

Максимизация чувствительности тонкопленочных металлодиэлектрических рефрактометров

© А.Б. Сотский¹, Д.В. Понкратов¹, Е.А. Чудаков¹, Л.И. Сотская²

¹ Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,
Могилев, Беларусь

² Белорусско-Российский университет,
Могилев, Беларусь

e-mail: ab_sotsky@mail.ru

Поступила в Редакцию 18.11.2024 г.

В окончательной редакции 16.04.2025 г.

Принята к публикации 03.07.2025 г.

Разработана техника расчета отражательной способности рефрактометров с тонкопленочной металлодиэлектрической структурой на основании призмы связи, основанная на перемножении характеристических матриц пленок. Характеристические матрицы металлических пленок находятся путем численного решения интегральных уравнений аномального скин-эффекта. Исследованы спектроскопические рефрактометры со структурой призма связи—золотая пленка—диэлектрическая пленка—вода с контролируемым показателем преломления. В качестве материалов призмы связи и диэлектрической пленки выбран плавленный кварц. Диэлектрическая проницаемость ионного остова золота и константы электронного газа в золотых пленках определены из литературных данных по спектральной эллипсометрии золотых пленок. Установлено, что за счет выбора толщин металлической и диэлектрической пленок, а также угла падения света можно сочетать два фактора, ведущих к максимизации чувствительности рефрактометров — нулевое отражение света от основания призмы связи и возбуждение в диэлектрической пленке волноводной моды, находящейся в условиях, близких к критическим. При использовании волн s -поляризации это позволяет поднять чувствительность рефрактометра до $9.6 \cdot 10^5 \text{ nm/RIU}$. Представлены оценки разрешающей способности тонкопленочных металлодиэлектрических рефрактометров, основанные на методе наименьших квадратов.

Ключевые слова: оптический сенсор, тонкопленочный рефрактометр, аномальный скин-эффект, нулевое отражение света, мода в окрестности критических условий.

DOI: 10.61011/OS.2025.08.61517.7357-25

1. Введение

Тонкопленочные рефрактометры исследуются в связи с разработкой высокочувствительных компактных сенсоров химических и биологических компонентов в растворах [1–7]. Перспективными считаются рефрактометры спектроскопического типа, в которых приращение показателя преломления окружающей среды dn_s вызывает сдвиг $d\lambda$ положения минимума в спектре отражения устройства на шкале длин волн [1–3]. Такие рефрактометры характеризуются фактором чувствительности $S = d\lambda/dn_s$ [1–3,8]. Наиболее изучены рефрактометры, использующие резонансное возбуждение плазмонных мод [1–8]. В частности, трехслойная металлодиэлектрическая пленочная структура на основании призмы связи, направляющая длиннопребегную плазмонную моду, позволила достичь рекордного на данный момент значения чувствительности $S = 5.7 \cdot 10^4 \text{ nm/RIU}$ [1,3].

В настоящей статье исследуются принципиальные возможности дальнейшего увеличения чувствительности планарных тонкопленочных рефрактометров, т.е. максимизации $|S|$. Ключевой является идея одновременного использования двух факторов, повышающих чувствительность тонкопленочных сенсоров: нулевого отраже-

ния света при возбуждении в структуре сенсора бездиссипативных мод Ценнека [9,10] и работы призмного устройства связи вблизи критических условий [11]. Рассматриваются рефрактометры с конфигурацией призма связи—золотая пленка—диэлектрическая пленка—вода с контролируемым показателем преломления. В качестве материалов призмы связи и диэлектрической пленки выбран плавленный кварц. Структура возбуждается плоской волной p -, либо s -поляризации, падающей со стороны призмы связи. Анализируется спектр энергетического коэффициента отражения света. При выбранной длине волны света угол падения света и толщины пленок выбираются из условия реализации нулевого отражения в сочетании с возбуждением в кварцевой пленке волноводной моды, находящейся при условиях, близких к критическим. Это позволяет поднять чувствительность рефрактометра до $S = 9.7 \cdot 10^5 \text{ nm/RIU}$. Предложен критерий оценки разрешающей способности рассмотренных рефрактометров, основанный на методе наименьших квадратов. Сопоставлены разрешающие способности рефрактометров, работающих на волнах p - и s -поляризации. Расчеты выполнены на основании модели аномального скин-эффекта в металлических пленках. Диэлектрическая проницаемость ионного остова и кон-

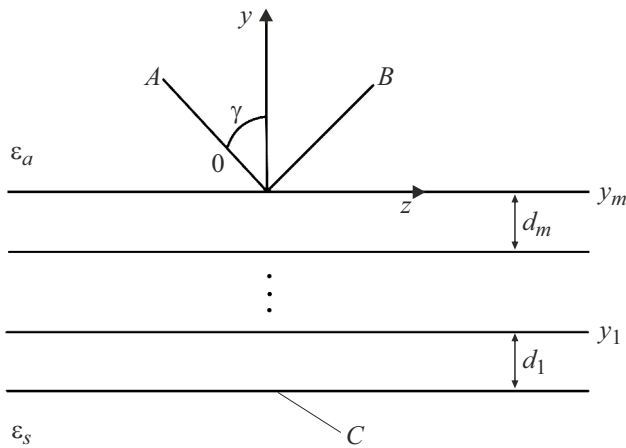


Рис. 1. Оптическая схема тонкопленочных рефрактометров.

станты электронного газа в золотых пленках определены путем обработки литературных данных по спектральной эллипсометрии наноразмерных золотых пленок.

2. Метод расчета

Оптическая схема тонкопленочных рефрактометров представлена на рис. 1.

В области $y > 0$ расположена призма связи с диэлектрической проницаемостью ε_a . На основание призмы нанесена металлодиэлектрическая структура, состоящая из m чередующихся металлических и диэлектрических пленок. Толщина l -й пленки равна d_l , координата ее верхней границы $y = y_l$. Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрических пленок равна ε_d . В области $y < y_1 - d_1$ находится диэлектрическая среда с измеряемым показателем преломления n_s , ее диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_s = (n_s - ik_s)^2$ (k_s — коэффициент поглощения). Монохроматическая плоская волна с зависимостью от времени t и координаты z вида $\exp(i\omega t - ik_0 \beta z)$ (далее этот множитель будет опускаться) падает на структуру из области $y > 0$ под углом γ . Здесь $\beta = n_a \sin \gamma$, $n_a = \sqrt{\varepsilon_a}$, $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — волновое число вакуума. Ось однородности — Ох. Под A, B и C понимаются амплитуды падающей, отраженной от рефрактометра и прошедшей сквозь него волн.

В оптике металлических пленок распространен подход, в котором металл характеризуют комплексной диэлектрической проницаемостью ε_n , основываясь на модели нормального скин-эффекта Друде [1–8, 11–14]. Ключевым элементом этой модели является допущение о пространственно локальной пропорциональной связи между плотностью тока $\mathbf{j}$ и напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$ в металле [15]. Но металлические пленки в структуре рефрактометра частично проницаемы для света. В результате их толщины сопоставимы со средней длиной свободного пробега электронов проводимости в металле [12, 16]. В таких условиях допущение о

локальной связи векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ в пленках, а значит, и применимость к расчету этих векторов модели нормального скин-эффекта выглядят проблематичными. С данной проблемой можно связать наблюдаемую в спектральной эллипсометрии золотых пленок зависимость спектров $\varepsilon_n(\lambda)$ от толщины пленок [13, 14]. Более корректное описание распределения электромагнитного поля в наноразмерных металлических пленках может быть получено в рамках модели аномального скин-эффекта, учитывающей пространственно нелокальную связь векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ [16, 17]. Ниже эта модель применена к построению характеристических матриц металлических пленок и к расчету рефрактометров.

Проанализируем вначале случай использования в рефрактометре волн s -поляризации. Для этих волн амплитуды A, B и C относятся к компоненте электрического поля E_x :

$$E_x(y) = A \exp(ik_{ya}k_0 y) + B \exp(-ik_{ya}k_0 y) \text{ при } y > y_m = 0, \quad (1)$$

$$E_x(y) = C \exp[ik_{ys}k_0(y - y_1 + d_1)] \text{ при } y < y_1 - d_1, \quad (2)$$

$$\text{где } k_{ya,s} = \sqrt{\varepsilon_{a,s} - \beta^2}.$$

Выделим в структуре пленку с номером l . Если пленка металлическая, то в ней, согласно [17],

$$E_x(\eta) = aE_x^{(1)}(\eta) + bE_x^{(2)}(\eta). \quad (3)$$

Здесь a и b — некоторые постоянные, $\eta = y - y_l$, функции $E_x^{(1),(2)}(\eta)$ — решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода:

$$\begin{aligned} E_x^{(j)}(\eta) = & (2 - j) \exp(ik_y k_0 \eta) - (1 - j) \exp(-ik_y k_0 \eta) \\ & - iK\varepsilon_n \pi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin^3 \theta}{(\alpha^2 + k_y^2) \cos \theta} \int_{-d_l}^0 [\exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] \\ & + Q_1(\eta, \eta') + Q_2(\eta, \eta')] E_x^{(j)}(\eta') d\eta', \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$j = 1, 2, \quad \eta = y - y_l, \quad k_y = \sqrt{\varepsilon_n - \beta^2},$$

$$K = -2e^2 m^2 v^2 (\omega h^3 \varepsilon_0 \varepsilon_n)^{-1},$$

$$\alpha = (i\omega\tau + 1)(\omega\tau v c^{-1} \cos \theta)^{-1},$$

$$\varepsilon_n = \varepsilon + \Delta\varepsilon, \quad (5)$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{2\pi i K \varepsilon_n}{k_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\alpha \sin^3 \theta}{(\alpha^2 + k_y^2) \cos \theta} d\theta, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Q_1(\eta, \eta') = & \{\bar{p}_1 \exp[-\alpha k_0(\eta + \eta')] \\ & + p_2 \exp[\alpha k_0(\eta + \eta')]\} (1 - \bar{p}_1 p_2)^{-1}, \end{aligned}$$

$$Q_2(\eta, \eta') = 2\bar{p}_1 p_2 \operatorname{ch}[\alpha k_0(\eta - \eta')] (1 - \bar{p}_1 p_2)^{-1},$$

$$\bar{p}_1 = p_1 \exp(-2\alpha k_0 d_l), \quad v = \hbar m^{-1} \sqrt{3n_0(8\pi)^{-1}},$$

ε — диэлектрическая проницаемость ионного остова металла, e — заряд электрона, m — масса электрона, n_0 — концентрация электронов проводимости в материале пленки, p_1 и p_2 — вероятности зеркального отражения электронов от границ пленки $y = y_l - d_l$ и $y = y_l$ соответственно, τ — время релаксации или свободного пробега электрона, $\hbar$ — постоянная Планка, ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Рассматриваемые s -волны на границах пленки имеют тангенциальные компоненты электромагнитного поля E_x и $H_z = -i\omega\varepsilon_0 k_0^{-1} E'_x$, где $E'_x = k_0^{-1} \partial E_x / \partial \eta$. Согласно (4),

$$E'_x(\eta) = aE_x^{(1)'}(\eta) + bE_x^{(2)'}(\eta), \quad (7)$$

$$E_x^{(j)'}(\eta) = ik_y [(2-j) \exp(ik_y k_0 \eta) + (1-j) \exp(-ik_y k_0 \eta)] - iK\varepsilon_n \pi \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta \alpha \sin^3 \theta}{(\alpha^2 + k_y^2) \cos \theta} \int_{-d_l}^0 [Q_4(\eta, \eta') - Q_3(\eta, \eta') - \text{sign}(\eta - \eta') \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] E_x^{(j)}(\eta') d\eta', \quad (8)$$

$$Q_3(\eta, \eta') = \{\bar{p}_1 \exp[-\alpha k_0 (\eta + \eta')]\} (1 - \bar{p}_1 p_2)^{-1},$$

$$Q_4(\eta, \eta') = 2\bar{p}_1 p_2 \text{sh}[\alpha k_0 (\eta - \eta')] (1 - \bar{p}_1 p_2)^{-1},$$

где $j = 1, 2$. Поочередно полагая в (3) и (7) $\eta = 0$, $\eta = -d_l$ и исключая из полученных уравнений a и b , находим

$$\mathbf{X}_{l+1}^{(s)} = \mathbf{M}_l^{(s)} \mathbf{X}_l^{(s)}. \quad (9)$$

где $\mathbf{X}_l^{(s)}$, $\mathbf{X}_{l+1}^{(s)}$ — вектор-столбцы с компонентами

$$(\mathbf{X}_l^{(s)})_1 = E_x(-d_l), \quad (\mathbf{X}_l^{(s)})_2 = E'_x(-d_l),$$

$$(\mathbf{X}_{l+1}^{(s)})_1 = E_x(0), \quad (\mathbf{X}_{l+1}^{(s)})_2 = E'_x(0), \quad (10)$$

$\mathbf{M}_l^{(s)}$ — матрица 2×2 с элементами

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{11} = \Delta_s^{-1} [E_x^{(1)'}(-d_l) E_x^{(2)}(0) - E_x^{(2)'}(-d_l) E_x^{(1)}(0)], \quad (11)$$

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{12} = \Delta_s^{-1} [E_x^{(2)}(-d_l) E_x^{(1)}(0) - E_x^{(1)}(-d_l) E_x^{(2)}(0)], \quad (12)$$

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{21} = \Delta_s^{-1} [E_x^{(1)'}(-d_l) E_x^{(2)'}(0) - E_x^{(1)'}(0) E_x^{(2)'}(-d_l)], \quad (13)$$

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{22} = \Delta_s^{-1} [E_x^{(1)'}(0) E_x^{(2)}(-d_l) - E_x^{(2)'}(0) E_x^{(1)}(-d_l)], \quad (14)$$

где

$$\Delta_s = E_x^{(2)}(-d_l) E_x^{(1)'}(-d_l) - E_x^{(1)}(-d_l) E_x^{(2)'}(-d_l).$$

Функции $E_x^{(1)}(\eta)$, $E_x^{(2)}(\eta)$, $E_x^{(1)'}(\eta)$, $E_x^{(2)'}(\eta)$, а значит, и матрица $\mathbf{M}_l^{(s)}$ допускают численный расчет путем решения уравнений (4) методом квадратур, схема которого представлена в [16].

Если номер l относится к диэлектрической пленке, то соотношения (7)–(14) остаются в силе. Однако в них, ввиду равенства $n_0 = 0$, имеем $\varepsilon_n = \varepsilon_d$, $\Delta\varepsilon = 0$. В нуль обращаются и интегральные части в (4) и (8). В результате матрица $\mathbf{M}_l^{(s)}$ находится аналитически:

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{11} = (\mathbf{M}_l^{(s)})_{22} = \cos(\sigma k_0 d_l),$$

$$(\mathbf{M}_l^{(s)})_{12} = \sigma^{-1} \sin(\sigma k_0 d_l), \quad (\mathbf{M}_l^{(s)})_{21} = -\sigma \sin(\sigma k_0 d_l), \quad (15)$$

где $\sigma = \sqrt{\varepsilon_d - \beta^2}$.

С учетом (1), (2) и условий непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах пленок для амплитудного коэффициента отражения s -волны от рефрактометра имеем

$$r_s = \frac{B}{A} = \frac{ik_{ya} L_{11}^{(s)} - L_{21}^{(s)} + ik_{ys} (ik_{ya} L_{12}^{(s)} - L_{22}^{(s)})}{ik_{ya} L_{11}^{(s)} + L_{21}^{(s)} + ik_{ys} (ik_{ya} L_{12}^{(s)} + L_{22}^{(s)})}, \quad (16)$$

где

$$\mathbf{L}^{(s)} = \mathbf{M}_m^{(s)} \mathbf{M}_{m-1}^{(s)} \dots \mathbf{M}_1^{(s)}. \quad (17)$$

В волнах p -поляризации отличны от нуля компоненты электромагнитного поля H_s , E_y , E_z . Амплитуды A , B и C относятся к компоненте магнитного поля H_x :

$$H_x = A \exp(ik_{ya} k_0 y) + B \exp(-ik_{ya} k_0 y) \text{ при } y > 0,$$

$$H_x = C \exp[ik_{ys} k_0 (y - y_1 + d_1)] \text{ при } y < y_1 - d_1.$$

Пусть номер l соответствует металлической пленке. В ней E_y и E_z представляются суммами [17]

$$E_y(\eta) = aE_y^{(1)}(\eta) + bE_y^{(2)}(\eta), \quad E_z(\eta) = aE_z^{(1)}(\eta) + bE_z^{(2)}(\eta),$$

где a и b — некоторые константы, а функции $E_y^{(j)}(\eta)$, $E_z^{(j)}(\eta)$ подчиняются системе двух интегральных уравнений Фредгольма второго рода

$$E_z^{(j)}(\eta) = (2-j) \exp(ik_y k_0 \eta) - (1-j) \exp(-ik_y k_0 \eta) - K\pi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin \theta}{\alpha^2 + k_y^2} \int_{-d_l}^0 \left\{ \frac{ik_y^2 \sin^2 \theta}{\cos \theta} E_z^{(j)}(\eta') \times \left[\exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|) + Q_1(\eta, \eta') + Q_2(\eta, \eta') \right] - 2\alpha\beta \cos \theta E_y^{(j)}(\eta') \left[\text{sign}(\eta - \eta') \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|) - Q_3(\eta, \eta') - Q_4(\eta, \eta') \right] \right\} d\eta', \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 E_y^{(j)}(\eta) = & \frac{\beta}{k_y} [(2-j) \exp(ik_y k_0 \eta) + (1-j) \exp(-ik_y k_0 \eta)] \\
 & + iK\pi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin \theta}{\alpha^2 + k_y^2} \int_{-d_l}^0 \left\{ \frac{i\alpha\beta \sin^2 \theta}{\cos \theta} E_z^{(j)}(\eta') \right. \\
 & \times [Q_4(\eta, \eta') - Q_3(\eta, \eta') - \text{sign}(\eta - \eta') \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] \\
 & + 2(\alpha^2 + \varepsilon_n) \cos \theta E_y^{(j)}(\eta') [Q_1(\eta, \eta') - Q_2(\eta, \eta') \\
 & \left. - \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] \right\} d\eta' + \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_n} E_y(\eta),
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

где $j = 1, 2$. Согласно уравнениям Максвелла и уравнениям (18), (19),

$$H_x(\eta) = i\omega\varepsilon_0 k_0^{-1} H(\eta),$$

где

$$\begin{aligned}
 H(\eta) = & k_0^{-1} [\partial E_z / \partial \eta + i\beta k_0 E_y(\eta)] = aH_1(\eta) + bH_2(\eta), \\
 H_j(\eta) = & \frac{i\varepsilon_n}{k_y} [(2-j) \exp(ik_y k_0 \eta) - (j-1) \exp(-ik_y k_0 \eta)] \\
 & - i\pi\varepsilon_n K \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin \theta}{\alpha^2 + k_y^2} \int_{-d_l}^0 \left\{ \frac{\alpha \sin^2 \theta}{\cos \theta} E_z(\eta') \right. \\
 & \times [Q_4(\eta, \eta') - Q_3(\eta, \eta') - \text{sign}(\eta - \eta') \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] \\
 & - 2i\beta \cos \theta E_y(\eta') [Q_1(\eta, \eta') - Q_2(\eta, \eta') \\
 & \left. - \exp(-\alpha k_0 |\eta - \eta'|)] \right\} d\eta'.
 \end{aligned}$$

Численное решение систем (18), (19) с последующим расчетом функций $H_j(\eta)$ может быть выполнено методом квадратур [16,17]. Для p -волн соотношения, аналогичные (9)–(14), имеют вид

$$\mathbf{X}_{l+1}^{(p)} = \mathbf{M}_l^{(p)} \mathbf{X}_l^{(p)},$$

$$(\mathbf{X}_l^{(p)})_1 = H(-d_l), \quad (\mathbf{X}_l^{(p)})_2 = E_z(-d_l),$$

$$(\mathbf{X}_{l+1}^{(p)})_1 = H(0), \quad (\mathbf{X}_{l+1}^{(p)})_2 = E_z(0),$$

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{11} = \Delta_p^{-1} [H_2(0)E_z^{(1)}(-d_l) - H_1(0)E_z^{(2)}(-d_l)],$$

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{12} = \Delta_p^{-1} [H_1(0)H_2(-d_l) - H_1(-d_l)H_2(0)],$$

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{21} = \Delta_p^{-1} [E_z^{(2)}(0)E_z^{(1)}(-d_l) - E_z^{(1)}(0)E_z^{(2)}(-d_l)],$$

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{22} = \Delta_p^{-1} [H_2(-d_l)E_z^{(1)}(0) - H_1(-d_l)E_z^{(2)}(0)],$$

где

$$\Delta_p = H_2(-d_l)E_z^{(1)}(-d_l) - H_1(-d_l)E_z^{(2)}(-d_l).$$

Для диэлектрических пленок

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{11} = (\mathbf{M}_l^{(p)})_{22} = \cos(\sigma k_0 d_l),$$

$$(\mathbf{M}_l^{(p)})_{12} = -\frac{\varepsilon_d \sin(\sigma k_0 d_l)}{\sigma}, \quad (\mathbf{M}_l^{(p)})_{21} = \frac{\sigma \sin(\sigma k_0 d_l)}{\varepsilon_d}. \tag{20}$$

Аналогами выражений (16), (17) являются

$$\begin{aligned}
 r_p = \frac{B}{A} = & \frac{L_{12}^{(p)} i k_{ya} \varepsilon_a^{-1} + L_{22}^{(p)} - L_{11}^{(p)} \varepsilon_s k_{ya} \varepsilon_a^{-1} k_{ys}^{-1} + L_{21}^{(p)} i \varepsilon_s k_{ys}^{-1}}{L_{12}^{(p)} i k_{ya} \varepsilon_a^{-1} - L_{22}^{(p)} - L_{11}^{(p)} \varepsilon_s k_{ya} \varepsilon_a^{-1} k_{ys}^{-1} - L_{21}^{(p)} i \varepsilon_s k_{ys}^{-1}}, \\
 \mathbf{L}^{(p)} = & \mathbf{M}_m^{(p)} \mathbf{M}_{m-1}^{(p)} \dots \mathbf{M}_1^{(p)}.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Следует отметить, что свободные члены интегральных уравнений (4), (18) и (19) совпадают с компонентами электромагнитного поля, которые находятся в приближении нормального скин-эффекта. Это приближение дает точное описание поля внутри металлической пленки только в пределе $\omega\tau \rightarrow 0$, когда ядра уравнений (4), (18) и (19) обращаются в нуль [16], а матрицы $\mathbf{M}_l^{(s)(p)}$ имеют аналитический вид (15), (20), где ε_d заменяется на ε_n . Но для наноразмерных металлических пленок результаты вычисления оптических полей и коэффициентов отражения, полученные в рамках моделей нормального и аномального скин-эффектов, могут существенно различаться [16,17].

3. Параметры золотых пленок

Ключевое значение для расчета рассматриваемых рефрактометров имеет задание параметров металлических пленок. Далее речь идет о золотых пленках. Широкое использование в устройствах фотоники таких пленок объясняется их устойчивостью к окислению, температурной стабильностью и высокой проводимостью.

В модели аномального скин-эффекта металлическая пленка, помимо ее толщины, характеризуется диэлектрической проницаемостью ионного остова металла $\varepsilon(\lambda)$ и четырьмя параметрами электронного газа n_0 , τ , r_1 , r_2 (см. предыдущий раздел). При этом, поскольку для наноразмерных металлических пленок интегральные части уравнений (4), (18) и (19) являются существенными [16,17], функция $\varepsilon_n(\lambda)$ не имеет самостоятельного значения.

Для определения параметров золотых пленок мы воспользовались экспериментальными данными работы [14], где выполнена спектральная эллипсометрия золотых пленок, нанесенных методом электронно-лучевого напыления на кремниевую подложку. В [14] приведена таблица спектров $\varepsilon_n(\lambda)$ в интервале $300 \leq \lambda \leq 2000$ nm с шагом 10 nm для трех пленок с толщинами 25, 53 и 117 nm, оцененными с использованием рентгеноструктурного анализа. Данные спектры получены на основании модели нормального скин-эффекта путем решения обратной задачи спектральной эллипсометрии металлических пленок заданной толщины при известной зависимости $\varepsilon_s(\lambda)$ для подложки. В таких условиях можно поставить в соответствие экспериментальным данным для $\varepsilon_n(\lambda)$ спектры $\delta_e(\lambda) = r_p(\lambda)/r_s(\lambda)$,

Таблица 1. Параметры электронного газа в золотых пленках различной толщины d_1

d_1 , nm	τ , s	n_0 , m ⁻³	p_1	p_2	a_1	a_2 , nm ²
25	$0.90 \cdot 10^{-14}$	$5.81 \cdot 10^{28}$	0.01	0.47	3.53	$2.87 \cdot 10^6$
53	$1.12 \cdot 10^{-14}$	$5.86 \cdot 10^{28}$	1.00	0.55	3.56	$2.58 \cdot 10^6$
117	$1.31 \cdot 10^{-14}$	$5.69 \cdot 10^{28}$	1.00	0.69	3.62	$2.50 \cdot 10^6$

рассчитав $r_p(\lambda)$ и $r_s(\lambda)$ в приближении нормального скин-эффекта. С другой стороны, по формулам аномального скин-эффекта, приведенным в предыдущем разделе, может быть найдена теоретическая функция $\delta_i(\lambda) = r_p(\lambda)/r_s(\lambda)$. Сопоставление зависимостей $\delta_e(\lambda)$ и $\delta_i(\lambda)$ позволяет решить обратную задачу спектральной эллипсометрии об определении параметров n , τ , p_1 , p_2 , $\varepsilon(\lambda)$. Соответствующие вычисления выполнены при $\gamma = 70^\circ$ [14], $m = 1$, $\varepsilon_a = 1.0003^2$ (область $y > 0$ занята воздухом) и при задании функция $\varepsilon_s(\lambda)$ на основании известных данных для показателей преломления и поглощения кремния [18].

Обратная задача спектральной эллипсометрии золотых пленок решалась в два этапа. Вначале анализировался спектральный диапазон $1000 \leq \lambda \leq 2000$ nm, где экспериментальные спектры комплексной диэлектрической проницаемости золота монотонны [12–14]. Для функции $\varepsilon(\lambda)$ использовалась двухпараметрическая модель Коши

$$\varepsilon(\lambda) = a_1 + a_2/\lambda^2$$

и определялись шесть параметров модели аномального скин-эффекта n_0 , τ , p_1 , p_2 , a_1 , a_2 путем минимизации целевой функции

$$F(n_0, \tau, p_1, p_2, a_1, a_2) = \sum_{j=1}^{101} |\delta_e(\lambda_j) - \delta_i(\lambda_j, n_0, \tau, p_1, p_2, a_1, a_2)|^2,$$

где $\lambda_1 = 1000$ nm, $\lambda_{101} = 2000$ nm. В ходе вычислений значения ε_n вида (5) рассчитывались путем численного решения трансцендентного уравнения (6) относительно $\Delta\varepsilon$ методом контурного интегрирования [19]. Полученные результаты представлены в табл. 1.

Наблюдаемый в табл. 1 рост величин τ , p_1 , p_2 при увеличении d_1 можно связать с увеличением степени кристалличности золота по мере роста пленки [14].

На втором этапе найденные значения n , τ , p_1 , p_2 фиксировались, и для всех табличных длин волн из полного экспериментального интервала $300 \leq \lambda \leq 2000$ nm методом контурного интегрирования решалось уравнение $\delta_e = \delta_i(\varepsilon)$ относительно ε для каждой из трех пленок. Графики полученных функций $\varepsilon(\lambda)$ и соответствующих им функций $\varepsilon_n(\lambda)$ вида (5) представлены на рис. 2 сплошными линиями. Штриховые линии — данные работы [14].

Согласно рис. 2, в отличие от функции $\varepsilon_n(\lambda)$ спектр диэлектрической проницаемости ионного остова золота $\varepsilon(\lambda)$ достаточно стабилен относительно толщины пленки. Некоторое расхождение распределений $\varepsilon(\lambda)$ для трех рассмотренных пленок на рис. 2, по-видимому, связано с экспериментальными погрешностями. Отметим также несовпадение сплошных и штриховых кривых на рис. 2, *b*, относящихся к $d_1 = 25$ nm и $d_1 = 53$ nm, которое свидетельствует о существенном весе интегральных слагаемых в уравнениях (4), (18) и (19).

4. Характеристики рефрактометров

Исследуются рефрактометры, в которых используется призма связи из плавленого кварца, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon_a(\lambda)$ задается трехчленной формулой Селлмейера [20], при этом мнимая часть ε_a считается пренебрежимо малой. На основании призмы связи имеется либо одна золотая пленка ($d_1 = 0$, $d_2 \neq 0$), либо двухпленочная металлодиэлектрическая структура (рис. 1). В последнем случае с призмой связи контактирует золотая пленка, а материал диэлектрической пленки — кварц ($\varepsilon_1 = \varepsilon_a$). Эта конфигурация принципиально отличается от известной конфигурации для возбуждения длиннопобожных плазмонных мод, в которой к призме связи примыкает диэлектрическая пленка [1,3]. В области $y < y_1 - d_1$ находится вода с показателями преломления и поглощения n_s и k_s . Функция $\varepsilon_s(\lambda) = [n_s(\lambda) - ik_s(\lambda)]^2$ для чистой воды задается дисперсионной таблицей, приведенной в [21]. Вычисления выполнены в окрестности длины волны $\lambda_0 = 800$ nm, где $\varepsilon_a(\lambda_0) = 2.112205$, $n_s(\lambda_0) = 1.329$, $k_s(\lambda_0) = 1.25 \cdot 10^{-7}$, а усредненная по трем пленкам зависимость $\varepsilon(\lambda)$ (рис. 2) допускает интерполяцию

$$\varepsilon(\lambda) = 6.87 - i0.119 - (4.81 - i1.12) \cdot 10^{-3}(\lambda - \lambda_0).$$

Для расчетов выбраны усредненные в соответствии с табл. 1 значения $\tau = 10^{-14}$ s, $n_0 = 5.8 \cdot 10^{28}$ m⁻³. С целью выяснения влияния гладкости границ золотых пленок на характеристики рефрактометров рассмотрены два предельных случая, в которых вероятности зеркального отражения электронов $p_1 = p_2 = 0$ либо $p_1 = p_2 = 1$.

Исследованы рефрактометры двух типов. Рефрактометр первого типа имеет стандартную схему Кречмана с одной золотой пленкой и работает на волнах *p*-поляризации [1]. Рефрактометры второго типа имеют описанную выше двухпленочную структуру. В них могут использоваться волны как *p*-, так и *s*-поляризации.

Первым шагом на пути оптимизации рефрактометров является достижение режима нулевого отражения света от призмы связи на длине волны $\lambda = \lambda_0$ [9,10]. Для рефрактометра первого типа это означает выполнение условий

$$\text{Re}(r_p) = 0, \quad \text{Im}(r_p) = 0, \quad (22)$$

которые представляют собой систему двух трансцендентных уравнений относительно угла падения света γ и

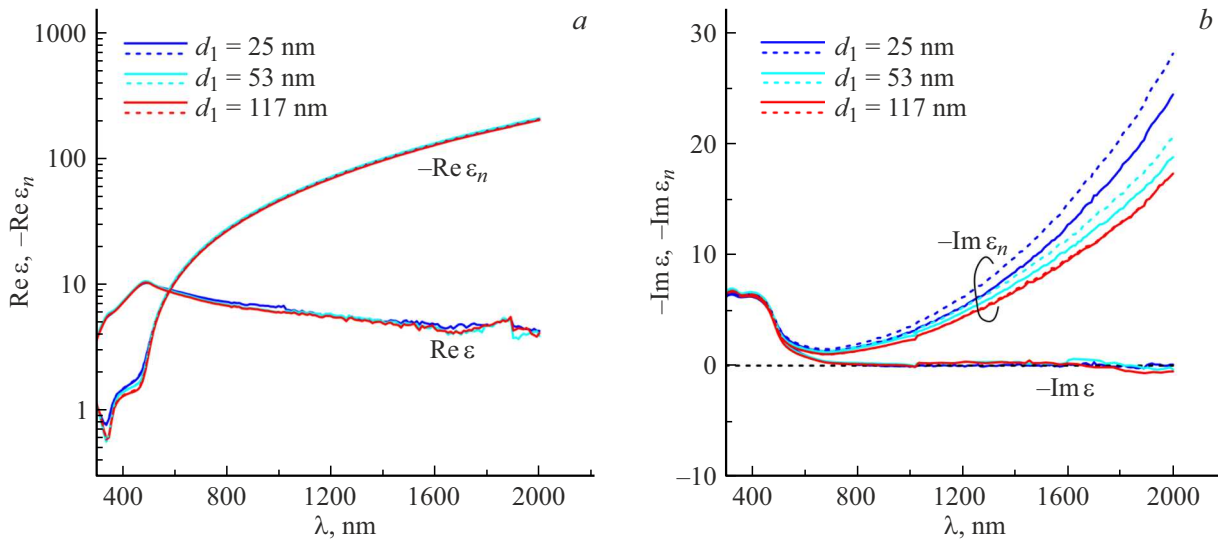


Рис. 2. Спектры действительной (а) и мнимой (b) частей диэлектрических проницаемостей ε и ε_n золотых пленок различных толщин. Горизонтальная штриховая линия — нулевой уровень.

толщины золотой пленки d_2 . В рефрактометрах второго типа помимо (22) выполнямы также условия

$$\operatorname{Re}(r_s) = 0, \quad \operatorname{Im}(r_s) = 0. \quad (23)$$

Расчеты, осуществленные методом итераций [22], показали, что для рефрактометров второго типа уравнения (22) либо (23) могут быть обращены в тождества за счет надлежащего выбора толщин пленок d_1 и d_2 при произвольном угле падения света γ . Физически такая ситуация соответствует безотражательному призмальному возбуждению мод диэлектрической пленки через металлический буферный слой. Фрагменты зависимостей корней уравнений (22) и (23) от γ в окрестности граничного угла полного внутреннего отражения

$$\gamma_c = \arcsin(n_s / \sqrt{\varepsilon_a}), \quad (24)$$

соответствующие возбуждению основных мод, представлены на рис. 3.

На рис. 3 зависимости $d_1(\gamma)$ и $d_2(\gamma)$, относящиеся к волнам p - и s -поляризации, существенно различаются. На эти зависимости влияют и вероятности зеркального отражения электронов p_1, p_2 . Случай $\gamma \rightarrow \gamma_c$ соответствует возбуждению основной моды диэлектрической пленки, находящейся в окрестности критических условий. Он представляет основной интерес с точки зрения максимизации чувствительности рефрактометров.

Действительно, если регистрируемым параметром при вариациях n_s является сдвиг $d\lambda$ координаты минимума функций $|r_p(\lambda)|^2$ либо $|r_s(\lambda)|^2$, а при исходном значении n_s выполнены условия (22) либо (23), то приращения dn_s и $d\lambda$ связаны соотношением

$$S_{p,s} = \frac{d\lambda}{dn_s} = \operatorname{Re} \left(\frac{\partial r_{p,s}^*}{\partial n_s} \frac{\partial r_{p,s}}{\partial \lambda} \right) \left| \frac{\partial r_{p,s}}{\partial \lambda} \right|^{-2}. \quad (25)$$

где S_p и S_s — факторы чувствительности рефрактометра при использовании волн p - либо s -поляризации, звездочкой помечено комплексное сопряжение. Согласно (16) и (21),

$$\frac{\partial r_s}{\partial n_s} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_s}(L_{12}^{(s)}L_{21}^{(s)} - L_{11}^{(s)}L_{22}^{(s)})}{k_{ys}k_{ya}[L_{11}^{(s)} + L_{21}^{(s)}(ik_{ya})^{-1} + ik_{ys}(L_{12}^{(s)} + L_{22}^{(s)}(ik_{ya})^{-1})]}^2, \quad (26)$$

$$\frac{\partial r_p}{\partial n_s} = \frac{2\varepsilon_a(k_{ys}^2 - \beta^2)(L_{11}^{(p)}L_{22}^{(p)} - L_{12}^{(p)}L_{21}^{(p)})}{k_{ys}k_{ya}\varepsilon_s^{3/2}\{L_{11}^{(p)} - L_{21}^{(p)}\varepsilon_a(ik_{ya})^{-1} + ik_{ys}\varepsilon_s^{-1}[L_{22}^{(p)}\varepsilon_a(ik_{ya})^{-1} - L_{12}^{(p)}]\}^2}. \quad (27)$$

При $\gamma \rightarrow \gamma_c$ имеем $k_{ys} \rightarrow \sqrt{-k_s(k_s + 2in_s)}$. Из (25)–(27) следует, что в этом пределе при слабом поглощении света в исследуемой среде ($k_s \rightarrow 0$) можно ожидать значительных модулей $|S_{p,s}|$.

Данный вывод подтверждается графиками, приведенными на рис. 4. Они построены с использованием формул (25)–(27) при выборе d_1 и d_2 в соответствии с данными рис. 3. Производные $\partial r_{p,s} / \partial \lambda$ рассчитывались численно на основании (16) и (21).

На рис. 4 кривые, относящиеся к случаям $p_1 = p_2 = 0$ и $p_1 = p_2 = 1$, в масштабах рисунка совпадают, но это совпадение имеет место при разных комбинациях толщин пленок d_1 и d_2 (рис. 3 и табл. 2). Видно, что экстремальная чувствительность рефрактометров достигается при $\gamma \rightarrow \gamma_c$ со стороны углов падения, обеспечивающих полное внутреннее отражение света от границы раздела диэлектрическая пленка–вода. В согласии с (25)–(27) модули $|S_{p,s}(\gamma)|$ резко уменьшаются при увеличении k_s , а при $\gamma = \gamma_1 = 66.15435^\circ$ и $\gamma = \gamma_2 = 66.15463^\circ$ функции $S_p(\gamma)$ и $S_s(\gamma)$ изменяют знак. В области $\gamma > \gamma_2$, где $S_s(\gamma) > 0$, $S_p(\gamma) > 0$, имеет место неравенство $S_s(\gamma) > S_p(\gamma)$, поэтому использование волн s -

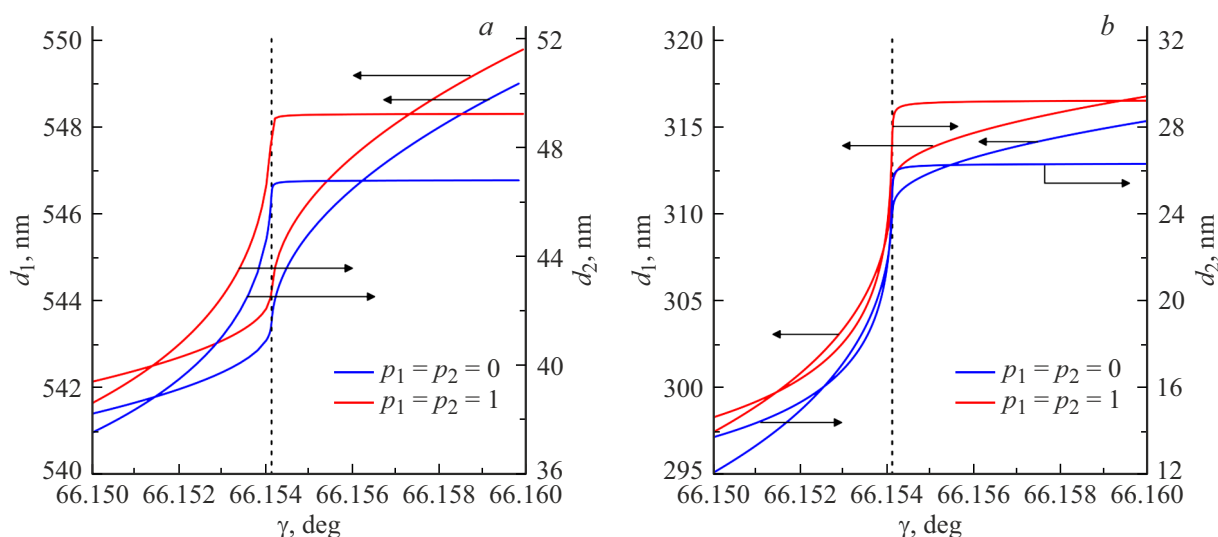


Рис. 3. Толщины кварцевой (d_1) и золотой (d_2) пленок, обеспечивающие нулевое отражение света от двухпленочного рефрактометра, в зависимости от угла падения света и вероятностей зеркального отражения электронов от границ золотой пленки p_1, p_2 : *a* — волны *p*-поляризации, *b* — волны *s*-поляризации. Штриховые линии — граничный угол (24).

Таблица 2. Параметры тонкопленочных рефрактометров первого и второго типов при выборе толщин пленок из условий (22), (23)

Mode	p_1	p_2	γ , deg	d_1 , nm	d_2 , nm	S_p , nm/RIU	S_s , nm/RIU	C	C'
p_0	0	0	71.326	0	47.56	7022	—	$9.41 \cdot 10^{-3}$	$9.96 \cdot 10^{-3}$
	1	1	71.264	0	50.00	7036	—	$6.24 \cdot 10^{-3}$	$6.59 \cdot 10^{-3}$
p_1	0	0	66.155	545.56	46.75	259407	—	$6.96 \cdot 10^{-5}$	$6.90 \cdot 10^{-5}$
	1	1	66.155	546.30	49.18	258516	—	$5.06 \cdot 10^{-5}$	$4.97 \cdot 10^{-5}$
s_1	0	0	66.155	312.35	26.21	—	956393	$2.93 \cdot 10^{-5}$	$2.96 \cdot 10^{-5}$
	1	1	66.155	313.76	29.09	—	966546	$2.05 \cdot 10^{-5}$	$2.06 \cdot 10^{-5}$

поляризации предпочтительно. При $k_s = 1.25 \cdot 10^{-7}$ резкий максимум функции $S_s(\gamma)$, равный $8.88 \cdot 10^6$ nm/RIU, достигается при $\gamma = 66.15466^\circ$. Но столь тонкая настройка угла падения технически затруднительна, поэтому далее характеристики двухпленочных рефрактометров рассматриваются при $\gamma = 66.155^\circ$, когда они малочувствительны к величине k_s (рис. 4).

Расчеты показали, что в окрестности угла падения $\gamma = \gamma_c$ системы уравнений (22) и (23) имеют множество решений, различающихся главным образом значениями d_1 , которые разделены интервалами $\Delta d_1 = 0.5\lambda_0 / \sqrt{\epsilon_a(\lambda_0) - n_s^2(\lambda_0)}$, характерными для критических толщин мод разного порядка диэлектрических пленок [20]. Однако высшие моды не представляют существенного интереса, поскольку при их возбуждении модули $|S_{p,s}(\gamma)|$ значительно меньше, чем при возбуждении основных мод.

Отмеченные особенности иллюстрирует табл. 2. В ней строки p_0 соответствуют возбуждению плазмонной моды в схеме Кречмана, строки p_1 и s_1 — возбуждению

основных мод *p*- и *s*-поляризации в диэлектрической пленке рефрактометров.

В соответствии с табл. 2 оптимизированные двухпленочные рефрактометры имеют гораздо более высокую чувствительность по сравнению с рефрактометрами со схемой Кречмана. Из табл. 2 также следует, что с точки зрения максимизации чувствительности предпочтительны рефрактометры, использующие волны *s*-поляризации. Средняя по двум строкам s_1 табл. 2 чувствительность составляет $S_s = 9.6 \cdot 10^5$ nm/RIU, которая более чем на порядок превышает рекордное значение $5.7 \cdot 10^4$ nm/RIU, достигнутое при возбуждении длиннопребной плазмонной моды в [1].

Влияние приращения показателя преломления воды Δn_s на спектры отражательной способности рефрактометров иллюстрирует рис. 5. Представленные кривые соответствуют данным, приведенным в табл. 2.

В согласии с рис. 5 спектры $|r_{p,s}(\lambda)|^2$ при диффузном ($p_1 = p_2 = 0$) и зеркальном ($p_1 = p_2 = 1$) отражении электронов проводимости от границ золотой пленки

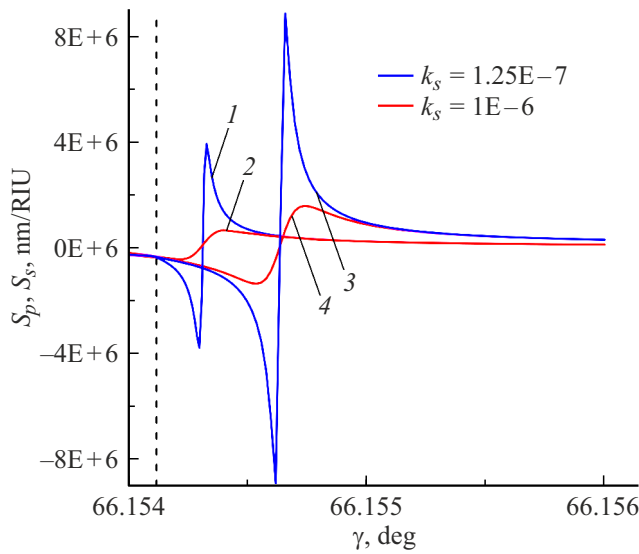


Рис. 4. Чувствительность двухпленочных рефрактометров при использовании волн p - (1, 2) и s - (3, 4) поляризации. Штриховая прямая — граничный угол (24).

заметно различаются. Приведенные графики коррелируют с чувствительностью соответствующих им рефрактометров. В частности, в масштабах рис. 5, a кривые, относящиеся к $\Delta n_s = 0$ (чистая вода) и к $\Delta n_s \leq 5 \cdot 10^{-6}$, визуально неотличимы. На рис. 5, b аналогичная ситуация имеет место при $\Delta n_s \leq 1 \cdot 10^{-6}$.

Наряду с чувствительностью важной характеристикой рефрактометров является их разрешающая способность r , под которой понимается наименьшее допускающее надежное обнаружение изменение показателя преломления n_s . Значение r определяется статистическими свойствами света, шумами в электронной схеме фотоприемников и погрешностями округления при аналого-цифровом преобразовании сигналов [2].

В качестве оценки r можно принять среднеквадратичное отклонение измеряемого значения n_s [2, 8]. При призмном возбуждении плазмонных мод спектр отражательной способности призмы связи $R(\lambda) = |r_p(\lambda)|^2$ имеет единственный минимум при $\lambda = \lambda_{\min}$, где значение $\lambda_{\min}$ однозначно связано с n_s [2]. Таким образом, для контроля n_s можно использовать зависимость $n_s(\lambda_{\min})$. В этом случае $r = \sigma_\lambda S^{-1}$, где σ_λ — среднеквадратичное отклонение $\lambda_{\min}$ [2, 8]. Оценки значений $\lambda_{\min}$ и σ_λ могут быть получены путем обработки массива данных $R_j = R(\lambda_j)$, измеряемого на дискретных длинах волн λ_j , с использованием регрессионного анализа либо методом центраида [23]. Но при таких вычислениях существенно, чтобы минимум функции $R(\lambda)$ на некотором интервале $a \leq \lambda \leq b$, содержащем достаточно большое число N узлов λ_j , был единственным, а приращение Δn_s вызывало сдвиг контура $R(\lambda)$ с сохранением его формы (рис. 5, a), что характерно для возбуждения плазмонных мод.

Для рассматриваемых двухпленочных рефрактометров названные условия не соблюдаются. Действительно,

на рис. 5, b , где $R(\lambda) = |r_p(\lambda)|^2$, и на рис. 5, c , где $R(\lambda) = |r_s(\lambda)|^2$, спектры $R(\lambda)$, относящиеся к $\Delta n_s = 0$, имеют два минимума, один из которых (нулевой) соответствует возбуждению моды Ценнека всей структуры, а второй — возбуждению основной моды диэлектрической пленки. Кроме того, модификация контуров $R(\lambda)$ при увеличении Δn_s выглядит не как их сдвиг, а скорее как сужение.

В такой ситуации для контроля n_s может быть использован метод наименьших квадратов, в котором n_s определяется из условия минимума целевой функции

$$F(n_s) = \sum_{j=1}^N [R_j - f_j(n_s)]^2, \quad (28)$$

где R_j — экспериментальные данные, $f_j(n_s)$ — теоретическая модель вида (16) либо (21) (точнее, $f_j(n_s) = |r_s(\lambda_j, n_s)|^2$ либо $f_j(n_s) = |r_p(\lambda_j, n_s)|^2$, в зависимости от поляризации излучения). Обозначим через $\bar{R}_j$ среднее значение случайной величины R_j (здесь и далее черта над выражением обозначает его среднюю величину). Тогда в линейном приближении, оправданном при малых флуктуациях R_j , функция $f_j(n_s)$ в (28) может быть взята в виде

$$f_j(n_s) = f_j(\bar{n}_s) + \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s} \Delta n_s, \quad (29)$$

где $\Delta n_s = n_s - \bar{n}_s$, $\bar{n}_s$ — корень уравнения

$$\sum_{j=1}^N [\bar{R}_j - f_j(\bar{n}_s)] \frac{\partial f_j}{\partial n_s} = 0. \quad (30)$$

Из условия минимума $F(n_s)$ с учетом (29) получаем

$$\Delta n_s = \sum_{j=1}^N \left\{ [R_j - f_j(\bar{n}_s)] \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s} \right\} \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 \right]^{-1}. \quad (31)$$

В соответствии с (30) и (31) $\bar{\Delta n_s} = 0$. Тогда в приближении, что величины R_j при разных j статистически независимы,

$$r = \sqrt{\sum_{j=1}^N \left[D(R_j) \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 \right] \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 \right]^{-1}}, \quad (32)$$

где $D(R_j) = \overline{(R_j - \bar{R}_j)^2}$ — дисперсия R_j . Из (32) может быть получена оценка

$$r \leq \sigma_r C, \quad (33)$$

где $\sigma_r = \max_j \sqrt{D(R_j)}$,

$$C = \left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 \right]^{-0.5}. \quad (34)$$

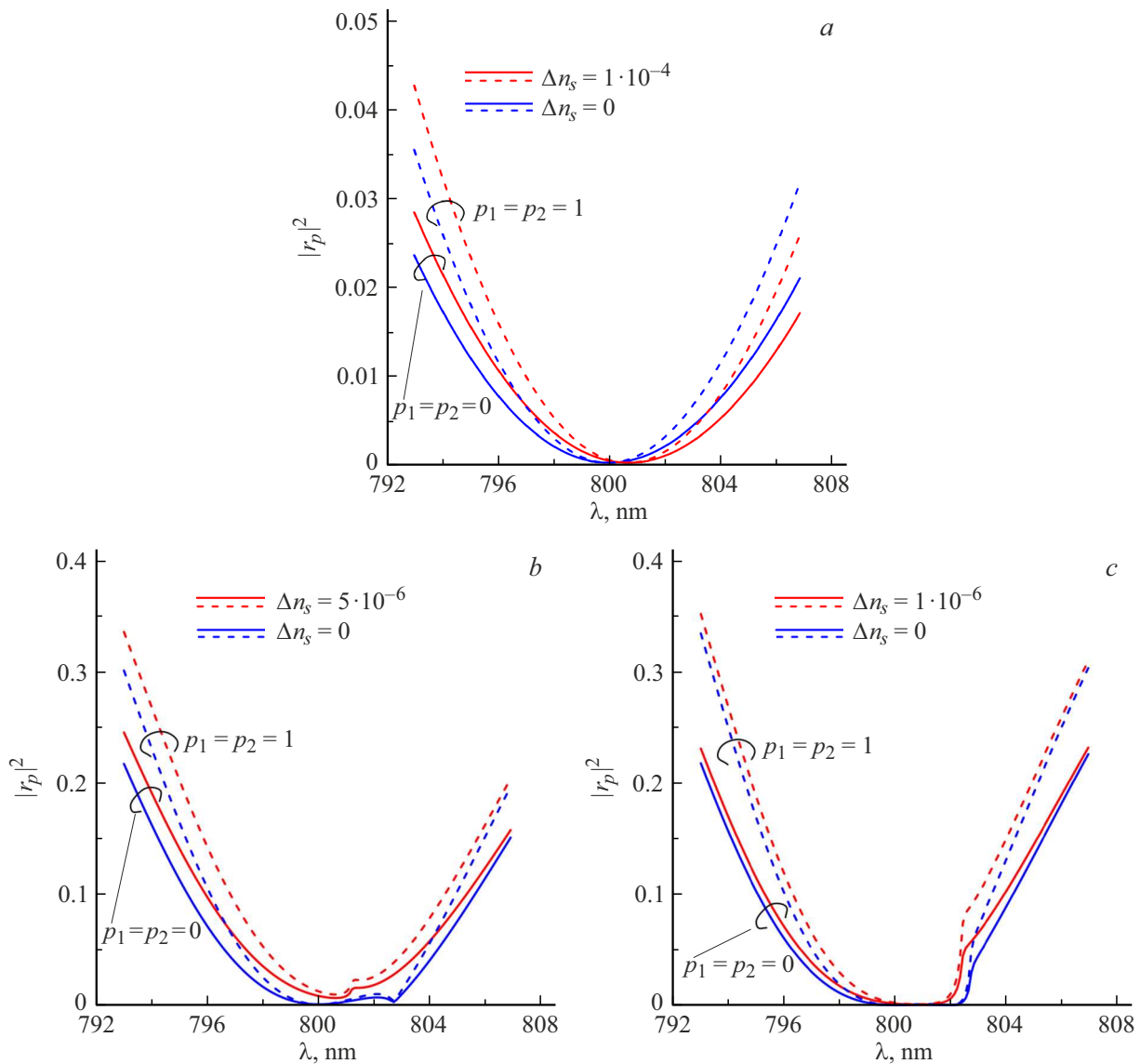


Рис. 5. Модификация спектров отражательной способности рефрактометра с конфигурацией Кречмана (а) и оптимизированных двухслойных рефрактометров, использующих волны p - (b) и s - (c) поляризации при изменении показателя преломления воды на Δn_s .

При эквидистантных λ_j , разделенных интервалом $\Delta\lambda = (b-a)/(N-1)$, и достаточно большом N сумма в (34) допускает представление

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 = N \left[\overline{\left(\frac{\partial f}{\partial n_s} \right)^2} + O(\Delta\lambda) \right],$$

где

$$\overline{\left(\frac{\partial f}{\partial n_s} \right)^2} = \frac{1}{b-a} \int_a^b \left(\frac{\partial f}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2 d\lambda$$

имеет смысл среднего значения функции

$$\left(\frac{\partial f(\lambda, n_s)}{\partial n_s} \right)_{n_s=\bar{n}_s}^2$$

на интервале $a \leq \lambda \leq b$. Тогда $C \approx C'$, где в соответствии с законом больших чисел

$$C' = \left[N \overline{\left(\frac{\partial f}{\partial n_s} \right)^2} \right]^{-0.5}. \quad (35)$$

В (33) σ_r отвечает за статистические свойства сигналов, а коэффициент C определяется оптической схемой рефрактометра. На этом основании расчет C позволяет сравнить оптические схемы различных рефрактометров с позиций их разрешающей способности. Коэффициенты C и C' для исследованных рефрактометров приведены в табл. 2. Они рассчитаны на основании соотношений

$$\frac{\partial f_j}{\partial n_s} = 2 \operatorname{Re} \left[r_i^*(\lambda_j, n_s) \frac{\partial r_i(\lambda_j, n_s)}{\partial n_s} \right]$$

($i=p$ для волн p -поляризации, $i=s$ для волн s -поляризации), (16), (21), (26) и (27). С позиций проведения экспрессных измерений на спектрофотометре Photon RT¹ выбраны значения

$$N = 15, \lambda_j = \lambda_1 + (j-1)\Delta\lambda, \Delta\lambda = 1 \text{ nm}, \quad (36)$$

где $\lambda_1 = 793 \text{ nm}$.

Согласно табл. 2, увеличение чувствительности рефрактометра сопровождается улучшением его разрешающей способности, т.е. уменьшением C . Этот вывод можно отнести и к схеме рефрактометра, работающего на длиннопробежной плазмонной моде [1]. Действительно, экспериментальным зависимостям $R(\lambda)$, приведенным на рис. 4 работы [1], относящимся к $\Delta n_s = 0$ (в этом случае $\lambda_{\min} = 812.8 \text{ nm}$) и $\Delta n_s = 1.2 \cdot 10^{-4}$ при условиях (36), где $\lambda_1 = 805.8 \text{ nm}$, соответствуют $C = 5.59 \cdot 10^{-4}$, $C' = 5.73 \cdot 10^{-4}$. Данные значения более чем на порядок превышают C и C' , приведенные в строках s_1 табл. 2. Из табл. 2 также следует, что несмотря на сравнительно небольшое $N = 15$, приближение (35) вполне пригодно для оценочных расчетов.

5. Заключение

Разработана техника расчета чувствительности спектроскопических рефрактометров с тонкопленочной металлодиэлектрической структурой на основании призмь связи. Отражательная способность рефрактометров определяется путем перемножения характеристических матриц пленок. Характеристические матрицы металлических пленок рассчитываются путем численного решения интегральных уравнений аномального скин-эффекта. Детально исследованы рефрактометры со структурой призма связи—золотая пленка—диэлектрическая пленка—вода с варьируемым показателем преломления. В качестве материалов призмь связи и диэлектрической пленки выбран плавленный кварц. Диэлектрическая проницаемость ионного остова золота и константы электронного газа в золотых пленках найдены путем обработки литературных данных по спектральной эллипсометрии частично прозрачных золотых пленок. Установлено, что за счет оптимального выбора толщин металлической и диэлектрической пленок можно сочетать два фактора, ведущих к максимизации чувствительности рефрактометров, а именно нулевое отражения света от призмь связи и возбуждение в диэлектрической пленке волноводной моды, находящейся при условиях, близких к критическим. Это позволяет поднять чувствительность рефрактометров до $2.6 \cdot 10^5 \text{ nm/RIU}$ либо до $9.6 \cdot 10^5 \text{ nm/RIU}$ при использовании волн p - либо s -поляризации соответственно. Исследована разрешающая способность рефрактометров.

¹ https://www.essentoptics.com/rus/products/spectrophotometers/photon_rt/

Показано, что спектры отражательной способности хорошо изученных рефрактометров на плазмонных модах и предложенных двухпленочных рефрактометров качественно различаются. На этом основании для сравнения разрешающей способности различных тонкопленочных металлодиэлектрических рефрактометров предложен критерий, основанный на методе наименьших квадратов. Расчеты показали, что увеличение чувствительности рефрактометра сопровождается улучшением его разрешающей способности. Среди рассмотренных устройств максимальной разрешающей способностью обладают двухпленочные рефрактометры, работающие на волнах s -поляризации. Имеет место существенная зависимость характеристик рефрактометров от вероятностей зеркального отражения электронов на границах золотой пленки.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь „1.15 Фотоника и электроника для инноваций“.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] R. Slavík, J. Homola. *Sens. Actuators B: Chem.*, **123** (1), 10 (2007). DOI: 10.1016/j.snb.2006.08.020
- [2] M. Piliarik, J. Homola. *Opt. Express*, **17** (19), 16505 (2009). DOI: 10.1364/oe.17.016505
- [3] J.Y. Jing, Q. Wang, W.M. Zhao, B.T. Wang. *Opt. Lasers Eng.*, **112**, 103 (2019). DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.09.013
- [4] B. Hossain, A.K. Paul, M.A. Islam, M.F. Hossain, M.M. Rahman. *Results in Optics*, **7**, 100217 (2022). DOI: 10.1016/j.rso.2022.100217
- [5] M. Myilsamy, P.C. Lordwin, A. Vibisha, S. Ponnai, J. Zbigniew, R.K. Balasundaram. *Photonics Lett. Pol.*, **15** (2), 18 (2023). DOI: 10.4302/plp.v15i2.1206
- [6] Q.M. Al-Bataineh, A.D. Telfah, C.J. Tavares, R. Hergenröder. *Sens. Actuators A: Phys.*, **370**, 115266 (2024). DOI: 10.1016/j.sna.2024.115266
- [7] F. Wang, Y. Wei, Y. Han. *Sensors*, **24** (15), 5050 (2024). DOI: 10.3390/s24155050
- [8] D.V. Nesterenko, Z. Sekkat. *Plasmonics*, **8** (4), 1 (2013). DOI: 10.1007/s11468-013-9575-1
- [9] А.Б. Сотский, М.М. Назаров, С.С. Михеев, Л.И. Сотская. *ЖТФ*, **91** (2), 315 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.02.50368.199-20 [А.Б. Сотский, М.М. Назаров, С.С. Михеев, Л.И. Сотская. *Tech. Phys.*, **66**, 305 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221020195].
- [10] А.Б. Сотский, Е.А. Чудаков, А.В. Шилов, Л.И. Сотская. *ЖТФ*, **94** (2), 267 (2024). DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57082.185-23
- [11] И.У. Примак. *ЖТФ*, **74** (10), 75 (2004). [И.У. Примак. *Tech. Phys.*, **49**, 1319 (2004). DOI: 10.1134/1.1809704].

- [12] R.L. Olmon, B. Slovick, T.W. Johnson, D. Shelton, S.H. Oh, G.D. Boreman, M.B. Raschke. *Phys. Rev. B*, **86**, 235147 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.235147
- [13] E.T. Hu, Q.Y. Cai, R.J. Zhang, Y.F. Wei, W.C. Zhou, S.Y. Wang, Y.X. Zheng, W. Wei, L.Y. Chen. *Opt. Lett.*, **41** (21), 4907 (2016). DOI: 10.1364/OL.41.004907
- [14] D.I. Yakubovsky, A.V. Arsenin, Y.V. Stebunov, D.Y. Fedyanin, V.S. Volkov. *Opt. Express*, **25** (21), 25574 (2017). DOI: 10.1364/OE.25.025574
- [15] А.В. Соколов. *Оптические свойства металлов* (ГИФМЛ, М., 1961).
- [16] А.Б. Сотский, Е.А. Чудаков, Л.И. Сотская. *Опт. и спектр.*, **129** (7), 889 (2021). DOI: 10.21883/OS.2021.07.51080.1847-21 [А.В. Sotsky, E.A. Chudakov, L.I. Sotskaya. *Opt. Spectrosc.*, **129**, 1023 (2021). DOI: 10.1134/S0030400X21070195].
- [17] А.Б. Сотский, Е.А. Чудаков, Л.И. Сотская. *ЖПС*, **91** (4), 581 (2024). [А.В. Sotsky, E.A. Chudakov, L.I. Sotskaya. *JAS*, **91**, 812 (2024). DOI: 10.1007/s10812-024-01789-7].
- [18] *Handbook of Optical Constants of Solids*, ed. by E.D. Palik (Naval Research Laboratory, Washington, D.C., 1985). DOI: 10.1016/C2009-0-20920-2
- [19] А.Б. Сотский. *Теория оптических волноводных элементов* (МГУ им. А.А. Кулешова, Могилев, 2011).
- [20] М. Адамс. *Введение в теорию оптических волноводов*, под ред. И.Н. Сисакяна (Мир, М., 1984). [*An Introduction to Optical Waveguides*, ed. by M.J. Adams (Wiley, N.Y., 1981)].
- [21] G.M. Hale, M.R. Querry. *Appl. Opt.*, **12** (3), 555 (1973). DOI: 10.1364/ao.12.000555
- [22] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике*, под ред. И.Г. Арамановича (Наука, М., 1977). [*Mathematical handbook*, ed. by G.A. Korn, T.M. Korn (McGraw-Hill Book Company, N.Y., 1968)].
- [23] G.G. Nenninger, M. Piliarik, J. Homola. *Meas. Sci. Technol.*, **13** (12), 2038 (2002). DOI: 10.1088/0957-0233/13/12/332