

Разработка метода анализа данных лазерной локации Луны

© А.А. Загидуллин,¹ Ю.А. Нефедьев,¹ Н.К. Петрова,^{1,3} Y. Jiangau,² А.О. Андреев³

¹ Казанский (Приволжский) федеральный университет,
420008 Казань, Россия

² Уханьский университет,
Ухань, провинция Хубэй, Китай

³ Казанский государственный энергетический университет,
420066 Казань, Россия

e-mail: yura.nefedyev@gmail.com, jgyan@whu.edu.cn, andreev.alexey93@gmail.com

Поступило в Редакцию 1 мая 2025 г.

В окончательной редакции 21 июля 2025 г.

Принято к публикации 22 июля 2025 г.

Разработан метод анализа современных наблюдений лазерной локации Луны. Рассмотрены основные элементы алгоритма редукции лазерной локации Луны. Приведено описание особенностей вычислительного процесса с определением собственных остаточных разностей, а также взаимосвязь теоретического построения вращения Луны с лазерной локацией с целью получения новых планетофизических данных.

Ключевые слова: физическая либрация Луны, редукция наблюдений лазерной локации Луны.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61782.224-25

При редукции данных лазерной локации Луны (ЛЛЛ) [1] основной наблюдаемой величиной является время излучения и регистрации сигнала лазерным дальномером. Таким образом, взаимосвязь наблюдений с теорией вращения Луны осуществляется через решение обратной задачи. При обработке данных ЛЛЛ следует принимать во внимание тот факт, что за время распространения сигнала от лазера уголковый отражатель, находящийся на Луне, и лазерный дальномер, находящийся на поверхности Земли, изменяют свои положения в пространстве из-за движения Земли и Луны [2,3]. Кроме того, важно исследовать множество других факторов, влияющих на движение небесных тел. Необходимо знать точные эфемериды небесных тел (как минимум для твердотельной модели) и модели расчета приливных сил, учитывать отклонение светового луча вследствие искривления пространства-времени при его движении между Землей и Луной и временную задержку [4] в процессе прохождения сигнала через атмосферу Земли. Все это делает задачу по созданию метода обработки данных ЛЛЛ достаточно сложной еще до этапов решения обратной задачи и процесса моделирования влияния внешних эффектов.

Пусть имеется три момента времени: t_1 — время испускания сигнала, t_2 — время отражения сигнала от рефлектора, t_3 — время прихода сигнала на станцию (см. рисунок). В качестве базовой инерциальной системы отсчета будет выступать барицентрическая небесная система координат BCRS (Barycentric Celestial Reference System), а время будет измеряться в шкале барицентрического динамического времени TDB (Barycentric Dynamical Time). На рисунке В — барицентр, S — положение уголкового отражателя на поверхности Луны, G — лазерная оптическая система на Земле. Следует сказать, что особенностью BCRS является то, что начало

координат совпадает с барицентром Солнечной системы, т.е. центром масс всей Солнечной системы.

Промежуток времени между излучением лазерного сигнала и приемом его отраженного луча оптической системой может быть записан, как

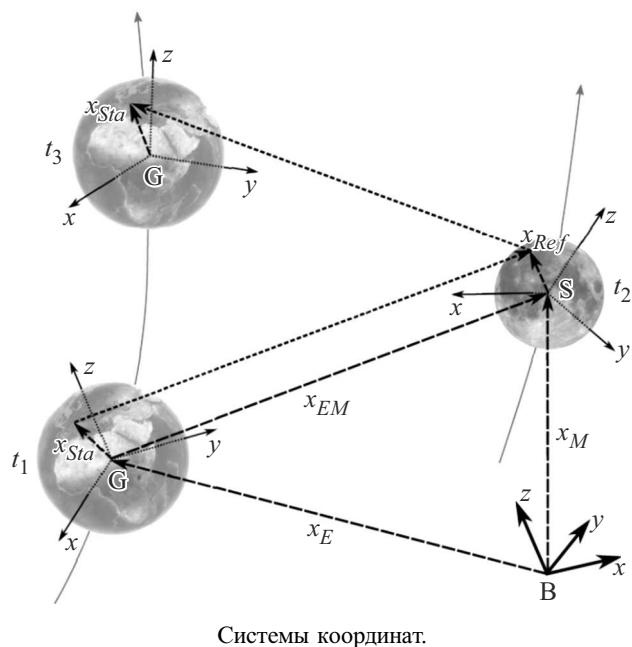
$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{|l_{BCRS}(t_2) - s_{BCRS}(t_1)|}{c} \\ &+ \Delta_{grav}(t_1, t_2) + \Delta_{atm}(t_1, t_2), \\ t_3 - t_2 &= \frac{|s_{BCRS}(t_3) - l_{BCRS}(t_2)|}{c} \\ &+ \Delta_{grav}(t_3, t_2) + \Delta_{atm}(t_3, t_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где Δ_{grav} — гравитационная задержка, Δ_{atm} — атмосферная задержка на пути следования сигнала.

Для расчета векторов станции и рефлектора воспользуемся рекомендацией IAU (International Astronomical Union) по конвенции IERS 2010 (International Earth Rotation and Reference Systems Service) [2]:

$$\begin{aligned} s_{BCRS} &= r_E + s_{GCRS} \left(1 - \frac{U_E}{c^2} - L_c \right) \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}_E \cdot s_{GCRS}}{c^2} \right) \dot{r}_E, \end{aligned} \quad (2)$$

где r_E — положение центра Земли относительно барицентра, а s_{GCRS} — координаты станции в инерциальной геоцентрической небесной системе отсчета, исправленные за счет приливных и других задержек, U_E — гравитационный потенциал в центре Земли без учета массы Земли, $L_c = 1.48082686741 \cdot 10^{-8}$ — релятивистский параметр. Координаты станций можно найти следующим



Системы координат.

образом:

$$S_{GCRS} = R_{T2C}(S_{TRS} + \Delta_{pole} + \Delta_{solid} + \Delta_{ocean}), \quad (3)$$

где R_{T2C} — матрица поворота из земной системы отсчета TRS (Terrestrial Reference System), которая вращается вместе с Землей, в GCRS (Geocentric Celestial Reference System), вектор S_{TRS} состоит из трех компонент положения станции, Δ — поправки к координатам станций, возникающие вследствие полюсного движения, твердотельных и океанических приливов.

Аналогичные уравнения можно записать для получения координат рефлекторов:

$$l_{BCRS} = \mathbf{r}_M + l_{LCRS} \left(1 - \frac{U_M}{c^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{r}_M - l_{LCRS}}{c^2} \right) \dot{r}_M, \\ l_{LCRS} = R_{L2C} l_{PA} + \Delta_{solid\ moon}^{(E)} + \Delta_{solid\ moon}^{(S)}, \quad (4)$$

где l_{LCRS} — вектор координат рефлекторов в инерциальной (невращающейся) сelenоцентрической системе координат (где LCRS — Lunar Celestial Reference System), \mathbf{r}_M — барицентрический вектор центра Луны, U_M — гравитационный потенциал без учета массы Луны, R_{L2C} — матрица преобразования из вращающейся системы отсчета в LCRS, l_{PA} — вектор координат станций в системе отсчета, связанной с главными осями, Δ — приливная добавка от Земли и Солнца. Формулу для приливной задержки можно записать, согласно конвенции IAU IERS2010, как

$$\Delta_{solid\ moon} = \frac{\mu_A R_M^4}{\mu_M r_{MA}^3} \left[\frac{h_2}{2} (3(\mathbf{r}_{MA} \cdot \mathbf{l})^2 - 1) \mathbf{r}_{MA} + 3l_2 (\mathbf{r}_{MA} \cdot \mathbf{l}) (\mathbf{r}_{MA} - (\mathbf{r}_{MA} \cdot \mathbf{l}) \mathbf{l}) \right], \quad (5)$$

где h_2 , l_2 — приливные коэффициенты Лява (Шида), $\mathbf{l} = R_{L2C} l_{PA}$ — единичный вектор в инерциальной системе координат LCRS (с помощью символа кавычек обозначается единичная длина вектора), вектор $\mathbf{r}_{MA} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_M$ — относительное расстояние между Луной и телом, которое создает прилив (A — Земля или Солнце), R_{L2C} — матрица поворота, описывающая физическую либрацию Луны.

Необходимо отметить, что время отправки сигнала дано в шкале всемирного координированного времени UTC, однако в наших расчетах используется шкала TDB. Для перевода времени воспользуемся набором данных под названием C04 [4], описывающим немоделируемые эффекты в небесном полюсе. В данный набор включены координаты земного полюса, поправка к небесному полюсу и приведены разности UT1–UTC с шагом в один день.

Чтобы получить координаты небесного полюса, воспользуемся моделью, заложенной стандартом IAU в комплексе программ SOFA. Для работы программы следует загрузить средние долготы планет Солнечной системы. Таблицы прецессии по модели IAU 2006 и нутации по модели IAU 2000A приложены в коде программы. Момент времени для повышения точности задается по следующей формуле:

$$T = ((\text{DATE1} - \text{DJ00}) + \text{DATE2}) / \text{DJC}, \quad (6)$$

где DJC равен 36525. Программа возвращает две компоненты небесного полюса в радианах.

Если к полученным компонентам добавить поправку из решения IERS C04 [5], то можно получить истинные (мгновенные) значения небесного полюса. Для получения координат земного полюса необходимо рассчитать внутрисуточные колебания, вызванные приливами со стороны океана, эффекты либрации и дополнительные колебания шкалы UT1.

После получения всех поправок можно рассчитать матрицу поворота R_{T2C} iau_C2TXY из программного комплекса SOFA [6]. На вход поступают времена в двух разных шкалах — в TT (сумма двух времен TTA + TTВ) и в UT1 (сумма UTA + UTВ), также на вход подаются единичные компоненты небесного и земного полюсов. На выходе можно получить матрицу размерностью 3 × 3, позволяющую перейти из геоцентрической в земную систему отсчета. Для наших целей необходима обратная или транспонированная матрица.

При использовании земной системы отсчета в компоненты станций необходимо внести поправки на приливы, так как система строится так, чтобы не учитывать мгновенные значения смещений пунктов. Первая поправка — смещение полюса Земли Δ_{pole} . Она также рассчитывается на основе IAU IERS 2010, где поправка задана в геодезической системе координат, которую следует

перевести в декартову систему координат.

$$\begin{aligned} S_r &= -33 \sin(2\theta)(m_1 \cos(\lambda) + m_2 \sin(\lambda)); \\ S_\theta &= -9 \cos(2\theta)(m_1 \cos(\lambda) + m_2 \sin(\lambda)); \\ S_\lambda &= 9 \cos(\theta)(m_1 \cos(\lambda) - m_2 \sin(\lambda)), \end{aligned} \quad (7)$$

где символом m обозначено отличие координатного положения земного полюса, согласно CO4, от положения, задаваемого в IERS 2010.

Твердотельные приливы Δ_{tidal} к станциям рассчитываются на основе программы, разработанной в работе [7]. При использовании данной программы вводятся координаты станций, Солнца, Луны в геоцентрической системе, а также значение времени наблюдения. Программа возвращает вектор смещения станции из-за лунных и солнечных приливов. Океанические приливы Δ_{ocean} рассчитываются на основе программы, использующей приливную океаническую модель FES2012. Далее остается учесть две последние поправки — гравитационную Δ_{grav} и атмосферную Δ_{atm} . Для учета атмосферной задержки используется программа [8], где на входе вводится широта и долгота места наблюдения, и далее, на основе на температуры и угла, под которым был выпущен лазерный сигнал (с учетом поправки на сжатие), рассчитывается функция сжатия. Угол можно найти по формуле:

$$position = \frac{position}{1 - f(2 - f)}, \quad (8)$$

$$TEA = \arcsin(\cos(position, direction)), \quad (9)$$

где $position$ — вектор координат станций, $direction$ — направление на рефлектор, f — сжатие Земли. На основе данной функции сжатия можно, используя программу [5], на вход которой подаются геодезическая широта, высота над эллипсоидом, давление на поверхности, длина волн лазера и давление водяного пара, рассчитать зенитную задержку (в метрах), которую необходимо разделить на скорость для получения поправки в единицах времени.

Физический смысл гравитационной задержки состоит в искривлении пространства [9], которое, в свою очередь, приводит к временной задержке сигнала. Необходимо обратить внимание на то, что данную задержку следует рассчитывать для двух участков времени: при движении сигнала от Земли к Луне и при движении сигнала от Луны к Земле. В формуле, представленной ниже, при вычислениях расстояние от возмущающего тела до траектории выбирается минимальным. Не учет данного фактора приводит к тому, в логарифме будет фигурировать отрицательная величина:

$$\begin{aligned} c(t_2 - t_0) &= R_{20} + \sum \frac{2GM_A}{c^2} \ln \frac{R_{2A} + R_{0A} + R_{20}}{R_{2A} + R_{0A} - R_{20}} \\ &+ \frac{8G^2M_s^2}{c^4} \frac{R_{20}}{R_{20}^2 - (R_{2S} + R_{0S})^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} c(t_0 - t_1) &= R_{01} + \sum \frac{2GM_A}{c^2} \ln \frac{R_{1A} + R_{0A} + R_{01}}{R_{1A} + R_{0A} - R_{01}} \\ &+ \frac{8G^2M_s^2}{c^4} \frac{R_{01}}{R_{01}^2 - (R_{1S} + R_{0S})^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

На этом процесс описания алгоритма обработки лазерной локации завершен.

В заключение дадим краткое описание результатов, полученных в работе [1], методика которой стала основой нашего исследования, и возможностей предлагаемого нами алгоритма анализа ЛЛЛ. Как показано в [1], совместное использование DE430 и ЕРМ с моделями IERS Conventions 2010 позволило снизить невязки ЛЛЛ до 1–3 см. На основе анализа остаточных разностей О–С из исследования [1] для станции CERGA получены значения 2.4–2.7 см (YAG-лазер, 1987–2005) и 2.2–2.7 см (МеO-лазер, 2009–2013). Причем уменьшение невязок О–С достигнуто за счет фиксации части параметров (например, гравитационных коэффициентов от GRAIL), что снизило число подгоняемых параметров, а также за счет учета более точных моделей приливов (IERS vs. DE) благодаря введению эмпирических поправок (например, дополнительных членов в либрации). Наш метод, оптимизирующий расчет R_{T2C} и поправок $\Delta_{solidmoon}$, может дополнительно уменьшить систематические погрешности для современных станций (Apache Point, Matera), особенно при обработке коротких серий наблюдений, где традиционные методы менее эффективны.

Ключевое отличие нашего метода — автоматизированный учет нелинейных эффектов в Δ_{grav} и Δ_{atm} (формулы (8)–(11)), что особенно важно для станций с быстрыми изменениями условий наблюдений (например, Matera). Перспективным направлением является адаптация нашего метода для совместного использования с данными GRAIL, что позволит уточнить параметры физической либрации Луны.

Предложенный метод может оптимизировать обработку данных ЛЛЛ за счет комплексного учета различных эффектов и использования современных моделей. Это открывает новые возможности для изучения физической либрации Луны и других планетофизических явлений.

Финансирование работы

Работа поддержана Российским научным фондом, грант 22-72-10059-п.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] D.A. Pavlov, J.G. Williams, V.V. Suvorkin. Celest. Mech. Dyn. Astr., **126**, 61 (2016). DOI: 10.1007/s10569-016-9712-1

- [2] J.-P. Williams, J.L. Bandfield, D.A. Paige, T.M. Powell, B.T. Greenhagen, S. Taylor, P.O. Hayne, E.J. Speyerer, R.R. Ghent, E.S. Costello. *J. Geophys. Research: Planets*, **123**, 2380 (2018). DOI: 10.1029/2018JE005652
- [3] N.K. Petrova, Y.A. Nefedyev, A.O. Andreev, A.A. Zagidullin. *Astronomy Reports*, **64**, 1078 (2020). DOI: 10.1134/S1063772920120094
- [4] M. Zhang, J. Müller, L. Biskupek. *Astronomy & Astrophysics*, **681**, Article Number A5 (2024). DOI: 10.1051/0004-6361/202347643
- [5] Электронный ресурс. Режим доступа: https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL_ZD_HPA.F
- [6] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://iausofa.org/>
- [7] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter7/software/dehantideinel/DEHANTTIDEINEL.F>
- [8] Электронный ресурс. Режим доступа: https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL_A.F
- [9] S.M. Kopeikin. *Astrophys. J.*, **556**, L1 (2001). DOI: 10.1086/322872