

Модельная оценка качества методики восстановления данных установки Tunka-Grande

© А.Л. Иванова,^{1,2} И.И. Астапов,³ П.А. Безъязыков,⁵ А.В. Булан,⁴ А. Блинов,⁵ А.Н. Бородин,⁵ Н.М. Буднев,² П.В. Бусыгин,² Н.В. Волков,⁶ П.А. Волчугов,^{4,2} Д.М. Воронин,⁷ А.Р. Гафаров,² А.Ю. Гармаш,^{1,8} В.М. Гребенюк,^{5,9} О.А. Гресь,² Т.И. Гресь,² Е.О. Гресь,² А.А. Гринюк,⁵ О.Г. Гришин,² А.Н. Дячок,² В.А. Ерофеева,² Д.П. Журов,² А.В. Загородников,² В. Зиракашвили,¹⁰ А.Д. Иванова,^{2,11} М.А. Илюшин,² И.А. Кабанник,¹ Н.Н. Калмыков,⁴ В.В. Киндин,³ С.Н. Кирюхин,² В.А. Кожин,⁴ К.Г. Компаниец,³ Е.Е. Коростелева,⁴ Е.А. Кравченко,^{1,8} А.П. Крюков,⁴ Л.А. Кузьмичев,⁴ А. Кьявасса,¹² А.А. Лагутин,⁶ Ю.Е. Лемешев,² Б.К. Лубсандоржиев,⁷ Н.Б. Лубсандоржиев,^{4,2} А. Луканов,⁷ С.Д. Малахов,² Р.Р. Миргазов,² Р.Д. Монхоеv,^{1,2} Э.А. Окунева,^{4,2} Э.А. Осипова,⁴ А. Пан,⁵ А.Д. Панов,⁴ Л.В. Паньков,² А.Л. Пахоруков,² А.А. Петрухин,³ И. Поддубный,² В.А. Полещук,² Е.Г. Попова,⁴ Е.Б. Постников,⁴ В.В. Просин,⁴ А.А. Пушнин,² Р.И. Райкин,⁶ А.Ю. Разумов,^{4,2} Г.И. Рубцов,⁷ Е.В. Рябов,² И. Сатышев,⁵ В.С. Самолига,² Л.Г. Свешникова,⁴ А.Ю. Сидоренков,⁷ А.А. Силаев,⁷ А.А. Силаев (мл.),⁴ А.В. Скурихин,⁴ А.В. Соколов,^{1,8} В.А. Таболенко,² А.Б. Танаев,² М.Ю. Терновой,² Н.А. Ушаков,⁷ А. Шайковский,⁵ М.В. Шульга,² И.И. Яшин³

¹Новосибирский государственный университет,
630090 Новосибирск, Россия

²Иркутский государственный университет,
664003 Иркутск, Россия

³Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
115409 Москва, Россия

⁴Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скobelьцына,
119991 Москва, Россия

⁵Объединенный институт ядерных исследований,
141980 Дубна, Московская обл., Россия

⁶Алтайский государственный университет,
656049 Барнаул, Россия

⁷Институт ядерных исследований РАН,
117312 Москва, Россия

⁸Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

⁹Государственный университет „Дубна“,
141980 Дубна, Московская обл., Россия

¹⁰Институт Земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкина РАН,
142191 Троицк, Москва, Россия

¹¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
117303 Долгопрудный, Московская обл., Россия

¹²Dipartimento di Fisica Generale Universiteta di Torino and INFN,
Турин, Италия
e-mail: annaiv.86@mail.ru

Поступило в Редакцию 4 мая 2025 г.

В окончательной редакции 30 июля 2025 г.

Принято к публикации 7 августа 2025 г.

Проведена модельная оценка точности восстановления параметров широких атмосферных ливней (ШАЛ) и космических лучей (КЛ) по данным установки Tunka-Grande. Представлены методика реконструкции событий, результаты обработки искусственных ливней и сравнение полученной точности восстановления параметров ШАЛ и КЛ с результатами экспериментальной оценки.

Ключевые слова: широкие атмосферные ливни, установка Tunka-Grande, модельная оценка точности восстановления.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61786.230-25

Введение

Сцинтилляционная установка Tunka-Grande [1] расположена в Тункинской долине, в 50 km от оз. Байкал.

Она представляет собой сеть из 19 станций наблюдения, развернутых на площади около 0.5 km². Установка входит в состав астрофизического комплекса TAIGA [2] и нацелена на исследование космических лучей (КЛ) и

поиск диффузного гамма-излучения в диапазоне энергий от 10 PeV до 1 EeV методом регистрации электрон-фотонной и мюонной компонент широких атмосферных ливней (ШАЛ).

Анализ точности реконструкции параметров ШАЛ и КЛ является важным этапом обработки экспериментальных данных. Для оценки качества восстановления параметров используются два основных подхода: экспериментальный и модельный.

Первый метод основан на сравнении результатов обработки данных исследуемой и опорной установок и подходит для экспериментов, расположенных на одной площадке и регистрирующих одни и те же широкие атмосферные ливни. В рамках этого подхода точность восстановления параметров ШАЛ и КЛ по данным установки Tunka-Grande оценивалась с помощью анализа ШАЛ, зарегистрированных одновременно с черенковскими установками Тунка-133 [2,3] и TAIGA-HiSCORE [2,4] в предположении, что точность восстановления характеристик ШАЛ по данным черенковских установок выше, чем по данным сцинтилляционной установки. При прочих равных условиях это достигается за счет природы наблюдаемых явлений и плотности размещения детекторов. Ключевым преимуществом черенковских установок является регистрация потока света, интегрированного по всем глубинам развития ШАЛ в атмосфере, что обеспечивает значительное сглаживание флуктуаций, присущих заряженной компоненте ШАЛ. Исходя из этого, значения параметров ШАЛ и КЛ, восстановленные по данным черенковских установок, были приняты в качестве опорных. Но, строго говоря, подобный подход позволил получить лишь верхние ограничения на ошибки реконструкции параметров ШАЛ по данным установки Tunka-Grande [3,4], поскольку черенковские установки имеют свои погрешности восстановления.

В основе второго альтернативного метода оценки точности восстановления параметров ШАЛ лежит моделирование процессов развития ШАЛ в атмосфере и взаимодействия вторичных частиц с детекторами установки. В процессе моделирования формируется банк искусственных ливней, содержащий результаты взаимодействия ШАЛ с детекторами установки. Смоделированные события обрабатываются с помощью пакета программ для обработки экспериментальных данных. Точность реконструкции параметров ШАЛ и КЛ определяется путем сравнения восстановленных и исходных значений.

Модельная оценка точности реконструкции параметров ШАЛ и КЛ по данным Tunka-Grande была выполнена посредством сравнительного анализа реконструированных и исходных параметров искусственных ливней, сгенерированных с помощью инструментариев CORSIKA [5] и Geant4 [6].

1. Моделирование установки Tunka-Grande

Моделирование отклика установки Tunka-Grande на вторичные частицы ШАЛ было выполнено в два этапа. На первом шаге с помощью программного пакета CORSIKA (модель электромагнитных взаимодействий — EGS4, модели адронных взаимодействий — QGSJET-II-04, Geisha) [5] были смоделированы 1 600 000 искусственных ливней (по 50 000 на каждую вариацию зенитного угла и энергии). Параметры моделирования: первичная частица — протон, энергетический диапазон $15 \leq \lg(E/1 \text{ eV}) \leq 16.75$ с шагом 0.25, зенитные углы — $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, диапазон азимутальных углов $0^\circ - 360^\circ$, положение оси ШАЛ — равномерно разыграно внутри круга радиусом 800 м с центром координат, совпадающим с координатами центральной станции Tunka-Grande. На втором этапе в цифровой модели установки Tunka-Grande [7], реализованной с помощью инструментария Geant4 [6], были смоделированы отклики сцинтилляционных станций на частицы ШАЛ.

2. Реконструкция и анализ смоделированных данных

При обработке смоделированных ШАЛ использовалась программа реконструкции экспериментальных данных Tunka-Grande. Алгоритм восстановления параметров ШАЛ по данным Tunka-Grande подробно описан в работах [3,8]. В разд. 2 приведен лишь краткий обзор с уточнением тех этапов реконструкции, которые связаны с восстановлением пространственного распределения заряженных частиц ШАЛ и энергии.

Направление прихода и положение оси ливня, число заряженных частиц в ШАЛ, параметр возраста ливней и энергия восстанавливаются по энерговыделениям и временем срабатывания наземных детекторов с помощью итеративной процедуры, включающей 3 этапа. На первом шаге вычисляются число и соответствующая плотность попавших в детекторы частиц. Направление прихода ливня восстанавливается по методу треугольника по временам срабатывания наземных детекторов. В процедуре используются до четырех детекторов с максимальной плотностью зарегистрированных частиц. Начальные значения координат положения оси ливня на площадке установки x, y вычисляются с помощью метода центра масс, число заряженных частиц в ШАЛ N_e в нулевом приближении оценивается как среднее взвешенное по плотности частиц и значению функции пространственного распределения частиц при фиксированном возрасте ливня $s = 1$ в сработавших наземных детекторах. На втором этапе направление прихода ливня корректируется за счет учета кривизны фронта ШАЛ [8]. Координаты оси x, y и N_e уточняются методом максимального правдоподобия путем минимизации функции двух переменных x и y модифицированным методом

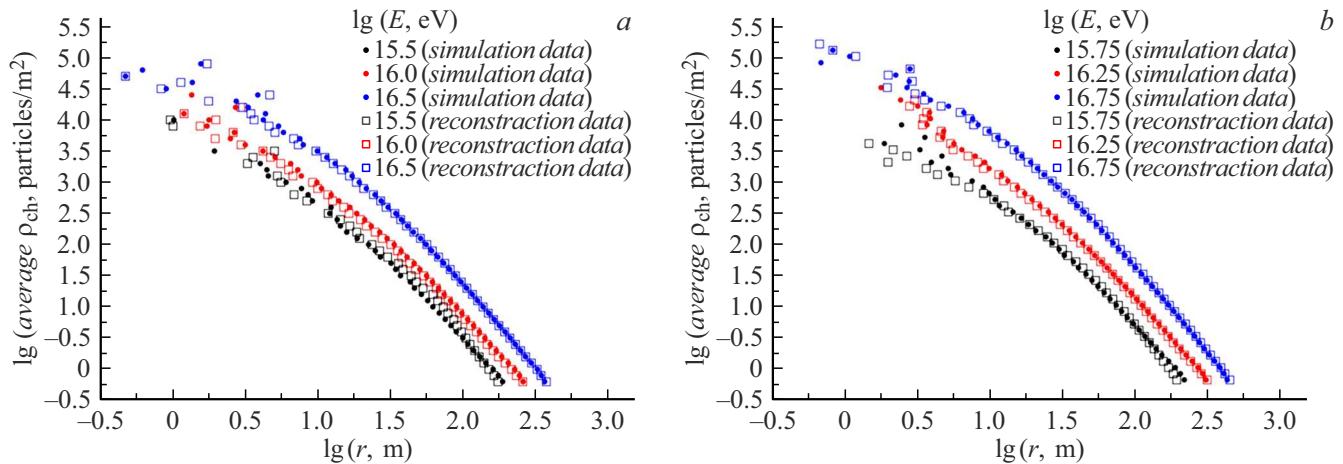


Рис. 1. Плотность частиц в наземных детекторах установки в зависимости от ортогонального расстояния до оси ШАЛ для энергий $\lg(E/1\text{ eV})$ 15.5, 16, 16.5 (a) и 15.75, 16.25, 16.75 (b).

симплексов [9,10] при фиксированном параметре возраста ливня $s = 1$. На последнем этапе также используется метод максимального правдоподобия, но уже с тремя свободными параметрами — x , y , и s . В качестве входных значений используются результаты предыдущего этапа. В завершение вычисляется плотность заряженных частиц на расстоянии 200 м от оси ШАЛ ρ_{200} и восстанавливается первичная энергия [8].

Ключевым моментом процедуры реконструкции является восстановление пространственного распределения вторичных частиц в ШАЛ. Пространственное распределение заряженных частиц в ШАЛ восстанавливается с помощью вариации функции Нишимуры–Каматы–Грейзена, полученной эмпирическим путем на установке ШАЛ-МГУ [11]. В качестве функции пространственного распределения (ФПР) мюонов используется функция Грейзена [12]. В остальном восстановление числа мюонов в ШАЛ N_μ по данным мюонных детекторов выполняется по тому же алгоритму, параллельно с анализом данных наземных детекторов.

Процедура восстановления была применена ко всем событиям ШАЛ с тремя и более сработавшими наземными детекторами. На рис. 1, a, b представлено сравнение усредненных смоделированных и расчетных плотностей заряженных частиц для ливней с фиксированной энергией в диапазоне $15.5 \leq \lg(E/1\text{ eV}) \leq 16.75$. Кружки соответствуют распределению смоделированных плотностей частиц в наземных детекторах в зависимости от расстояния до смоделированной оси ШАЛ, квадраты — распределению расчетных плотностей частиц в зависимости от расстояния до восстановленной оси ливня. Реконструированные плотности заряженных частиц получены путем решения обратной задачи с использованием вычисленных для каждого детектора значений ФПР и восстановленного N_e в ШАЛ.

Результаты моделирования подтвердили экспериментальную оценку пороговой энергии регистрации ШАЛ

на площади установки — эффективность регистрации искусственных ливней с $E = 10\text{ PeV}$ в круге радиусом 400 м составила $\approx 95\%$. Радиус круга эффективной регистрации растет с увеличением энергии ШАЛ и для ливней с $E = 30\text{ PeV}$ достигает 650 м, что значительно превышает размер самой установки. Однако сравнение восстановленных и исходных параметров внешних ШАЛ показало, что в текущей конфигурации установки Tunka-Grande анализ ливней, упавших за ее пределами, требует отдельного рассмотрения. В первую очередь это касается вертикальных ШАЛ. В таких событиях положение оси ливня восстанавливается внутри установки, притягиваясь к локальному максимуму плотности частиц, который может наблюдаться как в станции внешнего, так и в станции внутреннего круга.

Для исключения подобных событий были введены дополнительные условия отбора: 1) в случае, если в событии сработало менее 6 станций, число внутренних сработавших станций превышает или равно числу внешних сработавших станций; 2) если станция с максимальной плотностью заряженных частиц принадлежит внешнему кругу, число зарегистрированных в ней частиц не меньше 50; 3) расстояние между восстановленным положением оси ШАЛ и станцией с максимальным числом заряженных частиц ≤ 150 м.

По оставшимся после дополнительного прореживания ливням были оценены точность восстановления положения оси и направления прихода ШАЛ и первичной энергии.

3. Модельная оценка

Угловое разрешение установки Tunka-Grande оценивалось по 68 процентилю в распределении событий в зависимости от плоского угла ψ между восстановленным и исходным направлением прихода ШАЛ, точность восстановления положения оси ШАЛ — по 68

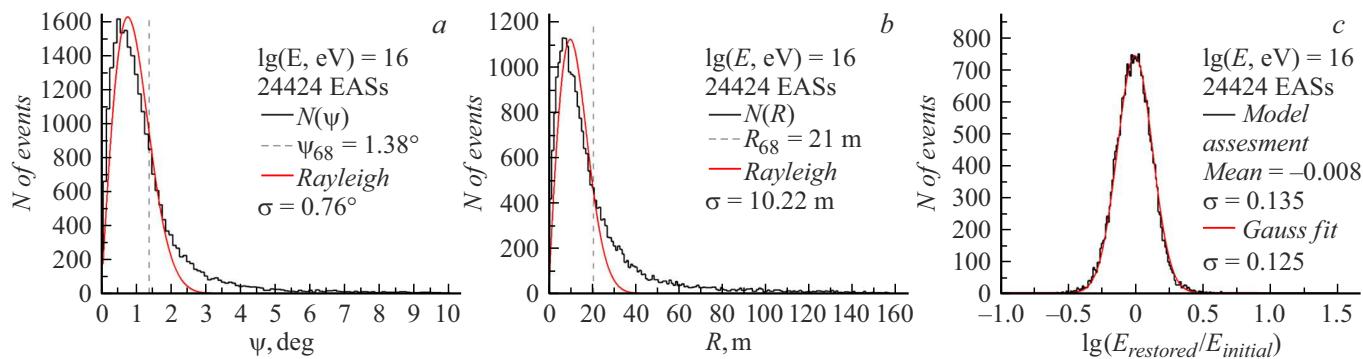


Рис. 2. Распределения событий ($E = 10 \text{ PeV}$, $0^\circ — 45^\circ$, положение оси в круге радиусом 400 м) по параметрам — ψ (a), R (b) и $\lg(E_{\text{restored}}/E_{\text{initial}})$ (c).

Ошибки восстановления параметров ШАЛ

$\lg(E/\text{eV})$	15.	15.25	15.5	15.75	16.	16.25	16.5	16.75
$\psi_{68}, {}^\circ$	3.4	2.8	2.2	1.7	1.4	1.2	1.1	1
R_{68}, m	81	68	50	31	21	15	12	10
$\sigma_E, \%$	86	73	55	43	36	34	30	26

процентилю в распределении событий в зависимости от расстояния R между восстановленным и исходным положением оси ливня. Ошибка восстановления энергии σ_E вычислялась по среднеквадратичному отклонению σ в распределении событий по логарифму отношения восстановленной энергии к заданной ($\sigma_E = (10^\sigma - 1) \cdot 100\%$). Рис. 2 демонстрирует точность восстановления направления прихода (рис. 2, a), положения оси (рис. 2, b) и энергии (рис. 2, c) смоделированных ливней с энергией 10 PeV, пришедших под углом $0^\circ — 45^\circ$ на площадь установки, ограниченную кругом радиусом 400 м. Вертикальные штриховые линии на рис. 2, a, b соответствуют значениям параметров ψ и R , в пределах которых содержится 68 % значений соответствующих искомых распределений. Модельная оценка точности восстановления параметров ШАЛ с энергиями в диапазоне $15. \leq \lg(E/1 \text{ eV}) \leq 16.75$ по данным установки Tunka-Grande представлена в таблице.

4. Сравнение с результатами экспериментальной оценки

Анализ совместных событий Tunka-Grande с черенковскими установками Тунка-133 и TAIGA-HISCORE показал, что при восстановлении событий с энергией $E \geq 10 \text{ PeV}$, ограниченных зенитным углом прихода 45° , угловое разрешение сцинтилляционной установки составляет 2.3° , точность восстановления положения оси не хуже 26 м, энергетическое разрешение — 36 % [8]. Итоги модельной оценки (см. таблицу) несколько лучше результатов, полученных экспериментально. Это объяс-

няется тем, что экспериментальная оценка позволяет получить только суммарную погрешность, включающую ошибки каждой из участвующих в анализе установок.

Заключение

По результатам модельной оценки при регистрации ливней с энергией $E > 10 \text{ PeV}$, пришедших на площадь установки Tunka-Grande под углом до 45° , текущая методика позволяет восстанавливать положение оси ШАЛ с погрешностью не более 26 м, направление прихода с точностью не хуже 1.4° и первичную энергию с ошибкой не более 36 %. Полученные значения демонстрируют хорошее согласие с итогами экспериментальной оценки и доказывают эффективность использования установки Tunka-Grande в качестве инструмента для исследования первичных КЛ и поиска диффузных гамма-квантов в энергетическом диапазоне 10 PeV — 1 EeV.

Финансирование работы

Работа выполнена на базе УНУ „Астрофизический комплекс МГУ-ИГУ“. Исследование поддержано Российским научным фондом (проект 23-72-00016 (разд. 3), 23-72-00054 (разд. 4)) и Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (проекты FZZE-2024-0005, FZZE-2026-0006, FSUS-2025-0008).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] А.Л. Иванова, И.И. Астапов, П.А. Безъязыков, Е.А. Бонвич, А.Н. Бородин, Н.М. Буднев, А.В. Булан, А. Vaidyanathan, Н.В. Волков, П.А. Волчугов, Д.М. Воронин, А.Р. Гафаров, А.Ю. Гармаш, В.М. Гребенюк, О.А. Гресь, Т.И. Гресь, Е.О. Гресь, А.А. Гринюк, О.Г. Гришин, А.Н. Дячок, Д.П. Журов, А.В. Загородников, А.Д. Иванова, М.А. Илюшин,

- Н.Н. Калмыков, В.В. Киндин, С.Н. Кирюхин, В.А. Кожин, Р.П. Кокоулин, Н.И. Колосов, К.Г. Компаниец, Е.Е. Коростелева, Е.А. Кравченко, А.П. Крюков, Л.А. Кузьмичев, А. Chiavassa, М.В. Лаврова, А.А. Лагутин, Ю.Е. Лемешев, Б.К. Лубсандоржиев, Н.Б. Лубсандоржиев, С.Д. Малахов, Р.Р. Миргазов, Р.Д. Монхоеv Э.А. Окунева, Э.А. Осипова, А. Пан, А.Д. Панов, Л.В. Паньков, А.Л. Пахоруков, А.А. Петрухин, Д.А. Подгрудков, Е.Г. Попова, Е.Б. Постников, В.В. Просин, В.С. Птушкин, А.А. Пушнин, Р.И. Райкин, А.В. Разумов, Г.И. Рубцов, Е.В. Рябов, И. Сатышев, В.С. Самолига, Л.Г. Свешникова, А.Ю. Сидоренков, А.А. Силаев, А.А. Силаев (мл.), А.В. Скурихин, А.В. Соколов, В.А. Таболенко, А.Б. Танаев, М.Ю. Терновой, Л.Г. Ткачев, Н.А. Ушаков, Д.В. Чернов, И.И. Яшин. ЖТФ, **93** (12), 1799 (2023). DOI: 10.61011/JTF.2023.12.56825.f235-23
- [2] И.И. Астапов, П.А. Безъязыков, М. Бланк, Е.А. Бонвич, А.Н. Бородин, М. Брюкнер, Н.М. Буднев, А.В. Булан, А. Вайдянатан, Р. Вишневский, Н.В. Волков, П.А. Волчугов, Д.М. Воронин, А.Р. Гафаров, О.А. Гресс, Т.И. Гресс, О.Г. Гришин, А.Ю. Гармаш, В.М. Гребенюк, А.А. Гринюк, А.Н. Дячок, Д.П. Журов, А.В. Загородников, А.Л. Иванова, Н.Н. Калмыков, В.В. Кинди, С. Н. Кирюхин, Р.П. Кокоулин, К.Г. Компаниец, Е.Е. Коростелева, В.А. Кожин, Е.А. Кравченко, А.П. Крюков, Л.А. Кузьмичев, А. Кьявасса, А.А. Лагутин, М.В. Лаврова, Ю.Е. Лемешев, Б.К. Лубсандоржиев, Н.Б. Лубсандоржиев, Р.Р. Миргазов, Р.Мирзоян, Р.Д. Монхоеv, Е.А. Осипова, А.Л. Пахоруков, А. Пан, М.И. Панасюк, Л.В. Паньков, А.А. Петрухин, Д.А. Подгрудков, В.А. Полещук, Е.Г. Попова, А. Порелли, Е.Б. Постников, В.В. Просин, В.С. Птушкин, А.А. Пушнин, А.В. Разумов, Р.И. Райкин, Г.И. Рубцов, Е.В. Рябов, Я.И. Сагань, В.С. Самолига, И. Сатышев, А.А. Силаев, А.А. Силаев (мл.), А.Ю. Сидоренков, А.В. Скурихин, А.В. Соколов, Л.Г. Свешникова, Я.В. Суворкин, В.А. Таболенко, А.Б. Танаев, Б.А. Таращанский, М.Ю. Терновой, Л.Г. Ткачев, М. Тлужиконт, Н.А. Ушаков, Д. Хорнс, Д.В. Чернов, И.И. Яшин. ЖЭТФ, **161** (4), 548 (2022). DOI: 10.31857/S0044451022040095
- [3] Р.Д. Монхоеv, И.И. Астапов, П.А. Безъязыков, Е.А. Бонвич, А.Н. Бородин, Н.М. Буднев, А.В. Булан, А. Вайдянатан, Н.В. Волков, П.А. Волчугов, Д.М. Воронин, А.Р. Гафаров, Е.О. Гресь, О.А. Гресь, Т.И. Гресь, О.Г. Гришин, А.Ю. Гармаш, В.М. Гребенюк, А.А. Гринюк, А.Н. Дячок, Д.П. Журов, А.В. Загородников, А.Д. Иванова, А.Л. Иванова, М.А. Илюшин, Н.Н. Калмыков, В.В. Киндин, С.Н. Кирюхин, Р.П. Кокоулин, Н.И. Колосов, К.Г. Компаниец, Е.Е. Коростелева, В.А. Кожин, Е.А. Кравченко, А.П. Крюков, Л.А. Кузьмичев, А. Кьявасса, А.А. Лагутин, М.В. Лаврова, Ю.Е. Лемешев, Б.К. Лубсандоржиев, Н.Б. Лубсандоржиев, С.Д. Малахов, Р.Р. Миргазов, Э.А. Окунева, Э.А. Осипова, А.Д. Панов, А.Л. Пахоруков, А. Пан, Л.В. Паньков, А.А. Петрухин, Д.А. Подгрудков, Е.Г. Попова, Е.Б. Постников, В.В. Просин, В.С. Птушкин, А.А. Пушнин, А.В. Разумов, Р.И. Райкин, Г.И. Рубцов, Е.В. Рябов, В.С. Самолига, И. Сатышев, Л.Г. Свешникова, А.А. Силаев, А.А. Силаев, А.Ю. Сидоренков, А.В. Скурихин, А.В. Соколов, В.А. Таболенко, А.Б. Танаев, Б.А. Таращанский, М.Ю. Терновой, Л.Г. Ткачев, Н.А. Ушаков, Д.В. Чернов, И.И. Яшин. Изв. РАН. Сер. физ., **87** (7), 954 (2023). DOI: 10.31857/S0367676523701673
- [4] А.Л. Иванова, Р. Monkhoev, И. Астапов, Р. Bezyazeekov, М. Blank, Е. Bonvech, А. Borodin, М. Brückner, N. Budnev, А. Bulan, D. Chernov, А. Chiavassa, А. Dyachok, А. Gafarov, А. Garmash, V. Grebenyuk, Е. Gress, O. Gress, T. Gress, А. Grinyuk, O. Grishin, D. Horns, А.Д. Ivanova, N. Kalmykov, V. Kindin, S. Kiryuhin, R. Kokoulin, K. Kompaniets, E. Korosteleva, V. Kozhin, E. Kravchenko, A. Kryukov, L. Kuzmichev, A. Lagutin, M. Lavrova, Y. Lemeshev, B. Lubsandorzhiev, N. Lubsandorzhiev, A. Lukanov, D. Lukyantsev, S. Malakhov, R. Mirgazov, R. Mirzoyan, E. Osipova, A. Pakhorukov, L. Pankov, A. Pan, A. Panov, A. Petrukhin, I. Poddubnyi, D. Podgrudkov, V. Poleschuk, V. Ponomareva, E. Popova, A. Porelli, E. Postnikov, V. Prosin, V. Ptuskin, A. Pushnin, R. Raikin, A. Razumov, G. Rubtsov, E. Ryabov, Y. Sagan, V. Samoliga, A. Satyshev, A. Silaev, A. Silaev (junior), A. Sidorenkov, S. Sinegovsky, A. Skurikhin, A. Sokolov, V. Sulakov, L. Sveshnikova, V. Tabolenko, B. Tarashchansky, L. Tkachev, M. Tluczykont, A. Tanaev, M. Ternovoy, R. Togoo, N. Ushakov, A. Vaidyanathan, P. Volchugov, N. Volkov, D. Voronin, R. Wischnewski, A. Zagorodnikov, A. Zhaglova, D. Zhurov, I. Yashin. J. Phys. Conf. Ser., **2156**, 012196 (2021). DOI: 10.1088/1742-6596/2156/1/012196
- [5] R. Engel, D. Heck, T. Huege, T. Pierog, M. Reininghaus, F. Riehn, R. Ulrich, M. Unger, D. Veberič. Comput. Softw. Big Sci., **3** (1), 2 (2019). DOI: 10.1007/s41781-018-0013-0
- [6] S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce, M. Asai, D. Axen, S. Banerjee, G. Barrand, F. Behner, L. Bellagamba, J. Boudreau, L. Broglia, A. Brunengo, H. Burkhardt, S. Chauvie, J. Chuma, R. Chytracek, G. Cooperman, G. Cosmo, P. Degtyarenko, A. Dell'Acqua, G. Depaola, D. Dietrich, R. Enami, A. Feliciello, C. Ferguson, H. Fesefeldt, G. Folger, F. Foppiano, A. Forti, S. Garelli, S. Giani, R. Giannitrapani, D. Gibin, J.J. GómezCadenas, I. González, G. Gracia Abril, G. Greniaus, W. Greiner, V. Grichine, A. Grossheim, S. Guatelli, P. Gumplinger, R. Hamatsu, K. Hashimoto, H. Hasui, A. Heikkinen, A. Howard, V. Ivanchenko, A. Johnson, F.W. Jones, J. Kallenbach, N. Kanaya, M. Kawabata, Y. Kawabata, M. Kawaguti, S. Kelner, P. Kent, A. Kimura, T. Kodama, R. Kokoulin, M. Kossov, H. Kurashige, E. Lamanna, T. Lampén, V. Lara, V. Lefebure, F. Lei, M. Liendl, W. Lockman, F. Longo, S. Magni, M. Maire, E. Medernach, K. Minamimoto, P. MoradeFreitas, Y. Morita, K. Murakami, M. Nagamatu, R. Nartallo, P. Nieminen, T. Nishimura, K. Ohhtubo, M. Okamura, S. O'Neale, Y. Oohata, K. Paech, J. Perl, A. Pfeiffer, M.G. Pia, F. Ranjard, A. Rybin, S. Sadilov, E. DiSalvo, G. Santin, T. Sasaki, N. Savvas, Y. Sawada, S. Scherer, S. Sei, V. Sirotenko, D. Smith, N. Starkov, H. Stoecker, J. Sulkimo, M. Takahata, S. Tanaka, E. Tcherniaev, E. SafaiTehrani, M. Tropeano, P. Truscott, H. Uno, L. Urban, P. Urban, M. Verderi, A. Walkden, W. Wander, H. Weber, J.P. Wellisch, T. Wenaus, D.C. Williams, D. Wrigh, T. Yamada, H. Yoshida, D. Zschiesche. Nucl. Instrum. Meth. A, **506**, 250 (2003). DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8
- [7] R. Monkhoev M. Ternovoy, I. Астапов, Р. Bezyazeekov, А. Borodin, М. Brückner, N. Budnev, А. Chiavassa, А. Dyachok, А. Gafarov, А. Garmash, V. Grebenyuk, O. Gress, T. Gress, А. Grinyuk, O. Grishin, D. Horns, А. Igoshin, А. Ivanova, Al. Ivanova, N. Kalmykov, V. Kindin, S. Kiryuhin, R. Kokoulin, K. Kompaniets,

- E. Korosteleva, V. Kozhin, E. Kravchenko, A. Kryukov, L. Kuzmichev, A. Lagutin, Y. Lemeshev, B. Lubsandorzhiev, N. Lubsandorzhiev, D. Lukyantsev, S. Malakhov, R. Mirgazov, R. Mirzoyan, E. Osipova, A. Pakhorukov, L. Pankov, A. Petrukhin, I. Poddubnyi, V. Poleschuk, V. Ponomareva, M. Popesku, E. Popova, A. Porelli, E. Postnikov, V. Prosin, V. Ptuskin, A. Pushnin, R. Raikin, G. Rubtsov, E. Ryabov, Y. Sagan, V. Samoliga, B. Sabirov, A. Silaev, A. Sidorenkov, S. Sinegovsky, A. Skurikhin, V. Slunecka, A. Sokolov, Y. Suvorkin, L. Sveshnikova, V. Tabolenko, B. Tarashchansky, L. Tkachev, M. Tluczykont, A. Tanaev, R. Togoo, N. Ushakov, A. Vaidyanathan, P. Volchugov, D. Voronin, R. Wischnewski, A. Zagorodnikov, A. Zhaglova, D. Zhurov, I. Yashin. *J. Phys.: Conf. Ser.*, **2103**, 012001 (2021). DOI: 10.1088/1742-6596/2103/1/012001
- [8] Р.Д. Монхоеv. Письма в журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра, **20** (5 (250)), 1117 (2023). DOI: 10.1134/S1547477123050552
- [9] J.A. Nelder, R. Mead. *Comp. J.*, **7**, 308 (1964).
- [10] Д. Химмельблau. *Прикладное нелинейное программирование* (Мир, М., 1975), 534 с.
- [11] Y.A. Fomin, N.N. Kalmykov, I.S. Karpikov, G.V. Kulikov, M.Yu. Kuznetsov, G.I. Rubtsov, V.P. Sulakov, S.V. Troitsky. *JINST*, **11** (08), T08005 (2016). DOI: 10.1088/1748-0221/11/08/T08005
- [12] K. Greisen. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **10** (1), 63 (1960).