

# Математическое моделирование влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического излучения

© Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев

Иркутский государственный университет,  
664003 Иркутск, Россия  
e-mail: cmeofs1997@mail.ru, spacemaklay@gmail.com, tanaev.ab@yandex.ru

Поступило в Редакцию 1 мая 2025 г.  
В окончательной редакции 21 июля 2025 г.  
Принято к публикации 21 июля 2025 г.

На основе лучевого приближения и теории возмущений разработан аппарат численно-аналитического моделирования рефракции космического излучения в поле тяготения массивных объектов в окружении случайных плазменных неоднородностей и гравитационного шума. Распространение излучения в поле тяготения рассмотрено, как процесс в евклидовом пространстве с эффективным показателем преломления вакуума, выраженным через гравитационный потенциал. Приведены результаты расчетов стохастического замывания эффектов гравитационного линзирования в зависимости от пространственного расположения источника и приемника излучения для разных типов случайных неоднородностей космической среды.

**Ключевые слова:** электромагнитное излучение, геометрическая оптика, поле тяготения, гравитационные и плазменные неоднородности.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61781.223-25

## Введение

Как известно [1–5], массивные астрофизические объекты вносят заметный вклад в рефракцию электромагнитного излучения при распространении в космической среде. Группа гравитационных объектов приводит к формированию сложных распределений электромагнитного поля. Анализируя такие эффекты, можно переходить к решению обратной задачи по восстановлению параметров среды, а также оценивать характеристики объектов, невидимых в электромагнитном диапазоне, но проявляющихся через гравитационное взаимодействие. Между тем при изучении объектов на космологических расстояниях в структуре принятого излучения могут возникать дополнительные рефракционные эффекты, связанные с влиянием возмущений космической среды. В частности, к таким возмущениям относятся случайные плазменные неоднородности [2,4]. Для детального восстановления возмущающих гравитационных потенциалов скрытых объектов по характеристикам принятого излучения необходимо учитывать не только маскирующее действие космической плазмы, но и присутствие в окружающем пространстве областей стохастических неоднородностей полей тяготения, поскольку последние также могут приводить к частичному замыванию гравитационных эффектов

лучения в поле тяготения использовались стохастические лучевые дифференциальные уравнения в форме Лагранжа–Эйлера в специальной сферической системе координат [6], полученные из вариационного принципа Ферма:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{d\varphi} &= R \operatorname{ctg} \beta, \\ \frac{d\beta}{d\varphi} &= (1 + \sin^2 \beta \operatorname{tg}^2 \alpha) \left( \frac{1}{\tilde{n}} \left( \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{ctg} \beta - R \frac{\partial \tilde{n}}{\partial R} \right) - 1 \right), \\ \frac{d\delta}{d\varphi} &= \operatorname{tg} \alpha, \\ \frac{d\alpha}{d\varphi} &= \frac{1}{\tilde{n}} (1 + \cos^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \beta) \left( \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \delta} - \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \varphi} \operatorname{tg} \alpha \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R, \delta, \varphi$  — радиальная и угловые координаты луча соответственно;  $\alpha, \beta$  — текущие углы рефракции луча;  $\tilde{n}$  — эффективный показатель преломления, учитывающий случайные неоднородности космической среды и аддитивный вклад гравитационных полей объектов в общее поле тяготения [4,5]:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= n_0 + \tilde{n}_1, \quad n_0 = 1 + \frac{R_g}{R} + \sum_{i=1}^N A_i \\ &\times \exp \left[ -b_{\varphi i}(\varphi - \varphi_{Li})^2 - b_{\delta i}(\delta - \delta_{Li})^2 - b_{R i}(R - R_{Li})^2 \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $n_0$  — эффективный показатель преломления регулярного поля тяготения;  $\tilde{n}_1$  — описывает случайные неоднородности космической среды;  $R_g$  — гравитационный радиус основного объекта тяготения;  $N$  — число

## 1. Аппарат численно-аналитического моделирования

Для расчета влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического из-

дополнительных регулярных неоднородностей показателя преломления;  $A_i, \varphi_{Li}, \delta_{Li}, R_{Li}, b_{\varphi i}, b_{\delta i}, b_{Ri}$  — соответственно интенсивность, координаты центра локализации и масштабы  $i$ -го регулярного возмущения поля тяготения. Геометрия задачи соответствует рис. 1 работы [5]. В результате решения системы (1) в приближении метода возмущений (при  $\tilde{n}_1 \ll 1$ ) была получена порождающая система уравнений для расчета рефракции излучения в регулярном поле тяготения (система (1) при  $\tilde{n}_1 = 0$ ), а также система уравнений для расчета дисперсий боковых отклонений лучей в картинной плоскости наблюдателя [4,5]:

$$\frac{d\sigma_\delta^2}{d\varphi} = \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{\pi}{Q}} \left( \frac{DP^2}{Q} + 16 \left( D - \frac{K}{Q} \right) (\varphi J_1 - J_2) \right),$$

$$\frac{dJ_1}{d\varphi} = P^2, \quad \frac{dJ_2}{d\varphi} = \varphi P^2, \quad (3)$$

где

$$P = \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} + \operatorname{ctg}^2 \beta_0, \quad Q = \frac{1}{v_\varphi^2} + \frac{1}{v_\delta^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_0 + \frac{R_0^2}{v_R^2} \operatorname{ctg}^2 \beta_0,$$

$$K = \left( \frac{1}{v_\varphi^2} - \frac{1}{v_\delta^2} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0;$$

$$\mu = \gamma \mu_0,$$

$$\gamma = \exp[-m_R(R - R'_L)^2 - m_\varphi(\varphi - \varphi'_L)^2 - m_\delta(\delta - \delta'_L)^2], \quad (4)$$

$R_0, \delta_0, \alpha_0, \beta_0$  — рефракционные характеристики луча при  $\tilde{n}_1 = 0$ ;  $\mu_0, v_R, v_\varphi, v_\delta$  — интенсивность и пространственные радиусы корреляции неоднородностей космической среды;  $R'_L, \varphi'_L, \delta'_L, m_R, m_\varphi, m_\delta$  — координаты центра и размеры области локализации неоднородностей космической среды. Уравнения (3) получены в предположении, что турбулентность космической среды характеризуется квазиднородным случайнм полем неоднородностей показателя преломления. Для простоты оценок использовалась гауссова форма однородной части корреляционной функции. Отметим, что в общем случае хаотические неоднородности многомасштабной космической среды описываются степенным спектром. Между тем в ряде случаев [7] при расчетах низших моментов флюктуаций направления распространения сигналов просвечивания можно использовать эффективный гауссовский спектр, если в качестве пространственного масштаба неоднородностей считать внешний масштаб космической турбулентности, заданной степенным спектром. Это связано с тем, что высокочастотная часть спектра неоднородностей в большей степени влияет на амплитуду сигнала, чем на его фазу [7].

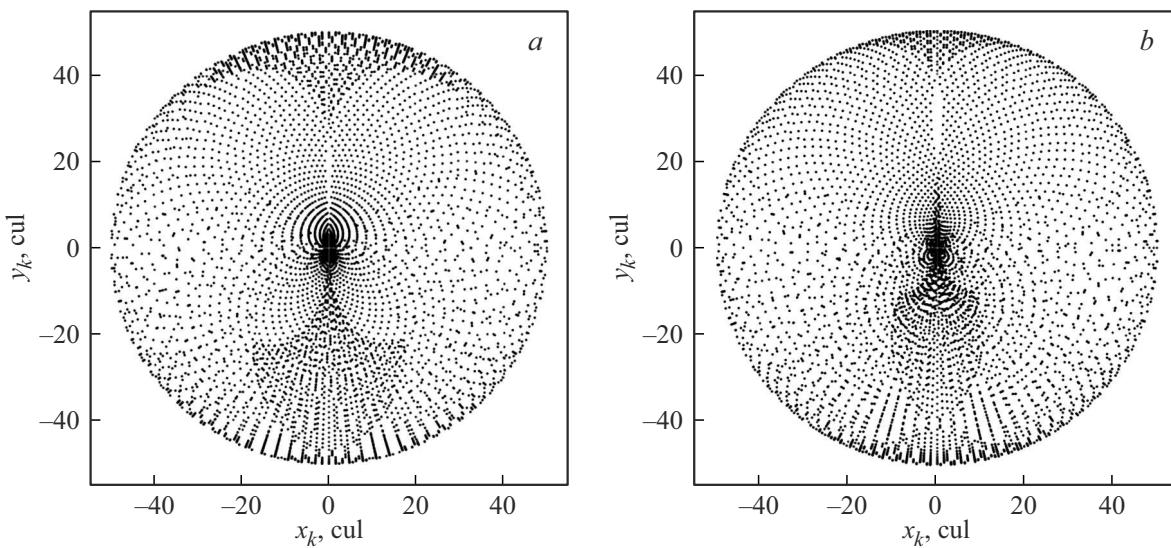
## 2. Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 1–3 представлены результаты расчетов рефракционных характеристик излучения на основе систем

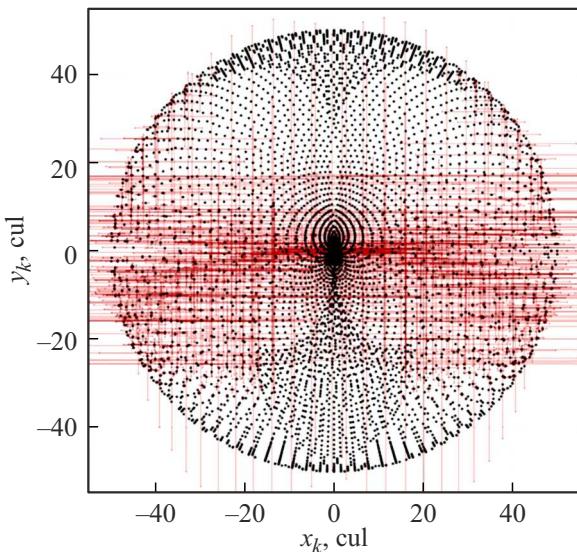
уравнений (1), (3) для случая смещенного точечного источника относительно луча зрения по угловой координате  $\delta$  на фиксированном расстоянии  $R$ . Начальные условия составляли  $\varphi_n = 0, R_n = 50 \text{ cul}$  (cul — условная единица длины). Для оценки влияния смещения источника излучения от луча зрения на наблюдаемый эффект рассматривалось два положения источника со значениями угловой координаты  $\delta_n = 0.3 \text{ rad}$  и  $\delta_n = 0.6 \text{ rad}$ . Прицельный угловой параметр  $\alpha_n$  варьировался в диапазоне  $(-0.75) - (+0.75) \text{ rad}$ , а  $\beta_n$  — в диапазонах  $(-0.75) - (-0.03)$  и  $(+0.03) - (+0.75) \text{ rad}$ . Расчет проводился до радиальной координаты  $R_k = 50 \text{ cul}$ , где формировалась картинная плоскость наблюдателя (далее — „лучевая картина“) с отмеченными на ней конечными угловыми координатами  $(\varphi_k; \delta_k)$  луча. На рис. 1 представлена лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения через регулярное поле тяготения одиночного объекта. Для наглядности конечные угловые значения  $(\varphi_k; \delta_k)$  здесь показаны в декартовых координатах:  $x_k = R_k \cos \varphi_k \cos \delta_k$ ,  $y_k = R_k \sin \varphi_k \cos \delta_k$ .

Из полученных результатов расчетов видно, что формирование лучевой картины зависит от расположения точечного источника. В верхней части распределения точек прихода лучей в картинную плоскость наблюдателя происходит уплотнение области периферии (формирование дуги) с постепенным уменьшением в размерах. В нижней части распределения возникает смещение линзовой области в центральную часть распределения с уменьшением пространственных масштабов. Также на рис. 1, b следует отметить переход линзового эффекта из верхней периферийной части распределения в нижнюю область лучевой картины. За счет смещения источника излучения в картинной плоскости наблюдателя начинают формироваться дугообразные линзовые эффекты. Также в распределении точек прихода в картинную плоскость следует отметить свечеподобное образование, выраженное заметной структуризацией точек в центральной области выше плоскости луча зрения (относительно  $y_k = 0$ ). Этот эффект соответствует появлению источника излучения в прямой видимости для наблюдателя. Чем выше источник над плоскостью луча зрения, тем более выражена степень структуризации.

Одной из проблем, приводящей к потере информации об источнике излучения, является случайное распределение массы в поле тяготения массивного объекта или на луче зрения (далее — „гравитационный шум“). Расчет влияния гравитационного шума на лучевую картину проводился при следующих параметрах:  $v_R = 0.1 \text{ cul}, v_\varphi = v_\delta = 0.1, R'_L = 0 \text{ cul}, \varphi'_L = \delta'_L = 0, \mu_0 = 10^{-5}, m_R = 25 \text{ cul}^{-2}, m_\varphi, m_\delta \rightarrow \infty$ . На рис. 2 представлены результаты моделирования, где боковые красные отрезки соответствуют среднеквадратичным боковым отклонениям лучей в плоскости наблюдателя под влиянием гравитационно-шумового „облака“. Чем больше длина отрезка, тем сильнее отклонение луча. Значения длин отрезков боковых отклонений лучей в кар-



**Рис. 1.** Лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения вблизи одиночного массивного объекта с различным смещением точечного источника на фиксированном расстоянии  $R$  вдоль угловой координаты  $\delta$  от луча зрения:  $\delta_n = 0.3 \text{ rad}$  (a) и  $0.6 \text{ rad}$  (b), при отсутствии случайных неоднородностей. Отмеченные точки соответствуют лучам, пришедшим на фиксированное расстояние  $R_k$ .

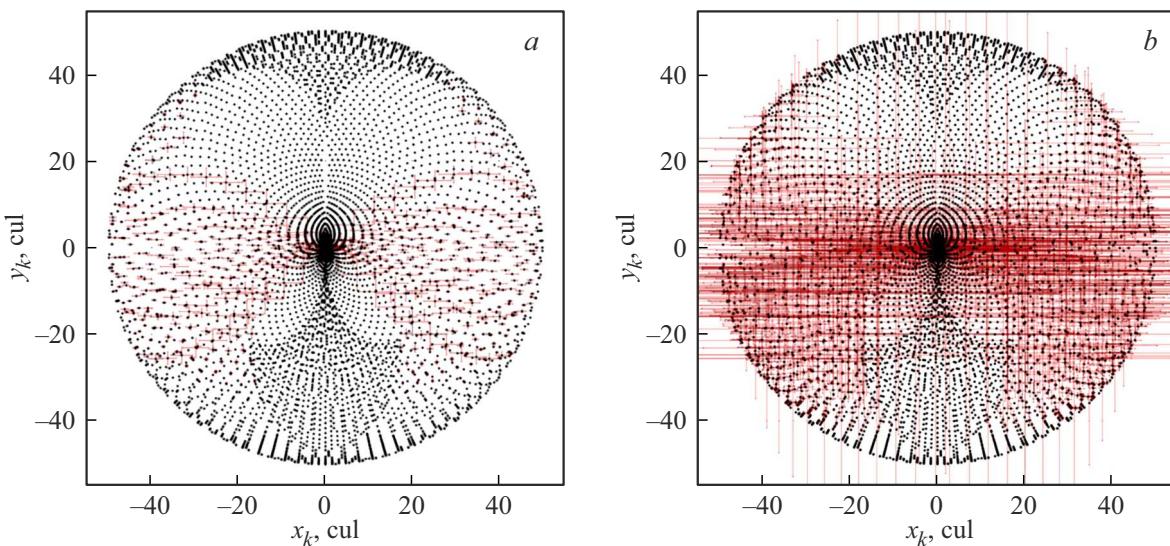


**Рис. 2.** Лучевая картина в плоскости наблюдателя при транспорте космического излучения вблизи одиночного массивного объекта, погруженного в гравитационный шум. Источник излучения расположен при  $\delta_n = 0.3 \text{ rad}$ . Красные отрезки соответствуют среднеквадратичным боковым отклонениям лучей в картинной плоскости наблюдателя под влиянием гравитационного шума.

тинной плоскости наблюдателя получены с помощью соотношений  $\sigma_x = \sigma_\delta R_k \cos \varphi_k \sin \delta_k$ ,  $\sigma_y = \sigma_\delta R_k \sin \varphi_k \sin \delta_k$ . Из рис. 2 следует, что при локализации гравитационно-шумового „облака“ вблизи массивного объекта происходит стохастическое замывание центральной части лучевой картины. При увеличении оптического пути

луча при распространении в поле тяготения происходит рост его боковых отклонений в картинной плоскости. В рассмотренном случае дугообразные области гравитационной фокусировки не деформируются под влиянием гравитационного шума вследствие конечных размеров „облака“. Однако с увеличением расстояний между источниками и гравитационно-линзовыми объектами даже относительно малое „облако“ может привести к замыванию областей фокусировок, что отразится в потере информации об источнике излучения.

Для получения достоверной информации об источнике излучения, расположенного на космологических расстояниях, также необходим учет влияния случайных плазменных неоднородностей. Расчет замывания эффекта гравитационного линзирования в космической плазме проводился в случае равномерного распределения неоднородностей во всей среде, т. е.  $m_R, m_\phi, m_\delta \rightarrow \infty$ . Интенсивность неоднородностей задавалась в виде  $\mu_0 = \mu'_0 (f_{pl}/f)^2$ , где  $f_{pl}$  — плазменная частота,  $f$  — частота космического излучения. Параметры задачи составляли:  $v_R = 0.1 \text{ cul}$ ,  $v_\phi = v_\delta = 0.1$ ,  $R'_L = 0 \text{ cul}$ ,  $\phi'_L = \delta'_L = 0$ ,  $\mu'_0 = 0.01$ ,  $f_{pl} = 12 \text{ MHz}$ . На рис. 3 представлены результаты расчетов для  $f = 6 \text{ GHz}$  (рис. 3, a) и  $f = 300 \text{ MHz}$  (рис. 3, b). Из рис. 3 следует, что, как и в случае рис. 2, наибольший эффект стохастического замывания лучевой картины отмечается в центральной части. Следует отметить, что при частоте излучения  $6 \text{ GHz}$  (рис. 3, a) эффект замывания несуществен, что приводит к сохранению четкости очертания дугообразных линзовых эффектов. В особенности это касается центральной области фокусировки. При частоте излучения  $300 \text{ MHz}$  (рис. 3, b) лучевая картина подвергается значительному замыванию под влиянием



**Рис. 3.** Замывание гравитационного линзирования в космической плазме. Частоты излучения — 6 GHz (a) и 300 MHz (b). Параметры:  $\mu'_0 = 0.01$ ,  $f_{pl} = 12$  MHz.

плазменных неоднородностей. В этом случае линзовый эффект в центральной части лучевой картины будет размыт, а дуга на периферии сохранится, но с частичным размытием очертания.

## Заключение

Для расчета влияния плазменных и гравитационных неоднородностей на рефракцию космического излучения в поле тяготения массивных объектов используется лучевое приближение и теория возмущений. Выполнены расчеты рефракционных характеристик излучения в гравитационных полях различной конфигурации. Отмечено, что при смещении источника излучения относительно луча зрения на гравитационно-линзовый объект в лучевой картине формируются две области фокусировок дугообразного типа. Под воздействием случайных гравитационных и плазменных неоднородностей эти эффекты могут подвергаться стохастическому замыванию. Для дуги, локализованной на периферии лучевой картины, эффект будет незначителен, в отличие от центральной области фокусировки. При этом степень замывания лучевой картины также зависит от длины волны излучения, интенсивности и пространственных радиусов корреляции неоднородностей космической среды. Указанные особенности необходимо учитывать при интерпретации данных наблюдений сложных гравитационно-линзовых эффектов.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проекты FZZE-2023-0004, FZZE-2024-0005).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] П.В. Блиох, А.А. Минаков. *Гравитационные линзы* (Наукова думка, Киев, 1989)
- [2] G.S. Bisnovatyi-Kogan, O.Yu. Tsupko. Universe, **57** (3), 30 (2017). DOI: 10.3390/universe3030057
- [3] W. Sheu, A. Cikota, Xi. Huang, K. Glazebrook, Ch. Storfer, Sh. Agarwal, D.J. Schlegel, N. Suzuki, T.M. Barone, F. Bian, T. Jeltema, T. Jones, G.G. Kasprzak, J.H. O'Donnell, K.G.C. Vasan. Astrophys. J., **973** (1), 10 (2024). DOI: 10.48550/arXiv.2408.10320
- [4] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, А.Б. Танаев, С.О. Чудаев. Компьютерные исследования и моделирование, **16** (2), 433 (2024).
- [5] Д.С. Лукьянцев, Н.Т. Афанасьев, Е.И. Калашникова, А.Б. Танаев. Математическая физика и компьютерное моделирование, **27** (2), 48 (2024).
- [6] М.А. Колесов, А.В. Шабельников. *Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса* (Советское радио, М., 1976)
- [7] С.М. Рытов, Ю.А. Кравцов, В.И. Татарский. *Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля* (Наука, М., 1978), ч. 2.