05,08

Конфигурации магнитных скирмионов высокого порядка и пирловского вихря в связанном состоянии

© А.Д. Федосеев [1], М.С. Шустин [2,¶], Д.М. Дзебисашвили [1]

[1] Институт физики им. Л.В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск, Россия
[2] Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия
[¶] E-mail: mshustin@yandex.ru

Поступила в Редакцию 6 марта 2025 г.
В окончательной редакции 6 марта 2025 г.
Принята к публикации 5 мая 2025 г.

В рамках магнитного энергетического функционала гибридной 2D структуры сверхпроводник/киральный магнетик, в котором учитываются: обменное взаимодействие, одноионная анизотропия, а также орбитальные и зеемановские эффекты полей рассеяния пирловского вихря, изучены условия стабилизации магнитных скирмионов высокого порядка со значениями топологического заряда $|Q| = 3, 4$. В отличии от случая $|Q| = 2$, изученного ранее [Письма в ЖЭТФ, **120**, 539–546 (2024)], скирмионы с более высокими $|Q|$ не обязаны формировать некоаксильные конфигурации связанной пары с вихрем Пирла. При этом для скирмионов с $|Q| = 3$ конкуренция взаимодействий в континуальном пределе допускает различную степень коаксиальности, однако коаксиальная конфигурация не может быть стабилизирована на реальной дискретной решетке из-за малых размеров скирмионов. Скирмионы с $|Q| = 4$ формируются устойчивые коаксиальные пары с вихрем Пирла.

Ключевые слова: магнитные скирмионы, сверхпроводящий вихрь Пирла.

DOI: 10.61011/FTT.2025.07.61189.20HH-25

1. Введение

Двумерные магнитные скирмионы (МС) являются локализованными вихреподобными конфигурациями, для которых поле намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ принадлежит к нетривиальной компоненте гомотопической группы $\pi_2(\mathbb{S}^2) \in \mathbb{Z}$ [1,2]. Так как конфигурация для ферромагнитного состояния отвечает тривиальной компоненте, плавный коллапс МС не может реализоваться без преодоления энергетического барьера. Последним обусловлен практический интерес к исследованию МС, как к потенциальным объектам для реализации элементной базы устройств магнитной памяти, спинтроники и сверхпроводящей электроники [3–5].

Количественной характеристикой, позволяющей определять принадлежность МС к определенным гомотопическим классам является топологический заряд Q, определяемый в терминах поля намагниченности как [1,2]:

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int\limits_{\mathbb{R}^2} \left(\mathbf{m} \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right] \right) d^2\mathbf{r}, \qquad (1)$$

Наиболее изученными являются скирмионы с $|Q| = 1$, однако в последние годы существенно активизировались исследования более экзотических МС, несущих иные значения Q, а именно: скирмионы высокого порядка [6,7], скирмионные мешки [8–12], бискирмионы [13] и т.д. Среди отмеченных структур, магнитные скирмионы высокого порядка (МСВП) представляют собой вихри, поле намагниченности которых может быть параметризовано в терминах скирмионного угла $\Theta(r)$ как:

$$m_x = \sin\Theta(r)\cos n\varphi;$$

$$m_y = \sin\Theta(r)\sin n\varphi; \quad m_z = \cos\Theta(r). \qquad (2)$$

Здесь r и φ есть радиальная и угловая переменные полярной системы координат на пленке с началом, совпадающим с центром скирмиона; n есть индекс завихренности („vorticity“) МСВП, связанный с топологическим зарядом соотношением $n = -Q$. Таким образом, МСВП с различными значениями n принадлежат к различным гомотопическим классам, являются метастабильными конфигурациями и не могут переходить друг в друга без преодоления энергетического барьера — тем более существенного, чем больше размеры МСВП.

Среди механизмов стабилизации магнитных скирмионов наиболее активно рассматривается киральное взаимодействие Дзялошинского–Мории (Д–М) [14]. Однако, в случае МСВП с $|n| > 1$ последнее дает нулевой вклад в магнитный энергетический функционал. Кроме взаимодействия Д–М, рассматривались другие механизмы, обусловленные, например: магнетостатическими взаимодействиями [7,15], фрустрированными обменными связями [6,16] или гибридизацией локализованных магнитных моментов с коллективизированными электронами [13,17]. Также была предложена аналитическая подстановка для системы из нескольких магнитных вихрей, в том числе несущих топологический заряд $|Q| > 1$,

в планарных наноструктурах с произвольной формой границы [18].

Недавно авторами был предложен дополнительный механизм стабилизации МСВП с $|n| > 1$, обусловленный орбитальными эффектами неоднородных магнитных полей [19–21]. В качестве последних мы рассматривали поля рассеяния пирловского вихря (ПВ). В случае коаксиальных конфигураций — с совпадающими координатами центров МСВП и вихря Пирла — была развита аналитическая теория связанных состояний и продемонстрировано, что для сильно коррелированных систем вклад орбитальных слагаемых в энергию МСВП может быть сопоставим с вкладом от взаимодействия Д–М [19,20]. В дальнейшем было показано [21], что орбитальные эффекты допускают стабилизацию некоаксиальных конфигураций — по аналогии со случаем связанных пар ПВ–МС с $|Q| = 1$ (стабилизированных взаимодействием Д–М), детально исследованном в серии недавних работ [22–25]. Было показано, что в простейшем случае $n = 2$ всегда реализуются некоаксиальные связанные конфигурации ПВ–МСВП [20].

С другой стороны, качественный анализ зеемановских и орбитальных вкладов в магнитный функционал, частично проведенный в работе [21], показывает, что МСВП с $n > 2$ потенциально могут сформировать и коаксиальные конфигурации. Последние, в свою очередь, могут стать платформой для реализации на магнитных скирмионах майорановских связанных состояний [26–31]. В настоящей работе исследуются условия стабилизации связанных пар ПВ–МСВП с $n > 2$ за счет орбитальных эффектов полей рассеяния ПВ и показывается возможность реализации коаксиальных связанных конфигураций.

2. Энергетический функционал МСВП в поле рассеяния вихря Пирла

Условия формирования МСВП в гибридных двумерных структурах сверхпроводник/ферромагнетик будем рассматривать в рамках следующего классического магнитного функционала на треугольной решетке:

$$\mathscr{H} = -\sum_{\langle f,g\rangle} \mathscr{J}\cdot \mathbf{S}_f\cdot \mathbf{S}_g + \sum_{\langle f,g,l\rangle\in\Delta} \mathscr{K}\cdot \mathbf{S}_f\cdot[\mathbf{S}_g\times \mathbf{S}_l] - \mathscr{B}\sum_f S_f^z - \mathscr{A}\sum_f (S_f^z)^2 \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{S}_f$ есть классические трехкомпонентные вектора на узле f. Первое слагаемое правой части (3) описывает обменное взаимодействие ферромагнитного типа, $\mathscr{J} > 0$, между соседними узлами f и g. Второе слагаемое описывает трехспиновое взаимодействие между тремя ближайшими узлами f, g и l, формирующими минимальный плакет Δ на треугольной решетке. Оно также называется скалярным киральным взаимодействием (СКВ). Параметр $\mathscr{A} > 0$ описывает одноионную анизотропию типа „легкая ось“, $\mathscr{B}$ — выраженную в энергетических единицах напряженность внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси квантования z, перпендикулярной пленке.

Спиновый гамильтониан типа (3) может быть получен при рассмотрении эффективных взаимодействий в двумерных мотт-хаббардовских изоляторах [19,32,33]. В таком рассмотрении слагаемое $\propto \mathscr{J}$ имеет смысл сверхобменного взаимодействия, а слагаемые $\propto \mathscr{K}$ и $\propto \mathscr{B}$ описывают орбитальные и зеемановские эффекты внешнего магнитного поля, соответственно. При этом неоднородная амплитуда $\mathscr{K}(f, g, l)$ определяется потоком магнитного поля Φ_Δ через треугольный плакет Δ. Слагаемое с легкоосной анизотропией $\propto A$ может быть обусловлено как эффектами кристаллического поля, так и эффективно индуцировано диполь–дипольными взаимодействиями для скирмионов достаточно больших пространственных размеров [22,34,35]. Было показано, что в режиме сильных электронных корреляций реализуется иерархия амплитуд эффективных взаимодействий, $\mathscr{J} \gg \mathscr{K} \gg \mathscr{A}$, которой мы будем в дальнейшем придерживаться.

При описании пирловского вихря будем предполагать, что параметр его эффективной длины λ существенно превосходит характерные размеры скирмиона. Соответственно, при описании взаимодействия между сверхпроводящим и магнитными вихрями будем учитывать лишь влияние первого на последние, игнорируя обратное влияние. Также пренебрежем сверхпроводящим эффектом близости, считая, что ПВ действует на магнитные скирмионы лишь посредством неоднородных полей рассеяния: $\mathbf{H}(\rho, \varphi, z \to 0_+) = H_z(\rho)\cdot \mathbf{e}_z + H_\rho(\rho)\cdot \mathbf{e}_\rho$. Здесь и далее посредством $\rho = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2}$ обозначена радиальная переменная полярной системы координат с началом совпадающим с центром вихря Пирла, $(x_0, y_0) = -(a\cdot\cos\phi_0, a\cdot\sin\phi_0)$ (см. рис. 1). Радиальная зависимость компонент $H_{z/\rho}$ определяется выражениями [25,36–38]:

$$H_{z/\rho}(\rho) = \frac{s_H\Phi_0}{2\pi}\int_0^\infty \frac{qJ_{0,1}(q\rho)}{1+2q\lambda}\,dq \cong \frac{s_H\Phi_0}{4\pi\lambda}\frac{1}{\rho}, \qquad (4)$$

где множитель $s_H = \pm 1$ определяет взаимные направления поля вихря и намагниченности насыщения пленки, Φ_0 — квант магнитного потока. При написании (4) мы предполагали, что размеры кора вихря ξ пренебрежимо малы, по сравнению с характерными размерами скирмиона и вихря Пирла.

Вопрос о стабилизации МСВП в неоднородном поле будем рассматривать в рамках вариационного подхода для континуальной версии классического функционала (3). В качестве пробной функции, описывающей формирование МСВП, будем рассматривать двухпараметрический анзац скирмионного угла [39]:

$$\Theta(r, R, w) = 2\arctan\left(\frac{\cosh R/w}{\sinh r/w}\right). \qquad (5)$$

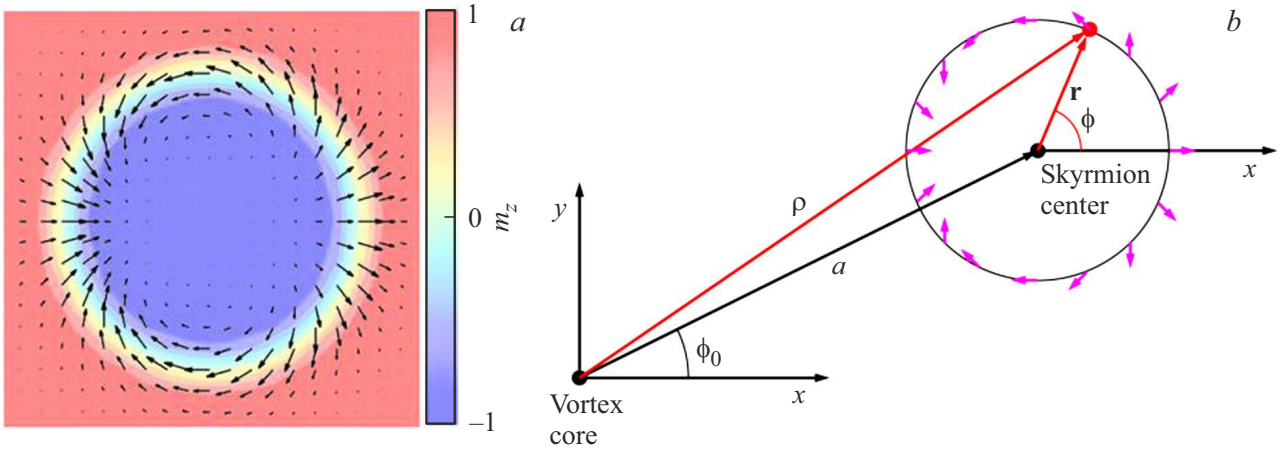

Рис. 1. *a* — Пространственный профиль магнитного скирмиона высокого порядка с $n = 2$. Стрелками визуализирована проекция поля намагниченности $m(r)$ на плоскость пленки XoY. Цвета отвечают значениям проекции намагниченности в соответствии с цветовым кодом, приведенным справа. *b* — Геометрия взаимного расположения сверхпроводящего пирловского вихря и МСВП с $n = 2$. Энергия пары ПВ и МСВП зависит от расстояния между их центрами, и от угла φ_0, задающего взаимную ориентацию центров.

Такая параметризация, совместно с (2), имеет смысл аксиально симметричной 1D доменной стенки, где w — ее ширина, R — расстояние от центра скирмиона до ее середины. Все расстояния измеряются в единицах параметра решетки. Далее, будем предполагать, что центры ПВ и МСВП могут быть смещены друг относительно друга, а их взаимное расположение параметризуется полярными переменными — расстоянием $a \ll \lambda$ между центрами и углом φ_0. Визуализация пространственного профиля МСВП с $n = 2$, построенная с использованием (2) и (5), а также геометрия взаимного расположения МСВП и ПВ представлены на рис. 1. Важно подчеркнуть, что при анализе некоаксиальных конфигураций нами не учитывались искажения профилей скирмионов радиальными компонентами H_ρ поля вихря Пирла [23–25]. Также отметим, что введение в параметризации (2) дополнительного параметра спиральности скирмионов (т. н. „helicity“) χ в представленном рассмотрении привело бы к перенормировке угла φ_0, а потому мы в качестве точки отчета спиральности выбрали $\chi = 0$.

Предполагая, что размеры скирмиона существенно превышают параметр решетки $R, w \gg 1$, можно перейти к континуальному описанию функционала (3). В таком приближении энергия возбуждения МСВП над ферромагнитным состоянием, $m_z \equiv 1$, описывается функционалом $E[\mathbf{m}] = E_J + E_A + E_K + E_Z$ со следующими энергетическими вкладами [19,21]:

$$E_J = \frac{\sqrt{3}S^2\mathcal{J}}{2}\int\limits_{\mathbb{R}_2}\sum_{\mu=x,y,z}(\nabla m_\mu)^2 ds,$$

$$E_A = \frac{2}{\sqrt{3}S^2\mathcal{A}}\int\limits_{\mathbb{R}_2}(1-m_z^2)ds, \qquad (6)$$

$$E_K = S^3\int\limits_{\mathbb{R}_2}\mathcal{K}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)\cdot\left(\mathbf{m}\cdot\left[\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial x}\times\frac{\partial\mathbf{m}}{\partial y}\right]\right)ds, \qquad (7)$$

$$E_Z = \frac{2Sg\mu_B}{\sqrt{3}}\int\limits_{\mathbb{R}_2}(H_z - \mathbf{H}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)\cdot\mathbf{m})\cdot ds, \qquad (8)$$

где $|\mathbf{m}| = 1$, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, 0)$, $ds = dx \wedge dy$, $r_0 = -(a\cdot\cos\varphi_0,\ a\cdot\sin\phi_0,\ 0)$.

Орбитальные эффекты полей рассеяния ПВ содержатся в слагаемом E_K (8), описывающим скалярное киральное взаимодействие с неоднородным ядром:

$$\mathcal{K}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|) = K\cdot\sin\big(\pi\Phi_\Delta(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)/\Phi_0\big). \qquad (9)$$

Коэффициент $K_c = \frac{\sqrt{3}}{4}KS^3$ мы в дальнейшем будем называть амплитудой СКВ. При моделировании МСВП с $n = 3$, 4 мы будем исследовать как решеточную версию функционала (3), так и континуальную версию (6)–(8), в которой производные будут численно аппроксимироваться разностной схемой на квадратной сетке, шаг которой существенно меньше, чем R и w. При этом в континуальном пределе мы считали, что $\Phi_\Delta = \sqrt{3}H_z(\mathbf{r})/4$.

В условиях доминирования обменного вклада, $E_J \gg E_K, E_Z, E_A$, имеет место соотношение между радиусом и шириной доменной стенки МСВП, $R \sim nw$ [19]. Не зависящие от взаимного расположения МСВП и ПВ вклады, $E_J + E_A$, стремятся сколлапсировать скирмион, т. е. отвечают оптимальному $R \to 0$. Учет скалярного кирального взаимодействия E_K может, однако, стабилизировать МСВП конечного радиуса, например, в режиме $K > 0$, $n > 1$ и $s_H = -1$. Последнее отвечает случаю, когда поле пирловского вихря противонаправлено намагниченности насыщения пленки вдали от скирмиона, который мы и будем в дальнейшем рассматривать. При

этом учет малых зеемановских поправок E_Z может существенно модифицировать оптимальные размеры скирмионов.

Из-за зависимости орбитальных и зеемановских слагаемых (7)–(8) от координаты центра ПВ $\mathbf{r}_0$, энергетический функционал МСВП зависит от полярных переменных r_0 и φ_0 (см. рис. 1, b). При этом производные $\partial E_Z/\partial a$ и $\partial E_Z/\partial \phi_0$ пропорциональны, соответственно, радиальной и азимутальной компонентам равнодействующих пандеромоторных сил, воздействующих на МСВП. Как было показано в работе [21], при $n > 1$ выделяются $n-1$ значений угла ϕ_0:

$$\overline{\phi}_0^n = \left(1 + \frac{1+2m}{n-1}\right)\pi(\mathrm{mod}\, 2\pi), \quad m \in \mathbb{Z} \tag{11}$$

для которых силы действуют вдоль радиальных направлений, $\partial E/\partial \phi_0 = 0$, а зеемановский вклад от радиальных компонент поля Пирла — направленных вдоль пленки — отрицателен, $E_Z^{(r)}(a) < 0$. В дальнейшем мы будем рассматривать поведение функционала $E(a)$ вдоль таких направлений.

Поведение функционала $E(a)$ определяется как явной зависимостью парциальных вкладов от параметра a, так и зависимостью радиуса скирмиона от расстояния, $R = R(a)$. В работе [21] было показано, что хотя последняя зависимость и может приводить к существенному перераспределению парциальных вкладов от разных взаимодействий в функционал, определенные тенденции поведения системы могут быть поняты из анализа лишь явной зависимости $E(a)$. Такой анализ, частично содержащийся в [19–21], показывает следующие особенности поведения парциальных вкладов в $E(a)$. Вклад от поперечных пленке зеемановских компонент поля, $E_Z^{(z)}$, не зависит от индекса завихренности n, и при малых a возрастает как $E_Z^{(z)}|_{a \ll R} \sim -\beta_0 + \beta_z a^2$, где $\beta_z > 0$. Поведение вкладов, связанных с орбитальными эффектами E_K, а также с зеемановскими эффектами $E_Z^{(r)}$ от продольных зеемановских компонент поля вихря Пирла уже зависят от n. Так, в случае $n \gg 1$ поведение $E_K(a)$ при малых a аналогично поведению $E_Z^{(z)}$. Таким образом, вклады в функционал E_K и $E_Z^{(z)}$ формируют тенденцию к образованию коаксиальной связанной пары ПВ–МСВП. При этом отрицательный вклад $E_Z^{(r)} \propto a^{n-1}$ от продольных компонент поля ожидается подавленным при $n \gg 1$. Таким образом, для МСВП с большими $|Q|$ ожидается возможность формирования коаксиальных связанных пар с ПВ. Численные расчеты показывают, что случай $n \gg 1$ фактически имеет место для $n \geq 5$.

Для МСВП с $1 < n < 5$ отдельно выделяется случай $n = 2$, при котором $E_Z^{(r)}|_{a \ll R} \sim -C \cdot a$ с коэффициентом $C > 0$. Учитывая сказанное выше о поведении $E_K(a)$ и $E_Z^{(z)}(a)$, последнее означает, что энергия связанной пары ПВ–МСВП с $n = 2$ уменьшается с ростом a, а потому коаксиальные конфигурации не реализуются. Здесь важно отметить, что степень зависимости $E_K(a) - E_K(0) \propto a^{\alpha_K}$ с $\alpha_K = 2$, свойственная для $n \gg 1$, может отличаться при $n = 2$. Однако, численные расчеты показали, что α_K не оказывается меньше или равным единице, и вывод об отсутствии коаксиальных пар ПВ–МСВП с $n = 2$ не нарушается. В случаях $n = 3$, 4 конкуренция эффектов от продольных и поперечных компонент поля Пирла усложняется, и для парциальных вкладов в функционал сложно получить аналитические оценки даже в пренебрежении зависимостями $R(a)$ и $w(a)$. Поэтому, дальнейший анализ МСВП с $n = 3$, 4 нами проводился численно.

3. Связанные состояния ПВ–МСВП с $n = 3$, 4

Для выявления основных тенденций поведения связанной пары ПВ–МСВП с $n = 3$ мы проводили численные расчеты континуальной версии функционала (6)–(8) на квадратной сетке. Главный анализ проводился в предположении, что оптимальные размеры скирмиона, $R(a)$ и $w(a)$, могут изменяться при удалении от вихря Пирла: минимизация функционала $E(R, w, a)$ проводилась для каждого заданного значения a. Однако, для полноты, проводились также расчеты в предположении, что оптимальные размеры МСВП определяются функционалом в соосной конфигурации, и не меняются при удавлении от ПВ. При этом в континуальном приближении всегда считалось, что шаг сетки $\delta \ll R, w$.

Как было сказано выше, режим $E_J \gg E_K, E_Z, E_A$ задает связь $R \sim nw$, продемонстрированную явно на рис. 2, c для случая $n = 3$. Кроме того, так как тенденция к смещению МСВП формируется за счет взаимодействия радиальных компонент ПВ с доменной стенкой скирмионов, в окрестности радиуса R, очевидно, что ненулевые оптимальное значения параметра смещения будут пропорцианальны радиусу скирмиона $a \propto R/2$. Таким образом, для анализа степени коаксиальности связанных пар ПВ–МСВП, а также размеров МСВП достаточно анализировать величины a/R и R, соответственно.

Посчитанные в континуальном приближении зависимости, a/R и R для МСВП с $n = 3$ от энергетических параметров одноионной анизотропии A и скалярного кирального взаимодействия K_c приведены на рис. 2. Видно, что с ростом анизотропии размер скирмиона быстро убывает, $R \propto A^{-\alpha}$, а с ростом интенсивности скалярного кирального взаимодействия медленно возрастает, $R \propto K_c^{\beta}$. При этом видно, что эксцентричным конфигурациям с $a/R \propto 0.5$ соответствуют скирмионы больших радиусов, $R \gg 1$, тогда как при уменьшении размеров скирмионов возникает тенденция к формированию коаксиальных конфигураций. Последнюю можно определить условием, при котором параметр смещения a становится меньше шага решетки.

Из рассмотрения зависимостей на рис. 2, a и 2, b видно, что в континуальном приближении формирование соосных связанных пар ПВ–МСВП с $n = 3$ оказывается

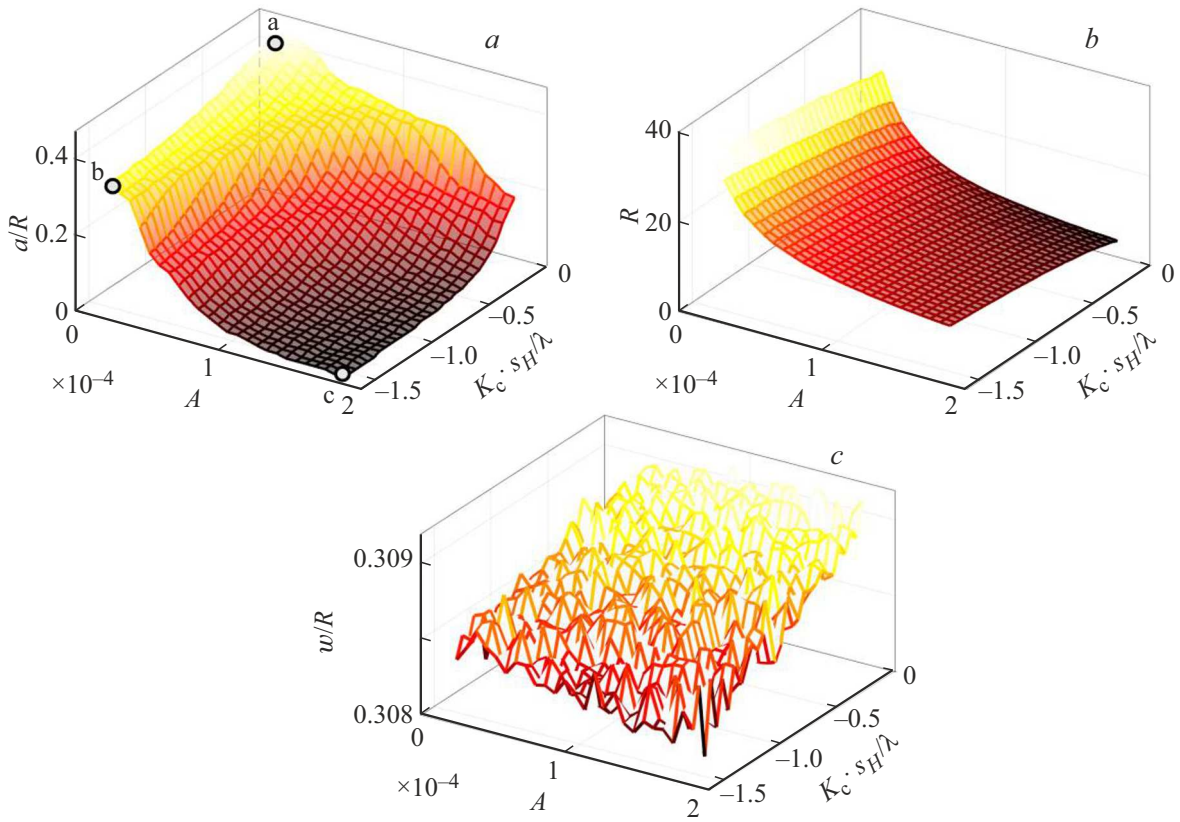

Рис. 2. Зависимости a/R, R и w/R от величин констант анизотропии и скалярного кирального взаимодействия для континуальной модели при $n = 3$.

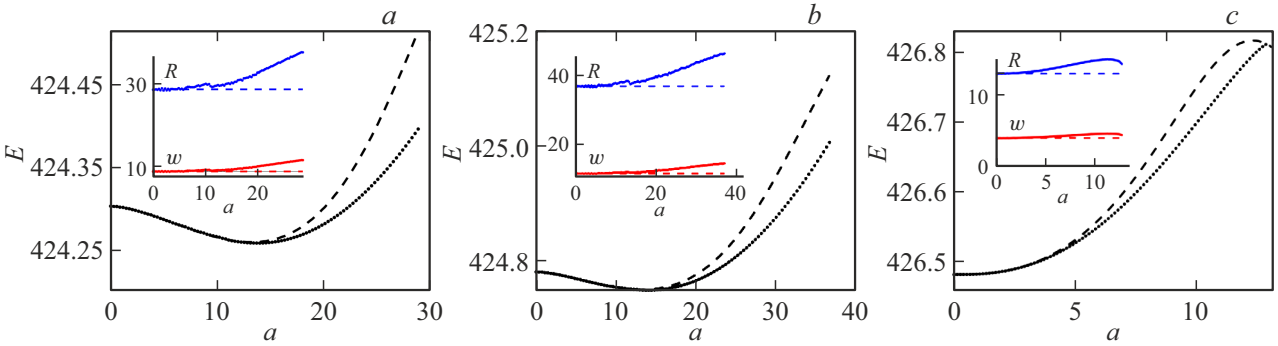

Рис. 3. Зависимости энергии скирмиона от величины смещения при параметрах, отвечающим трем точкам a, b и c на рис. 2, a. При расчете точечных линий одновременно с нахождением энергии как функции a проводилась также оптимизация размеров МСВП. Штриховые линии построены при фиксированных значениях R и w, полученных при $a = 0$.

возможным, однако это происходит при размерах скирмионов $R \sim 10$, $w \sim 3$, при которых континуальное приближение оказывается неприменимым. Для наглядной демонстрации этого утверждения на рис. 3 приведены зависимости энергии МСВП E от расстояния a для трех разных наборов параметров, отвечающих точкам a, b и c на рис. 2, a. Видно, что некоаксиальным конфигурациям a и b отвечают достаточно большие МСВП, а коаксиальному случаю c — скирмионы с неадекватно маленькими для континуального описания размерами. Таким образом, приведенные рассчеты в континуальном приближении позволяют увидеть тенденцию МСВП с $n = 3$ формировать соосную связанную пару с ПВ, но не гарантируют ее формирование.

Для более детального изучения возможности образования соосных связанных пар мы вычислили те же зависимости a/R, R и w/R, но в рамках решеточного функционала (3). Результаты вычисления в более узкой области изменения параметров A и K_c представлены на рис. 4. В данном случае соотношение $R \approx nw$ по-

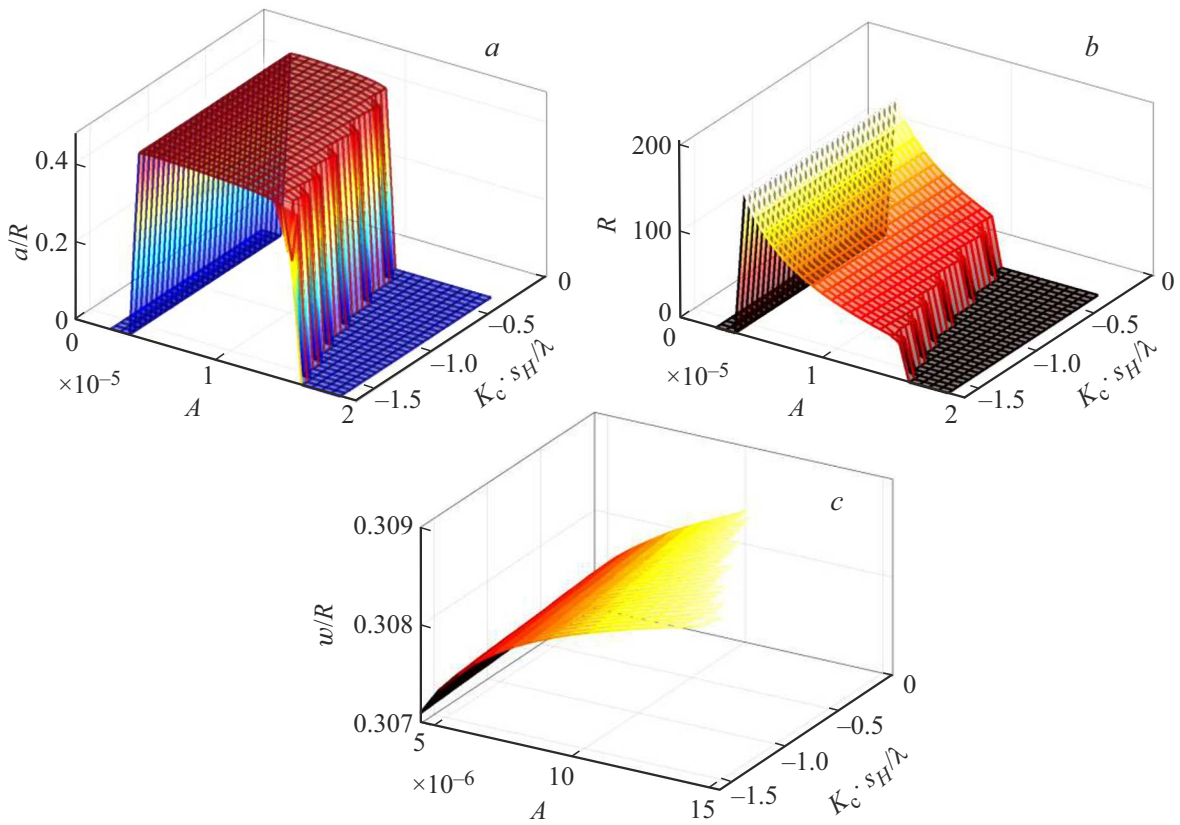

Рис. 4. Зависимости a/R, R и w/R от величин констант анизотропии и скалярного кирального взаимодействия на дискретной треугольной решетке.

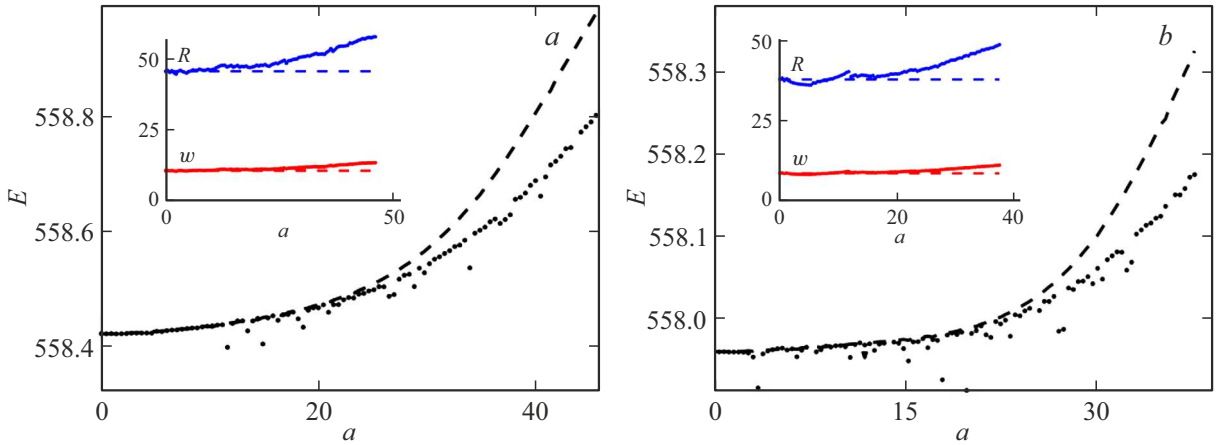

Рис. 5. Зависимости энергии скирмиона от величины смещения для $n = 4$. Точки отвечают минимизации энергии при заданном a по размерам скирмиона R, w, штриховая линия — зависимость энергии при фиксированных R, w, полученных для $a = 0$.

прежнему выполняется, однако имеются критические линии параметров, при которых МСВП с $n = 3$ коллапсируют, не достигая соосного состояния — из-за малых размеров и дискретности решетки.

Таким образом, хотя в случае связанных пар ПВ–МСВП с $n = 3$ континуальный предел допускает наличие коаксиального режима, ему соответствуют скирмионы настолько малых размеров, что фактические являются неустойчивыми при учете эффектов дискретности решетки. В итоге для изучаемой нами иерархии энергетических вкладов $E_J \gg E_K$, E_Z, E_A можно утверждать, что в случае $n = 3$ реализуются только некоаксильные связанные пары, как и в случае с $n = 2$.

Далее, мы рассмотрели поведение пар ПВ–МСВП с $n = 4$. Результаты вычислений зависимости $E(a)$, аналогичные приведенным на рис. 3, представлены на рис. 5 для двух наборов параметров системы. Из их рассмотрения видно, что в случае $n = 4$ реализуются

соосные связанные конфигурации. Такая конфигурация нами наблюдалась для всех рассматриваемых параметров, даже с малыми значениями трехспинового взаимодействия. Объяснением такого эффекта является более медленный рост зависимости отрицательного вклада в зеемановскую энергию от радиальной компоненты поля от величины смещения a по сравнению с положительным ростом от слагаемых, описывающих перпендикулярную компоненту, уже при $n = 4$. При этом, с ростом интенсивности скалярного кирального взаимодействия, выраженность минимума зависимости $E(a)$ при $a = 0$ увеличивается. Учитывая сказанное выше, о характере поведения зависимостей $E_Z^{(r)}(a)$, $E_Z^{(z)}(a)$ и $E_K(a)$ ожидается реализация коаксиальных пар и при $n \geq 4$.

4. Заключение

В настоящей работе исследовалась возможность стабилизации в тонких гетероструктурах сверхпроводник/киральный магнетик соосных пар пирловского вихря и магнитных скирмионов высокого порядка с небольшими топологическими зарядами n. Главным механизмом стабилизации рассматривалась конкуренция обменного взаимодействия, легкоосной одноионной анизотропии, а также орбитальных и зеемановских эффектов полей рассеяния вихря. При этом нами рассматривался режим доминирования в магнитных пленках обменной связи, по сравнению с другими магнитными взаимодействиям. В таком режиме характерные размеры скирмионов — их радиус и ширина доменной стенки — оказываются связанными с топологическим зарядом $R \approx nw$. Кандидатами в рассматриваемые системы являются слоистые сильно коррелированные соединения, в которых магнитные взаимодействия возникают за счет косвенного обмена, например, переходные $3d$- и редкоземельные $4f$-металлы [40].

Описанная постановка исследования является естественным продолжением работы [21], в которой основное внимание уделялось МСВП с $n = 2$ и $n \gg 1$. Так, из проведенного анализа следует, что для простейших МСВП с $n = 2$ всегда реализуются эксцентрические связанные пары, тогда как для МСВП с $n \gg 1$ возможно, и даже ожидается, формирование коаксиальных пар, аналитическая теория для которых была развита в работах [19,20]. В промежуточном случае конкуренция эффектов воздействия продольных и поперечных компонент поля вихря Пирла на МСВП усложняется, и кроссоверы между разными режимами могут реализовываться при незначительных изменениях энергетических параметров системы. Поэтому, анализ возможностей реализации коаксиальных связанных пар для МСВП с $n = 3, 4$ нами изучался численно.

Мы продемонстрировали, что в случае $n = 3$ и $n = 4$ скирмионы также могут стабилизироваться в полях вихря Пирла за счет орбитальных эффектов. В случае с $n = 3$ хотя существует тенденция к переходу в коаксиальный режим с ростом параметров анизотропии и величины трехспинового взаимодействия, однако это происходит при параметрах, при которых МСВП уже не может быть устойчив из-за малых размеров. Поэтому, как и в случае $n = 2$, при $n = 3$ фактически реализуется эксцентричная связанная пара МСВП с вихрем Пирла. В случае МСВП с $n = 4$ реализуется коаксиальная конфигурация с вихрем Пирла, и ожидается, что такая ситуация будет сохраняться для $n \geq 4$.

В заключение отметим, что приведенное исследование носит предсказательный характер, так как в настоящее время отсутствуют данные численных и физических экспериментов для верификации полученных нами результатов. Так, в недавних экспериментальных работах отдельно исследовались скирмионы высокого порядка с $|Q| > 1$ [7], и связанные пары магнитный скирмион с $|Q| = 1$ — сверхпроводящий вихрь(антивихрь) [41,42]. Связанные пары вихрь Пирла–МСВП с $|Q| > 1$, насколько нам известно, экспериментально не исследовались. Отсутствие данных численных экспериментов обусловлено тем, что стандартные пакеты магнитного моделирования (например, OOMMF [34]) не оптимизированы для расчета скалярного кирального взаимодействия.

Благодарности

Авторы благодарят И.С. Бурмистрова, С.С. Апостолова и Е.С. Андрияхину за важные дискуссии.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках госзаданий FWES-2024-0002 „Исследования упорядоченных состояний в конденсированных веществах: синтез новых материалов, эксперимент и теория“ (ИФ СО РАН) и FFWR-2024-0017 „Транспорт в неупорядоченных системах: от наноструктур до турбулентной атмосферы“ (ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН). ШМС благодарит за индивидуальную поддержку фонд развития теоретической физики и математики „БАЗИС“.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] А.А. Белавин, А.М. Поляков. Письма в ЖЭТФ **22**, 503 (1975).
[2] F.N. Rybakov, O. Eriksson, N.S. Kiselev. arXiv:2412.17641v1 (2024).
[3] S.S.P. Parkin, M. Hayashi, L. Thomas. Science **320**, 190–194 (2008).
[4] S.S.P. Parkin, S.-H. Yang. Nat. Nanotechnol. **10**, 195–198 (2015).
[5] C. Psaroudaki, E. Peraticos, C. Panagopoulos. Appl. Phys. Lett. **123**, 260501 (2023).

[6] L. Rózsa, K. Palotás, A. Deák, E. Simon, R. Yanes, L. Udvardi, L. Szunyogh, U. Nowak. Phys. Rev. B **95**, 094423 (2017).
[7] M. Hassan, S. Koraltan, A. Ullrich, F. Bruckner, R.O. Serha, Kh.V. Levchenko, G. Varvaro, N.S. Kiselev, M. Heigl, C. Abert, D. Suess, M. Albrecht. Nat. Phys. **20**, 615–622 (2024).
[8] F. Rybakov, N. Kiselev. Phys. Rev. B **99**, 064437 (2019).
[9] V.M. Kuchkin, B. Barton-Singer, F.N. Rybakov, S. Blugel, B.J. Schroers, R.N. Kiselev. Phys. Rev. B **102**, 144422 (2020).
[10] J. Tang, Y. Wu, W. Wang, L. Kong, B. Lv, W. Wei, J. Zang, M. Tian, H.U. Du. Nat. Nanotechnol. **16**, 1086–1091 (2021).
[11] L. Yang, A. Savchenko, F. Zheng, N.S. Kiselev, F.N. Rybakov, X. Han, S. Blügel, R.E. Dunin-Borkowski. Adv. Mater. **36**, 2403274 (2024).
[12] B. Seng, D. Schonke, J. Yeste, R.M. Reeve, N. Kerber, D. Lacour, J.-L. Bello, N. Bergeard, F. Kammerbauer, M. Bhukta, T. Ferté, Ch. Boeglin, F. Radu, R. Abrudan, T. Kachel, S. Mangin, M. Hehn, M. Kläu. Adv. Funct. Mater. **31**, 2102307 (2021).
[13] D.S. Kathyat, P. Sengupta. Phys. Rev. B **110**, 144409 (2024).
[14] A.N. Bogdanov, D.A. Yablonsky. Sov. Phys. JETP **95**, 178 (1989).
[15] М.А. Кузнецов, А.А. Фраерман. ЖЭТФ **164**, 514–525 (2023).
[16] A. Leonov, M. Mostovoy. Nat. Commun. **6**, 8275 (2015).
[17] R. Ozawa, S. Hayami, Y. Motome. Phys. Rev. Lett. **118**, 147205 (2017).
[18] K.L. Metlov. Phys. Rev. Lett. **105**, 107201 (2010).
[19] M.S. Shustin, V.A. Stepanenko, D.M. Dzebisashvili. Phys. Rev. B. **107**, 195428 (2023).
[20] М.С. Шустин, Д.М. Дзебисашвили, В.А. Степаненко. ФТТ **65**, 1021 (2023).
[21] А.Д. Федосеев, М.С. Шустин, Д.М. Дзебисашвили. Письма в ЖЭТФ **120**, 539 (2024).
[22] E.S. Andriyakhina, I.S. Burmistrov. Phys. Rev. B **103**, 174519 (2021).
[23] Е.С. Андрияхина, С. Апостолофф, И.С. Бурмистров. Письма в ЖЭТФ **116**, 801 (2022).
[24] S.S. Apostoloff, E.S. Andriyakhina, P.A. Vorobyev, O.A. Tretiakov, I.S. Burmistrov. Phys. Rev. B **107**, L220409 (2023).
[25] S.S. Apostoloff, E.S. Andriyakhina, I.S. Burmistrov. Phys. Rev. B **109**, 104406 (2024).
[26] G. Yang, P. Stano, J. Klinovaja, D. Loss. Phys. Rev. B **93**, 224505 (2016).
[27] A.P. Petrovic, M. Raju, X.Y. Tee, A. Louat, I. Maggio-Aprile, R.M. Menezes, M.J. Wyszyński, N.K. Duong, M. Reznikov. Phys. Rev. Lett. **126**, 117205 (2021).
[28] E. Andriyakhina, I. Burmistrov. Phys. Rev. B **103**, *17*, 174519 (2021).
[29] U. Gungordu, A.A. Kovalev. J. Appl. Phys. **132**, 041101 (2022).
[30] J. Nothhelfer, S.A. Díaz, S. Kessler, T. Meng, M. Rizzi, K.M.D. Hals, K. Everschor-Sitt. Phys. Rev. B **105**, 224509 (2022).
[31] S.T. Konakanchi, J.I. Väyrynen, Y.P. Chen, P. Upadhyaya, L.P. Rokhinson. Phys. Rev. Res. **5**, 033109 (2023).
[32] D. Sen, R. Chitra. Phys. Rev. B **51**, 1922 (1995).
[33] O.I. Motrunich. Phys. Rev. B **73**, 155115 (2006).
[34] A.O. Leonov, T.L. Monchesky, N. Romming, A. Kubetzka, A.N. Bogdanov, R. Wiesendanger. New J. Phys. **18**, 065003 (2016).
[35] R.M. Menezes, J.F.S. Neto, C.C. de Souza Silva, M.V. Milosevic. Phys. Rev. B **100**, 014431 (2019).
[36] J. Pearl. Appl. Phys. Lett. **5**, 65 (1964).
[37] A.A. Abrikosov. Fundamentals of the Theory of Metals. North-Holland, Amsterdam (1988).
[38] G. Carneiro, E.H. Brandt. Phys. Rev. B **61**, 6370 (2000).
[39] X. Wang, H. Yuan, M.X. Wang. Commun. Phys. **1**, 1 (2018)
[40] В.Ю. Ирхин, Ю.П. Ирхин. Электронная структура, корреляционные эффекты и физические свойства d- и f-переходных металлов и их соединений. РХД, М. (2008). 476 с.
[41] Y. Xie, A. Qian, B. He, Y.-B. Wu, Sh. Wang, B. Xu, G. Yu, X. Han, X.G. Qiu. Phys. Rev. Lett **133**, 166706 (2024).
[42] M. Beg, M. Lang, H. Fangohr. IEEE Trans. Magn. 58, **1** (2022).

Редактор А.Н. Смирнов