик течений, вызванных совместным действием БМП и ВМП на проводящую среду, были проведены численные эксперименты. На объем жидкого металла, содержащийся в канале (рис. 1, *a*), одновременно накладывались БМП и ВМП, при этом параметр  $\gamma$  менялся от  $10^{-3}$  до 1. На рис. 5 и 6 представлены поля компонент скорости  $v_x$ ,  $v_z$  и полного давления  $P_T$  в канале для минимального и максимального значений  $\gamma$ . Для иллюстрации структуры течений в продольных и поперечных сечениях канала на рисунки полей компонент скорости нанесены

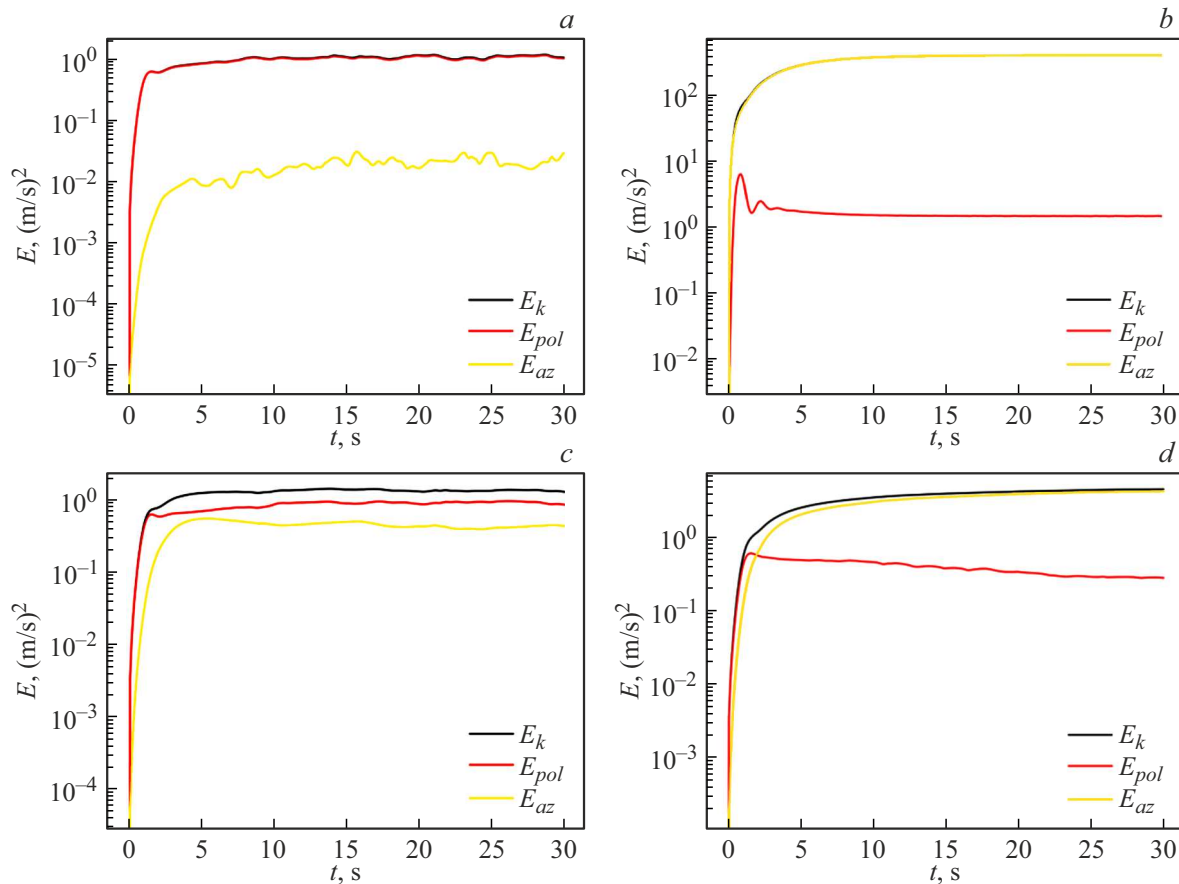


**Рис. 9.** *a* — поля компоненты скорости  $v_x$  в плоскости  $zy$  и плоскости  $xy$  (круглая выноска); *b* — поля компоненты скорости  $v_z$ ; *c* — поля давления  $P_T$  в плоскости  $zy$  при  $\gamma = 1.5 \cdot 10^{-2}$ .

линии тока. В круглых выносках на рис. 5, *a* и 6, *a* изображены поля компоненты скорости  $v_x$  на сечениях, образованных плоскостью  $x_y$  в областях, которые отмечены белыми пунктирными линиями. Отметим, что сами выноски расположены в местах, где изображенное поле в плоскости  $zy$  имеет однородную структуру, и не скрывают важной информации. Здесь и далее результаты приведены для полного давления  $P_T$ , т.е. суммы статического и динамического давлений. Важно сказать, что представленные ниже результаты относятся к установившемуся во времени течению.

В первом случае, когда  $\gamma = 10^{-3}$ , аксиальная компонента скорости течения преобладает над ортогональной к сечению компонентой. Это хорошо видно на рис. 5, *a*, где в большей части канала компонента скорости  $v_x$  близка к нулю, хотя, как видно на выноске, имеет место четкая структура вращающегося с небольшими скоростями течения. Аксиальная же компонента (рис. 5, *b*)

на определенных участках достигает почти 5 м/с. На рис. 5, *b* также можно видеть характерную для цилиндрических каналов картину образования в центре возвратного течения, связанного с тем, что электромагнитная сила сосредоточена вблизи стенок канала. Данное течение заметно уменьшает скорость основного течения, что было показано в [13], и во многом из-за взаимодействия с ним выходящий из диффузора транзитный поток имеет несколько скошенный вид (рис. 5, *b*), и в левой части основного канала появляются ненулевые значения  $v_x$  (рис. 5, *a*). Наблюдается значительный перепад давления (рис. 5, *c*), причем на выходе из основного канала давление распределено гораздо более равномерно, чем на входе, что также связано с взаимодействием основного и возвратного течений, а также, вероятно, с пройденной потоком перед входом в основной канал поворотной секцией. В случае, когда  $\gamma = 1$ , наоборот, имеющее четкую структуру вращающееся течение преобладает над



**Рис. 10.** Зависимости  $E_k$ ,  $E_{pol}$  и  $E_{az}$  от времени для значений силовых параметров:  $a — \gamma = 10^{-3}$ ,  $b — \gamma = 1$ ,  $c — \gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $d — \gamma = 1.5 \cdot 10^{-2}$ .

транзитным, что видно по очень большим значениям  $v_x$  у стенок основного канала (около 30 м/с) (рис. 6,  $a$ ). За счет сильного вращения в центре канала создаются две зоны пониженного давления по обе стороны от индуктора ВМП (рис. 6,  $a$ ), в которые среда увлекается из замыкающего канала. Падение перепада давления между входом в основной канал и выходом из него (рис. 6,  $c$ ) приводит к вырождению продольного течения, причем вдоль стенок канала давление весьма большое.

На рис. 7 представлены зависимости разницы среднего по сечению полного давления  $\langle P_T \rangle$  между входом в основной канал и выходом из него  $\Delta \langle P_T \rangle$ , а также расхода жидкости  $Q$  от значения параметра  $\gamma$ .

Давление  $\langle P_T \rangle$  считалось средним по поверхности, образованной сечением плоскостью  $xu$  в областях, которые обозначены пунктирными линиями (рис. 7,  $a$ ). Результаты показывают, что наложение на аксиальный поток, вызванный БМП, ВМП с небольшим (в сравнении с БМП) силовым параметром, позволяет увеличить перепад давления  $\Delta \langle P_T \rangle$  (рис. 7,  $b$ ). Однако данный эффект наблюдается на сравнительно небольшом интервале значений  $\gamma \in [5 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}]$ . С ростом  $\gamma$   $\Delta \langle P_T \rangle$  начинает стремительно убывать до близких к нулю значений. Это означает переход течения в

режим преобладания его вращающейся составляющей над транзитной, т.е. практически полное превращение течения во вращающееся и его локализации в основном канале (рис. 6,  $a, b$ ). Для объяснения данного эффекта подробнее рассмотрим случаи, когда  $\gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$  ( $\gamma$  внутри указанного интервала) (рис. 8) и  $\gamma = 1.5 \cdot 10^{-2}$  ( $\gamma$  больше значения правой границы интервала) (рис. 9).

На рис. 8,  $a$  видно совместное действие БМП и ВМП, когда  $v_x$  не равна нулю почти во всем канале. При движении потока по замыкающему каналу его  $v_x$  постепенно уменьшается ввиду отдаления от зоны закручивания. При увеличении интенсивности ВМП максимальное давление концентрируется на внешних стенках правой половины основного канала — там, где компонента скорости  $v_x$  максимальна. В центре же канала ввиду относительно небольшой аксиальной компоненты скорости  $v_z$  и соответственно потока по замыкающему контуру, создается зона пониженного давления (полоса в центре правой части основного канала). При дальнейшем увеличении  $\gamma$  данные эффекты, очевидно, усиливаются. На рис. 9,  $a$  показано, что вращение от ВМП прижимает течение к стенкам основного канала. Там же находится максимум давления  $P_T$  (рис. 9,  $c$ ), что затрудняет течение через конфузор, ввиду чего

заметно уменьшается аксиальная компонента скорости (рис. 9, *b*), и, как результат, поток теряет закрученность почти в самом начале замыкающего канала.

Влияние БМП и ВМП с различными значениями соответствующих им силовых параметров на течение иллюстрируют графики зависимости от времени энергий (рис. 10): кинетической  $E_k$ , энергии полоидальной составляющей течения  $E_{pol}$ , зависящей от БМП, энергии азимутальной составляющей течения  $E_{az}$ , которая зависит от ВМП. Соотношения, по которым вычислялись энергии, приведены ниже. Соотношения (8)–(10) представлены в цилиндрической системе координат; начало ее отсчета совпадает с началом отсчета используемой выше декартовой системы, а связь радиальной и азимутальной компонент векторов с соответствующими декартовыми компонентами определяется известными формулами. Плотность  $\rho$  полагалась постоянной, поэтому в задаче рассматривалась энергия, отнесенная к  $\rho$  и объему области  $V$  и соответственно имеющая размерность  $(\text{m/s})^2$ .  $V$  в данном случае — объем основного цилиндрического канала, а не всей области.

$$E_{pol} = \frac{1}{V} \int (v_r^2 + v_z^2) dV, \quad (8)$$

$$E_{az} = \frac{1}{V} \int v_\phi^2 dV, \quad (9)$$

$$E_k = E_{pol} + E_{az}, \quad (10)$$

где  $v_r$  и  $v_\phi$  — радиальная и азимутальная компоненты скорости цилиндрической системе координат соответственно.

Рис. 10, *a, b* описывают случаи минимального и максимального из рассмотренных  $\gamma$ . В первом случае ( $\gamma = 10^{-3}$ ) наблюдается преобладание энергии полоидальной составляющей течения, а во втором ( $\gamma = 1$ ) — азимутальной (рис. 10, *b*). В обоих случаях данные энергии почти совпадают с полной кинетической энергией течения, т.е. какого-либо взаимного влияния транзитной и вращающейся составляющих течения друг на друга при таких силовых параметрах БМП и ВМП нет. Другая ситуация наблюдается на рис. 10, *c, d*: в случае  $\gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$  влияние вращения на поток довольно заметно по возросшей  $E_{az}$ , однако здесь БМП все же играет ключевую роль, что видно по достаточно близким значениям  $E_k$  и  $E_{pol}$ . При дальнейшем увеличении до  $\gamma = 1.5 \cdot 10^{-2}$  наблюдается резкое изменение ситуации: основную часть энергии составляет уже энергия вращения. На рис. 9, *d* можно видеть, что  $E_{az}$  со временем растет, а  $E_{pol}$  соответственно падает. Это связано с тем, что зона вращающегося течения в основном канале (близкие к стенкам основного канала зоны на рис. 9, *a*) постепенно расширяется влево. Такое расширение, вероятно, происходит за счет того, что среда, проходя по замыкающему каналу, возвращается в основной канал и увлекается ВМП, при этом часть среды присоединяется

к вращению в основном канале, а часть продолжает продольное движение по всему каналу.

## Заключение

Результаты проведенного численного моделирования течения жидкого металла в замкнутом канале круглого сечения под совместным действием БМП и ВМП показали, что наложение на поток, созданный БМП, ВМП может увеличить перепад давления между входом в канал и выходом из него (рис. 7, *b*). Важными характеристиками, влияющим на поведение течения, является отношение сил, генерируемых БМП и ВМП в жидкости, и их распределения по каналу. Как было показано выше, с ростом  $\gamma$  возникает эффект увеличения перепада давления. Однако он может наблюдаться на небольшом интервале значений до  $\gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$ . С дальнейшим ростом этого параметра вращение начинает преобладать над продольным течением, что уменьшает перепад давления.

В рамках численных расчетов максимальный перепад давления наблюдался при  $\gamma = 7.5 \cdot 10^{-3}$ . При значениях  $\gamma < 5 \cdot 10^{-3}$  практически никаких изменений в гидродинамических характеристиках течения не наблюдалось. В случаях, когда  $\gamma > 10^{-2}$ , наоборот, ВМП вносило существенный вклад в течение, заметно подавляя аксиальное течение. В момент достижения  $\gamma = 5 \cdot 10^{-2}$  аксиальное течение по каналу фактически прекращалось.

Это связано с рядом причин. Раскручивание среды ВМП прижимало ее к стенкам канала, причем, чем больше было значение силового параметра ВМП, тем сильнее оно прижимало среду, создавая у стенок зоны повышенного давления, а ближе к центру — пониженного. За счет аксиального течения даже с малой скоростью зона вращающегося течения, сосредоточенная в правой части основного канала, могла расширяться влево, увлекая во вращение все больший объем и замедляя аксиальный поток. Чем при этом больше было значение силового параметра ВМП, тем быстрее оно увлекало среду во вращение. Помимо ВМП, серьезным негативным фактором для аксиального течения были конструкционные составляющие: конфузур и поворотные элементы. Надо отметить, что сужение в месте конфузур не играет большой роли в отсутствии ВМП (рис. 5, *b*), однако, как выяснилось в ходе численных экспериментов, когда вращающиеся поля значительны, именно скошенные стенки конфузур заметно мешают прохождению потока (рис. 6, *a*).

Увеличения  $\Delta(P_T)$  удастся добиться за счет того, что момент количества движения, определяемый вращением, транзитному потоку удастся пронести практически по всему каналу (рис. 8, *a*), если момент количества движения сравнительно небольшой и величины БМП хватает для преодоления локализации вращения внутри основного канала, как, например, на рис. 6, *b*. Таким образом, вращающееся течение выносится аксиальным

из основного канала, на его выходе прижимает среду к стенкам канала и тем самым увеличивает среднее давление по сечению и, как следствие, разницу давлений между входом и выходом.

### Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания „Крупномасштабные течения и теплообмен в проводящей и непроводящей жидкости в условиях мелкомасштабной турбулентности“ регистрационный номер темы 124012300246-9, и при финансовой поддержке правительства Пермского края в рамках научного проекта „Разработка электромагнитных насосов, реализующих транзитные и спиральные течения жидких металлов в щелевых и цилиндрических каналах устройств металлургии и атомной промышленности“, соглашение № СЭД-26-08-08-35 от 29.01.2024.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] M. Ni, J. Yang, J. Zhang. App. Mech. Rev., **1** (105), Art.N. AMR-24-1149 (2025). DOI: 10.1115/1.4067935
- [2] A.M. Anisimov, I.V. Vitkovsky, M.M. Golovanov, I.R. Kirillov. Atomic Energy, **112** (6), 443 (2012). DOI: 10.1007/s10512-012-9581-y
- [3] P.A. Davidson. *Introduction to Magnetohydrodynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001)
- [4] А.И. Вольдек. *Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом* (Энергия, Л., 1970)
- [5] С.Ю. Хрипченко, Е.Ю. Тонков. ЖТФ, **94** (10), 1729 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.10.58868.181-24
- [6] В.М. Архипов. *Техника работы с натрием на АЭС* (Энергоатомиздат, М., 1986)
- [7] S. Dementjev, F. Groeschel, N. Jekabsons. Magnetohydrodynamics, **44** (3), 279 (2008). DOI: 10.22364/mhd.44.3.6
- [8] И.В. Колесниченко, Р.И. Халилов. Вычислительная механика сплошных сред, **15** (4), 495 (2023). DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.38
- [9] H. Araseki, I.R. Kirillov, G.V. Preslitsky. Nuclear Engineering and Design, **243**, 111 (2012).
- [10] K. Cukierski, B.G. Thomas. Metall. Mater. Trans. B, **3** (1), 94 (2008). DOI: 10.1007/s11663-007-9109-3
- [11] I. Smolyanov, E. Shmakov, J. Vencels. Magnetohydrodynamics, **57** (6), 105 (2021). DOI: 10.22364/mhd.57.1.9
- [12] I. Smolyanov, F. Sarapulov, F. Tarasov. Computers Mathematics with Applications, **78** (9), 3187 (2019). DOI: 10.1016/j.camwa.2019.05.015
- [13] И.В. Колесниченко, И.Ю. Митрополит, Е. Гольбрайх. Известия РАН. Серия физическая, **89** (7), (2025).
- [14] И.В. Колесниченко, А.Д. Мамыкин, Р.И. Халилов. Вестник Пермского университета. Физика, **4**, 45 (2022). DOI: 10.17072/1994-3598-2022-4-45-51
- [15] I. Kolesnichenko, R. Okatev. Eur. Phys. J. Plus., **139**, 846 (2024). DOI: 10.1140/epjp/s13360-024-05629-7
- [16] A. Cramer, J. Pal, G. Gerbeth. Phys. Fluids, **19**, 118109 (2007). DOI: 10.1063/1.2801407
- [17] I. Grants, D. Raebiger, T. Vogt, S. Eckert, G. Gerbeth. Magnetohydrodynamics, **51**, 419 (2015). DOI: 10.22364/mhd.51.3.2
- [18] S. Khripchenko. J. Eng. Phys. Thermophys., **95** (5), 1126 (2022). DOI: 10.1007/s10891-022-02577-w
- [19] X. Zhang, C. Xu, C. Lei, T. Wang, H. Lin, H. Wu. Steel Res. Intern., **95** (1), 2300278 (2023). DOI: 10.1002/srin.202300278
- [20] А.Д. Мамыкин. В.С. Озерных. Вычислительная механика сплошных сред, **17** (2), 247 (2024). DOI: 10.7242/1999-6691/2024.17.2.22
- [21] J. Stiller, K. Koal, W.E. Nagel, J. Pal, A. Cramer. Eur. Phys. J. Special Topics, **220** (1), 111 (2013). DOI: 10.1140/epjst/e2013-01801-8
- [22] I. Grants, G. Gerbeth, J. Cryst. Growth, **269** (2–4), 630 (2004). DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2004.05.090
- [23] F.R. Menter. AIAA J., **32** (8), 1598 (1994). DOI: 10.2514/3.12149
- [24] F.R. Menter, M. Kuntz, R. Langtry. *Turbulence, Heat and Mass Transfer. Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer* (Antalya, Turkey, 2003), v. 4, p. 625–632.
- [25] R. Khalilov, I. Kolesnichenko. Magnetohydrodynamics, **51**, 95 (2015). DOI: 10.22364/mhd.51.1.10