

## Разработка метода анализа данных лазерной локации Луны

© А.А. Загидуллин,<sup>1</sup> Ю.А. Нефедьев,<sup>1</sup> Н.К. Петрова,<sup>1,3</sup> Y. Jiangau,<sup>2</sup> А.О. Андреев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
420008 Казань, Россия

<sup>2</sup> Уханьский университет,  
Ухань, провинция Хубэй, Китай

<sup>3</sup> Казанский государственный энергетический университет,  
420066 Казань, Россия

e-mail: yura.nefedyev@gmail.com, jgyan@whu.edu.cn, andreev.alexey93@gmail.com

Поступило в Редакцию 1 мая 2025 г.

В окончательной редакции 21 июля 2025 г.

Принято к публикации 22 июля 2025 г.

Разработан метод анализа современных наблюдений лазерной локации Луны. Рассмотрены основные элементы алгоритма редукции лазерной локации Луны. Приведено описание особенностей вычислительного процесса с определением собственных остаточных разностей, а также взаимосвязь теоретического построения вращения Луны с лазерной локацией с целью получения новых планетофизических данных.

**Ключевые слова:** физическая либрация Луны, редукция наблюдений лазерной локации Луны.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61782.224-25

При редукции данных лазерной локации Луны (ЛЛЛ) [1] основной наблюдаемой величиной является время излучения и регистрации сигнала лазерным дальнометром. Таким образом, взаимосвязь наблюдений с теорией вращения Луны осуществляется через решение обратной задачи. При обработке данных ЛЛЛ следует принимать во внимание тот факт, что за время распространения сигнала от лазера уголкового отражателя, находящийся на Луне, и лазерный дальнометр, находящийся на поверхности Земли, изменяют свои положения в пространстве из-за движения Земли и Луны [2,3]. Кроме того, важно исследовать множество других факторов, влияющих на движение небесных тел. Необходимо знать точные эфемериды небесных тел (как минимум для твердотельной модели) и модели расчета приливных сил, учитывать отклонение светового луча вследствие искривления пространства-времени при его движении между Землей и Луной и временную задержку [4] в процессе прохождения сигнала через атмосферу Земли. Все это делает задачу по созданию метода обработки данных ЛЛЛ достаточно сложной еще до этапов решения обратной задачи и процесса моделирования влияния внешних эффектов.

Пусть имеется три момента времени:  $t_1$  — время испускания сигнала,  $t_2$  — время отражения сигнала от рефлектора,  $t_3$  — время прихода сигнала на станцию (см. рисунок). В качестве базовой инерциальной системы отсчета будет выступать барицентрическая небесная система координат BCRS (Barycentric Celestial Reference System), а время будет измеряться в шкале барицентрического динамического времени TDB (Barycentric Dynamical Time). На рисунке В — барицентр, S — положение уголкового отражателя на поверхности Луны, G — лазерная оптическая система на Земле. Следует сказать, что особенностью BCRS является то, что начало

координат совпадает с барицентром Солнечной системы, т.е. центром масс всей Солнечной системы.

Промежуток времени между излучением лазерного сигнала и приемом его отраженного луча оптической системой может быть записан, как

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{|l_{\text{BCRS}}(t_2) - s_{\text{BCRS}}(t_1)|}{c} \\ &\quad + \Delta_{\text{grav}}(t_1, t_2) + \Delta_{\text{atm}}(t_1, t_2), \\ t_3 - t_2 &= \frac{|s_{\text{BCRS}}(t_3) - l_{\text{BCRS}}(t_2)|}{c} \\ &\quad + \Delta_{\text{grav}}(t_3, t_2) + \Delta_{\text{atm}}(t_3, t_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta_{\text{grav}}$  — гравитационная задержка,  $\Delta_{\text{atm}}$  — атмосферная задержка на пути следования сигнала.

Для расчета векторов станции и рефлектора воспользуемся рекомендацией IAU (International Astronomical Union) по конвенции IERS 2010 (International Earth Rotation and Reference Systems Service) [2]:

$$\begin{aligned} s_{\text{BCRS}} &= r_E + s_{\text{GCRS}} \left( 1 - \frac{U_E}{c^2} - L_c \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{\dot{r}_E \cdot s_{\text{GCRS}}}{c^2} \right) \dot{r}_E, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $r_E$  — положение центра Земли относительно барицентра, а  $s_{\text{GCRS}}$  — координаты станции в инерциальной геоцентрической небесной системе отсчета, исправленные за счет приливных и других задержек,  $U_E$  — гравитационный потенциал в центре Земли без учета массы Земли,  $L_c = 1.48082686741 \cdot 10^{-8}$  — релятивистский параметр. Координаты станций можно найти следующим



перевести в декартову систему координат.

$$\begin{aligned} S_r &= -33 \sin(2\theta)(m_1 \cos(\lambda) + m_2 \sin(\lambda)); \\ S_\theta &= -9 \cos(2\theta)(m_1 \cos(\lambda) + m_2 \sin(\lambda)); \\ S_\lambda &= 9 \cos(\theta)(m_1 \cos(\lambda) - m_2 \sin(\lambda)), \end{aligned} \quad (7)$$

где символом  $m$  обозначено отличие координатного положения земного полюса, согласно СО4, от положения, задаваемого в IERS 2010.

Твердотельные приливы  $\Delta_{tidal}$  к станциям рассчитываются на основе программы, разработанной в работе [7]. При использовании данной программы вводятся координаты станций, Солнца, Луны в геоцентрической системе, а также значение времени наблюдения. Программа возвращает вектор смещения станции из-за лунных и солнечных приливов. Океанические приливы  $\Delta_{ocean}$  рассчитываются на основе программы, использующей приливную океаническую модель FES2012. Далее остается учесть две последние поправки — гравитационную  $\Delta_{grav}$  и атмосферную  $\Delta_{atm}$ . Для учета атмосферной задержки используется программа [8], где на входе вводится широта и долгота места наблюдения, и далее, на основе температуры и угла, под которым был выпущен лазерный сигнал (с учетом поправки на сжатие), рассчитывается функция сжатия. Угол можно найти по формуле:

$$position = \frac{position}{1 - f(2 - f)}, \quad (8)$$

$$TEA = \arcsin(\cos(position, direction)), \quad (9)$$

где  $position$  — вектор координат станций,  $direction$  — направление на рефлектор,  $f$  — сжатие Земли. На основе данной функции сжатия можно, используя программу [5], на вход которой подаются геодезическая широта, высота над эллипсоидом, давление на поверхности, длина волны лазера и давление водяного пара, рассчитать зенитную задержку (в метрах), которую необходимо разделить на скорость для получения поправки в единицах времени.

Физический смысл гравитационной задержки состоит в искривлении пространства [9], которое, в свою очередь, приводит к временной задержке сигнала. Необходимо обратить внимание на то, что данную задержку следует рассчитывать для двух участков времени: при движении сигнала от Земли к Луне и при движении сигнала от Луны к Земле. В формуле, представленной ниже, при вычислениях расстояние от возмущающего тела до траектории выбирается минимальным. Не учет данного фактора приводит к тому, в логарифме будет фигурировать отрицательная величина:

$$\begin{aligned} c(t_2 - t_0) &= R_{20} + \sum \frac{2GM_A}{c^2} \ln \frac{R_{2A} + R_{0A} + R_{20}}{R_{2A} + R_{0A} - R_{20}} \\ &+ \frac{8G^2M_S^2}{c^4} \frac{R_{20}}{R_{20}^2 - (R_{2S} + R_{0S})^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} c(t_0 - t_1) &= R_{01} + \sum \frac{2GM_A}{c^2} \ln \frac{R_{1A} + R_{0A} + R_{01}}{R_{1A} + R_{0A} - R_{01}} \\ &+ \frac{8G^2M_S^2}{c^4} \frac{R_{01}}{R_{01}^2 - (R_{1S} + R_{0S})^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

На этом процесс описания алгоритма обработки лазерной локации завершен.

В заключение дадим краткое описание результатов, полученных в работе [1], методика которой стала основой нашего исследования, и возможностей предлагаемого нами алгоритма анализа ЛЛЛ. Как показано в [1], совместное использование DE430 и EPM с моделями IERS Conventions 2010 позволило снизить невязки ЛЛЛ до 1–3 см. На основе анализа остаточных разностей О–С из исследования [1] для станции CERGA получены значения 2.4–2.7 см (YAG-лазер, 1987–2005) и 2.2–2.7 см (MeO-лазер, 2009–2013). Причем уменьшение невязок О–С достигнуто за счет фиксации части параметров (например, гравитационных коэффициентов от GRAIL), что снизило число подгоняемых параметров, а также за счет учета более точных моделей приливов (IERS vs. DE) благодаря введению эмпирических поправок (например, дополнительных членов в либрацию). Наш метод, оптимизирующий расчет  $R_{T2C}$  и поправок  $\Delta_{solidmoon}$ , может дополнительно уменьшить систематические погрешности для современных станций (Apache Point, Matera), особенно при обработке коротких серий наблюдений, где традиционные методы менее эффективны.

Ключевое отличие нашего метода — автоматизированный учет нелинейных эффектов в  $\Delta_{grav}$  и  $\Delta_{atm}$  (формулы (8)–(11)), что особенно важно для станций с быстрыми изменениями условий наблюдений (например, Matera). Перспективным направлением является адаптация нашего метода для совместного использования с данными GRAIL, что позволит уточнить параметры физической либрации Луны.

Предложенный метод может оптимизировать обработку данных ЛЛЛ за счет комплексного учета различных эффектов и использования современных моделей. Это открывает новые возможности для изучения физической либрации Луны и других планетофизических явлений.

## Финансирование работы

Работа поддержана Российским научным фондом, грант 22-72-10059-п.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] D.A. Pavlov, J.G. Williams, V.V. Suvorkin. Celest. Mech. Dyn. Astr., **126**, 61 (2016). DOI: 10.1007/s10569-016-9712-1

- [2] J.-P. Williams, J.L. Bandfield, D.A. Paige, T.M. Powell, B.T. Greenhagen, S. Taylor, P.O. Hayne, E.J. Speyerer, R.R. Ghent, E.S. Costello. *J. Geophys. Research: Planets*, **123**, 2380 (2018). DOI: 10.1029/2018JE005652
- [3] N.K. Petrova, Y.A. Nefediev, A.O. Andreev, A.A. Zagidullin. *Astronomy Reports*, **64**, 1078 (2020). DOI: 10.1134/S1063772920120094
- [4] M. Zhang, J. Müller, L. Biskupek. *Astronomy & Astrophysics*, **681**, Article Number A5 (2024). DOI: 10.1051/0004-6361/202347643
- [5] Электронный ресурс. Режим доступа: [https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL\\_ZD\\_HPA.F](https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL_ZD_HPA.F)
- [6] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://iausofa.org/>
- [7] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter7/software/dehanttideinel/DEHANTTIDEINEL.F>
- [8] Электронный ресурс. Режим доступа: [https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL\\_A.F](https://iers-conventions.obspm.fr/content/chapter9/software/FCUL_A.F)
- [9] S.M. Kopeikin. *Astrophys. J.*, **556**, L1 (2001). DOI: 10.1086/322872