Влияние квантующего электрического поля на поперечную подвижность электронов в сверхрешетке

© Д.В. Завьялов¶, С.В. Крючков, Н.Е. Мещерякова

Волгоградский государственный педагогический университет,
400131 Волгоград, Россия

(Получена 21 февраля 2006 г. Принята к печати 26 апреля 2006 г.)

Исследовано влияние квантующего постоянного электрического поля, параллельного оси полупроводниковой сверхструктуры, на подвижность носителей тока в направлении, перпендикулярном оси. Расчет поперечной проводимости носителей производился на основании квантового кинетического уравнения. По результатам численного анализа построены зависимости времени релаксации импульса носителей от их поперечной энергии, а также зависимости подвижности носителей от величины продольного квантующего электрического поля. Выявлен осциллирующий характер зависимости плотности тока, текущего перпендикулярно оси сверхрешетки, от напряженности продольного электрического поля.

PACS: 72.20.Ht, 73.21.Cd, 73.40.Kp, 73.63.-b

Общая теория явлений переноса для полупроводников в сильном постоянном электрическом поле, развитая в работах [1–3], была успешно применена к исследованию электрических свойств полупроводниковых сверхрешеток (СР). В работах [4–7] рассмотрено влияние монохроматического высокочастотного (ВЧ) электрического поля на проводимость СР, были предсказаны эффекты абсолютной отрицательной проводимости, полной самоиндуцированной прозрачности, осциллирующей зависимости тока от напряженности ВЧ поля. Влиянию кноидальных электромагнитных волн на проводимость СР в квантующем электрическом поле посвящена работа [8]. Во всех перечисленных выше работах исследовалась лишь продольная проводимость, т. е. рассчитывался ток, текущий вдоль оси СР под действием постоянного электрического поля, в то время как вопрос о транспорте носителей в плоскости структуры, перпендикулярной оси, не обсуждался. Однако обеспечение строгой ориентации вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ вдоль произвольного заданного направления (например, вдоль кристаллографической оси или вдоль оси СР) представляет трудную экспериментальную задачу. Поэтому всегда существует малая поперечная составляющая вектора $\mathbf{E}$. Проблема несовпадения напряженности $\mathbf{E}$ с осью кристалла была обозначена еще в [9]. Дискуссии по этому вопросу ведутся и в настоящее время. В работе [10], например, отмечалась сильная зависимость спектра блоховских осцилляций от ориентации электрического поля. В [11] предсказаны резонансные особенности поперечной магнитопроводимости СР в условиях штарковского квантования. Кроме того, подвижности носителей заряда (а следовательно, и ток) в плоскости слоев СР много больше их подвижности вдоль оси СР, что позволяет надеяться на более яркое проявление поперечных эффектов по сравнению с продольными.

В связи с вышесказанным представляется актуальной задача о вычислении поперечной проводимости полупроводниковой СР, когда кроме сильного электрического поля, приложенного вдоль оси СР, существует слабое поперечное электрическое поле. Наличие поперечного поля может быть связано как с неточностью ориентации вектора напряженности электрического поля вдоль оси СР, так и со специально создающимися условиями. Это приводит к тому, что в поперечном направлении, в плоскости слоев СР, возникает электрический ток.

Рассмотрим сверхрешетку, периодичную вдоль оси $0x$ с периодом d. Квантующее электрическое поле приложено вдоль оси $0x$, причем электрическое поле, кроме продольной составляющей, имеет малую поперечную составляющую $\mathbf{E} = (E, E_1, 0)$, $E_1 \ll E$. Предполагается, что выполнено следующее условие: $\Omega \gg \nu$, $\Omega = eEd/\hbar$ — штарковская частота, ν — частота столкновений носителей с нерегулярностями решетки, d — период СР. Влияние сильного электрического поля, приложенного вдоль оси СР, на состояние электронов приводит в данной ситуации к эффекту штарковского квантования [1,2], так что энергетический спектр носителей тока становится квазидискретным:

$$\varepsilon(\mathbf{p}_\perp, n) = \frac{p_\perp^2}{2m^*} + n\hbar\Omega, \tag{1}$$

где $\mathbf{p}_\perp$ — составляющая квазиимпульса электрона, перпендикулярная $0x$, n — целое число.

Для расчета поперечной проводимости носителей тока воспользуемся квантовым кинетическим уравнением [12]

$$\begin{aligned} e\mathbf{E}_1 \frac{\partial f(\mathbf{p}_\perp)}{\partial \mathbf{p}_\perp} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} |H_\mathbf{k}|^2 J_n^2\left(\frac{2\Delta}{\hbar\Omega} \sin\frac{k_x d}{2}\right) \\ &\times \Big\{ \big[f(\mathbf{p}_\perp + \hbar\mathbf{k}_\perp)(N_\mathbf{k}+1) - f(\mathbf{p}_\perp)N_\mathbf{k} \big] \\ &\times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_\perp+\hbar\mathbf{k}_\perp} - \varepsilon_{\mathbf{p}_\perp} - n\hbar\Omega - \hbar\omega_\mathbf{k}) \\ &+ \big[f(\mathbf{p}_\perp - \hbar\mathbf{k}_\perp)N_\mathbf{k} - f(\mathbf{p}_\perp)(N_\mathbf{k}+1) \big] \\ &\times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}_\perp-\hbar\mathbf{k}_\perp} - \varepsilon_{\mathbf{p}_\perp} - n\hbar\Omega + \hbar\omega_\mathbf{k}) \Big\}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $f(\mathbf{p}_\perp)$ — функция распределения носителей; $J_n(x)$ — функция Бесселя n-го порядка; $\mathbf{k}$ и $\omega_\mathbf{k}$ — квазиволновой

¶ E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

вектор и частота фононов соответственно, $\mathbf{k}_\perp$ — составляющая $\mathbf{k}$, перпендикулярная $0x$; $N_\mathbf{k}$ — планковская функция распределения фононов; $H_\mathbf{k} \equiv C_\mathbf{k}\sqrt{\hbar/2\omega_\mathbf{k}V\rho}$; $C_\mathbf{k}$ — константа связи; V — нормировочный объем; ρ — плотность кристалла. В исследованном далее случае рассеяния электронов на бездисперсионных оптических фононах характеристики последних не зависят от $\mathbf{k}$, поэтому обозначим

$$\omega_\mathbf{k} \equiv \omega_0, \quad C_\mathbf{k} \equiv C_0, \quad N_\mathbf{k} \equiv N_0 = \left[\exp(\hbar\omega_0/kT) - 1\right]^{-1}.$$

В результате выражение (2) преобразуется к виду

$$e\mathbf{E}_1 \frac{\partial f(\mathbf{p}_\perp)}{\partial \mathbf{p}_\perp} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}'_\perp} \sum_{k_x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |H_0|^2 J_n^2\left(\frac{2\Delta}{\hbar\Omega} \sin\frac{k_x d}{2}\right)$$

$$\times \Big\{ \left[f(\mathbf{p}'_\perp)(N_0+1) - f(\mathbf{p}_\perp)N_0\right]$$

$$\times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'_\perp} - \varepsilon_{\mathbf{p}_\perp} - n\hbar\Omega - \hbar\omega_0)$$

$$+ \left[f(\mathbf{p}'_\perp)N_0 - f(\mathbf{p}_\perp)(N_0+1)\right]$$

$$\times \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'_\perp} - \varepsilon_{\mathbf{p}_\perp} - n\hbar\Omega + \hbar\omega_0)\Big\}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{p}'_\perp = \mathbf{p}_\perp + \hbar\mathbf{k}_\perp$.

В силу симметрии задачи $f(\mathbf{p}_\perp) = f(\varepsilon)$, $\varepsilon = p_\perp^2/2m^*$. Будем искать функцию распределения носителей в виде

$$f(\varepsilon) = f_0(\varepsilon) + f_1(\varepsilon), \qquad (4)$$

где $f_0(\varepsilon)$ — функция распределения, учитывающая влияние квантующего поля на разогрев носителей тока [13],

$$f_0(\varepsilon) = A\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\theta}\right), \qquad (5)$$

A — нормировочная постоянная, θ — эффективная температура носителей в энергетических единицах.

Добавку к функции распределения $f_1(\mathbf{p}_\perp)$, учитывающую влияние поперечной составляющей электрического поля, возьмем в виде

$$f_1(\mathbf{p}_\perp) = e\,\frac{\partial f_0(\mathbf{p}_\perp)}{\partial\varepsilon}\,\frac{\tau(\varepsilon)}{m^*}\,(\mathbf{E}_1, \mathbf{p}_\perp), \qquad (6)$$

где $\tau(\varepsilon)$ — так называемое поперечное время релаксации импульса.

Подставляя (4)–(6) в (3) и интегрируя по k_x и $\mathbf{p}'_\perp$, получаем следующее выражение для поперечного времени релаксации:

$$\frac{1}{\tau(\varepsilon)} = \frac{1}{\tau_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} dx\, J_n^2\left(\frac{2\Delta}{\hbar\Omega}\sin\frac{x}{2}\right)\left[N_0\theta(\varepsilon + n\hbar\Omega + \hbar\omega_0)\right.$$

$$\left. + (N_0+1)\theta(\varepsilon + n\hbar\Omega - \hbar\omega_0)\right]. \qquad (7)$$

Здесь обозначено

$$\tau_0 = \frac{2\pi\hbar^3 d}{V|H_0|^2 m^*},$$

$\theta(x)$ — функция Хевисайда. По результатам численного анализа формулы (7) построена зависимость $\tau(\varepsilon)$ от поперечной энергии ε (рис. 1).

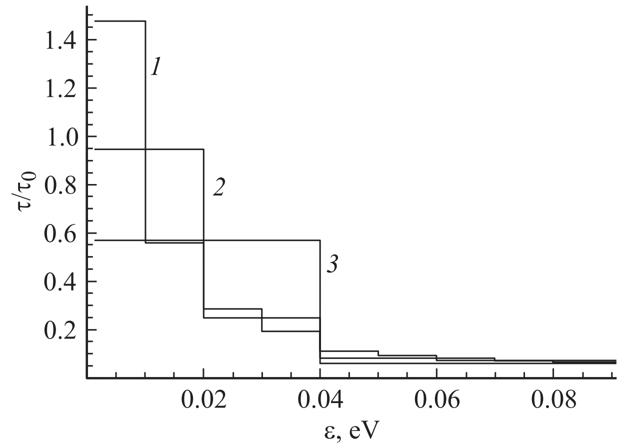

Рис. 1. Зависимости времени релаксации носителей τ от поперечной энергии ε. Параметры расчета: $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ, $\omega_0 \approx 2\cdot 10^{13}\,\text{с}^{-1}$, $d \approx 2\cdot 10^{-6}$ см, $T \approx 100$ K, $\tau_0 \approx 10^{-11}$ с; $\hbar\Omega$, эВ: *1* — 0.01, *2* — 0.02, *3* — 0.04.

Учитывая связь между средней скоростью носителей тока и временем релаксации, найдем поперечную подвижность μ:

$$\mu = \mu'_0 \int_0^\infty \varepsilon\exp\left(-\frac{\varepsilon}{\theta}\right)\tau(\varepsilon)d\varepsilon, \qquad (8)$$

где обозначено

$$\mu'_0 = \frac{eVA}{2\pi\theta\hbar^2 d}.$$

Из рис. 1 следует, что зависимость времени от поперечной энергии можно представить в виде

$$\tau(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n\,\theta\big(\varepsilon - n\hbar\Omega\big)\,\theta\big((n+1)\hbar\Omega - \varepsilon\big), \qquad (9)$$

где τ_n — „высота“ n-й ступеньки. Подставляя (9) в (8) и интегрируя по ε, получим

$$\mu = \mu_0 \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n^0\,\frac{\hbar\Omega}{\theta}\exp\left(-n\frac{\hbar\Omega}{\theta}\right)$$

$$\times \left[n + \frac{\theta}{\hbar\Omega} - \exp\left(-\frac{\hbar\Omega}{\theta}\right)\left(n + 1 + \frac{\theta}{\hbar\Omega}\right)\right]. \qquad (10)$$

Здесь $\tau_n^0 = \tau_n/\tau_0$, $\mu_0 = e\tau_0/m^*$.

Из соотношения (10) видно, что влияние квантующего электрического поля на поперечную подвижность носителей тока особенно эффективно в случае, когда $\hbar\Omega \approx \theta$. Зависимость μ от Ω для интервала полей, удовлетворяющих условию $\hbar\Omega \approx \theta$, приведена на рис. 2. Видно, что зависимость поперечной подвижности μ от напряженности продольного электрического поля имеет сильно немонотонный характер. Наличие разких скачков (спадов) подвижности (а следовательно, и поперечного тока) с ростом продольного поля, по-видимому, можно

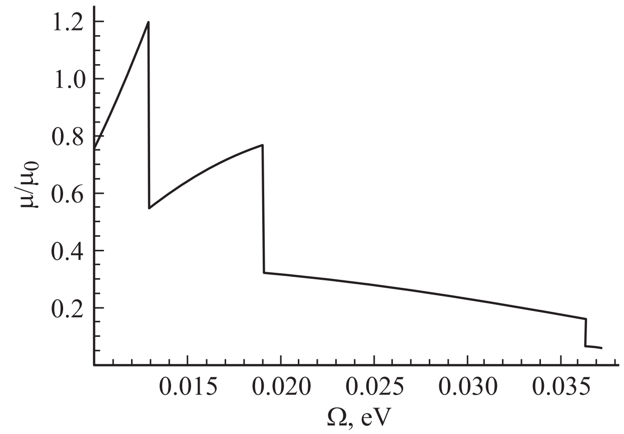

Рис. 2. Зависимость поперечной подвижности носителей μ от штарковской частоты Ω. Параметры расчета: $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ, $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{13}\,\text{с}^{-1}$, $d \approx 2 \cdot 10^{-6}$ см, $T \approx 100$ K, $\mu_0 \approx 10^5$ см/(В · с).

объяснить включением новых каналов для рассеяния носителей тока, связанных с переходами по штарковской лестнице. Таким образом, продольное электрическое поле играет роль своеобразного управляющего фактора, позволяющего регулировать поперечную подвижность.

Эффективная электронная температура θ определяется [13] численным значением безразмерного параметра

$$\gamma = \frac{eEd\hbar\omega_0}{\Delta^2(2N_0+1)}.$$

При $\gamma \ll 1$ эффективаня температура равна

$$\theta = \frac{\Delta^2(2N_0+1)}{\hbar\omega_0},$$

при $\gamma \gg 1$ $\theta = T$. Сделаем численные оценки. При $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ, $d \approx 2 \cdot 10^{-6}$ см, $T \approx 100$ K, $\omega_0 \approx \approx 2 \cdot 10^{-13}\,\text{с}^{-1}$, величина $\Delta^2(2N_0+1)/\hbar\omega_0$ не более чем в 2 раза отличается от T, т. е. $\theta \lesssim 2T$ даже при $\gamma \ll 1$. Таким образом, для всех значений γ имеем неравенство $T \le \theta \le 2T$. В исследуемом нами случае $E \approx 10^4$ В/см и при выбранных выше численных значениях параметров $\gamma = 1$. При этом $\theta \approx \hbar\Omega$ и $\mu_0 \approx 10^5\,\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Работа поддержана грантом регионального конкурса АВО-РФФИ „Поволжье 2004“, регистрационный номер 04-02-96505.

Список литературы

[1] В.В. Брыксин, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ, **61** (6), 2373 (1971).
[2] V.V. Bryxin, Yu.A. Firsov. Sol. St. Commun., **10**, 471 (1972).
[3] В.В. Брыксин. ФТТ, **14** (3), 802 (1972).
[4] В.В. Павлович, Э.М. Эпштейн. ФТТ, **18** (5), 1483 (1976).
[5] В.В. Павлович, Э.М. Эпштейн. ФТП, **10** (10), 2001 (1976).
[6] A.A. Ignatov, Yu.A. Romanov. Phys. Status Solidi B, **73** (1), 327 (1976).
[7] А.А. Игнатов, Ю.А. Романов. Изв. вузов. Радиофизика, **21** (1), 132 (1978).
[8] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Н.Е. Мещерякова. ФТП, **39** (2), 214 (2005).
[9] С.А. Ктиторов, Г.С. Симин, В.Я. Синдаловский. ФТТ, **18**, 1140 (1976).
[10] R.A. Suris. In: *Future Tends in Microelectronics* (1996) p. 197.
[11] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь. Письма ЖТФ, **31** (17), 7 (2005).
[12] А.И. Ахиезер, С.В. Пелетминский. *Методы статистической физики* (М, Наука, 1977).
[13] И.Б. Левинсон, Я. Ясевичюте. ЖЭТФ, **62** (5), 1902 (1972).

Редактор Т.А. Полянская

The influence of a quantizing electric field on the transverse mobility of electrons in a superlattice

D.A. Zavjalov, S.V. Kruchkov, N.E. Mestcheryakova

Volgograd State Pedagogical University,
400131 Volgograd, Russia