03

Исследование преобразования сингулярных пучков Лагерра–Гаусса при отражении от шероховатой поверхности

© Н.В. Шостка (Ляхович), Б.В. Соколенко, Ю.А. Егоров

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Россия
e-mail: nataliya_shostka@mail.ru

Поступила в редакцию 05.05.2025 г.
В окончательной редакции 20.06.2025 г.
Принята к публикации 24.10.2025 г.

С помощью численной модели на основе скалярной дифракции сингулярных пучков показаны особенности эволюции фазовых сингулярностей при отражении от поверхности, обладающей микрорельефом заданной высоты и формы. Продемонстрированы случаи вырождения „ядра“ вихря, формирования топологических диполей и удвоения сингулярностей при воздействии фазовых неоднородностей на исходный пучок с единичным топологическим зарядом. Полученные результаты демонстрируют применимость сингулярных пучков в задачах анализа рельефа отражающих поверхностей, продольный масштаб неоднородностей которых составляет величину порядка $\lambda/4$, а поперечный размер больше или равен диаметру пучка в плоскости поверхности.

Ключевые слова: оптический вихрь, пучок Лагерра–Гаусса, дифракция.

DOI: 10.61011/OS.2025.10.61940.8111-25

Лазерные пучки с сингулярностью волнового фронта (оптические вихри) являются перспективным объектом исследований для задач оптических измерений. Известно, что геометрия волнового фронта скалярного оптического вихря представляет собой геликоид с особой точкой на оси. Фаза волны в этой точке не определена и испытывает скачок кратный 2π, при обходе точки по замкнутому контуру [1]. Такая волновая структура сингулярного пучка обладает определенной устойчивостью при дифракции на амплитудных и фазовых неоднородностях, а также имеет характерный минимум интенсивности, что служит своеобразным маркером положения вихря [2]. Это позволило применить вихревые пучки в оптических манипуляторах, а также для измерения физических величин, например показателя преломления, толщин, высоты рельефа и шероховатости поверхности [3–5]. Однако одним из барьеров использования сингулярных пучков следует признать сложность анализа их фазовых портретов с достаточной точностью. Это обусловлено структурными искажениями интенсивности и фазы пучков в процессе дифракции на поверхностных неоднородностях измеряемых объектов.

Целью настоящей работы является определение границ применимости сингулярных пучков для метрологических исследований поверхностей, шероховатый рельеф которых вносит искажение в структуру оптического вихря. Поскольку на практике нередко встречаются поверхности, рельеф которых имеет ступенчатую структуру, в настоящей работе мы ограничимся рассмотрением численной модели дифракции сингулярных пучков на неоднородностях отражающей поверхности с повторяющимися прямоугольными выступами и впадинами [6]. Схематически данная модель приведена на рис. 1.

Воспользовавшись известным выражением для пучка Лагерра–Гаусса с нулевым радиальным индексом и перейдя для удобства моделирования к декартовой системе координат, запишем результирующее распределение комплексной амплитуды поля пучка в исходной плоскости $z = 0$ с точностью до нормирующего множителя [7]:

$$E(x, y, z = 0) \propto \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\omega_0^2}\right) \times \exp\big(il \arctan(y/x)\big), \qquad (1)$$

где ω_0 — перетяжка гауссовой образующей, l — топологический заряд вихря. Профиль шероховатости в виде полос различной ширины и высоты зададим функцией пропускания $\exp(ik\Delta)$, где k — волновое число. Данная функция обусловливает геометрическую разность хода волн, отраженных участками поверхности, отличающимися высотой h (рис. 1, b).

В настоящей работе мы ограничимся анализом двумерного распределения модуля амплитуды вектора напряженности электрического поля и фазы сингулярных пучков преимущественно в дальней зоне дифракции ради приближенности к экспериментально реализуемым условиям. Пространственную эволюцию поля пучка $E(X, Y, z)$, распространяющегося в свободном пространстве на некотором расстоянии z от поверхности (рис. 1, a), получим с помощью эволюционного интегра-

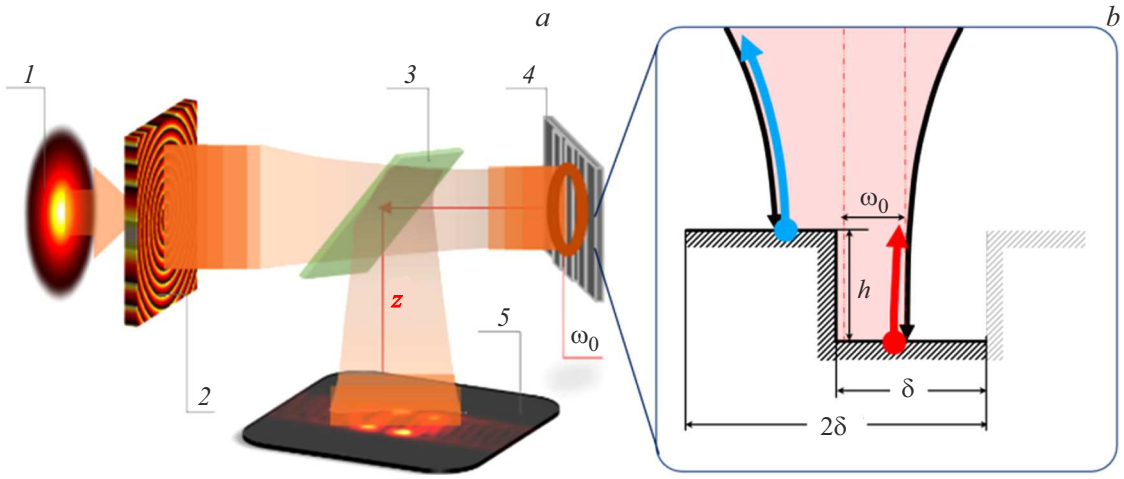


Рис. 1. (*a*) Схематическое изображение формирования и дифракции сингулярного пучка: при прохождении пучка Гаусса (*1*) через фазовый транспарант (*2*), отражения от поверхности (*4*) и распространения дифрагированного пучка (*3*) на расстояние z до плоскости наблюдения (*5*); (*b*) параметры ступенчатой отражающей поверхности.

ла Френеля–Кирхгофа [8]:

$$E(X,Y,z) = \frac{k}{2\pi i z}\int\limits_{-\infty}^{a_1}\int\limits_{-\infty}^{\infty} E(x,y,0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}\left[(X-x)^2+(Y-y)^2\right]\right\}dxdy + \frac{k\exp(ik\Delta)}{2\pi i z}\int\limits_{a_1}^{a_2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} E(x,y,0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}\left[(X-x)^2+(Y-y)^2\right]\right\}dxdy + \frac{k}{2\pi i z}\int\limits_{a_2}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} E(x,y,0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}\left[(X-x)^2+(Y-y)^2\right]\right\}dxdy. \qquad (2)$$

Расчет результирующего распределения амплитуды поля проводился в виде суммы по всем участкам неоднородного рельефа с разбиением пределов интегрирования по dx согласно числу этих участков, минимальное число которых равно трем, но не ограничено сверху.

Входными параметрами модели являются величина радиуса перетяжки гауссовой образующей ω_0 в исходной плоскости $z = 0$, линейный масштаб неоднородностей ($\delta = a_2 - a_1$), расстояние до плоскости наблюдения z и геометрическая разность хода Δ. Проследим эволюцию амплитуды пучка и пространственную динамику сингулярностей волнового фронта после отражения от такой поверхности.

На рис. 2 представлен результат численного моделирования дифракции вихревых пучков с топологическими зарядами $|l| = 1$ и $|l| = 2$ на ступенчатой квазипериодической трехмерной структуре выступ-впадина с высотой рельефа $h = \Delta/2$. Период структуры составил $2\delta = 2.4\,\mu$m, расстояние от плоскости источников до плоскости наблюдения 0.75 m в единицах длины Рэлея ($z_R = k\omega_0^2/2$). Радиус перетяжки исходного пучка равен $\omega_0 = 37.0\,\mu$m. На фазовом портрете наблюдается „цепочка“ фазовых сингулярностей в виде „вилок“ — расщеплений линий равной фазы. Исходный осевой вихрь сохраняет свою структуру в виде фазовой спирали (рис. 2, *a*), при этом его распределение амплитуды деформировано соседними порядками дифракции. Удвоение топологического заряда приводит к увеличению числа винтовых дислокаций в поле пучка. В то же время осевая сингулярность, представляющая собой двойную спираль на фазовом портрете, претерпевает вырождение (рис. 2, *b*). Вследствие этого в окрестности оси пучка локализуется пара оптических вихрей с единичным по модулю топологическим зарядом. Данное поведение согласуется с ранее полученными результатами краевой дифракции оптических вихрей на амплитудных и фазовых экранах группой А.Я. Бекшаева [9–11].

Развивая данную задачу, сфокусируем наше внимание на эволюции сингулярного пучка, распространяющегося вблизи края неоднородности. Параметр геометрической разности хода Δ выбирался кратным $\lambda/2$, благодаря чему достигалось наибольшее возмущение геликоидального волнового фронта [12]. Параметр a, отвечающий за смещение края неоднородности относительно центра пучка, рассчитывался в значениях радиуса перетяжки и принимал значения от единицы (когда край локализуется на периферии пучка) до нуля (в этом случае край пересекает пучок посередине).

При поступательном смещении края неоднородности в сечении пучка (в направлении справа налево) вдоль оси абсцисс модуль амплитуды и фаза пучка

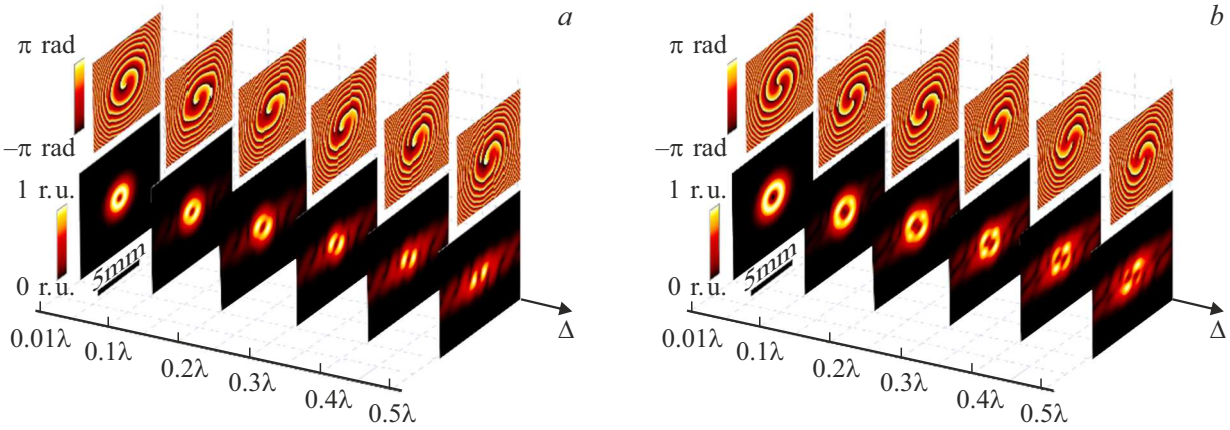


Рис. 2. Численный расчет поперечного распределения модуля амплитуды и фазы дифрагированного пучка Лагерра–Гаусса с топологическими зарядами $l = 1$ (a) и $l = 2$ (b) на ступенчатой квазипериодической трехмерной структуре выступ-впадина с высотой рельефа, равной $h = \Delta/2$. Периодичность структуры составляет $2.4\,\mu$m. Расстояние от плоскости источников до плоскости наблюдения $\sim 40 z_{\mathrm{R}}$ (0.75 m). Радиус перетяжки исходного пучка равен $\omega_0 = 37.0\,\mu$m.

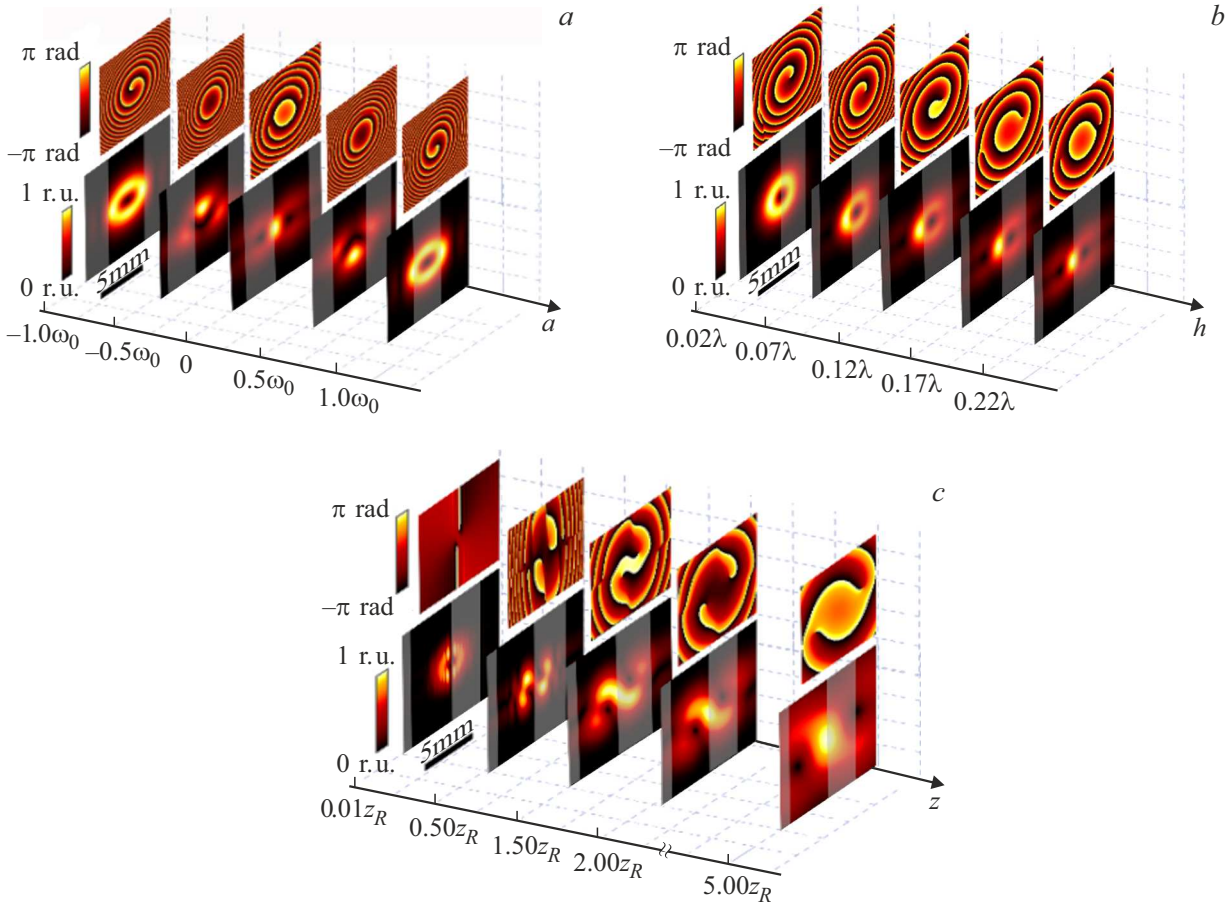


Рис. 3. Численный расчет поперечного распределения модуля амплитуды и фазы дифрагированного пучка Лагерра–Гаусса с топологическим зарядом $l = 1$ в зависимости (a) от положения края ступенчатой неоднородности (показан светлой полосой) с высотой рельефа, равной $h = \lambda/4$, и шириной $\delta = 0.9\omega_0$, (b) от значения высоты рельефа h с расположением края по центру пучка, (c) z-дифракция пучка Лагерра–Гаусса на ступени с высотой рельефа $h = \lambda/4$. Радиус перетяжки пучка принят равным $\omega_0 = 225.0\,\mu$m.

Лагерра–Гаусса (рис. 3, *a*) претерпевают существенные изменения: осевой оптический вихрь смещается на периферию пучка, при этом на фазовом портрете обнаруживается так называемый топологический диполь (при $a = \pm 0.5\omega_0$). В то же время фазовая спираль испытывает поворот на π радиан относительно начального положения, что позволяет детектировать высоту ступени в $\lambda/4$. С точки зрения сохранения формы вихревого пучка в виде кольца поперечный размер неоднородности выбран равным $\delta = 0.9\omega_0$.

Наиболее интересен момент прохождения края неоднородности через центр пучка, в результате чего в дальнем поле дифракционная картина представляет собой удвоенный исходный вихрь. На фазовом портрете локализуются бифуркации линий равной фазы, свидетельствующие о формировании „копии" исходного оптического вихря, смещенной зеркально относительно центра (рис. 3, *b*). Данный рисунок наглядно иллюстрирует смещение осевого оптического вихря с ростом высоты неоднородности поверхности h, отложенной по оси абсцисс в единицах длины волны. Максимальная величина смещения соответствует такой высоте, при которой достигается геометрическая разность хода $\Delta = \lambda/2$ между частями пучка, отраженными от плоскостей ступенчатой неоднородности (рис. 1, *b*).

Эволюционно этот случай удобно проследить на различных расстояниях, измеряемых в единицах длины Рэлея от плоскости источников, в которой находится шероховатая поверхность. На рис. 3, *c* при зафиксированных параметрах высоты и смещения неоднородности показано преобразование распределения модуля амплитуды поля и фазы на расстояниях z порядка от нескольких сантиметров до одного метра. По фазовому профилю можно проследить момент формирования пары оптических вихрей, начиная с $0.5z_{\mathrm{R}}$, в то время как распределение модуля амплитуды приобретает N-образное очертание. В дальней зоне дифракции он превращается в сдвоенный вихревой пучок с общим центром в виде максимума амплитуды поля.

Таким образом, с помощью численной модели дифракции показаны качественные особенности преобразования амплитуды и фазы сингулярных пучков, отраженных от шероховатой поверхности, что перспективно для разработки новых подходов неразрушающего контроля. Полученные результаты демонстрируют применимость сингулярных пучков в задачах анализа рельефа отражающих поверхностей, максимальный продольный масштаб неоднородностей которых составляет величину порядка $\lambda/4$. В этом случае сохраняется возможность извлечения информации о характере поверхности из фазового портрета сингулярного пучка и непосредственно из характерного распределения амплитуды поля.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-12-20013).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M.R. Dennis, M.V. Berry. J. Opt. (United Kingdom), IOP Publishing, **19** (1), 1–51 (2017). DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001
[2] A. Popiołek-Masajada, E. Frączek, E. Burnecka. Metrol. Meas. Syst., **28** (3), 497–508 (2021). DOI: 10.24425/mms.2021.137131
[3] Y. Na, D.K. Ko. Opt. Laser Technol. Elsevier Ltd, **112**, 479–484 (2019). DOI: 10.1016/j.optlastec.2018.11.053
[4] B.V. Sokolenko, N.V. Shostka, O.S. Karakchieva. Physics–Uspekhi, **65** (8), 812–833 (2022). DOI: 10.3367/UFNe.2022.02.039161
[5] P. Schovánek, P. Bouchal, Z.O. Bouchal. Opt. Lett., **45** (16), 4468 (2020). DOI: 10.1364/OL.39207
[6] A. Serrano-Trujillo, M.E. Anderson. Opt. Commun., **427** (1), 557–562 (2018). DOI: 10.1016/j.optcom.2018.07.003
[7] A.A. Kovalev. Comp. Opt., **42** (4), 606 (2018). DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-4-606-613
[8] Ю.А. Ананьев. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (Наука, М., 1990), с. 264.
[9] B. Ghosh, A. Daniel, B. Gorzkowski, A.Y. Bekshaev, R. Lapkiewicz, K.Y. Bliokh. J. Opt. Soc. Am. B, **41** (6), 1276 (2024). DOI: 10.1364/JOSAB.522393
[10] A. Bekshaev, L. Mikhaylovskaya. Opt. Commun., **447** (1), 80 (2019). DOI: 10.1016/j.optcom.2019.04.085
[11] A. Bekshaev, A. Chernykh, A. Khoroshun, L. Mikhaylovskaya. J. Opt., **19** (5), 055605 (2017). DOI: 10.1088/2040-8986/aa6352
[12] A. Bekshaev, A. Khoroshun, L. Mikhaylovskaya. J. Opt., **21** (8), 084003 (2019). DOI: 10.1088/2040-8986/ab2c5b