

Теоретическое исследование дифракции света на мультиплексированных чирпированных многослойных дифракционных структурах, сформированных в ФПМ-ЖК и КПЖК

© С.Н. Шарангович, В.О. Долгирев, Д.С. Растрыгин

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники,
Томск, Россия

e-mail: daniil.rastrygin@tusur.ru

Поступила в редакцию 14.07.2025 г.

В окончательной редакции 02.09.2025 г.

Принята к публикации 12.09.2025 г.

Представлены аналитические модели дифракции света на мультиплексированных чирпированных многослойных индивидуальных голографических дифракционных структурах, сформированных в фотополимерных композиционных материалах, содержащих нематические жидкие кристаллы, а также в полимер-капсулированных жидкокристаллических материалах. Особое внимание уделено структурам с плавной оптической неоднородностью в голографических решётках, включая фотополимерные материалы с жидкими кристаллами, а также структуры, образующиеся исключительно в капсулированных жидких кристаллах.

Ключевые слова: фотополимерные материалы, жидкие кристаллы, многослойные дифракционные структуры, чирпированные, мультиплексированные.

DOI: 10.61011/OS.2025.10.61953.8390-25

Введение

Фотополимерные композиции в настоящее время рассматриваются как одни из наиболее перспективных материалов для формирования фотонных структур [1–15]. Их основными преимуществами являются высокая дифракционная эффективность (ДЭ) и технологическая гибкость, обеспечивающая возможность создания голографических дифракционных структур (ГДС) различных геометрий и параметров. Кроме того, подобные композиции обладают способностью к модификации за счёт введения функциональных добавок, включая жидкие кристаллы (ЖК) [5–10,15]. Введение ЖК в состав фотополимеризующихся материалов открывает дополнительные возможности, такие как управление уровнем ДЭ ГДС с помощью внешнего электрического поля. Кроме того, присутствие ЖК может приводить к особым эффектам, включая смещение угловой селективности, что было продемонстрировано в ряде исследований [8,9,15]. Эти особенности делают фотополимеризующиеся композиции с добавлением ЖК особенно интересными для разработки адаптивных оптических систем и оптических устройств с управляемыми свойствами.

В последние годы наряду с изучением одиночных ГДС все большее внимание научного сообщества привлекают многослойные неоднородные голографические дифракционные структуры (МНГДС) [16–20]. Эти системы обладают высоким прикладным потенциалом, в частности, в задачах спектральной фильтрации и формирования последовательностей ультракоротких лазерных импульсов. Особые характеристики МНГДС обусловлены их выраженной спектрально-угловой селективно-

стью, параметры которой могут быть тонко настроены за счёт выбора архитектуры и материалов структуры. В частности, угловая селективность подобных структур может проявляться в виде множества локальных максимумов, при этом её форма повторяет особенности селективности, присущие первому слою многослойной структуры [16,20]. Это свидетельствует о возможности целенаправленного управления спектральным откликом системы посредством варьирования геометрических параметров, таких как толщина буферных и дифракционных слоёв.

Таким образом, разработка методов эффективного управления дифракционными свойствами МНГДС представляет собой важную научную-практическую задачу. Решение этой задачи открывает новые возможности для создания адаптивных оптических систем с настраиваемыми характеристиками, что может найти применение в современных технологиях обработки света, спектроскопии и лазерной физике.

Одним из перспективных решений поставленной задачи является применение фотополимеризующихся композиций, включающих нематические жидкие кристаллы в качестве фоточувствительных сред для формирования МНГДС. В ряде исследований, проведенных на основе МНГДС с дифракционными слоями, основанными на капсулированных полимерных жидких кристаллах (КПЖК) [19], было показано, что воздействие внешних факторов способствует не только регулировке дифракционной эффективности, но и возникновению селективных характеристик структуры. Так, при приложении напряжения, вызывающего подавление дифракции на необыкновенных волнах во втором слое трехслойной ГДС,

угловая селективность светового пучка, дифрагированного в первом порядке, претерпевает трансформацию, приобретающую свойства, характерные для двухслойной ГДС с увеличенной плотностью буферного слоя. Такое явление сложилось в результате определения числа локальных максимумов в селективном спектральном отклике. С точки зрения оптической фильтрации такой эффект можно интерпретировать как изменение количества и ширины спектральных каналов, что открывает новые возможности для управления спектральными характеристиками системы.

В свою очередь, в исследовании [21] было показано, что внешнее воздействие поля на дифракционный слой, сформированный в фотополимерном материале с жидкими кристаллами (ФПМ-ЖК), обеспечивает возможность не только регулирования дифракционной эффективности, но и угловой селективности.

Вместе с тем в работе [19] был проанализирован лишь частный случай, касающийся дифракционных слоёв с КПЖК, обладающих оптической однородностью. Это означало, что под действием внешнего электрического поля ориентация директора ЖК изменялась синхронно по всему объёму ГДС. В то же время, если объёмная доля ЖК в композиции превышает 90% [8,15], ситуация становится более сложной. В таких условиях ориентация директора ЖК определяется преимущественно границами образца, что приводит к оптической неоднородности системы. Эта неоднородность оказывает существенное влияние на дифракционные свойства структуры и должна быть учтена при решении задач, связанных с моделированием и анализом дифракции света.

Для мультиплексированных МНГДС, в которых несколько дифракционных слоёв последовательно формировались под различными углами записи, было зафиксировано значительное расширение как углового, так и спектрального диапазонов селективности [22]. При этом в процессе создания chirпированных структур достигается многократное увеличение ширины угловой селективности по сравнению с традиционными ГДС [23].

Целью настоящего исследования является продолжение цикла работ [10–14] и представление дифракционных характеристик при произвольном распространении световых пучков через мультиплексированные chirпированные многослойные неоднородные голографические дифракционные структуры, сформированные на основе ФПМ-ЖК- и КПЖК-материалов, характеризующихся плавной оптической неоднородностью по направлению слоев.

Теоретическая модель дифракции света на МНГДС на основе ФПМ-ЖК

При описании процесса дифракции плоских монохроматических световых волн на МНГДС обеспечиваются следующие условия: апертура считывающего пучка значительно превосходит толщину каждого дифракционного

ФПМ-ЖК-слоя, процедура записи на дифракционных структурах завершена в полной мере и исследуемые процессы дифракции света происходят в уже сформированных структурах;

При высоких содержаниях жидких кристаллов (свыше 90%) фотополимерной матрицы ориентация директора ЖК различна по всей глубине дифракционного слоя и определяется границами образца. Значение угла поворота директора ЖК определяется решением уравнения Фредерикса [8,15]:

$$\frac{1}{\xi_E(E)} \left(\frac{d_n}{2} + y \right) = \int_0^{\varphi(r,E)} \left(\sin^2 \varphi_m(\mathbf{r}, E) - \sin^2 \varphi \right)^{-1/2} d\varphi, \quad (1)$$

где $\varphi_m(\mathbf{r}, E)$ и $\varphi(\mathbf{r}, E)$ характеризуют максимальное значение угла поворота директора жидких кристаллов относительно оси y вдоль глубины слоя с ГДС, $\xi_E(E) = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{4\pi K_{33}}{\Delta \epsilon^n}}$ — электрическая когерентная длина, K_{33} — коэффициент упругости жидких кристаллов, d_n — толщина дифракционного слоя, n — номер слоя, $\Delta \epsilon^n = \epsilon_{LC}^{o,n} - \epsilon_{LC}^{e,n}$, и $\epsilon_{LC}^{o,n}$ — являются элементами тензора диэлектрической проницаемости слоя с ФПМ-ЖК, измеренные при продольной и поперечной ориентациях директора ЖК.

При приложении внешнего электрического поля к ФПМ-ЖК-слою поворот директора ЖК начинается при превышении критического значения напряжённости поля, известного как напряжённость Фредерикса, которая определяется следующим образом:

$$E_c = \frac{\pi}{d_n} \sqrt{\frac{4\pi K_{33}}{\Delta \epsilon}}. \quad (2)$$

Решение уравнения (1) относительно величины приложенного электрического поля с использованием численных методов позволило вычислить распределение угла поворота директора жидких кристаллов по глубине слоя, представленное на рис. 1, *a*. На рис. 1, *b* дополнительно приведена векторная диаграмма, иллюстрирующая процесс дифракции света на необыкновенных волнах при изменении ориентации директора ЖК.

Анализ рис. 1, *a* демонстрирует, что угол поворота директора жидких кристаллов варьирует по глубине дифракционного слоя и зависит от величины приложенного внешнего электрического поля. В свою очередь, изменение ориентации директора ЖК влияет на распространение света на необыкновенных волнах, что визуальное отражено на рис. 1, *b*. Совокупность этих эффектов приводит к формированию плавной оптической неоднородности в рассматриваемой среде.

Рассмотрим описание тензора диэлектрической проницаемости ФПМ-ЖК-материала в n -м слое МНГДС. Его значения формируются как за счёт объёмной доли жидких кристаллов, так и вследствие изменения свойств полимерной и жидкокристаллической составляющих [8]:

$$\hat{\epsilon}^n = (1 - \rho) (\epsilon_p^n \hat{I} + \Delta \hat{\epsilon}_p^n) + \rho (\hat{\epsilon}_{LC}^n + \Delta \hat{\epsilon}_{LC}^n), \quad (3)$$

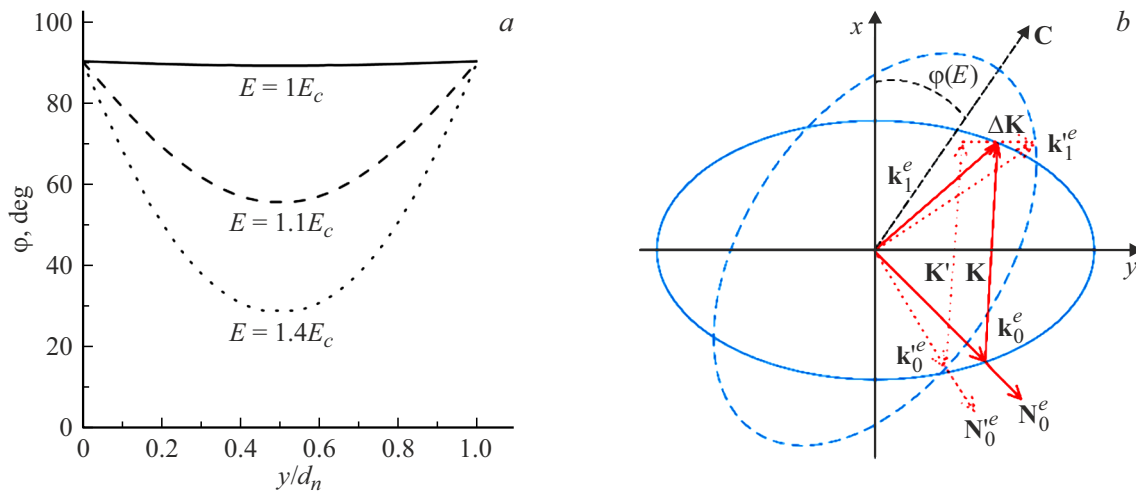


Рис. 1. Зависимость угла поворота директора ЖК от прикладываемого внешнего электрического поля по глубине ФПМ-ЖК-слоя (a) и векторная диаграмма дифракции света (b).

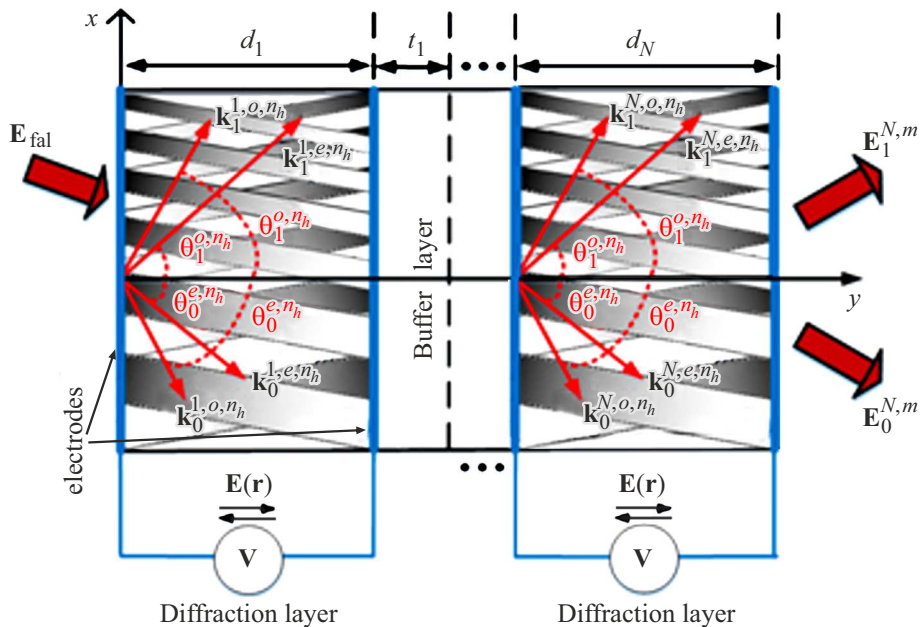


Рис. 2. Схема дифракции света на мультиплексированной чирпированной МНГДС с ФПМ-ЖК.

здесь ρ — объёмная доля жидких кристаллов в n -м слое, $\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор соответствующего слоя, $\varepsilon_p^n = (n_p)^2$ — диэлектрическая проницаемость полимерной матрицы, $\hat{\varepsilon}_{LC}^n$ — тензор диэлектрической проницаемости жидких кристаллов, зависящий от ориентации директора ЖК и определяемый следующим образом:

$$\hat{\varepsilon}_{LC}^n = \varepsilon_0^n \hat{\mathbf{I}} + \Delta \varepsilon^n \mathbf{C} \mathbf{C}, \quad (4)$$

где $\mathbf{C}$ — директор ЖК, $n = 0 \dots N$, N — количество слоев.

Изменения тензора диэлектрической проницаемости выражаются через разложение в ряд Фурье по пространственным гармоникам решётки. С учётом того, что

$$\Delta \hat{\varepsilon}_p^n \delta \ll \varepsilon_p^n \text{ и } \Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^n \delta \ll \hat{\varepsilon}_{LC}^n$$

$$\Delta \hat{\varepsilon}_p^n = \Delta \varepsilon_{0,p}^n + \sum_{j=1}^N \Delta \hat{\varepsilon}_{j,p}^n \cos(j \mathbf{K} \mathbf{r}),$$

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^n = \Delta \hat{\varepsilon}_{0,LC}^n + \sum_{j=1}^N \Delta \hat{\varepsilon}_{j,LC}^n \cos(j \mathbf{K} \mathbf{r}),$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, $\mathbf{K}$ — вектор решетки, а $\Delta \varepsilon_{j,p}^n$ и $\Delta \varepsilon_{j,LC}^n$ определяются как [8,11]

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{j,p}^n = 2n_p^n \Delta n_{j,p}^n \hat{\mathbf{I}},$$

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{j,LC}^n = 2 \left(n_o \Delta n_{j,e}^n \hat{\mathbf{I}} + (n_o \Delta n_{j,o}^n - n_e \Delta n_{j,e}^n) \mathbf{C} \mathbf{C} \right),$$

Следовательно, выражение (3) демонстрирует, что общее изменение тензора диэлектрической проницаемости определяется ориентацией директора жидких кристаллов, которая, в свою очередь, зависит от величины приложенного электрического напряжения.

Для математического описания задачи дифракции предполагается, что на многослойную неоднородную голографическую дифракционную структуру падает квазимонохроматический световой пучок с произвольной поляризацией, характеризующийся амплитудным профилем E^0 , волновым вектором $\mathbf{k}_0$ и единичным комплексным вектором поляризации $\mathbf{e}_0$, образующим угол θ_{fal} с оптической осью структуры. Схематическое изображение процесса дифракции света на МНГДС, состоящей из N слоёв, приведено на рис. 2.

Входящая квазиплоская световая волна на границе раздела сред представляется как суперпозиция собственных волн [19]:

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\sum_{m=o,e} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_0^m E^{0,m}(\omega, \mathbf{r}) \times \exp[i[(\omega_0 + \omega)t - \mathbf{k}_0^m \cdot \mathbf{r}]] d\omega + \text{с.с.} \right],$$

здесь ω_0 — центральная частота, $\mathbf{e}_0^m$ — единичный вектор поляризации, $\mathbf{k}_j^m = k n_j^m \mathbf{N}_j^m$, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, $\mathbf{N}_j^m$ — волновая нормаль, индекс m , принимающий значения o и e , соответствует обыкновенной и необыкновенной волнам соответственно, n_j^m — показатель преломления ГДС.

С учётом оптической неоднородности среды на основе ФПМ-ЖК распространение светового поля в области взаимодействия описывается в рамках приближения двумерной брэгговской дифракции методом медленно меняющихся амплитуд (ММА) [14]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\sum_m \sum_j^{o,e} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_j^m E_j^m(\omega, \mathbf{r}) \times \exp \left[i \left((\omega_0 + \omega)t - \int_0^r \mathbf{k}_j^m(\mathbf{r}) \mathbf{r} d\mathbf{r} \right) \right] d\omega + \text{с.с.} \right]. \quad (5)$$

При этом амплитуды $E_j^m(\omega, \mathbf{r})$ рассматриваются как медленно меняющиеся функции, которые вычисляются на основе уравнений первого приближения ММА, где $j = 0, 1$ соответствует порядкам дифракции.

Показатели преломления и параметры поляризации световых волн, задействованные в уравнении (5), вычисляются на основе уравнений нулевого порядка метода медленно меняющихся амплитуд [8]:

$$[n_j^{n,m2} (\hat{\mathbf{I}} - \mathbf{N}_j^m \mathbf{N}_j^m) - \hat{\varepsilon}_0^n(\mathbf{r})] \mathbf{e}_j^m = 0.$$

В условиях брэгговской дифракции света на многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах, содержащих оптически неоднородные слои на основе ФПМ-ЖК, и в соответствии с методом медленно меняющихся амплитуд амплитуды взаимодействующих волн могут быть определены из уравнений связанных волн (УСВ) в частных производных [8,15,18]:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{r0}^{m,n} \nabla E_0^{m,n}(\omega, \mathbf{r}) &= -i C_1^{m,n}(E) n_1^{m,n} \\ &\times (\mathbf{r}, E) E_1^{m,n}(\omega, \mathbf{r}) \cdot \exp[+i\Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E)], \\ \mathbf{N}_{r0}^{m,n} \nabla E_0^{m,n}(\omega, \mathbf{r}) &= -i C_1^{m,n}(E) n_1^{m,n} \\ &\times (\mathbf{r}, E) E_1^{m,n}(\omega, \mathbf{r}) \cdot \exp[-i\Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E)], \end{aligned} \quad (6)$$

здесь $C_j^{m,n}(E) = \omega(\mathbf{e}_1^m \Delta \varepsilon^n(\mathbf{r}) \mathbf{e}_0^m) (c_c n_{1,0}^{m,n} \cos \beta_{1,0}^m)^{-1}/4$ — коэффициенты связи, $n_1^{m,n}$ — нормированный профиль показателя преломления первой гармоники ГДС, $\Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E)$ — интегральная фазовая расстройка, которая определяется следующим образом [8,15]:

$$\Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E) = \int_0^{d_n} \Delta \mathbf{K}^{m,n}(\mathbf{r}, E) d\mathbf{r}, \quad (7)$$

где $\Delta \mathbf{K}^{m,n} = \mathbf{k}_0^{m,n} - \mathbf{k}_1^{m,n} + \mathbf{K}^{m,n} = \Delta \mathbf{K}^{m,n} \mathbf{p}^{m,n}$ — локальная фазовая расстройка, $\mathbf{p}^{m,n}$ — единичный вектор, задающий направление локальной фазовой расстройки $\Delta \mathbf{K}^{m,n}$.

С учётом того, что угол поворота директора жидких кристаллов изменяется по глубине дифракционного слоя под воздействием внешнего электрического поля, показатель преломления для необыкновенных волн, который входит в состав коэффициентов связи, будет варьировать в каждой точке образца следующим образом:

$$\begin{aligned} n_{1,0}^{e,n}(\mathbf{r}, E) &= n_0 n_e \left[n_0^2 \cos^2(\varphi^n(\mathbf{r}, E) \pm \theta_{1,0}^{e,n}) \right. \\ &\quad \left. + n_0^2 \cos^2(\varphi^n(\mathbf{r}, E) \pm \theta_{1,0}^{e,n}) \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Значение $\varphi^n(\mathbf{r}, E)$ определяется из уравнения (1), тогда как n_0 и n_e соответствуют обыкновенному и необыкновенному показателям преломления жидких кристаллов.

Как продемонстрировано в работах [8,15], выражение (7) обладает сложной функциональной зависимостью, из-за чего уравнения (6) не поддаются аналитическому решению в общем виде. Однако при применении параболической аппроксимации к выражению (7) становится возможным получить решение УСВ для каждого отдельного слоя. В результате для заданных направлений волновых нормалей на необыкновенных волнах $\mathbf{N}_j^{e,n}$ параметр интегральной фазовой расстройки $\Theta^{e,n}(\mathbf{r})$ может быть представлен в следующем виде [8,15]:

$$\begin{aligned} \Theta_1(y_1, E) &= \Theta_0 + a_1(E) y_1 + b_1(E) y_1^2, \quad \text{при } n = 1, \\ \Theta_1(y_n, E) &= \Theta_{n-1} + a_n(E) y_n + b_n(E) y_n^2, \end{aligned}$$

$$\text{при } n = 2, \dots, N, \quad (9)$$

где θ_0 — начальное значение интегральной фазовой расстройки, $a_n(E)$ и $b_n(E)$ — коэффициенты параболической аппроксимации, определяющие характер изменения фазового сдвига по глубине слоя. Параметр $y_n = 0 \dots d_n$ — текущая координата внутри n -го слоя, которая должна удовлетворять условию $Q = \lambda d_n / \Lambda^2 \geq 1$ для режима дифракции Брэгга.

Пространственное изменение волновых векторов $\mathbf{k}_j^{m,n}(\mathbf{r})$ в пределах каждого слоя с учётом плавной оптической неоднородности может быть аппроксимировано с помощью линейной зависимости, представленной в виде разложения в ряд Тейлора [8,15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_j^{e,n}(\mathbf{r}) &\approx \mathbf{k}_j^{e,n} + \left. \frac{d\mathbf{k}_j^{e,n}}{d\mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=0} = \mathbf{k}_j^{e,n} + k_j^{e,n} \mathbf{N}_j^{e,n} \\ &\times \left[\left. \frac{d\mathbf{n}_j^{e,n}}{d\mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=0} \mathbf{r} \right] + k_j^{e,n} n_j^{e,n} \left[\left. \frac{d\mathbf{N}_j^{e,n}}{d\mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=0} \mathbf{r} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где волновые векторы $\mathbf{k}_j^{e,n}$, волновые нормали $\mathbf{N}_j^{e,n}$ и показатель преломления на необыкновенных волнах $n_j^{e,n}$ взяты при $\mathbf{r} = 0$.

Подставляя волновые векторы из уравнения (10) в выражение для локальной фазовой расстройки $\Delta \mathbf{K}^{m,n}(\mathbf{r})$, составляющая компонента вектора $\Delta \mathbf{K}^{m,n}(\mathbf{r}) = \Delta K_y^{m,n} \mathbf{y}_0$, определяется следующим образом:

$$\Delta \mathbf{K}^{m,n} \cdot \mathbf{y}_0 = \Delta K_0^{m,n} + t_y^n y, \quad (11)$$

где $\mathbf{y}_0$ — единичный вектор, $\Delta K_0^{m,n}$ — y -составляющая вектора $\Delta \mathbf{K}_0^{m,n}(\mathbf{r})$, взятого при $\mathbf{r} = 0$, а коэффициент t_y^n можно выразить как [8,15]

$$\begin{aligned} t_y^n &= k_0^{e,n} \left[(y_0 N_0^{e,n}) (y_0 \nabla n_0^{e,n}) - (y_0 N_1^{e,n}) (y_0 \nabla n_1^{e,n}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{(y_0 \mathbf{m}_0^{e,n}) (\mathbf{m}_0^{e,n} \nabla n_0^{e,n})}{(N_0^{e,n} y_0)} - \frac{(y_0 \nabla n_1^{e,n}) \mathbf{m}_1^{e,n} \nabla n_1^{e,n}}{(N_1^{e,n} y_0)} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

где $\mathbf{m}_j^{e,n}$ — единичный вектор голографа, описываемого концом волнового вектора $\mathbf{k}_j^{e,n}$, $\nabla n_{0,1}^{e,n}$ — изменение показателя преломления.

В конечном итоге интегральная фазовая расстройка $\Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E)$, используемая в УСВ (6), с учётом компоненты вектора $\Delta \mathbf{K}^{m,n}(\mathbf{r})$ из выражения (11) может быть представлена в аналитической форме следующим образом [8,15]:

$$\begin{aligned} \Theta^{m,n}(\mathbf{r}, E) &= \int \Delta \mathbf{K}^{m,n}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int (\Delta K_y^{m,n} \mathbf{y}_0) d(y_0 y) \\ &= \int \Delta K_y^{m,n} dy = \Delta K_0^{m,n} y + \frac{t_y^n}{2} y^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Сопоставляя выражения для интегральной фазовой расстройки, приведённые в формулах (9) и (13), можно с высокой точностью вывести следующее соотношение:

$$\Theta_{\text{start}} = 0, \quad a_n(E) = \Delta K_0^{m,n},$$

$$b_n(E) = t_y^n / 2, \quad \text{где } n = 1 \dots N.$$

Таким образом, взаимодействие между слоями определяется элементами интегральной фазовой расстройки $\Theta^{m,n}$. Для решения уравнений (6) необходимо выполнить аппроксимацию параметра $\Theta^{m,n}(\mathbf{r})$ в каждом слое, а также определить коэффициенты a_n и b_n из выражения (9) путём минимизации интегральной среднеквадратической ошибки аппроксимации [8,15]:

$$er^n(y) = \frac{1}{d_n \sqrt{\int_0^d (\Omega^{m,n}(y) - \Theta^{m,n}(y_n, E))^2 dy_n}},$$

здесь $\Theta^{m,n}(y)$ — параметр интегральной фазовой расстройки из выражения (6), $\Theta^{m,n}(y_n, E)$ — аппроксимирующая функция n -го слоя, определяемая уравнениями (9).

После определения аналитических выражений для интегральной фазовой расстройки и волновых векторов вдоль слоёв фотополимерно-жидкокристаллических структур можно вывести формулы, описывающие пространственные распределения амплитуд световых полей для нулевого и первого дифракционных порядков на выходе многослойной неоднородной голографической дифракционной структуры [8,15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1^n(\eta) &= \mathbf{e}_1^{o,n} E_1^{o,n}(\eta) \exp \left[-i \int_0^{d_n} \mathbf{k}_1^{o,n} d\mathbf{r} \right] \\ &\quad + \mathbf{e}_1^{e,n} E_1^{e,n}(\eta) \exp \left[-i \int_0^{d_n} \mathbf{k}_1^{e,n} d\mathbf{r} \right], \\ \mathbf{E}_0^n(\xi) &= \mathbf{e}_0^{o,n} E_0^{o,n}(\xi) \exp \left[-i \int_0^{d_n} \mathbf{k}_0^{o,n} d\mathbf{r} \right] \\ &\quad + \mathbf{e}_0^{e,n} E_0^{e,n}(\eta) \exp \left[-i \int_0^{d_n} \mathbf{k}_0^{e,n} d\mathbf{r} \right], \end{aligned}$$

где $\mathbf{E}_j^{m,n}$ — векторы поляризации, $\xi_0 = \xi$, $\xi_1 = \eta$, ξ_0, ξ_1 — апертурные координаты.

Процесс преобразования плоских световых волн при прохождении через многослойные среды удобно описывается с использованием матричного метода. Для этого требуется выполнить переход от амплитудных распределений частотных фурье-компонент дифрагирующих пучков к соответствующим им угловым спектрам:

$$E_j^e(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} E_j^e(l) \exp[ik_j^e l \theta] dl,$$

где $l = \xi_0, \xi_1$, угол θ характеризует направление плосковолновых компонент $E_j^e(\theta)$ относительно волновых нормалей.

Таким образом, преобразование частотно-угловых спектров (ЧУС) световых пучков на необыкновенных волнах, проходящих через МНГДС с включёнными ФПМ-ЖК-слоями, сводится к последовательному умножению матриц передаточных функций всех слоев на вектор входного оптического поля [8,18]:

$$\mathbf{E}^{e,n} = \mathbf{T}^{e,n} \mathbf{E}^0, \quad (14)$$

где $\mathbf{T}^N = \mathbf{T}^{e,N} \cdot \mathbf{A}^{e,N-1} \cdot \mathbf{T}^{e,N-1} \cdot \dots \cdot \mathbf{A}^{e,n} \mathbf{T}^{e,n} \dots \mathbf{A}^{e,1} \mathbf{T}^{e,1}$ — матричная передаточная функция всей МНГДС,

$$\mathbf{E}^{e,N} = \begin{bmatrix} E_0^{e,N}(\omega, \theta) \\ E_1^{e,N}(\omega, \theta) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T}^{e,n} = \begin{bmatrix} T_{00}^{e,n}(\omega, \theta) & T_{10}^{e,n}(\omega, \theta) \\ T_{01}^{e,n}(\omega, \theta) & T_{11}^{e,n}(\omega, \theta) \end{bmatrix}$$

— матричная передаточная функция,

$$\mathbf{E}^0 = \begin{bmatrix} E_0(\omega, 0) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{A}^{e,n}$ — матрица перехода для буферного слоя, отвечающая за фазовый сдвиг при условии равенства показателей преломления дифракционного и буферного слоев. Она может быть выражена следующим образом [19]:

$$\mathbf{A}^{e,n} = \exp[-i(\mathbf{k}_1^{e,n} \mathbf{y}_0) t_n] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp\left[\frac{-i\Delta K^{e,n} t_n}{d_n}\right] \end{bmatrix},$$

где t_n — толщина буферного слоя.

Элементы матрицы $\mathbf{T}^{e,n}$ выражаются как [8]

$$\begin{aligned} T_{00}^{e,n} &= -\frac{C_0^{e,n} C_1^{e,n} d_n^2}{4v_1 v_0} \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \\ &\quad \times \Phi\left(\frac{d'}{b'} + 1, 2; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy (1+y), \\ T_{10,01}^{e,n} &= -i \frac{C_1^{e,n} d_n}{2v_0} \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \\ &\quad \times \Phi\left(\frac{d'}{b'}, 1; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy, \\ T_{01}^{e,n} &= -i \frac{C_1^{e,n} d_n}{2v_1} \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \\ &\quad \times \Phi\left(\frac{d'}{b'}, 1; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy, \\ T_{11}^{e,n} &= -i \frac{C_0^{e,n} C_1^{e,n} d_n^2}{4v_1 v_0} \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \\ &\quad \times \Phi\left(\frac{d'}{a} + 1, 2; a \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy (1+y), \end{aligned}$$

$\Phi(a, b; c)$ — вырожденная гипергеометрическая функция первого рода, для $n=1$, $T_{10}^{e,n}=0$ и $T_{11}=0$, $\delta = d_n(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1)/2v_1$, $\eta_j = \eta_j^{e,n} = \pm \sin \theta_{rj}^{e,n}$, $v_j = v_j^{e,n} = \cos \theta_{rj}^{e,n}$, $\theta_{rj}^{e,n}$ — углы между групповыми нормальными $N_{rj}^{e,n}$ и осью y ,

$$m = \eta(-a + bv_1/v_0) - i\Delta K' d_n/2\delta,$$

$$m' = \xi(-a'/2 + b'v_1/v_0) - i\Delta K' d_n/2\delta,$$

$$n' = \frac{b'v_1}{v_0} - \frac{a'}{2}, \quad a = i \frac{t_y^n v_1 v_0}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2},$$

$$a' = -i \frac{t_y^{n2} v_1}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2}, \quad b = i \frac{t_y^n v_0^2}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2},$$

$$n = \frac{v_1}{v_0} \left(a - \frac{bv_1}{2v_0}\right), \quad b' = -i \frac{t_y^n v_1 v_0}{(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1)^2},$$

$$\sigma = \frac{C_0^{e,n} C_1^{e,n}}{(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1)^2}, \quad d' = -\sigma^2.$$

В частном случае взаимодействия плоских волн в МНГДС на основе ГДС с однородными профилями элементы матрицы перехода сводятся к известным выражениям [15].

Теоретическая модель дифракции света на МНГДС на основе КПЖК

В рамках предложенной математической модели проводится исследование дифракционных характеристик света при прохождении через мультиплексированную, чирпированную многослойную неоднородную голографическую структуру, содержащую капсулированные полимеры с жидкими кристаллами. Схема дифракции для КПЖК полностью соответствует схеме, представленной для фотополимерных материалов с жидкими кристаллами, изображенной на рис. 2.

Кроме того, будет выполнен учет фазового профиля $\varphi_c^n(\mathbf{r})$ чирпированной структуры для каждого слоя согласно методике, изложенной в источнике [23]

$$\varphi_c^n(\mathbf{r}) = \varphi_0^n + \nabla \varphi^n \mathbf{r} + 0.5 \nabla^2 \varphi^n \mathbf{r}^2, \quad (15)$$

где $\nabla \varphi^n = \mathbf{K}_0^n$ является средней величиной, $0.5 \nabla^2 \varphi^n$ — квадратичный коэффициент изменения модуля вектора решетки K .

Созданная математическая модель, которая характеризует процесс дифракции света на мультиплексированных чирпированных многослойных дифракционных структурах с КПЖК, опирается на систему уравнений связанных волн, выраженных через частные производные. Данная система уравнений предоставляет возможность вычисления амплитудных профилей световых пучков $E_j^{n,m,h}$, взаимодействующих с каждой дифракционной

структурой [24,25]:

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{r0}^{n,m,n_h} \nabla E_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}) = - \\ iC_1^{n,m,n_h} E_1^{n,m,n_h}(\mathbf{r}) \exp(i\Delta\mathbf{K}^{n,m,n_h}\mathbf{r}), \\ \mathbf{N}_{r1}^{n,m,n_h} \nabla E_1^{n,m,n_h}(\mathbf{r}) = - \\ iC_0^{n,m,n_h} E_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}) \exp(i\Delta\mathbf{K}^{n,m,n_h}\mathbf{r}), \end{cases} \quad (16)$$

В данной системе векторы групповых нормалей обозначены как $\mathbf{N}_{rj}^{n,m,n_h}$. Они позволяют характеризовать направление распространения световых волн. Параметр E_j^{n,m,n_h} , в свою очередь, описывает пространственное распределение амплитуды профиля световых пучков. Также параметр C_j^{n,m,n_h} определяет амплитудные коэффициенты связи. Параметр n_n^{n,m,n_h} характеризует нормированный амплитудный профиль показателя преломления дифракционной структуры, а вектор фазовой расстройки задается через $\Delta\mathbf{K}^{n,m,n_h} = \mathbf{K}^{n,m,n_h} + \mathbf{k}_0^{n,m,n_h} - \mathbf{k}_1^{n,m,n_h}$, n_h — номер соответствующей ГДС.

Включенные коэффициенты связи C_j^{n,m,n_h} в уравнение связанных волн (16), как показано в работе [24], могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{cases} C_0^{n,m,n_h} = \frac{1}{4} \frac{\omega}{c n_0^{n,m,n_h}} \mathbf{e}_1^{n,m,n_h} \Delta \hat{\mathbf{e}}_{n,n_h} \mathbf{e}_0^{n,m,n_h}, \\ C_1^{n,m,n_h} = \frac{1}{4} \frac{\omega}{c n_1^{n,m,n_h}} \mathbf{e}_0^{n,m,n_h} \Delta \hat{\mathbf{e}}_{n,n_h} \mathbf{e}_1^{n,m,n_h}, \end{cases} \quad (17)$$

где $\mathbf{e}_j^{n,m,n_h}$ — единичный вектор поляризации для каждого из световых пучков, ω — угловая частота прошедшего излучения, параметр $\Delta \hat{\mathbf{e}}_{n,n_h}$ задает амплитуду первой гармоники возмущения тензора диэлектрической проницаемости, n_j^{n,m,n_h} — показатель преломления для каждого из световых пучков.

Как продемонстрировано в исследовании [23], показатели преломления n_j^{n,m,n_h} и соответствующие векторы поляризации $\mathbf{e}_j^{n,m,n_h}$ определяются из уравнения

$$\left[\left(n_j^{n,m,n_h} \right)^2 \left(\hat{\mathbf{I}} - \mathbf{N}_j^{n,m,n_h} \mathbf{N}_j^{n,m,n_h} \right) - \Delta \hat{\mathbf{e}}_{n,n_h} \right] \mathbf{e}_j^{n,m,n_h} = 0, \quad (18)$$

где вектор $\mathbf{N}_j^{n,m,n_h}$ определяет направление распространения волнового фронта оптического пучка, $\Delta \hat{\mathbf{e}}_{n,n_h}$ — тензор, характеризующий диэлектрическую проницаемость среды в отсутствие возмущений.

Фазовая расстройка, описываемая выражением (17), отражает отклонение от идеальных условий брэгговской дифракции и обусловлена рядом факторов. Среди них выделяют: изменение частоты (или длины волны) падающего излучения, отклонение угла падения светового пучка от оптимального значения, воздействие внешних полей, таких как электрическое, магнитное или механическое, которые могут вносить дополнительные искажения в структуру. Указанные факторы оказывают значительное воздействие на дифракционные характеристики, что требует их обязательного учета при теоретическом моделировании и исследовании оптических свойств многослойных структур.

В настоящей работе основное исследование сфокусировано на анализе воздействия внешнего электрического поля на дифракционные характеристики рассматриваемой структуры. В рамках принятой модели предполагается линейная зависимость фазовой расстройки от двух ключевых параметров: угла падения и частоты зондирующего излучения, что согласуется с данными, приведенными в работе [26].

Внешнее электрическое поле, приложенное к записанной голографической дифракционной структуре в среде капсулированного полимер-жидкокристаллического композита, индуцирует переориентацию директора жидкокристаллических капель. Данная переориентация вызывает существенную трансформацию оптических параметров системы, что детерминирует изменение её дифракционных и поляризационных свойств. Как установлено в работе [27], зависимость угла поворота директора в жидкокристаллических микрокапсулах от приложенного поля может быть описана следующим соотношением:

$$\varphi_{\text{ext}}(\mathbf{r}, E) = \frac{1}{2} \arctg \left[\cos(2\varphi_0) / (e^2(E) + \sin(2\varphi_0)) \right], \quad (19)$$

где параметр

$$e(E) = E(\mathbf{r})R\sqrt{\Delta\bar{\epsilon}(5.7\delta^2 + 2.1\lambda_{\Pi})}$$

описывает влияние электрического поля на ориентацию биполярной капли, содержащей жидкие кристаллы, параметр R задает радиус капли с ЖК, δ определяет эксцентриситет капли, параметр $\Delta\bar{\epsilon}$ — эффективная диэлектрическая анизотропия, характерная для биполярной капли [27], $\lambda_{\Pi} = RW_a/K_{33}$ характеризует взаимодействие между поверхностью капли и ЖК, где W_a отражает степень азимутального поверхностного сцепления, K_{33} определяет значение коэффициента упругости Франка. Угол φ_0 задает значение угла между векторами напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ и директором ЖК $\mathbf{C}$ при отсутствии электрического поля.

Входящие в выражение (17) показатели преломления $n_j^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E)$ могут быть определены исходя из условия поворота директора капсул с ЖК [28]:

$$\begin{aligned} n_{0,1}^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) \\ = \frac{n_{LC}^o N_{LC}}{[(n_{LC}^e)^2 \sin^2(\epsilon_{\text{ext}}^n(\mathbf{r}, E) \pm \theta_0^m) + (n_{LC}^o)^2 \cos^2(\varphi_{\text{ext}}^n(\mathbf{r}, E) \pm \theta_0^m)]} \end{aligned} \quad (20)$$

Проведенный анализ показывает, что вариации показателей преломления в КПЖК-структурах под действием приложенного электрического поля приводят к существенному изменению величин коэффициентов связи,

представленных в уравнении (17):

$$\begin{cases} C_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) \\ = \frac{1}{4} \frac{\omega}{c n_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E)} \mathbf{e}_1^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) \cdot \Delta \hat{\varepsilon}(E) \mathbf{e}_1^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E), \\ C_1^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) \\ = \frac{1}{4} \frac{\omega}{c n_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E)} (\mathbf{r}, E) \cdot \Delta \hat{\varepsilon}(E) \mathbf{e}_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E). \end{cases} \quad (21)$$

Векторы $\mathbf{e}_j^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E)$, которые используются в (21), можно определить исходя из выражения (18), принимая во внимание условия из (20).

Приложение внешнего электрического поля индуцирует угловую ориентацию директора жидкокристаллических микрокапсул, что приводит к возникновению вектора фазовой расстройки. Согласно теоретическим выкладкам, представленным в работе [26], данный вектор может быть выражен следующим соотношением:

$$\Delta \mathbf{K}^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) = \mathbf{K}^{n,m,n_h} + \mathbf{k}_0^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) - \mathbf{k}_1^{n,m,n_h}. \quad (22)$$

Угловое изменение ориентации директора в жидкокристаллических микрокапсулах, является пространственно-однородным по всей глубине исследуемого образца. Данный факт позволяет заключить, что величина фазовых искажений сохраняет постоянное значение, не зависящее от геометрической толщины дифракционной структуры. Таким образом, вариации фазовой расстройки могут быть описаны выражением (22).

Определение угловой ориентации директора в жидкокристаллической микрокапсуле может быть выполнено посредством решения уравнения, позволяющего установить ориентацию директора в виде

$$\mathbf{C}^n(\mathbf{r}, E) = \begin{bmatrix} \sin(\pi/2 - \varphi_{\text{ext}}(\mathbf{r}, E)) \\ \sin(\varphi_0) \\ \cos(\pi/2 - \varphi_{\text{ext}}(\mathbf{r}, E)) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где φ_0 — угол начальной ориентации директора.

Возмущенный тензор диэлектрической проницаемости для КПЖК слоев имеет вид [28,29]

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}^{n,n_h}(\mathbf{r}, E) &= (1 - \rho) \left[\varepsilon_p \hat{\mathbf{I}} + \sum_{m=0,e} \Delta \hat{\varepsilon}_p^{n,m,n_h}(\mathbf{r}) \right] \\ &+ \rho \left[\hat{\varepsilon}_{LC}^n + \sum_{m=0,e} \Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где $\Delta \hat{\varepsilon}_p^{n,m,n_h}$ и $\Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E)$ — изменения тензора диэлектрической проницаемости для полимерной и ЖК составляющих.

Изменение амплитуды гармоники диэлектрической проницаемости жидкокристаллической компоненты определяется как

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^{n,m,n_h}(\mathbf{r}, E) &= 2(n_0 n_{LC}^{n,e}(\mathbf{r}) - n_e n_{LC}^{n,e}(\mathbf{r})) \\ &\times \int_{-1}^1 \int_0^\pi \mathbf{C}^n(\mathbf{r}, E) \mathbf{C}^n(\mathbf{r}, E) p(\alpha) q(\varphi) d\alpha d\varphi, \end{aligned} \quad (25)$$

где α и φ — углы, которые характеризуют ориентацию молекул жидкого кристалла внутри эллипсоидальной капсулы, а направление директора $\mathbf{C}^n(\mathbf{r}, E)$ описывает формула (23).

Использование аппарата матричного анализа обеспечивает теоретическую базу для изучения взаимной связи световых полей нулевого и первого порядков дифракции в n -м слое многослойной дифракционной структуры.

Результирующее распределение светового поля на выходе мультиплексированных чирпированных МНГДС может быть получено путем последовательного умножения матриц передачи, описывающих дифракционные и буферные слои, на входное оптическое поле, как показано в работе [19]:

$$\mathbf{E}^{N,m} = \left(\mathbf{T}_h^{N,m,1} + \dots \mathbf{T}_h^{N,m,N_h} + \dots \mathbf{T}_h^{N,m,N_h} \right) \mathbf{E}^0, \quad (26)$$

где

$$\mathbf{E}^{n,m} = \begin{bmatrix} E_0^{N,m}(E, \Delta K) \\ E_1^{N,m}(E, \Delta K) \end{bmatrix}$$

определяет выходное оптическое поле, $E_j^{N,m}(E, \Delta K)$ показывает частотно-угловые спектры на выходе N -го слоя мультиплексированных МНГДС,

$$\mathbf{T}_h^{N,m,n_h} = \mathbf{T}^{N,m,n_h} \mathbf{A}^{N-1,m} \mathbf{T}^{N-1,m,n_h} \dots \mathbf{A}^{1,m} \mathbf{T}^{1,m,n_h}$$

является матричной передаточной функцией для всей МНГДС для n_h голограммы,

$$\mathbf{T}^{n,m,n_h} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{00}^{n,m,n_h}(E, \Delta K) & \mathbf{T}_{10}^{n,m,n_h}(E, \Delta K) \\ \mathbf{T}_{01}^{n,m,n_h}(E, \Delta K) & \mathbf{T}_{11}^{n,m,n_h}(E, \Delta K) \end{bmatrix}$$

— матричной передаточной функцией для n -го слоя и n_h голограммы с элементами матричной функции $\mathbf{T}_h^{N,m,n_h}[0, 0]$, которые характеризуют связь световых полей между различными дифракционными КПЖК-слоями. Учитывая, что буферный слой с толщиной t_n индуцирует фазовый сдвиг и обладает показателем преломления, практически идентичным голографической дифракционной структуре, матрица перехода $\mathbf{A}^{n,m}$ может быть представлена в следующем виде [16]:

$$\mathbf{A}^{n,m} = \exp[-i(\mathbf{k}_1^{n,m,n_h} \mathbf{y}_0) t_n] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp\left[\frac{-i \Delta K^{n,m,n_h} t_n}{d_n}\right] \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Указанные компоненты модели позволяют не только рассчитать ослабление световой интенсивности в многослойной структуре, но и интегрируют в расчеты влияние структурных неоднородностей и эффектов, индуцированных внешним электрическим полем в каждом

дифракционном слое

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{01,10}^{n,m,n_h} = -i \frac{b_j^{n,m,n_h}}{2} \int_{-1}^1 \left(\frac{\exp\left(\frac{i\Delta K(1-q)}{2}\right)}{\cosh\left[\frac{cs(1+q)}{2}\right]} \right)^2 F_1 \\ \quad - \left(1 - \frac{b_j^{n,m,n_h}}{cs}, \frac{b_j^{n,m,n_h}}{cs}, 2, w(q) \right) dq, \\ T_{00,11}^{n,m,n_h} = 1 - \frac{(b_j^{n,m,n_h})^2}{2} A \int_{-1}^1 \left(\frac{\exp\left(\frac{i\Delta K(1-q)}{2}\right)}{\sinh\left[\frac{cs(1+q)}{2}\right]} \right)^2 F_1 \\ \quad - \left(1 - \frac{b_j^{n,m,n_h}}{cs}, 1 + \frac{b_j^{n,m,n_h}}{cs}, 1, w(q) \right) dq, \end{array} \right. \quad (28)$$

где параметр ${}_2F_1$ — значение гипергеометрической функции Гаусса, $v_j = \cos \theta_{rj}^{n,m,n_h}$,

$$w(q) = \frac{\sinh(cs(1-q)/2) \sinh(cs(1+q)/2)}{\cosh(cs) \cosh(c(s-t))},$$

параметр θ_{rj}^{n,m,n_h} определяет углы между групповыми нормальными $\mathbf{N}_{rj}^{n,m,n_h}$ и осью y , соответствующей толщине дифракционного слоя,

$$b_p^{n,m,n_h}(E) = [d_n C_j^{n,m,n_h}(E)] / \sqrt{v_0 v_1}$$

$$A = [cs \cosh(c \cdot t) \cosh(c(s-t))]^{-1}.$$

В рамках предложенной модели параметры c , s и t , входящие в выражение (28), количественно характеризуют три ключевых аспекта пространственного распределения: степень неоднородности (c), уровень асимметрии (s) и величину смещения (t). Для каждого отдельного слоя многослойной структуры данные параметры определяются посредством аппроксимации нормированного пространственного распределения $n_1(y)$ с использованием аппроксимирующей функции

$$n_1(y, c, s, t) = \text{ch}^{-1}[c(sy - t)].$$

Полученные аналитические выражения для передаточных функций (18) позволяют количественно описать селективные оптические свойства мультиплексированных чирпированных МНГДС, чувствительные к вариациям внешних условий, включая изменение напряженности электрического поля, угла падения и частотного состава считывающего излучения. Необходимо обратить внимание на то, что изменение силы внешнего электрического воздействия на структуру изменяет амплитуду вектора фазовой расстройки, как показано в [27]:

$$\Delta K^{n,m,n_h} = \Delta K^{n,m,n_h}(\theta) + \Delta K^{n,m,n_h}(\omega) + \Delta K^{n,m,n_h}(E), \quad (29)$$

где модули $\Delta K^{n,m,n_h}(\theta)$ и $\Delta K^{n,m,n_h}(\omega)$ количественно характеризуют степень нарушения условий фазового синхронизма, возникающего вследствие вариаций угловых и спектральных характеристик считывающего излучения.

Отклонение от условий фазового синхронизма при влиянии напряженности электрического воздействия может быть определено как:

$$\Delta K^{n,m,n_h}(E) = \omega_{c_c} [n_0^{n,m,n_h}(E)(\mathbf{N}_0^{n,m,n_h} \cdot \mathbf{y}_0) - n_1^{n,m,n_h}(E)(\mathbf{N}_1^{n,m,n_h} \cdot \mathbf{y}_0)] + (\mathbf{K}^{n,m,n_h} \cdot \mathbf{y}_0).$$

Дифракционная эффективность мультиплексированной чирпированной МНГДС определяется как отношение плотности потока энергии в дифрагированном пучке к плотности потока энергии в падающем излучении, распространяющемся в направлении нормали к границе раздела сред. Учитывая, что каждой монохроматической плоской волне с комплексной амплитудой $\mathbf{E}_j^{N,m,n_h}$ соответствует определенный вектор Пойнтинга $\mathbf{S}_j^{N,m,n_h}$, интегрирование по всем частотно-угловым спектрам позволяет получить интегральное выражение для расчета общей дифракционной эффективности:

$$\eta_d^{N,m,n_h} = (\mathbf{S}_1^{N,m,n_h} \cdot \mathbf{y}_0) / (\mathbf{S}_0^{N,m,n_h} \cdot \mathbf{y}_0), \quad (30)$$

где $\mathbf{y}_0$ — единичный вектор вдоль толщины образца,

$$\mathbf{S}_1^{N,m,n_h} = \mathbf{N}_1^{N,m,n_h} \frac{c^2}{(2\pi)^2} \iint (\mathbf{E}_1^{N,m} \mathbf{E}_1^{N,m,*}) d\omega d\theta,$$

$$\mathbf{S}_0^{N,m,n_h} = \mathbf{N}_0^{N,m,n_h} \frac{c^2}{(2\pi)^2} \iint (\mathbf{E}_0^{N,m} \mathbf{E}_0^{N,m,*}) d\omega d\theta.$$

В рамках последующего численного моделирования рассматривается взаимодействие плоских квазимонохроматических волн единичной амплитуды с пространственно-неоднородными мультиплексированными чирпированными МНГДС, содержащими композитные фотополимерные матрицы с жидкими кристаллами. При этом амплитуда входного оптического поля определяется как $\mathbf{E}^0 = \delta(\omega, \theta)$, а его интенсивность как

$$\iint (\mathbf{E}^0 \mathbf{E}^{0*}) d\omega d\theta = 1.$$

С учетом данных обозначений выражение (20) может быть преобразовано к следующему виду:

$$\eta_d^{N,m,n_h} = \frac{\mathbf{E}_1^{N,m} \mathbf{E}_1^{N,m*}}{1} = \frac{|\mathbf{E}_1^{N,m}|^2}{1} = |E_1^{N,m,n_h}(\omega, \theta)|^2, \quad (31)$$

где $E_1^{N,m,n_h}(\omega, \theta)$ является элементом матрицы выходного оптического поля $\mathbf{E}^{N,m}$, полученной путем перемножения матриц перехода всех слоев мультиплексированной чирпированной МНГДС.

Численное моделирование

В данном подразделе описываются результаты, полученные в ходе численного моделирования по разработанным аналитическим моделям дифракции света на МНГДС. Исследования проводились относительно дифракционных характеристик мультиплексированных МНГДС, сформированных ФПМ-ЖК и КПЖК.

При численном моделировании исследовалась двух- ($N = 2$) и трехслойная ($N = 3$) ГДС с однородными профилями показателя преломления, в которой были последовательно под углами $\Psi_1 = -11^\circ$ и $\Psi_2 = 11^\circ$ записаны две чирпированные дифракционные структуры ($N_h = 2$) на длине волны $\lambda = 633 \text{ nm}$ и под углами

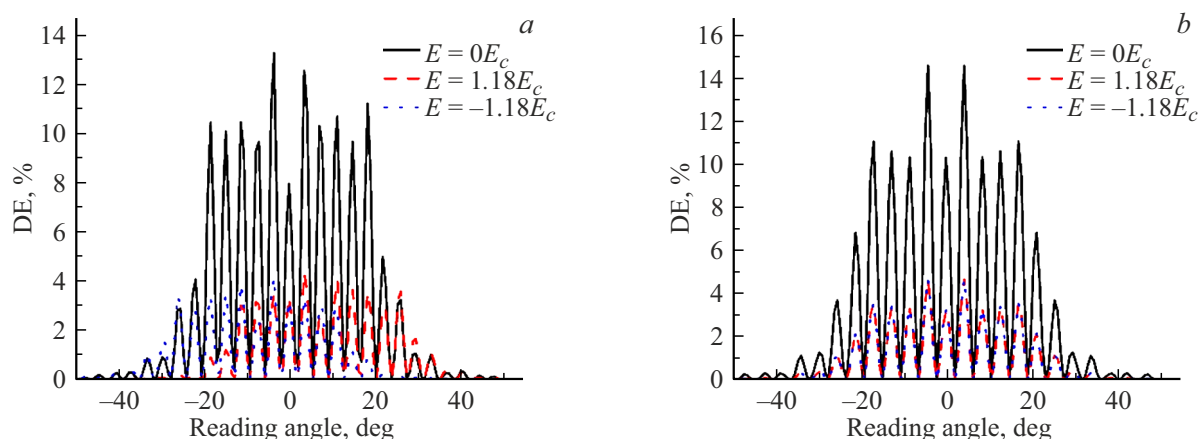


Рис. 3. Зависимость селективного отклика чирпированной мультиплексированной МНГДС, сформированная (а) в ФПМ-ЖК и (b) в КПЖК при прикладываемом напряжении на все дифракционные слои.

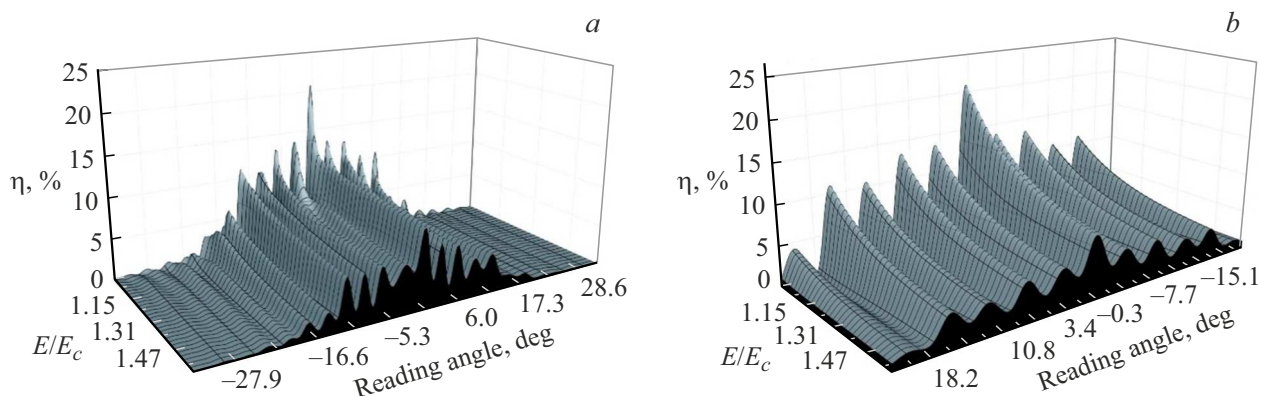


Рис. 4. Зависимость селективного отклика чирпированной мультиплексированной МНГДС, сформированная (а) в ФПМ-ЖК и (b) в КПЖК, при прикладываемом напряжении на второй дифракционный слой.

между записывающими пучками $2\theta = 20^\circ$. Толщины дифракционного и буферного слоя равны $d_n = 20\text{ }\mu\text{m}$ и $t_n = 120\text{ }\mu\text{m}$. $\Delta\theta = \theta_{\text{fai}} - \theta_{\text{B}}$ — угол считывания относительно условий дифракции Брэгга.

Из рис. 3, а следует, что при подаче напряженности электрического поля выше критической напряженности Фредерикса разной полярности на все слои наблюдается смещение селективного отклика в сторону: при положительной полярности вправо, при отрицательной — влево с последующим снижением ДЭ. Для структуры, представленной на рис. 3, b, полярность прикладываемого напряжения не приводит к смещению угловой селективности в отличие от структуры, приведенной на рис. 3, а, при этом снижение ДЭ также происходит.

Рисунок 4 демонстрирует, что при приложении напряжения на второй дифракционный слой двухслойной структуры происходит подавление дифракции, и, следовательно, селективный отклик трансформируется до однослойной структуры, но при этом присутствуют ярко выраженные максимумы, присущие двухслойной структуре, с отсутствием минимумов, не равных нулю.

Данное утверждение справедливо как для структур, сформированных в ФПМ-ЖК, так и в КПЖК.

Заключение

В настоящей работе впервые представлены обобщенные аналитические модели, описывающие дифракцию света на мультиплексированных чирпированных МНГДС при произвольном распространении световых пучков, сформированных в фотополимерном материале с нематическими жидкими кристаллами, а также в капсулированных полимером жидких кристаллах.

Продемонстрировано влияние прикладываемого напряжения на слои мультиплексированных чирпированных МНГДС, сформированных как в ФПМ-ЖК, так и в КПЖК. Показано, что при подаче напряжения разной полярности на все слои ФПМ-ЖК-структуры наблюдается смещение селективного отклика в разные стороны. Этот факт демонстрирует возможность создания спектрального фильтра, которым можно управлять

как по уровню, так и по длине волны, представив каждый локальный максимум как отдельный канал.

Также стоит отметить, что метод чирпирования дает возможность уширить только сами локальные максимумы, а метод мультиплексирования позволяет увеличить только их количество. Однако если применить одновременно оба метода, то возможно как уширение угловой селективности для самих локальных максимумов, так и увеличение их количества.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] N. Vorzobova, P. Sokolov. *Polymers*, **11** (12), 1–14 (2020).
- [2] A.O. Semkin, S.N. Sharangovich. *Physics Procedia*, **86**, 187–193 (2017). DOI: 10.1016/j.phpro.2017.01.020
- [3] O.V. Sakhno, L.M. Goldenberg, J. Stumpe, T.N. Smirnova. *J. Optics A: Pure and Appl. Optics*, **11** (2), 024013 (2009). DOI: 10.1117/12.846463
- [4] R. Hagen et al. *Proc. SPIE, Digital Optical Technologies*, **10335**, 103350D (2017). DOI: 10.1117/12.2270158
- [5] G.B. Hadjichristov, Y.G. Marinov, G. Petrov. *Proc. 10th Europ. Conference on Liquid Crystals ECLC*, **525** (1), 128–139 (2010). DOI: 10.1080/15421401003796199
- [6] S. Meng et al. *Macromolecules*, **40** (9), 3190–3197 (2007). DOI: 10.1021/ma070135q
- [7] G. Zharkova et al. *Microelectronic Engineering*, **81** (2–4), 281–287 (2005). DOI: 10.1016/j.mee.2005.03.020
- [8] S.V. Ustyuzhanin et al. *TUSUR Reports*, **2**, 192–197 (2007).
- [9] A.O. Semkin, S.N. Sharangovich. *Polymers*, **11** (861), 1–14 (2019). DOI: 10.3390/polym11050861
- [10] С.Н. Шарангович, В.О. Долгирев, Д.С. Растрыгин. *Опт. и спектр.*, **133** (4), 359–368 (2025). DOI: 10.61011/OS.2025.04.60532.7513-24
- [11] Е.А. Довольнов, С.Н. Шарангович. *Опт. и спектр.*, **105** (2), 336–345 (2008).
- [12] А.С. Задорин, С.Н. Шарангович. *Опт. и спектр.*, **61** (3), 642–645 (1986).
- [13] А.С. Задорин, С.Н. Шарангович. *Опт. и спектр.*, **59**(3), 592–596 (1985).
- [14] С.Н. Шарангович. *Опт. и спектр.*, **59** (4), 835–840 (1985).
- [15] A.O. Semkin, S.N. Sharangovich. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **77**, 1416–1419 (2013). DOI: 10.3103/S1062873813120125
- [16] E.F. Pen, M.Y. Rodiono. *Quant. Electron.*, **40**, 919–924 (2010). DOI: 10.1070/QE2010v040n10ABEH014360
- [17] A. Yan, A. Liu, Y. Zhi, D. Liu, J. Sun. *J. Opt. Soc. A.*, **26** (1), 135–141 (2009). DOI: 10.1364/JOSAA.26.000135
- [18] G.P. Nordin, A.R. Tanguay. *Opt. Lett.*, **17** (23), 1709–1711 (1992). DOI: 10.1364/JOSAA.9.002206
- [19] V.O. Dolgirev, S.N. Sharangovich. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.*, **86** (1), 18–23 (2022). DOI: 10.3103/S106287382201021X
- [20] N.A. Ivliev. *Opt. Spectrosc.*, **129** (4), 400–405 (2021). DOI: 10.1134/S0030400X21040111
- [21] A.O. Semkin, S.N. Sharangovich. *Physics Procedia*, **70**, 791–794 (2015). DOI: 10.1016/j.phpro.2015.08.269
- [22] V.O. Dolgirev, S.N. Sharangovich, D.S. Rastrygin. *Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys.*, **88** (1), 6 (2024). DOI: 10.1134/S1062873823704865
- [23] E.A. Dovolnov, S.N. Sharangovich, J.T. Sheridan. *Trends in Optics and Photonics Series*, 337 (2005). DOI: 10.1364/PEMD.2005.337
- [24] Б.Ф. Ноздреватых. *Доклады ТУСУР*, **2** (16), 192–197 (2007).
- [25] В.В. Шелковников. *Опт. и спектр.*, **97** (6), 1034–1042 (2004).
- [26] С.Н. Шарангович. *Радиотехника и электроника*, **40** (5), 1211–1222 (1995).
- [27] О.А. Афонин. *Письма в ЖТФ*, **24** (11), 87–94 (1998).
- [28] S.V. Ustyuzhanin. *Phys. Wave Phenomena*, **18**, 289–293 (2010). DOI: 10.3103/S1541308X10040102
- [29] А.О. Семкин. *Ученые записки физического факультета МГУ*, **5**, 165306–1-165306–4 (2016).