19

Влияние анизотропии зонной структуры на распространение плазменных колебаний вдоль проводящего нанослоя

© О.В. Савенко

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
Ярославль, Россия

e-mail: savenko.oleg92@mail.ru

Поступила в редакцию 15.11.2024 г.
В окончательной редакции 03.02.2025 г.
Принята к публикации 02.06.2025 г.

Построена теоретическая модель распространения поверхностных плазменных колебаний в проводящем нанослое с учетом симметричного распределения зарядов на границах нанослоя. Считается, что поверхность постоянной энергии проводника представляет собой эллипсоид вращения. Частота поверхностной волны ограничена сверху частотой ближнего ИК диапазона. Толщина нанослоя может быть сравнима или меньше длины волны де Бройля носителя заряда. Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера. Получены аналитические выражения для коэффициента распространения, коэффициента затухания и длины распространения волны. Проведен анализ зависимостей характеристик поверхностной волны от безразмерных параметров: толщины проводящего слоя, частоты поверхностной волны, химического потенциала, диэлектрической проницаемости изолирующих слоев, параметров шероховатости границ раздела „полупроводник–диэлектрик" и параметра эллиптичности изоэнергетической поверхности.

Ключевые слова: поверхностный плазмон, проводящий нанослой, кинетическое уравнение, коэффициент распространения, длина распространения.

DOI: 10.61011/OS.2025.06.60920.7340-25

Введение

В настоящее время активно развиваются исследования в области плазмоники. Наблюдается переход от традиционных электронных интегральных схем к фотонным схемам, в которых для передачи информации используется не электрический ток, а поток фотонов [1]. В качестве оптических элементов передачи сигналов могут быть использованы оптические волокна, фотонные кристаллы, однако их характерный размер ограничен длиной волны электромагнитного излучения (для видимого диапазона этот размер должен быть не меньше сотен нанометров). Выходом из данной ситуации может стать использование плазмонных волноводов, так как длина волны плазмона может быть меньше длины волны электромагнитного излучения. Эффекты, связанные с меньшей по сравнению с электромагнитным излучением длиной волны, могут быть использованы в микроскопии для получения изображения предметов, размеры которых меньше длины волны электромагнитного излучения. Все вышеперечисленное указывает на актуальность теоретических исследований особенностей распространения плазменных колебаний в наноструктурах. Современные технологии позволяют создавать нанослои, характерный размер которых составляет несколько нанометров. В таких нанослоях неровность поверхности на атомарном уровне и эффекты размерного квантования носителей заряда оказывают существенное влияние на явления переноса. Для теоретического описания параметров поверхностных колебаний, распространяющихся вдоль нанослоев, необходимо учитывать поверхностное рассеяние носителей заряда и квантование их энергетического спектра.

Среди первых научных работ, посвященных учету неровности поверхности на характер распространения плазменных колебаний, можно выделить работы [2–4]. Кречман в работе [2] использовал для исследования закона дисперсии плазмонов точные решения интегральных уравнений, полученных из задачи о дифракции электромагнитного излучения на шероховатой поверхности. Неровность поверхности учитывалась через гауссову функцию корреляции. Кречман обнаружил расщепление максимума частотной зависимости коэффициента распространения из-за наличия шероховатости. Позднее в работах [3,4] для учета шероховатости поверхности был использован метод функций Грина. Среди работ, опубликованных в недавнее время, можно отметить работы [5–9]. В этих работах были получены только выражения для оптических коэффициентов, однако не учитывалось влияние неровности поверхности на частотную зависимость волнового числа плазмона.

В настоящее время широко используемыми полупроводниками являются кремний и германий, поверхность постоянной энергии которых имеет не сферическую форму, а состоит из нескольких эллипсоидов вращения. Актуальной является задача о влиянии анизотропии изоэнергетической поверхности на характер распространения плазмонов вдоль нанослоев кремния и германия. Отметим, что некоторые полуметаллы (такие как висмут, сурьма и т.д.) имеют поверхность постоянной энергии,

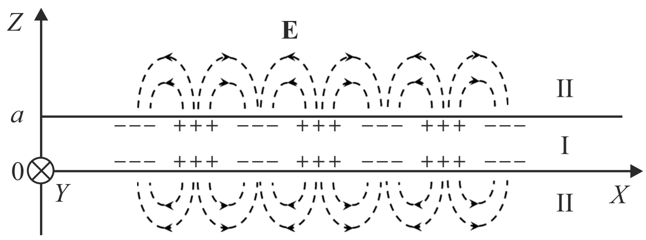

Рис. 1. Наноструктура „диэлектрик–проводник–диэлектрик" (II — проводящий слой, I — изолирующий слой). Штриховыми линиями показаны силовые линии напряженности электрического поля.

состоящей из вытянутых эллипсоидов вращения. Интерес к висмуту обусловлен выраженным проявлением эффектов размерного квантования. Эффекты размерного квантования могут существенным образом сказаться на параметрах поверхностной волны.

В настоящей работе построена теоретическая модель поверхностных плазменных колебаний в проводящем нанослое с учетом квантовой теории явлений переноса, поверхностного рассеяния носителей заряда и эллипсоидальной формы изоэнергетической поверхности проводника. Рассматривается ситуация, когда проводящий нанослой расположен между двумя изолирующими слоями с одинаковыми диэлектрическими проницаемостями.

Постановка задачи

Рассмотрим наноструктуру „диэлектрик–проводник–диэлектрик". Будем предполагать, что диэлектрические слои являются немагнитными и имеют одинаковые диэлектрические проницаемости. Проводящий нанослой может быть изготовлен из металла или примесного полупроводника. Построим систему координат таким образом, чтобы ось Z была направлена перпендикулярно плоскости наноструктуры, а ось X — параллельно направлению распространения поверхностной волны (рис. 1). Будем считать, что электрическая и магнитная составляющие поверхностной волны имеют следующий вид:

$$\mathbf{E} = \{E_x, 0, E_z\}, \qquad \mathbf{H} = \{0, H_y, 0\}.$$

В настоящей работе предполагается, что изолирующие слои сделаны из неполярного диэлектрика или широкозонного полупроводника с ионным типом связи. В этом случае электрическое поле вызывает только электронную и ионную поляризацию в диэлектрике [10], и диэлектрическую проницаемость можно считать постоянной величиной.

В верхнем и нижнем диэлектрических слоях компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей подчиняются системе уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial z} - ikE_z - i\frac{\omega}{c}H_y = 0, \\ -i\varepsilon\frac{\omega}{c}E_z + ikH_y = 0, \\ -\frac{\partial H_y}{\partial z} + i\varepsilon\frac{\omega}{c}E_x = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь ω — частота поверхностной волны, k — волновое число, ε — диэлектрическая проницаемость изолирующих слоев, c — скорость света.

Положив в системе уравнений (1) $\varepsilon = 1 + i4\pi\sigma/\omega$, где ε — проводимость, получим связь между компонентами векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ внутри проводящего слоя.

Решение уравнений Максвелла может быть записано в виде волны, распространяющейся вдоль оси X и затухающей в направлении, перпендикулярном плоскости проводящего нанослоя:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t + \alpha z + ikx), & z < 0, \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t + \alpha(a - z) + ikx), & z > a, \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t + \alpha z + ikx), & z < 0, \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t + \alpha(a - z) + ikx), & z > a. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь α — поперечный коэффициент затухания, определяющийся через параметры k, ω и ε соотношением

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon}. \tag{4}$$

Считается, что частота поверхностной волны меньше частоты плазменного резонанса. Рассматривается случай симметричного распределения носителей заряда на границах проводящего слоя (рис. 1). Данная ситуация характеризуется следующим соотношением между компонентами векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$:

$$\begin{cases} H_y(0) = -H_y(a), \\ E_z(0) = -E_z(a), \\ E_x(0) = E_x(a). \end{cases} \tag{5}$$

В настоящей работе проводящий нанослой считается достаточно тонким, чтобы компоненты вектора напряженности электрического поля E_x несильно менялась внутри проводящего нанослоя. Толщина нанослоя может быть сравнима или меньше длины волны де Бройля носителей заряда. В этой ситуации систему носителей заряда необходимо рассматривать как квантовую. Электронный газ представляет собой квазидвумерный газ, заключенный в потенциальную яму с бесконечно высокими стенками. Предполагается, что изоэнергетическая поверхность представляет собой эллипсоид с главными осями, направленными параллельно осям X, Y и Z.

Выражение для полной энергии носителя заряда для l-й подзоны имеет вид

$$\varepsilon_l = \frac{\hbar^2}{2m_1}k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2}k_y^2 + \varepsilon_{zl}, \tag{6}$$

$$\varepsilon_{zl} = \frac{(\pi\hbar l)^2}{2m_3 a^2}, \tag{7}$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, ε_{zl} — собственное значение энергии носителя заряда на l-й подзоне, индекс l может принимать значения от 1 до N (N — суммарное количество подзон), m_1, m_2 и m_3 — соответственно эффективные массы носителей заряда вдоль осей X, Y и Z.

Согласно квантовой теории явлений переноса, система носителей заряда описывается оператором плотности [11]

$$\hat{\rho}(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = \sum_l W_l |\psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t)\rangle\langle\psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t)|, \tag{8}$$

который подчиняется квантовому уравнению Лиувилля

$$i\hbar\frac{\partial\hat{\rho}}{\partial t} = \left[\hat{H}, \hat{\rho}\right], \tag{9}$$

где ψ_l — волновая функция системы носителей заряда на l-й подзоне, W_l — статистический вес, $\mathbf{k}_{\parallel}$ — продольная компонента волнового вектора.

В случае малого отклонения системы носителей заряда от состояния равновесия задача о нахождении оператора плотности может быть решена в рамках теории возмущения. В этой ситуации гамильтониан можно записать следующим образом [12]:

$$\hat{H} \ = \hat{H}_0 + \hat{V}, \tag{10}$$

где $\hat{H}_0$ — равновесный гамильтониан, V — поправка, учитывающая объемное и поверхностное рассеяние.

Отметим, что в некоторых полупроводниках зависимость равновесного гамильтониана от волнового числа может существенным образом отличаться от квадратичного закона. Например, в полупроводниках p-типа спин-орбитальное взаимодействие оказывает большое влияние на гамильтониан системы [13]. Эллипсоидальному закону дисперсии, рассматриваемому в настоящей работе, подчиняются электроны в зоне проводимости.

Будем считать, что материалом нанослоя будет металл или полупроводник n-типа проводимости, в котором равновесный гамильтониан $\hat{H}_0$ системы носителей заряда в зоне проводимости квадратично зависит от волнового числа.

Уравнение (9) можно привести к следующему кинетическому уравнению на функцию распределения носителей заряда в l-й подзоне f_l, играющую роль диагонального элемента матрицы плотности ρ_{ll} [12,14]:

$$-i\omega f_l + \frac{\hbar k_{zl}}{m_3}\frac{\partial f_l}{\partial z} + \frac{e\mathbf{E}}{\hbar}\frac{\partial f_l}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} = -\frac{f_l - f_l^0}{\tau}, \tag{11}$$

$$k_{zl} = \pi\hbar l/a. \tag{12}$$

Здесь τ — время релаксации, $\hbar$ — постоянная Планка, k_{zl} — перпендикулярная компонента вектора скорости носителя заряда на l-й подзоне, e — заряд электрона (дырки). В уравнении (11) фигурируют составляющие функции распределения f_l^0 и $f_l^{(1)}$, входящие в разложение f_l, линейное по внешнему полю:

$$f_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = f_l^{(0)} + f_l^{(1)}(z, \mathbf{k}_{\parallel}) \exp(-i\omega t), \tag{13}$$

$$f_l^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp((\varepsilon_l - \mu)/k_{\mathrm{B}}T)}, \tag{14}$$

где $f_l^{(0)}$ — равновесная функция распределения, $f_l^{(1)}$ — неравновесная поправка, μ — химический потенциал, k_{B} — постоянная Больцмана, T — температура.

Время релаксации представляет собой диагональный тензор второго ранга:

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_2 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_3 \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера [15], накладываемые на уравнение (11):

$$\begin{cases} f_l^{(1)+} = q_1(g_1, \theta) f_l^{(1)-} & \text{при} \ \ z = 0, \\ f_l^{(1)-} = q_2(g_2, \theta) f_l^{(1)+} & \text{при} \ \ z = a, \end{cases} \tag{16}$$

$$q_{1,2}(g_{1,2}, \theta) = \exp(-(4\pi g_{1,2}\cos\theta)^2), \tag{17}$$

$$g_{1,2} = \frac{g_{s1,2}}{\lambda_{\mathrm{B}}}, \tag{18}$$

где $f_l^{(1)+}$ и $f_l^{(1)-}$ — соответственно поправки к функциям распределения носителей заряда с положительной и отрицательной проекцией волнового вектора на ось Z, $g_{s1,2}$ — соответственно среднеквадратичная высота поверхностного рельефа верхней и нижней поверхностей, λ_{B} — длина волны де Бройля носителя заряда, θ — угол падения носителя заряда на внутреннюю поверхность проводящего нанослоя.

Автором работы [15] было подвергнуто сомнению применение данной модели граничных условий к полуметаллам и полупроводникам из-за невыполнения приближения дальнего поля, используемого для вычисления амплитуды рассеянной волны де Бройля на границе нанослоя. Покажем, что модель Соффера может быть использована в случае полупроводников. Систему носителей заряда в металле и полупроводнике можно представить как совокупность волновых пакетов, являющихся результатом интерференции блоховских волн. Выполнение приближения дальнего поля обеспечивается малостью волнового пакета [15]. В полупроводниках в результате фононного и примесного рассеяния может меняться амплитуда волнового вектора (длина волны де Бройля), т.е. имеет место разброс тепловых скоростей носителей заряда. Это является дополнительным фактором, влияющим на малость волнового пакета и обеспечивающим применение приближения дальнего поля.

Кинетическое уравнение (11) было получено в рамках теории возмущения, что ограничивает допустимые значения среднеквадратичной высоты поверхностного рельефа. В настоящей работе считается, что величина $g_{s1,2}$ много меньше толщины нанослоя. Это предположение приводит к тому, что параметры g_{s1} и g_{s2} меньше длины волны де Бройля носителей заряда λ_B в случае, когда толщина нанослоя сравнима с λ_B, что соответствует условию, при котором выполняется приближение дальнего поля [16]:

$$\frac{g_{s1,2}^2}{b\lambda_B} \ll 1, \tag{19}$$

где b — характерный масштаб изменения амплитуды волны де Бройля.

Неравновесная функция распределения позволяет рассчитать плотность тока и интегральную проводимость по формулам [12,14]

$$j_x = \frac{2ek_{z1}}{(2\pi)^3} \sum_l \iint v_x \left(f_l^{(1)} + f_l^{(1)-} \right) dk_x dk_y, \tag{20}$$

$$\sigma = \int_0^a \frac{j_x}{E_x} dz. \tag{21}$$

Характеристики поверхностной волны

Проведя серию математических расчетов (Приложение), получим следующие выражения для параметров поверхностной волны k и α, нормированных на толщину нанослоя:

$$\alpha a = -\frac{2\varepsilon y_0}{(y_0 + iy_p^2\Sigma)}, \tag{22}$$

$$ka = \sqrt{y_0^2 \frac{x_0^2}{x_\lambda^2} \rho^2 \varepsilon + \frac{4y_0^2\varepsilon^2}{(y_0 + iy_p^2\Sigma)^2}}. \tag{23}$$

Здесь Σ — безразмерная проводимость нанослоя, x_0 — безразмерная толщина, x_λ — безразмерная длина свободного пробега носителей заряда, y_0 — безразмерная частота поверхностной волны, y_p — безразмерная плазменная частота, ρ — отношение характерной скорости носителя заряда к скорости света.

Отметим, что в общем случае параметры α и k являются комплексными величинами, т. е. можно записать

$$\alpha = \mathrm{Re}(\alpha) + i\mathrm{Im}(\alpha) = \alpha_1 + i\alpha_2, \tag{24}$$

$$k = \mathrm{Re}(k) + i\mathrm{Im}(k) = k_1 + ik_2. \tag{25}$$

Вещественная часть k характеризует волновое число, мы будем ее называть коэффициентом распространения. Мнимая часть k описывает затухание поверхностной волны вдоль направления распространения, назовем ее продольным коэффициентом затухания. Вещественная часть α описывает затухание поверхностной волны в направлении оси Z, обозначим этот параметр как поперечный коэффициент затухания.

С практической точки зрения представляет интерес определить параметр, характеризующий расстояние, на котором амплитуда поверхностной волны в процессе распространения уменьшается в e раз в результате затухания (длина распространения). Из выражений (2) и (3) следует, что длина распространения определяется как величина, обратная мнимой части волнового числа k. Нормировав на толщину проводящего нанослоя, получим

$$\frac{L}{a} = \frac{1}{\mathrm{Im}(ka)}. \tag{26}$$

Чаще всего реализуется ситуация, когда поверхность постоянной энергии полупроводников представляет собой эллипсоид вращения. Например, изоэнергетическая поверхность кремния состоит из шести эллипсоидов, а германия — из восьми эллипсоидов. При анализе результатов будем рассматривать ситуацию, когда две главные оси трехосного эллипсоида одинаковы. Рассмотрим три варианта направления оси вращения эллипсоида: ось направлена вдоль оси X (продольная ориентация), вдоль оси Y (поперечная ориентация) и вдоль оси Z (перпендикулярная ориентация).

В случае, когда главная ось эллипсоида постоянной энергии направлена под произвольным к направлению распространения волны углом, задачу о нахождении характеристик плазменных колебаний можно свести к ситуации, когда главная ось сонаправлена с осью X и Y, разложив компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей. Результирующие плазменные колебания могут быть представлены как результат наложения поверхностных плазменных колебаний, распространяющихся вдоль осей X и Y. В случае многодолинных полупроводников (кремний, германий и т.д.) плазменные колебания могут быть представлены как наложение колебаний носителей заряда, расположенных в каждом эллипсоиде вращения.

Анализ результатов

Для численного анализа характеристик поверхностной волны на рис. 2 и 3 были выбраны параметры, соответствующие нанослою кремния n-типа проводимости с концентрацией носителей заряда $10^{18}\,\mathrm{cm}^{-3}$. Данному случаю соответствуют безразмерные параметры $\gamma = 0.7$, $\rho = 0.005$, $y_p = 200$ (γ — параметр эллиптичности, определяемый как отношение поперечной эффективной массы к скалярной массе m_0). В этой ситуации при комнатной температуре электронный газ можно считать невырожденным. Для того чтобы провести сравнение при тех же безразмерных параметрах со случаем вырожденного электронного газа (без изменения концентрации носителей заряда), изменим температуру. Время свободного пробега носителей заряда без учета поверхностного рассеяния, входящая в плазменную частоту y_p, несильно изменится, поскольку в достаточно тонком

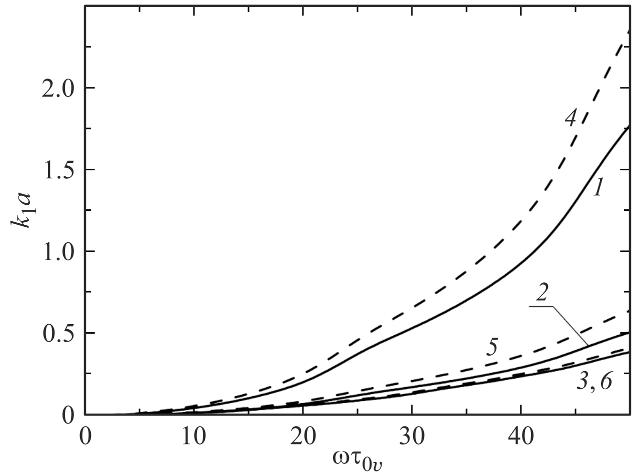

Рис. 2. Зависимости коэффициента распространения k_1, нормированного на толщину слоя, от безразмерной частоты $\omega\tau_{0v}$ при $a/\lambda_{B0} = 1$, $\Lambda/\lambda_{B0} = 10$, $\varepsilon = 3$, $v_{0v}/c = 0.005$, $\omega_p\tau_{0v} = 200$, $g_1 = 0$, $g_2 = 0.2$, $m_\perp/m_0 = 0.7$. Сплошные кривые *1–3* и штриховые кривые *4–6* построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно. Кривые построены для следующих вариантов ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии: *1* и *4*— продольная ориентация, *2* и *5* — поперечная ориентация, *3* и *6* — перпендикулярная ориентация.

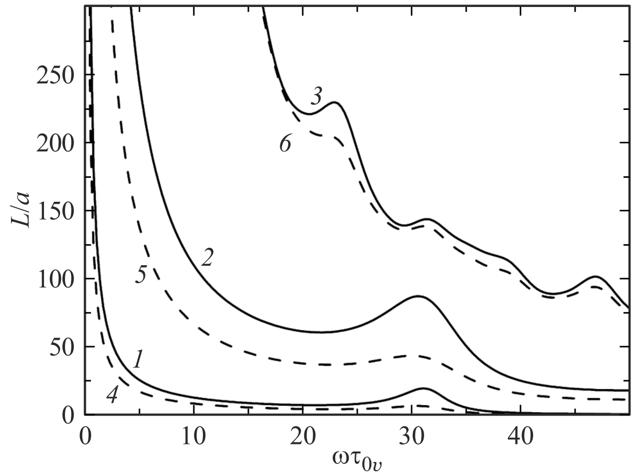

Рис. 4. Зависимости длины распространения поверхностной волны L, нормированной на толщину слоя, от безразмерной частоты $\omega\tau_{0v}$ при $a/\lambda_{B0} = 1$, $\Lambda/\lambda_{B0} = 10$, $\varepsilon = 3$, $v_0 v/c = 0.005$, $\omega_p\tau_{0v} = 200$, $g_1 = 0$, $g_2 = 0.2$, $m_\perp/m_0 = 0.5$. Сплошные кривые *1–3* и штриховые кривые *4–6* построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно. Кривые построены для следующих вариантов ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии: *1* и *4* — продольная ориентация, *2* и *5* — поперечная ориентация, *3* и *6* — перпендикулярная ориентация.

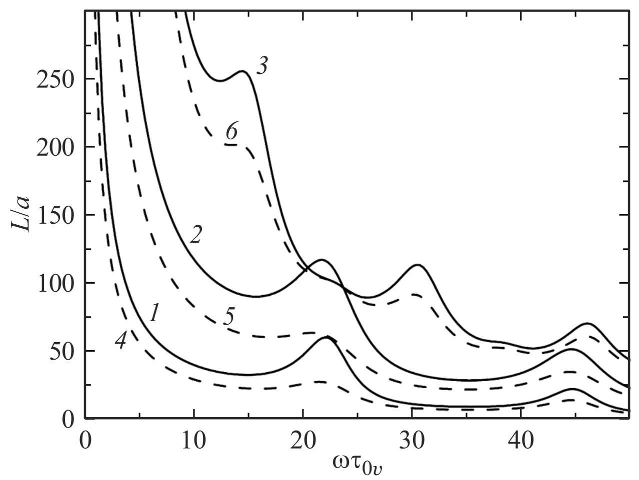

Рис. 3. Зависимости длины распространения поверхностной волны L, нормированной на толщину слоя, от безразмерной частоты $\omega\tau_{0v}$ при $a/\lambda_{B0} = 1$, $\Lambda/\lambda_{B0} = 10$, $\varepsilon = 3$, $v_{0v}/c = 0.005$, $\omega_p\tau_{0v} = 200$, $g_1 = 0$, $g_2 = 0.2$, $m_\perp/m_0 = 0.7$. Сплошные кривые *1–3* и штриховые кривые *4–6* построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно. Кривые построены для следующих вариантов ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии: *1* и *4* — продольная ориентация, *2* и *5* — поперечная ориентация, *3* и *6* — перпендикулярная ориентация.

слое этот параметр определяется рассеянием на примесях и дефектах кристаллической решетки полупроводника.

На рис. 2 построены зависимости нормированного на толщину слоя коэффициента распространения от безразмерной частоты поверхностной волны в случаях продольной, поперечной и перпендикулярной ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии. Наибольший коэффициент k_1 наблюдается в первом случае (кривые *1* и 4). Это, возможно, связано с большой продольной эффективной массой носителей заряда по сравнению с поперечной массой в случае вытянутого эллипсоида. Отличие между кривыми *2* и *3* (*5* и *6*) небольшое и можно объяснить различием влияния поверхностного рассеяния носителей заряда на коэффициент k_1. В случае, когда главная ось эллипсоида перпендикулярна поверхности нанослоя (кривые *3, 6*), эффективная масса носителей заряда в направлении, параллельном плоскости нанослоя, меньше, чем в перпендикулярном. Носители заряда преимущественно движутся в продольном направлении, что приводит к увеличению области избыточного заряда в поверхностной волне, т. е. к уменьшению волнового числа. Рисунок показывает, что коэффициент распространения в случае невырожденного электронного газа больше, чем в случае вырожденного газа, что, возможно, связанно с разбросом тепловых скоростей носителей заряда.

На рис. 3 и 4 изображены частотные зависимости длины распространения поверхностной волны, нормированной на толщину полупроводникового нанослоя. Параметр эллиптичности изоэнергетической поверхности равен 0.7 (рис. 3) и 0.5 (рис. 4). Наблюдаются осцилляции спектров длины распространения, период которых зависит от ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии. Осцилляции возникают, когда частота поверхностного рассеяния носителей заряда кратна частоте колебаний напряженностей электрического и магнитного полей поверхностной волны. Возможная причина возникновения осцилляций аналогична осцилляциям спектров поглощения, обнаруженных в работе [17]. В случаях продольной и поперечной ориентаций период осцилляций и положение максимумов длины распространения совпадают. Это, возможно, связано с тем, что эффективная масса носителей заряда в перпендикулярном к плоскости нанослоя направлении будет одинаковой. Следовательно, в ситуации, описываемой кривыми *1* и *2* (*3* и *4*), будет одинаковой частота поверхностного рассеяния носителей заряда.

В случае перпендикулярной ориентации эффективная масса носителей заряда будет отличаться от эффективных масс в случае продольной и поперечной ориентаций, что влияет на изменение периода осцилляций. Вследствие разброса тепловых скоростей носителей заряда осцилляционные максимумы длины распространения в случае невырожденного газа менее ярко выражены, чем в случае вырожденного газа. Рисунки показывают, что плазменные колебания проходят с наименьшим затуханием в случае, когда ось вращения эллипсоида постоянной энергии направлена перпендикулярно плоскости нанослоя. В случае нанослоя кремния толщиной 10 nm и перпендикулярной ориентации оси вращения длина распространения плазменных колебаний при частотах порядка 10 THz может достигать нескольких микрометров.

Эффекты, связанные с осцилляциями частотных зависимостей длины распространения, могут быть использованы для создания тонкопленочных плазмонных волноводов, фильтрующих частоты, соответствующие минимальному затуханию (максимумам параметра L).

Из рис. 3 и 4 следует, что длина распространения волны неограниченно возрастает с уменьшением частоты. Это может свидетельствовать о наличии границ применимости построенной в настоящей работе теоретической модели. Как показывает рис. 2, на пределе низких частот параметр k_1 стремится к нулю. Убывание коэффициента распространения с уменьшением частоты приводит к неограниченному увеличению размеров участков поверхности, где сосредоточен положительный (отрицательный) заряд. В настоящей работе не рассматривались эффекты, связанные с ограничением на размер этих областей в результате тепловых колебаний носителей заряда. В типичных полупроводниках диффузионная длина носителей заряда может быть от десятков до тысяч микрометров. Построенная в настоящей работе теоретическая модель применима, когда параметр L много меньше диффузионной длины, т. е. не превышает десять микрометров.

На рис. 5 представлены зависимости коэффициента распространения поверхностной волны от параметра эллиптичности изоэнергетической поверхности. Рисунок показывает, что с увеличением параметра $m_\perp/m_0$ коэффициент распространения возрастает в случае продольной ориентации главной оси эллипсоида, а в случае

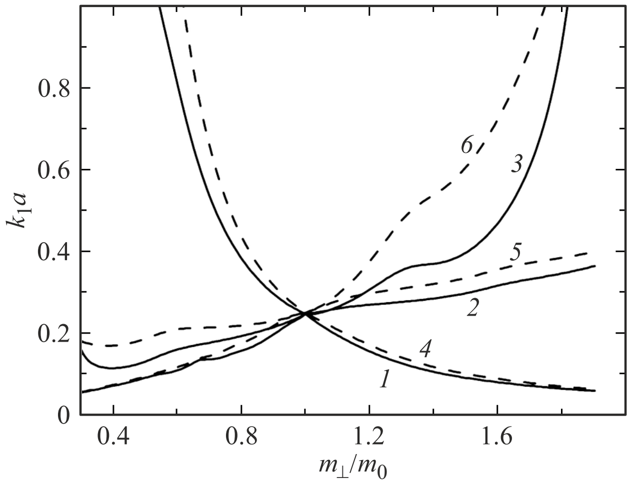

Рис. 5. Зависимости коэффициента распространения k_1, нормированного на толщину слоя, от параметра эллиптичности $m_\perp/m_0$ при $a/\lambda_{B0} = 1$, $\Lambda/\lambda_{B0} = 10$, $\omega\tau_{0v} = 30$, $\varepsilon = 3$, $v_{0v}/c = 0.005$, $\omega_p\tau_{0v} = 200$, $g_1 = 0$, $g_2 = 0.2$. Сплошные кривые *1–3* и штриховые кривые *4–6* построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно. Кривые построены для следующих вариантов ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии: *1* и *4* — продольная ориентация, *2* и *5* — поперечная ориентация, *3* и *6* — перпендикулярная ориентация.

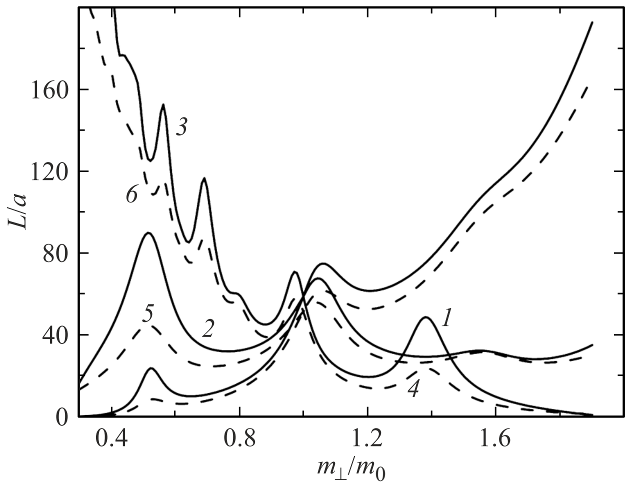

Рис. 6. Зависимости длины распространения поверхностной волны L, нормированной на толщину слоя, от параметра эллиптичности $m_\perp/m_0$ при $a/\lambda_{B0} = 1$, $\Lambda/\lambda_{B0} = 10$, $\omega\tau_{0v} = 30$, $\varepsilon = 3$, $v_{0v}/c = 0.005$, $\omega_p\tau_{0v} = 200$, $g_1 = 0$, $g_2 = 0.2$. Сплошные кривые *1–3* и штриховые кривые *4–6* построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно. Кривые построены для следующих вариантов ориентации главной оси эллипсоида постоянной энергии: *1* и *4* — продольная ориентация, *2* и *5* — поперечная ориентация, *3* и *6* — перпендикулярная ориентация.

поперечной и перпендикулярной ориентаций он убывает. Все кривые сходятся в одну точку при $m_\perp/m_0 = 1$, что соответствует случаю сферически-симметричной энергетической зоны.

На рис. 6 построены зависимости длины распространения от параметра эллиптичности поверхности постоянной энергии. На рисунке видно, что в ситуации, когда главная ось эллипсоида постоянной энергии направлена вдоль направления распространения поверхностной волны, безразмерная длина растет с увеличением параметра эллиптичности, а других случаях уменьшается. Зависимость $L(m_\perp/m_0)$ носит выраженный осциллирующий характер. Наиболее ярким образом осцилляции проявляются в случае вытянутого эллипсоида вращения $(m_\perp/m_0 < 1)$ и перпендикулярного направления главной оси. Отметим, что поверхность постоянной энергии большинства полупроводников с анизотропией зонной структуры представляет собой совокупность вытянутых эллипсоидов вращения, т.е. случай $m_\perp/m_0 < 1$ встречается очень часто. Используя осциллирующую частотную зависимость длины распространения можно подобрать полупроводниковый нанослой с соответствующим параметром эллиптичности для эффективной передачи плазменных колебаний с минимальным затуханием. Аналогично рис. 5 все сплошные и штриховые кривые сходятся в случае сферической зонной структуры полупроводника.

Заключение

В настоящей работе получены аналитические выражения для характеристик поверхностных плазменных колебаний с учетом анизотропии зонной структуры проводника как функций безразмерных параметров: толщины проводящего нанослоя, частоты поверхностной волны, диэлектрической проницаемости внешних изолирующих слоев, параметра эллиптичности поверхности постоянной энергии и параметров шероховатости поверхностей. Обнаружено влияние анизотропии изоэнергетической поверхности на осцилляции частотных зависимостей длины распространения волны. Наиболее выраженные осцилляции наблюдаются в случае вытянутого эллипсоида вращения с главной осью, направленной перпендикулярно плоскости нанослоя. Установлено, что зависимость длины распространения от параметра эллиптичности (материала полупроводника) носит осциллирующий характер.

Полученные результаты могут быть использованы для проектирования плазмонных волноводов, фильтрующих частоты, соответствующие минимальному затуханию.

Приложение

Задача по определению неравновесных поправок функции распределения и нахождению интегральной проводимости решается аналогично работам [12,14]. Решая кинетическое уравнение (11) с учетом граничного условия (16), подставляя найденную функцию распределения в выражение для плотности тока (20), затем в (21), получим следующее выражение для интегральной проводимости:

$$\sigma = \sigma_0 \Sigma, \tag{27}$$

$$\sigma_0 = \frac{n_v e^2 \tau_{0v}}{m_0}, \tag{28}$$

$$\Sigma = \frac{\sqrt{u_{0v}}}{2x_0 I_{1/2} z_0 \gamma_1 \sqrt{\gamma_3}} \sum_{l=1}^{\infty} \ln(\exp(u_\mu - u_{z1} l^2) + 1) \times \left(1 - \chi\left(\frac{2x_0^2 z_0 \gamma_3}{l x_\lambda}\right)\right), \tag{29}$$

$$\chi(p) = \frac{1}{2p}(1 - e^{-p}) \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1 q_2)e^{-p}}{1 - q_1 q_2 e^{-2p}}, \tag{30}$$

$$q_{1,2}(g_{1,2}, \theta) = \exp\left(-(2g_{1,2} l/x_0)^2\right). \tag{31}$$

Введены следующие безразмерные параметры:

$$z_0 = \nu \tau_{0v} = \kappa - i y_0, \quad x_0 = \frac{a}{\lambda_{B0}},$$

$$x_\lambda = \frac{\Lambda}{\lambda_{B0}}, \qquad y_0 = \omega \tau_{0v}, \tag{32}$$

$$\kappa = \frac{\tau_{0v}}{\tau_1} = \frac{\sqrt{u_0}}{\sqrt{u_{0v}}} \frac{1}{\sqrt{\gamma_1}}, \tag{33}$$

$$I_s = \int_0^\infty \frac{u^s du}{\exp(u - u_\mu) + 1}, \tag{34}$$

$$u_0 = \frac{m_0 v_0^2}{2k_B T}, \quad u_{0v} = \frac{m_0 v_0 v^2}{2k_B T},$$

$$u_{z1} = \frac{\hbar^2 k_{z1}^2}{2m_3 k_B T}, \qquad u_\mu = \frac{\mu}{k_B T}, \tag{35}$$

$$m_0 = \sqrt[3]{m_1 m_2 m_3}, \qquad \tau_{0v} = \sqrt[3]{\tau_{1v}\tau_{2v}\tau_{3v}},$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{m_1}{m_0}}, \qquad \gamma_3 = \sqrt{\frac{m_3}{m_0}}. \tag{36}$$

Параметры x_0, x_λ нормированы на длину волны де Бройля носителя заряда, движущегося с характерной скоростью v_{0v}, z_0 и y_0 нормированы на скалярное время релаксации носителей заряда τ_{0v} без учета квантования их энергетического спектра, v_0 и v_{0v} — соответственно характерные скорости носителей заряда с учетом и без учета квантования энергетического спектра носителей заряда, которые вводятся следующим образом:

$$n v_0^2 = 4\left(\frac{m_0}{h}\right)^3 v_1 \frac{5}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \iint V_l^2 f_l^{(0)} dv_x dv_y, \tag{37}$$

$$n_v v_{0v}^2 = 2\left(\frac{m_0}{h}\right)^3 \frac{5}{3} \iiint V^2 f_0 d^3 v, \tag{38}$$

$$V_l^2 = \frac{m_1 \upsilon_x^2 + m_2 \upsilon_y^2 + m_3 \upsilon_{z1}^2 l^2)}{m_0}, \quad (39)$$

$$V^2 = \frac{(m_1 \upsilon_x^2 + m_2 \upsilon_y^2 + m_3 \upsilon_z^2)}{m_0}, \quad (40)$$

$$\upsilon_{z1} = \frac{\hbar k_{z1}}{m_3}, \quad (41)$$

n_υ и n — соответственно концентрации носителей заряда в макроскопическом образце и в нанослое [12,14].

Вычисляя выражения (37) и (38) и переходя к безразмерным параметра, получим выражения для параметров u_0 и $u_{0\upsilon}$:

$$u_0 = \frac{5}{3}\frac{K}{P}, \qquad u_{0\upsilon} = \frac{5}{3}\frac{I_{3/2}}{I_{1/2}}, \quad (42)$$

$$K = \sum_{l=1}^{\infty} \int\limits_{u_{z1} l^2}^{\infty} \frac{u du}{\exp(u - u_\mu) + 1}, \quad (43)$$

$$P = \sum_{l=1}^{\infty} \ln(\exp(u_\mu - u_{z1} l^2) + 1). \quad (44)$$

В случае вырожденного электронного газа $\upsilon 0$ и $\upsilon_{\upsilon 0}$ — переходят в скорость Ферми υF, а в случае невырожденного газа имеют порядок средней тепловой скорости носителей заряда:

$$\upsilon_{0\upsilon}^2 \approx \frac{5k_B T}{m_0}, \quad (45)$$

$$\upsilon_0^2 \approx \frac{10 k_{\mathrm{B}} T}{3 m_0} \left(1 + \frac{\Sigma u_{z1} l^2 \exp(-u_{z1} l^2)}{\Sigma \exp(-u_{z1} l^2)}\right). \quad (46)$$

Связь между безразмерными параметрами u_{z1} и $u_{0\upsilon}$ можно найти, используя выражение для скорости носителя заряда υ_{z1} (41) и волнового числа k_{z1} (12):

$$\sqrt{\frac{u_{0\upsilon}}{\upsilon_{z1}}} = \sqrt{\frac{m_0}{m_3}\frac{\upsilon_{0\upsilon}}{\upsilon_{z1}}} = \sqrt{\frac{m_0}{m_3}\frac{h}{m_0 \lambda_{B0}}\frac{2m_3 a}{h}}$$

$$= \sqrt{\frac{m_3}{m_0}}\, 2x_0 = 2x_0\sqrt{\gamma_3}. \quad (47)$$

В случае вырожденного электронного газа $(\exp u_\mu \gg 1)$ безразмерная проводимость Σ принимает следующий вид:

$$\Sigma = \frac{3}{4 x_0 z_0 \gamma_1 \sqrt{\gamma_3}} \sum_{l=1}^{n} \left(1 - \frac{l^2}{4\gamma_3 x_0^2}\right) \times \left(1 - \chi\left(\frac{2x_0^2 z_0 \gamma_3}{x_\lambda l}\right)\right), \quad (48)$$

$$N = [2x_0\sqrt{\gamma_3}], \quad (49)$$

где k_{F} — волновой вектор носителя заряда с энергией Фермию

В противоположном случае невырожденного электронного газа $(\exp u_\mu \ll 1)$ безразмерная проводимость определяются следующим образом:

$$\sum = \frac{1}{x_0 z_0 \gamma_1 \sqrt{\gamma_3}} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} \sum_{l=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{5l^2}{8\gamma_3 x_0^2}\right) \times \left(1 - \chi\left(\frac{2x_0^2 \gamma_3 z_0}{x_\lambda l}\right)\right). \quad (50)$$

Дальнейшее решение задачи направлено на нахождение связи параметров поверхностной волы и интегральной проводимости. Вычислим отношение компоненты вектора напряженности электрического поля E_x к компоненте напряженности магнитного поля H_y вблизи верхней границы проводящего нанослоя (поверхностный импеданс) на границе $z = 0$. Представим компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей в виде

$$\begin{cases} E_x = E_{0x}(z)\exp(-i\omega t + ikx), \\ E_z = E_{0z}(z)\exp(-i\omega t + ikx), \\ H_y = H_{0y}(z)\exp(-i\omega t + ikx). \end{cases} \quad (51)$$

В настоящей работе рассматривается проводящий нанослой с толщиной, меньшей длины волны де Бройля носителей заряда. В типичных металлах длина волна де Бройля имеет порядок межатомного расстояния, а в типичных полпроводниках — несколько нанометров, что существенно меньше глубины скин-слоя. При терагерцовых частотах эта глубина составляет порядка меньше глубины скин-слоя. При терагерцовых частотах эта глубина составляет порядка сотен нанометров. Из условия симметричного распределения носителей заряда на границах проводящего нанослоя (5) следует, что x-компнента напряженности электрического поля практически не меняется по толщине проводящего нанослоя.

Для нахождения поверхностного импеданса удобно воспользоваться третьим уравнением системы (1). Интегрируя это уравнение по z, получил

$$H_y(a) - H_y(0) = -\frac{4\pi}{c}\int\limits_0^a j dz + i\frac{\omega}{c}E_x. \quad (52)$$

Принимая во внимание условие (5) и используя связь между плотностью тока и интегральной проводимостью (21), выражение для поверхностного импеданса принимает вид

$$Z_1 = \left.\frac{E_x}{H_y}\right|_{z=0} = \frac{2ic}{(\omega a + 4\pi i \sigma)}. \quad (53)$$

Теперь найдем поверхностный импеданс, используя второе уравнение системы (1), описывающее поведение волны в изолирующем слое:

$$Z_2 = \left.\frac{E_x}{H_y}\right|_{z=0} = -\frac{i\alpha c}{\varepsilon\omega}. \quad (54)$$

Компоненты E_x и H_y не меняют при переходе через границу „проводник-диэлектрик“. Следовательно, поверхностные импедансы Z_1 и Z_2 равны. Приравнивая (54) и (53), получим выражение для поперечного коэффициента затухания поверхностной волны:

$$\alpha = -\frac{2\varepsilon\omega}{(\omega a + 4\pi i\sigma)}. \tag{55}$$

Используя соотношение (4), получим выражение для волнового вектора поверхностной волны:

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon + \frac{4\varepsilon^2\omega^2}{\omega a + 4\pi i\sigma^2}}. \tag{56}$$

Нормируем параметры k и α на толщину проводящего нанослоя и запишем выражения (55) и (56) через безразмерные параметры

$$\alpha a = -\frac{2\varepsilon y_0}{(y_0 + i y_p^2\Sigma)}, \tag{57}$$

$$ka = \sqrt{(y_0^2\frac{x_0^2}{x_\lambda^2\rho^2\varepsilon^2} + \frac{4y_0^2\varepsilon^2}{(y_0 + i y_p^2\Sigma)^2}}, \tag{58}$$

где введены следующие обозначения: $\rho = v_{0v}/c$, $y_p = \omega_p \tau_{0v}$.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] С.А. Майер. *Плазмоника: теория и приложения* (R&C Dynamics, М.; Ижевск, 2011).

[2] E. Kretschmann, T.L. Ferrell, C. Ashley. Phys. Rev. Lett., **42**, 1312 (1979). DOI: 10.1103/PhysRevLett.42.1312

[3] G.A. Farias, A.A. Maradudin. Phys. Rev. B, **28** (10), 5675 (1983). DOI: 10.1103/PhysRevB.28.5675

[4] L.A. Moraga, R. Labbe. Phys. Rev. B, **41**, 10221 (1990). DOI: 10.1103/PhysRevB.41.10221

[5] Zh. Yang, D. Gu, Y. Gao. Opt. Commun., **329**, 180 (2014). DOI: 10.1016/j.optcom.2014.05.014

[6] N. Sharma, A. Joy, A.K. Mishra, R.K. Verma. Opt. Commun., **357**, 120 (2015). DOI: 10.1016/j.optcom.2015.08.092

[7] Zh. Yang, Ch. Liu, Ya. Gao, J. Wang, W. Yang. Chinese Opt. Lett., **14** (4), 042401 (2016). DOI: 10.3788/COL201614.042401

[8] L. Saitta, G. Celano, C. Tosto, F. Arcadio, L. Zeni, C. Sergi, N. Cennamo, G. Cicala. Intern. J. Advanced Manufacturing Technology, **132**, 5503 (2024). DOI: 10.1007/s00170-024-13649-x

[9] H.J. Zhang, Q. Yan, Y.Y. Li, T.R. Zhang, X.L. Zhang, Y.H. Wang, Y.F. Liu. Modern Phys. Lett. B, **37**, 33 (2023). DOI: 10.2139/ssrn.4054450

[10] М.Э. Борисова, С.Н. Койков. *Физика диэлектриков* (Изд-во Ленингр. ун-та, Л., 1979).

[11] К. Блум. *Теория матрицы плотности и ее приложения* (Мир, М., 1983).

[12] I.A. Kuznetsova, O.V. Savenko, D.N. Romanov. Phys. Lett. A, **427**, 127933 (2022). DOI: 10.1016/j.physleta.2022.127933

[13] М.И. Дьяконов, А.В. Хаецкий. ЖЭТФ, **82** (5), 1584 (1982). [M.I. D'yakonov, A.V. Khaetskii. JETP, **55** (5), 917 (1982)].

[14] O.V. Savenko, I.A. Kuznetsova. Proc. SPIE, **12157**, 121570W (2022). DOI: 10.1117/12.2622544

[15] S.B. Soffer. J. Appl. Phys., **38** (4), 1710 (1967). DOI: 10.1063/1.1709746

[16] А.Б. Шмелев. УФН, **106** (3), 459 (1972). DOI: 10.3367/UFNr.0106.197203c.0459 [A.B. Shmelev. Sov. Phys. Usp., **15**, 173 (1972). DOI: 10.1070/PU1972v015n02ABEH004961].

[17] И.А. Кузнецова, О.В. Савенко. ФТП, **56** (8), 794 (2022). DOI: 10.21883/FTP.2022.08.53147.33 [I.A. Kuznetsova, O.V. Savenko. Semiconductors, **56** (8), 570 (2022). DOI: 10.21883/SC.2022.08.54116.33].