

Моделирование профиля распределения электронов по люминесцентному экрану при исследовании полупроводникового полевого катода

© А.Г. Колосько¹, Б.Э. Мутыгуллин², С.В. Филиппов¹, Е.О. Попов¹, С.А. Соков¹, М.С. Нечаев¹,
Б.В. Лобанов³, Г.Д. Дёмин³, А.А. Мицкевич⁴

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия

³ Национальный исследовательский университет „МИЭТ“,
124498 Зеленоград, Москва, Россия

⁴ Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
193232 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: agkolosko@mail.ru

Поступила в Редакцию 5 мая 2025 г.

В окончательной редакции 2 июля 2025 г.

Принята к публикации 8 июля 2025 г.

Представлен алгоритм моделирования профиля распределения плотности эмиссионного тока по поверхности плоского проводящего анода при холодной полевой эмиссии из полупроводникового катода конической формы с полусферической вершиной. Разработка включает в себя построение траекторий движения электронов от катода к аноду и обработку полученных данных с применением интегрально-аппроксимационных расчетов.

Ключевые слова: полевая эмиссия из полупроводников, моделирование траекторий электронов в COMSOL, распределение плотности тока, полевой эмиссионный проектор.

DOI: 10.61011/FTP.2025.06.61565.8076

Вытянутые полевые эмиттеры демонстрируют разлет электронов после эмиссии с их вершин. Этот разлет обусловлен фокусировкой силовых линий на вершине эмиттера [1].

Данное распределение эмиссионного тока по аноду наблюдается с помощью полевого проектора, в котором в качестве плоского анода выступает люминесцентный экран (обычно это люминесцентный слой, нанесенный на стекло с прозрачным проводящим покрытием).

Формирующийся на люминесцентном экране световой отклик эмиттера связан с величиной его тока. Эту связь часто используют для анализа характеристик отдельных эмиттеров [2], а также для оценки распределения общего эмиссионного тока по поверхности многоострижных катодов [3].

Обработка получаемых на аноде картин свечения осложнена наличием ряда сопутствующих эффектов [4]: это и разлет электронов, и вторичная эмиссия из анода с образованием кольца „гало“ вокруг основного отклика на картинах полевого проектора, и неравномерность люминофора вдоль плоскости анода, и нелинейность зависимости его светимости от эмиссионного тока.

Эффект вторичной эмиссии может существенно менять распределение яркости отсветов и вызывать ошибки в оценке эмиссионных характеристик соответствующих эмиссионных центров. В работе [5] мы провели детальное изучения эффекта гало и получили экспериментальный профиль яркости (плотности тока) как

центрального отклика, так и окружающего его кольца. Основной целью изучения структуры откликов является нахождение зависимости яркости центрального пика от яркости гало с тем, чтобы произвести деконволюцию откликов отдельных эмиттеров на картине полевого проектора и получить корректные оценки их локальных эмиссионных параметров.

Для связи указанной экспериментальной зависимости с теорией полевой эмиссии, в том числе для применения адекватных формул при ее аппроксимации, необходимо моделирование профиля светового отклика с получением теоретического распределения эмиссионного тока по поверхности анода (будем называть это распределение сокращенно — распределение IA).

Современные программные пакеты, такие как COMSOL Multiphysics, позволяют рассчитывать траектории движения электронов для катодов различных форм и материалов. Например, в работе [6] с применением компьютерного моделирования были рассчитаны траектории электронов для полевой эмиссии из углеродной нанотрубки и построен профиль распределения IA, имеющий вид степенной зависимости.

Со времен Спиндта классическая форма эмиттеров, изготавливаемых методами литографии, имеет вид конуса [7], вершина которого в результате химического травления [8,9], а также под действием эмиссионных токов, вызывающих оплавление и самодиффузию, и даже в результате вакуумного разряда [10] приобретает полу-

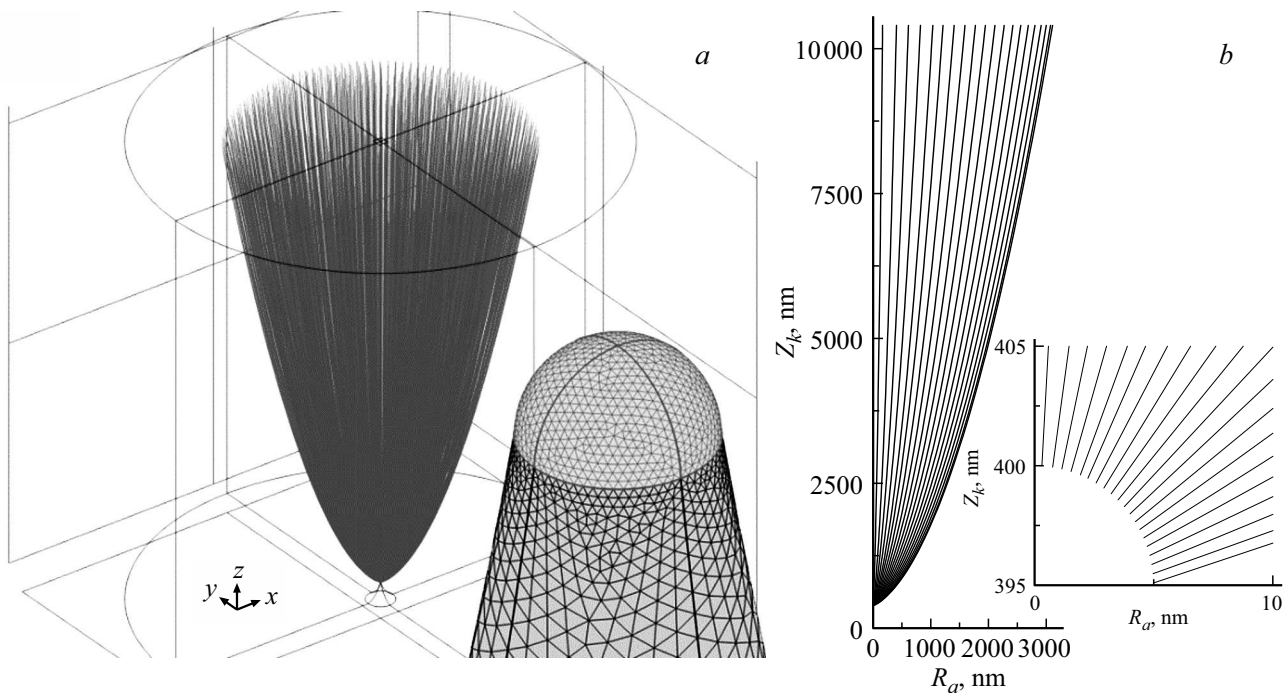


Рис. 1. Моделирование полевой эмиссии из эмиттера конусообразной формы: *a* — модель эмиттера с расчетной сеткой и траекториями; *b* — траектории электронов с равномерным шагом по азимуту поверхности вершины.

сферическую форму. Иногда такие структуры создаются на вершинах постаментов для еще большего усиления поля [11].

Цель данной работы — разработка алгоритма расчета профиля распределения ИА с применением компьютерного моделирования в среде COMSOL Multiphysics эмиттеров с полусферической вершиной.

На рис. 1, *a* представлен вид построенной в COMSOL модели кремниевого эмиттера, имеющего коническую форму с полусферической вершиной. Параметры модели: высота от основания катода до вершины $h = 400 \text{ нм}$, радиус вершины $R_0 = 5 \text{ нм}$, расстояние от вершины до плоскости анода $d = 10 \text{ мкм}$.

На рис. 1, *b* приведены полученные в результате моделирования траектории электронов (траектории показаны с равномерным шагом по азимуту поверхности полусферы). Отметим, что траектории имеют повышенную плотность не в центре анода, а ближе к его краям, так что, если бы на катоде плотность эмитирующих электронов была одинакова по поверхности, то на аноде возникло бы сгущение плотности тока в форме кольца.

Как известно, программные пакеты используют расчетную сетку в виде треугольников и не могут обеспечить покрытие полусферы треугольниками абсолютно равной площади. Это приводит к возникновению больших погрешностей при получении распределения ИА путем построения гистограммы электронных потоков, соответствующих этим треугольникам. Поэтому мы использовали оригинальный метод, исключаяющий эту ошибку.

В центр каждой ячейки на катоде помещается по электрону и рассчитываются соответствующие этой точке E и J_k . Затем строятся две расчетные зависимости: $J_k(Z_k)$ и $Z_k(R_a)$, где Z_k — координата узла ячейки на поверхности катода (ось направлена вниз с началом координат на уровне вершины), R_a — расстояние от центра анода до точки прилета электрона (конец траектории). На рис. 2, *a* представлена зависимость $J_k(Z_k)$, которая хорошо аппроксимируется кубической зависимостью. Зависимость $Z_k(R_a)$ (симметричная относительно центра анода) лучше всего аппроксимируется полиномом шестой степени (рис. 2, *b*). Получим формулу расчета плотности тока на аноде (распределение ИА) с применением аппроксимирующих полиномов $Z_k(R_a)$ и $J_k(Z_k)$.

Разобьем поверхность анода на кольцевые сегменты равной ширины ΔR_a , но с разным радиусом R_a . Плотность тока в каждой точке сегмента:

$$J_a = \Delta I / \Delta S_a, \quad (1)$$

где ΔI — эмиссионный ток, приходящий в сегмент, $\Delta S_a = 2\pi R_a \Delta R_a$ — площадь сегмента.

Каждому такому сегменту анода соответствует кольцевой сегмент катода высотой ΔZ_k . Эмиссионный ток, исходящий из него, равен ΔI и может быть найден по формуле

$$\Delta I = J_k \cdot \Delta S_k, \quad (2)$$

где J_k — плотность тока на поверхности катода на высоте Z_k от вершины, $\Delta S_k = 2\pi R_0 \Delta Z_k$ — площадь сегмента сферы.

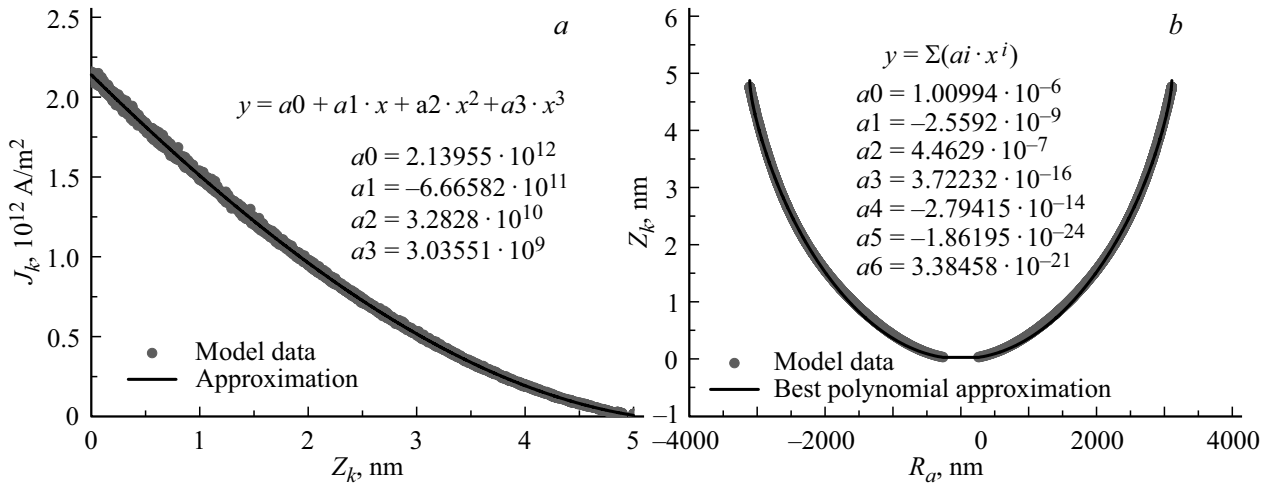


Рис. 2. Результат анализа траекторий электронов: *a* — зависимость плотности тока в узле расчетной сетки на поверхности эмиттера от координаты узла Z ; *b* — зависимость координаты Z начала траектории электрона, вылетевшего из узла, от координаты R_a конца траектории на аноде.

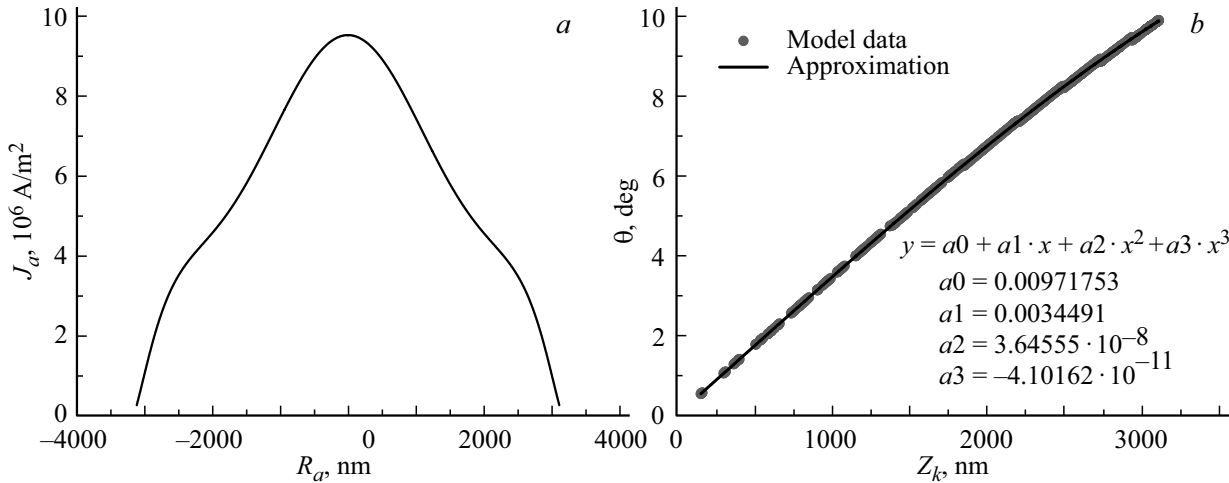


Рис. 3. Характеристики потока электронов, падающего на анод: *a* — зависимость плотности тока на аноде J_a от радиальной координаты R_a ; *b* — зависимость угла падения электрона на плоскость анода от R_a .

Из формул (1) и (2) получается искомая зависимость, которая при уменьшении интервалов ΔR_a принимает дифференциальный вид:

$$J_a = \frac{J_k R_0}{R_a} \frac{dZ_k}{dR_a}. \quad (3)$$

Для построения по формуле (3) искомой зависимости $J_a(R_a)$ необходимо получить значения функций J_k и $\frac{dZ_k}{dR_a}$. Эти значения могут быть найдены применением аппроксимирующих полиномов $J_k(Z_k)$ и $Z_k(R_a)$.

На рис. 3, *a* представлен результат описанного расчета для заданной модели. Наблюдаемые на графике перегибы связаны с неточностью аппроксимации зависимости $Z(R_a)$.

Эмиссионный ток рассчитывался по формуле Стрэттона [12], оптимизированной для диапазона полей на

поверхности вершины эмиттера: $F = 5 \cdot 10^9 - 10^{10} \text{ В/м}$. Плотность тока J имеет зависимость в виде двух множителей:

$$J = j_e \cdot S_e, \quad (4)$$

$$j_e = a_{FN} \cdot \frac{F^2}{X_F} \cdot \exp\left(-\frac{b_{FN} \cdot X_F^{1.5} \cdot \nu}{F}\right), \quad (5)$$

где $a_{FN} = e^3/8\pi h$, $b_{FN} = (8\pi/3eh) \cdot (2m_e)^{1/2}$ — первая и вторая константы Фаулера-Нордгейма, функция $X_F = X - a \cdot F^{4/5}$, где X — химическое сродство (эВ), a — константа, равная $\left(\frac{15^2 \cdot h^6 \cdot \epsilon_0^2}{2^{13} \eta^2 (m_e^*)^3}\right)^{1/5} \cdot \epsilon^{-2/5}$ (здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость, m_e^* — эффективная масса электрона), специальная функция $\nu = 1 - u + u \cdot \ln(u)/6$, где введен параметр

$$u = \left(\frac{c_s}{e^2} \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}\right) \cdot \frac{F}{X_F^2},$$

$C_s = \frac{e^3}{4\pi\epsilon_0}$ — константа Шоттки;

$$S_e = 1 - (1 + C) \cdot \exp(-C), \quad (6)$$

где параметр $C = b \frac{\sqrt{X_F}}{F^{1/5}}$, b — константа, равная $\sqrt{2m_e^*/e} \left(\frac{15^2 h \pi^3 e_0^2}{23 (m_e^*)^3} \right)^{1/5} \cdot \epsilon^{-2/5}$.

Величины e , m_e , h (Дж·с), k_B (эВ/К), ϵ_0 — известные физические константы.

Параметры материала в расчете были заданы для реального кремниевого катода конусообразной формы: $\epsilon = 11.9$, $\chi = 4.04$ эВ, $T = 300$ К, $m_e^* = 1.09m_e$, $E_g = 1.12$ эВ.

Построение графиков и аппроксимация полиномами были выполнены в программной среде LabVIEW.

Полученное распределение IA имеет в области вершины зависимость степенного вида, подобную полученной в работе [6]: $J = J_0 - \chi^n$, где J_0 — плотность тока в центре анода.

На рис. 3, б представлен отдельный расчет зависимости угла падения электронов на поверхность анода $\alpha(R_a)$. Для определения угла для каждой из рассчитанных траекторий была построена линейная аппроксимация последних нескольких точек траектории (~ 1000 мкм). Зависимость лучше всего аппроксимирует полином 4-го порядка, однако в целом она имеет почти линейный вид. Углы падения не превышают 10° от нормали. Это означает, что упругий отскок электронов от анода не может привести к возникновению наблюдаемого в экспериментах эффекту гало на люминофорном покрытии (равномерно засвеченный круг диаметром $4d$ [13], а также круг с ярким кольцом по периметру [14]).

Итак, мы провели численное моделирование электронных потоков полевой эмиссии из кремниевого острия и с помощью оригинального алгоритма получили распределение плотности тока на поверхности анода. Это распределение в дальнейшем будет использовано для численного анализа световых откликов на экране полевого проектора с целью коррекции данных о характеристиках отдельных эмиттеров в составе многоострийного катода.

Финансирование работы

Авторы Б.В. Лобанов и Г.Д. Демин, выполнившие численное моделирование процесса полевой эмиссии и расчет траекторий электронов с поверхности полупроводникового катода, благодарят Российский научный фонд за финансовую поддержку этих работ за счет средств гранта № 24-22-00443 „Исследование квантово-механических эффектов полевой эмиссии в полупроводниковых нанотранзисторах с квази-вакуумным каналом проводимости“ (<https://rscf.ru/project/24-22-00443/>). Авторы А.Г. Колосько, С.В. Филиппов и Е.О. Попов проводили расчеты распределения плотности тока по

поверхности анода и аппроксимационный анализ полученных данных по программе государственного задания № FFUG-2024-0031.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] N.V. Egorov, E.P. Sheshin. Field Emission Electronics. Springer Ser. in Advanced Microelectron., **60**, 568 (2017). DOI: 10.1007/978-3-319-56561-3
- [2] R. Patra, A. Singh, V.D. Vankar, S. Ghosh. Adv. Mater. Lett., **7** (10), 771 (2016). DOI: 10.5185/amlett.2016.6368
- [3] M.M. Kopelovski, E. Galeazzo, H.E. Peres, F.J. Ramirez-Fernandez, D.A. Silva, M.O. Dantas. Measurement, **93**, 208 (2016). DOI: 10.1016/j.measurement.2016.07.022
- [4] A.G. Kolosko, S.V. Filippov, E.O. Popov. St. Petersburg Polytechnic University J. Phys. and Math., **16** (1.2), (2023). DOI: 10.18721/JPM.161.205
- [5] A.G. Kolosko, E.O. Popov, S.V. Filippov, B.E. Mutygullin. Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, **50** (24), 26 (2024). DOI: 10.61011/PJTF.2024.24.59433.6598k
- [6] M. Marchand, C. Journet, C. Adessi, S.T. Purcell. Phys. Rev. B, **80** (24), 245425-1-6 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevB.80.245425
- [7] C.A. Spindt, I. Brodie, L. Humphrey, E.R. Westerberg. J. Appl. Phys., **47** (12), 5248 (1976). DOI: 10.1063/1.322600
- [8] M. Ding, G. Sha, A.I. Akinwande. IEEE Trans. Electron Dev., **49** (12), 2333 (2002). DOI: 10.1109/TED.2002.805230
- [9] X. Wang, Z. Lin, K. Qi, Z. Chen, Z. Wang, Y. Jiang. J. Phys. D: Appl. Phys., **40** (16), 4775 (2007). DOI: 10.1088/0022-3727/40/16/006
- [10] W.P. Dyke, J.K. Trolan, E.E. Martin, J.P. Barbour. Phys. Rev., **91** (5), 1043 (1953). DOI: 10.1103/PhysRev.91.1043
- [11] G. Rughoobur, O.O. Ilori, A.I. Akinwande. J. Vac. Sci. Technol. B, **40** (4), 042803-1-8 (2022). DOI: 10.1116/6.0001938
- [12] R. Stratton. Phys. Rev., **125**, 67 (1962). DOI: 10.1103/PhysRev.125.67
- [13] К.Н. Никольский, А.С. Батулин, А.И. Князев, Р.Г. Чесов, Е.П. Шешин. ЖТФ, **74** (2), 110 (2004). ISSN 0044-4642
- [14] S.V. Bhosale, S.R. Suryawanshi, S.V. Bhoraskar, M.A. More, D.S. Joag, V.L. Mathe. Mater. Res. Express, **2** (9), 095001-1-12 (2015). DOI: 10.1088/2053-1591/2/9/095001.

Редактор Г.А. Оганесян

Modeling the electron distribution profile on a luminescent screen during the studying a semiconductor field cathode

A.G. Kolosko¹, B.E. Mutygullin², S.V. Fillipov¹,
E.O. Popov¹, S.A. Sokov¹, M.S. Nechaev¹,
B.V. Lobanov³, G.D. Demin³, A.A. Mitskevich⁴

¹ Ioffe Institute,

194021 St. Petersburg, Russia

² Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,

195251 St. Petersburg, Russia

³ National Research University of Electronic Technology

„MIET“,

124428 Moscow, Russia

⁴ Bonch-Bruевич St. Petersburg State University

of Telecommunications,

193232 St. Petersburg, Russia

Abstract Presents an algorithm for modeling the profile of the emission current density distribution over the surface of a flat conductive anode during cold field emission from a pyramid-shaped semiconductor cathode with a hemispherical tip. The development includes constructing electron trajectories as they move from the cathode to the anode and processing the data obtained using integral approximation calculations.