

Оптическая теорема и дихроизм вакуума в электромагнитном поле, рождающем пары

© И.А. Александров^{1,2}, Д.В. Чубуков³

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
Санкт-Петербург, Россия

³ Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: i.aleksandrov@spbu.ru

Поступила в редакцию 08.05.2025 г.

В окончательной редакции 08.05.2025 г.

Принята к публикации 12.05.2025 г.

Исследована связь процессов распада фотона на электрон-позитронную пару и излучения фотона из вакуума с рождением пары во внешнем электромагнитном поле. Известно, что в том случае, когда внешнее поле не способно рождать частицы из вакуума в нулевом порядке по радиационному взаимодействию, вклад излучения также равен нулю, а вероятность распада фотона в соответствии с оптической теоремой можно связать с мнимой частью диаграммы Фейнмана второго порядка, содержащей фермионную петлю. В настоящей работе основное внимание уделено задаче с нестабильным вакуумом. Показано, что в этом случае утверждение оптической теоремы модифицируется, поскольку к вероятности распада фотона нужно прибавлять уже ненулевую вероятность излучения с рождением пары. В рамках численного расчета обе эти вероятности получены непертурбативно по взаимодействию с внешним переменным электрическим полем для различных поляризаций фотона. Результаты вычисления мнимой части однопетлевой диаграммы оказались в полном согласии с оптической теоремой. При этом показано, что приближение локально постоянного поля неприменимо в области низких энергий фотона и может давать существенную ошибку в высокоэнергетической области. В работе также проведен анализ явления дихроизма вакуума, т.е. зависимости вышеописанных вкладов от поляризации фотона.

Ключевые слова: квантовая электродинамика, сильные поля, нелинейные эффекты, дихроизм, поляризационный тензор, двулучепреломление.

DOI: 10.61011/OS.2025.06.60917.8144-25

1. Введение

Описание электромагнитных взаимодействий в рамках квантовой теории поля включает в рассмотрение процессы с несохраняющимся числом частиц (электронов, позитронов, фотонов и т.д.). Например, в первом порядке по постоянной тонкой структуры α в квантовой электродинамике (КЭД) присутствуют процессы излучения фотона электроном, поглощения фотона электроном, распада фотона на электрон-позитронную пару и др. Хорошо известно, что все эти элементарные реакции запрещены законами сохранения энергии и импульса в отсутствие каких-либо других взаимодействий [1]. Ситуация качественным образом изменяется, если мы вводим взаимодействие квантованного электрон-позитронного поля с внешним классическим электромагнитным полем. В этом случае вероятности всех процессов первого порядка по α , вообще говоря, отличны от нуля, а теоретическое описание соответствующих эффектов в режиме сильного внешнего поля представляет собой крайне нетривиальную задачу (см., например, монографию [2], работу [3] и недавние обзоры [4–6]). Интерес к данной

проблеме обусловлен не только ее фундаментальным характером, но и развитием экспериментальных установок, в которых удастся создавать все более сильные электромагнитные поля, например, за счет генерации лазерного излучения (ссылки в [5,6]) или столкновения тяжелых ядер [7–9].

В настоящей работе мы интересуемся процессом распада фотона на пару (в первом порядке по α) и излучением фотона из вакуума с рождением пары в сильном электромагнитном поле. Данные два явления тесно связаны между собой по нескольким причинам. Во-первых, амплитуды таких процессов отличаются лишь комплексным сопряжением „волновой функции“ соответствующего фотона. Во-вторых, разность вероятностей данных двух реакций определяет вклад первого порядка по α в число фотонов в конечном состоянии, как было показано в работе [10] (см. также [2]). В-третьих, сумма таких вероятностей может быть связана с мнимой частью однопетлевой диаграммы с двумя внешними фотонными линиями в соответствии с оптической теоремой. Подчеркнем, что в теории с нестабильным вакуумом утверждение оптической теоремы должно включать ве-

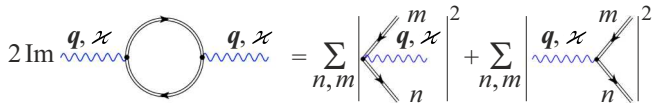


Рис. 1. Запись оптической теоремы на языке диаграмм Фейнмана. Двойные линии отвечают электронным функциям во внешнем поле, а волнистые линии — начальному и конечному фотону с импульсом q и поляризацией χ . Фермионные состояния n и m обычно характеризуются импульсами и спинорными квантовыми числами на начальных временах $t_{\text{in}} \rightarrow -\infty$.

роятности обоих процессов, хотя в стандартной КЭД без вакуумного рождения пар достаточно учитывать лишь вклад с распадом фотона [1]. На диаграммном языке это утверждение показано на рис. 1. В настоящей работе мы обсудим, как доказывается данное соотношение, и произведем расчеты двух отдельных вкладов в правой части равенства на рис. 1. С использованием оптической теоремы мы протестируем наш независимый численный подход для нахождения поляризационного тензора, который определяет левую часть равенства. Помимо прямой проверки наших непертурбативных методов расчета это позволит исследовать зависимость процессов распада фотона и излучения с рождением пары от поляризации фотона. Тот факт, что вероятность распада фотона зависит от поляризации, называют дихроизмом вакуума [11]. Ниже мы исследуем явление дихроизма посредством численных непертурбативных расчетов. Дальнейшее развитие теоретических методов имеет большое значение для планирования экспериментов по наблюдению соответствующих нелинейных эффектов КЭД в сильных полях.

В тексте статьи мы используем единицы $\hbar = c = 1$ ($\hbar$ — постоянная Планка, c — скорость света), постоянная тонкой структуры $\alpha = e^2/(4\pi)$, m и $e < 0$ — масса и заряд электрона.

2. Теория со стабильным вакуумом. Постоянные скрещенные поля

Рассмотрим сначала относительно простой случай, когда внешнее электромагнитное поле не рождает пары из вакуума. Такая ситуация реализуется, например, в постоянном магнитном поле или в поле плоской электромагнитной волны [2]. В этом случае начальное состояние вакуума $|0, \text{in}\rangle$ и конечное состояние $|0, \text{out}\rangle$ совпадают с точностью до комплексного фазового множителя, который не влияет на физические наблюдаемые. Это состояние можно просто обозначить за $|0\rangle$. Пусть начальное состояние содержит фотон с импульсом q и поляризацией χ . В рамках КЭД в представлении взаимодействия плотность числа фотонов в конечном состоянии имеет вид [2]

$$n_{k\lambda} = \langle 0 | c_{q\chi} S^\dagger c_{k\lambda}^\dagger c_{k\lambda} S c_{q\chi}^\dagger | 0 \rangle, \quad (1)$$

где k и λ задают импульс и поляризацию конечного фотона, $c_{k\lambda}^\dagger$ — оператор рождения фотонов, а S — оператор рассеяния в представлении взаимодействия,

$$S = \mathcal{T} \exp \left[-i \int d^4x \mathcal{H}_{\text{int}}(x) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\mathcal{T}$ — операция хронологического упорядочивания, $\mathcal{H}_{\text{int}}(x) = j^\mu(x) A_\mu(x)$ — оператор взаимодействия квантованных полей и $j^\mu(x) = (e/2)[\bar{\psi}(x)\gamma^\mu, \psi(x)]$ — оператор плотности тока электрон-позитронного поля в присутствии внешнего классического поля $A_\mu(x)$. Как было показано в работе [10], в первом порядке по постоянной тонкой структуры α величина (1) включает разность первого и второго слагаемых в правой части рис. 1, из которых в теории со стабильным вакуумом остается только отрицательный вклад. Таким образом, вклад первого порядка по α — это со знаком минус квадрат модуля диаграммы распада фотона, просуммированный по конечным состояниям фермионов. Наличие нетривиальной зависимости этой величины от поляризации фотона означает, что имеет место явление дихроизма вакуума — фотоны различных поляризаций распадаются с разными вероятностями.

Во втором же порядке по α плотность (1) определяется квадратом модуля однопетлевой диаграммы, изображенной в левой части на рис. 1, но с конечным состоянием фотона k, λ . Амплитуда перехода для этой диаграммы связана с поляризационным тензором соотношением

$$T(q, k) = \frac{1}{\sqrt{4q_0 k_0}} \varepsilon_\mu(q) \Pi^{\mu\nu}(q, k) \varepsilon_\nu^*(k), \quad (3)$$

где $\varepsilon_\mu(q)$ и $\varepsilon_\nu(k)$ — 4-векторы поляризации начального и конечного фотонов соответственно. Задача о нахождении этой амплитуды сводится к вычислению поляризационного тензора $\Pi^{\mu\nu}(q, k)$ в заданном внешнем поле. Рассмотрим в качестве примера конкретную конфигурацию внешнего поля, не рождающего пары из вакуума. Будем считать, что постоянное электрическое поле $\mathbf{E}$ величины E_0 направлено вдоль оси x , а совпадающее с ним по величине магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено вдоль оси y . Поскольку в таком поле релятивистские инварианты $\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2$ и $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$ в точности равны нулю, хорошо известно, что вакуум является стабильным [1–3]. Поляризационный оператор для такого случая был вычислен аналитически в работах [12–15]. Подразумевая, что фотон распространяется вдоль оси z , можем записать результат в следующей форме:

$$\begin{pmatrix} \Pi^{11}(q, k) \\ \Pi^{22}(q, k) \end{pmatrix} = -\frac{16\pi^3\alpha}{3} m^2 \delta(k - q) \chi^{2/3} \begin{pmatrix} A - B \\ A + 2B \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где квантовый параметр нелинейности

$$\chi = \frac{2|eE_0|q^0}{m^3}, \quad (5)$$

а также введены обозначения

$$A = \int_{-1}^1 dv w^{1/3} f'(u), \quad B = \int_{-1}^1 dv w^{-2/3} f'(u), \quad (6)$$

$$w = \frac{4}{1-v^2}, \quad u = \left(\frac{w}{\chi}\right)^{2/3}, \quad (7)$$

$$f(u) = i \int_0^\infty d\tau e^{-i(u\tau + \tau^3/3)} = \pi \text{Gi}(u) + i\pi \text{Ai}(u). \quad (8)$$

Здесь $\text{Gi}(u)$ и $\text{Ai}(u)$ — вещественнозначные функции Скорера [16] и Эйри соответственно.

Вычислим теперь удвоенную мнимую часть амплитуды (3) при $k = q$ в расчете на единицу времени и единицу объема, например, для фотона, поляризованного вдоль оси x ($\mu = \nu = 1$):

$$\frac{2 \text{Im } T^{(1)}(q, q)}{VT} = -\frac{\alpha m^2 \chi^{2/3}}{3\pi q^0} \text{Im}(A - B). \quad (9)$$

В силу четности подынтегральных функций в (6) можно записать

$$\begin{aligned} \text{Im}(A - B) &= 2\pi \int_0^1 dv \frac{w-1}{w^{2/3}} \text{Ai}'(u) \\ &= 4\pi \int_4^\infty dw \frac{w-1}{w^{5/3} \sqrt{w(w-4)}} \text{Ai}'(u). \end{aligned} \quad (10)$$

Если теперь перейти к интегралу по переменной u , то получим

$$\begin{aligned} \frac{2 \text{Im } T^{(1)}(q, q)}{VT} &= -\frac{2\alpha m^2 \chi}{q^0} \int_{u_0}^\infty \frac{du}{\sqrt{u}} \frac{w-1}{w \sqrt{w(w-4)}} \text{Ai}'(u) \\ &= -\frac{\alpha m^2 \chi}{8q^0} \int_{u_0}^\infty \frac{du}{\sqrt{u}} \frac{4w-1}{w \sqrt{w(w-1)}} \text{Ai}'(u), \end{aligned} \quad (11)$$

где $u_0 = (4/\chi)^{2/3}$ и $w = (\chi/4)u^{3/2}$. Выражение (11) полностью совпадает с вероятностью распада поляризованного фотона с рождением пар в расчете на единицу времени из работы Ритуса [3] (пункт 5.23). Для второй возможной поляризации также нетрудно убедиться в согласии результатов, что подтверждает справедливость оптической теоремы в ее простейшей формулировке: удвоенная мнимая часть диаграммы с замкнутой фермионной петлей равна полной вероятности распада начального фотона на электрон-позитронную пару. Если же внешнее поле нарушает стабильность вакуума, то к вероятности распада требуется добавлять вероятность рождения пары с излучением фотона. Анализ этого более общего случая посвящена дальнейшая часть настоящей работы.

В заключение раздела отметим, что замкнутые выражения (4) часто используются для приближенного описания радиационных процессов в неоднородных полях. Для этого в качестве χ берут локальное значение параметра (5), а затем интегрируют вклады (4) по времени и пространственным координатам [12,17,18]. Такой подход называют приближением локально постоянного поля (locally-constant field approximation, LCFA).

3. Теория с нестабильным вакуумом

Если внешнее поле рождает пары из вакуума в нулевом порядке по α , то начальное и конечное гейзенберговские состояния вакуума $|0, \text{in}\rangle$ и $|0, \text{out}\rangle$ отличаются уже не только фазой — в этом случае $|\langle 0, \text{out} | 0, \text{in} \rangle| < 1$, и исходный вакуум с ненулевой вероятностью переходит в состояния с реальными частицами [19]. Выражение (1) теперь записывается в виде

$$n_{k\lambda} = \langle 0, \text{in} | c_{q\kappa} S^\dagger c_{k\lambda}^\dagger S c_{q\kappa}^\dagger | 0, \text{in} \rangle. \quad (12)$$

В первом порядке по α вклад в плотность числа фотонов имеет вид [10]

$$\begin{aligned} n_{k,\lambda}^{(1)} &= e^2 \delta(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \delta_{\lambda\kappa} \sum_{n,m} \left| \int d^4x {}_+\bar{\varphi}_n(x) \gamma^\mu f_{q,\kappa,\mu}^*(x) - \varphi_m(x) \right|^2 \\ &\quad - e^2 \delta(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \delta_{\lambda\kappa} \sum_{n,m} \left| \int d^4x {}_+\bar{\varphi}_n(x) \gamma^\mu f_{q,\kappa,\mu}(x) - \varphi_m(x) \right|^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $f_{q,\kappa,\mu}(x)$ — “волновая функция” фотона с импульсом $\mathbf{q}$ и поляризацией κ , а ${}_+\bar{\varphi}_n(x)$ и $-\varphi_m(x)$ — in-решения уравнения Дирака во внешнем поле, заданные в асимптотическом прошлом квантовыми числами n и m (эти числа обычно включают импульс и спиновое квантовое число). На временах $x^0 \rightarrow +\infty$ in-решения становятся суперпозициями решений свободного уравнения Дирака с разными знаками энергии. Примесь решения с противоположным знаком энергии означает как раз наличие вакуумного рождения пар [2]. Вклад в полное число фотонов получается интегрированием (13) по $\mathbf{k}$ и домножением на фактор $(2\pi)^3/V$, где V — объем системы. Если требуется рассматривать пространственно-локализованное внешнее поле, то начальные однофотонные состояния в (12) следует выбирать в форме волновых пакетов. Два слагаемых в формуле (13) отвечают диаграммам в правой части рис. 1. Знак минус перед второй суммой связан с тем, что в результате возможного распада фотона число конечных квантов уменьшается. Первое слагаемое положительное, и его можно интерпретировать как вынужденное излучение из вакуума. Заметим, что величина $n_{k,\lambda}^{(1)}$ содержит также вклады вакуумного излучения в отсутствие начального фотона [2,10,20–26], но мы не учитываем эти слагаемые, поскольку они не содержат $\delta(\mathbf{k}-\mathbf{q})$. При детектировании фотонов, распространяющихся вдоль направления $\mathbf{q}$

в малой окрестности по углам, вакуумные вклады будут пренебрежимо малы.

Теперь обратимся к общему выражению для поляризационного тензора во внешнем поле с учетом неустойчивости вакуума:

$$\Pi^{\mu\nu}(q, k) = ie^2 \int d^4x \int d^4y e^{-iqx} e^{iky} \text{Tr} [\gamma^\mu \times S_{\text{in}}(x, y) \gamma^\nu S_{\text{in}}(y, x)] - \{\text{вклад с нулевым полем}\}. \quad (14)$$

Здесь $S_{\text{in}}(x, y) = i \langle 0, \text{in} | \mathcal{T}[\psi(x) \bar{\psi}(y)] | 0, \text{in} \rangle$ — функция Грина электрона во внешнем поле относительно in-вакуума. Мы будем рассматривать внешнее переменное электрическое поле, направленное вдоль оси x , а импульс фотона опять направим вдоль оси z . Поляризации фотона вдоль x и вдоль y будем обозначать цифрами 1 и 2 соответственно. Обозначим за $P_d^{(1,2)}$ вероятность распада фотона, а за $P_e^{(1,2)}$ — полную вероятность излучения такого же фотона с рождением пары. В соответствии с оптической теоремой, сформулированной выше, имеем

$$P_d^{(1)} + P_e^{(1)} = \frac{1}{V} \frac{1}{q^0} \text{Im} \Pi^{11}(q, q). \quad (15)$$

Аналогичное соотношение верно и для поляризации 2. В правой части объем V сокращается в силу наличия дельта-функции $\delta(\mathbf{k} - \mathbf{q})$ в $\Pi^{\mu\nu}(q, k)$. В разд. 2 мы проверили данное утверждение в случае, когда $P_e^{(1,2)} = 0$. Для доказательства оптической теоремы достаточно рассмотреть интегрирование в формуле (14) по области $x^0 > y^0$ и области $x^0 < y^0$. Для каждого из слагаемых можно использовать спектральное разложение пропагаторов $S_{\text{in}}(x, y)$. При вычислении мнимой части интеграл по каждой полуплоскости легко переписывается через интеграл по всем x^0 и y^0 и ответ записывается в виде квадрата модуля диаграммы первого порядка.

Вычисление поляризационного тензора в выбранном нами внешнем поле производится с использованием спектрального разложения для функций Грина. Решения уравнения Дирака строятся численно. Важно подчеркнуть, что внешнее поле учитывается полностью непертурбативно. Аналогичным образом, хотя и существенно проще с технической точки зрения, мы находим отдельные вероятности $P_d^{(1,2)}$ и $P_e^{(1,2)}$. Численный метод в этом случае подробно описан в работах [10,25]. В следующем разделе мы сравним результаты численных расчетов, убедимся в выполнении соотношений (15) и исследуем свойства вакуумного дихроизма. В заключение будет проведено сравнение с методом LCFA, в рамках которого выражения (4) интегрируются по времени с учетом локальной зависимости параметра χ через зависимость внешнего поля от времени.

Отметим, что во втором порядке по α величина (12) определяется квадратом модуля диаграммы с замкнутой фермионной петлей. В частности, соответствующий

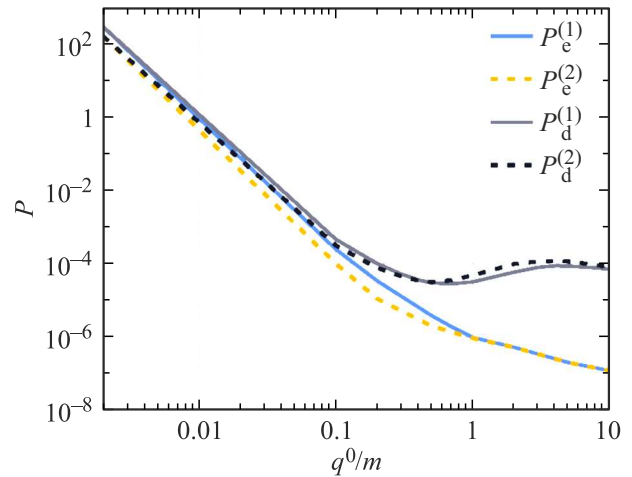


Рис. 2. Зависимость вероятностей распада фотона $P_d^{(1,2)}$ и излучения фотона с рождением пары $P_e^{(1,2)}$ от энергии фотона q^0 . Индексы 1 и 2 обозначают поляризацию вдоль внешнего электрического поля (ось x) и перпендикулярно полю (ось y). Фотон распространяется вдоль оси z ; внешнее поле задается выражением (16). Выбраны следующие значения параметров: $E_0 = 0.2E_c$, $\tau = 2m^{-1}$, $\omega = 0.2m$ (E_c — швингеровское значение напряженности).

вклад описывает явление вакуумного двулучепреломления [11,27–39].

4. Численные результаты и обсуждение

Будем рассматривать переменное электрическое поле, направленное вдоль оси x и заданное с помощью следующей x -проекции векторного потенциала:

$$\mathcal{A}_x(t) = \frac{E_0}{\omega} e^{-t^2/\tau^2} \sin \omega t, \quad (16)$$

где E_0 — амплитуда импульса, τ — характерная длительность и ω — несущая частота. Проекция электрического поля на ось x равна $E_x(t) = -\mathcal{A}'_x(t)$. В выбранной нами системе единиц частота, энергия и импульс имеют размерность m ; критическое (швингеровское) значение напряженности равно $E_c = m^2/|e| \approx 1.3 \times 10^{18}$ В/м.

В первую очередь нами были проведены расчеты отдельных вкладов в правой части рис. 1, т.е. получены вероятности распада фотона $P_d^{(1,2)}$ и излучения фотона с рождением пары $P_e^{(1,2)}$ для двух различных поляризаций (1 — вдоль x , 2 — вдоль y). Отметим, что в силу конечной длительности внешнего электрического импульса, речь идет о полных (безразмерных) вероятностях. На рис. 2 представлены зависимости этих величин от энергии фотона для следующего набора параметров внешнего поля: $E_0 = 0.2E_c$, $\tau = 2m^{-1}$, $\omega = 0.2m$. Мы видим несколько характерных особенностей полученных графиков. Во-первых, при малых энергиях фотона вероятности растут пропорционально $(1/q_0)^3$. Это свойство

было подробно описано в работах [10,23,25], где соответствующая асимптотика была установлена аналитически. Важным обстоятельством является то, что такое поведение возможно лишь в полях, рождающих пары; в противном случае вероятность быстро стремится к нулю при $q^0 \rightarrow 0$. В терминах числа фотонов (12) наблюдаемый нами рост означает, например, что при рождении пары может излучиться также очень большое число мягких фотонов. Здесь нужно отметить, что при $P \gtrsim 1$ величину P , очевидно, уже нельзя интерпретировать как вероятность и требуется учет вкладов более высоких порядков. Во-вторых, при малых q^0 мы имеем $P_d^{(1,2)} \approx P_e^{(1,2)}$ (сплошные и штриховые линии на рис. 2 попарно совпадают). Этот факт автоматически следует из того, что, как отмечалось во Введении, диаграммы в правой части рис. 1 отличаются лишь комплексным сопряжением фотонной функции, так что при разложении по степеням $1/q^0$ нечетные вклады будут совпадать, а четные — отличаться знаком. Далее при увеличении энергии фотона величины P убывают, но после определенной энергии вероятность распада фотона $P_d^{(1,2)}$ начинает расти. Данный рост привычным образом имеет место в задачах со стабильным вакуумом сразу при $q^0 \geq 0$. Например, в скрещенных полях вероятность (11) на малых энергиях ведет себя, как $(\chi/q^0)\exp(-8/3\chi)$, где при фиксированной величине поля $\chi \sim q^0$. Стоит сразу отметить, что при больших энергиях эта же вероятность пропорциональна $\chi^{2/3}/q^0 \sim (q^0)^{-1/3}$, что качественно объясняет тот факт, что кривые $P_d^{(1,2)}$ на рис. 2 возрастают лишь на довольно ограниченном интервале энергий фотона, когда параметр $\chi = |eE_0|q^0/m^3$ изменяется приблизительно от 0.1 до 1 (в скрещенных полях параметр χ в (5) содержал множитель 2 в силу наличия магнитной компоненты). Подчеркнем, что сравнение со случаем скрещенных полей для выбранных параметров возможно лишь качественное, поскольку длительность τ не позволяет считать внешнее поле локально постоянным (см. ниже). Наконец, заметим, что при достаточно больших энергиях фотона вероятность распада на несколько порядков превышает вероятность излучения с рождением пары, так что $P_e^{(1,2)} + P_d^{(1,2)} \approx P_d^{(1,2)}$, и в оптической теореме можно не учитывать канал излучения. Несовпадение кривых $P^{(1)}$ и $P^{(2)}$ свидетельствует о дихроизме вакуума. Мы видим, что разность этих двух величин при изменении q^0 меняет знак, что говорит о нетривиальном поведении сигнала дихроизма и должно учитываться при поиске наиболее выгодных сценариев для экспериментального наблюдения эффекта.

На рис. 3 представлены суммы вероятностей $P^{(1,2)} = P_e^{(1,2)} + P_d^{(1,2)}$ для двух поляризаций (сплошная и штриховая кривые). Значения этих сумм можно напрямую сравнить с результатами вычисления мнимой части поляризационного тензора в выбранном внешнем поле. Посредством независимого вычисления петлевой диаграммы и с учетом оптической теоремы нами были получены значения для $P^{(1)}$, изображенные на рис. 3

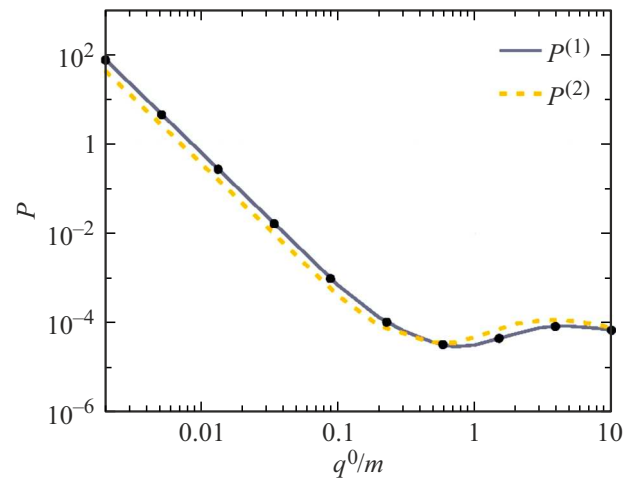


Рис. 3. Зависимость суммы вероятностей $P^{(1,2)} = P_e^{(1,2)} + P_d^{(1,2)}$ от энергии фотона. Точками отмечены данные, полученные независимым вычислением мнимой части поляризационного тензора Π^{11} с применением оптической теоремы. Параметры внешнего поля выбраны так же, как на рис. 2.

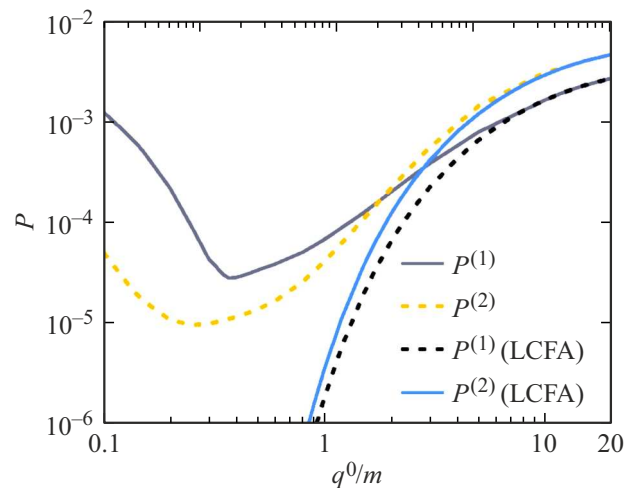


Рис. 4. Зависимость суммы вероятностей $P^{(1,2)} = P_e^{(1,2)} + P_d^{(1,2)}$ от энергии фотона аналогично рис. 3, но для другого набора параметров: $E_0 = 0.4E_c$, $\tau = 10m^{-1}$, $\omega = 0.1m$. Помимо результатов прямых численных расчетов на графике представлены кривые, полученные в рамках приближения LCFA.

точками. Два различных подхода оказались в полном согласии между собой, что указывает на высокую степень надежности используемых численных методов. Как отмечалось выше, мы наблюдаем рост вероятностей при движении к малым энергиям, который возникает в полях, рождающих частицы. На больших энергиях суммарные вероятности определяются в первую очередь каналом распада фотона.

В примере выше длительность импульса и „частота“ связаны соотношением $\omega\tau = 0.4$, что означает, что в

таком импульсе нельзя выделить медленную огибающую. Фактически, внешнее поле почти не изменяется при дальнейшем уменьшении ω , так что характерная частота определяется параметром τ и имеет величину порядка m . Тогда отношение амплитуды поля к частоте в единицах $m/|e|$ равно $\xi \sim 0.2$. Для применимости LCFA требуется, чтобы поле изменялось медленно, т. е. нужно условие $\xi \gg 1$ [3] (или хотя бы $\xi \gtrsim 1$). Рассмотрим теперь поле с большей амплитудой и меньшей частотой. На рис. 4 представлены аналогичные зависимости, что и на рис. 3, но для следующих параметров: $E_0 = 0.4E_c$, $\tau = 10m^{-1}$, $\omega = 0.1m$. Электрический импульс имеет качественно ту же форму, что и раньше, но теперь его частота порядка $\omega = 0.1m$, что дает $\xi = |e|E_0/(m\omega) = 4$. На рис. 4 также представлены приближенные кривые, полученные в рамках LCFA. Мы видим, что при достаточно больших энергиях фотона LCFA согласуется с результатами точных расчетов. Конечно, в области малых энергий согласие невозможно, поскольку LCFA полностью игнорирует эффект неустойчивости вакуума. В терминах χ условие применимости LCFA на больших энергиях имеет вид $\chi^2 \gg E_0/E_c$ [3]. Мы наблюдаем высокую точность при энергии порядка $5m-10m$, что отвечает $\chi = 2-4$ и согласуется с данным критерием. Отдельно отметим, что при отклонении от предсказаний LCFA точные кривые имеют довольно нетривиальное поведение, включающее пересечение кривых, как в предыдущем примере, т. е. смену знака сигнала дихроизма вакуума.

5. Заключение

В настоящей работе были вычислены вероятности распада фотона и излучения фотона с рождением пары во внешнем электрическом поле, зависящем от времени. В частности, исследовалась зависимость вероятностей от энергии и поляризации фотона. Сумма вероятностей была также получена независимым расчетом мнимой части поляризационного тензора в заданном внешнем поле. Было показано, что вышеописанные процессы зависят от поляризации фотона, что является проявлением дихроических свойств вакуума. В рамках приближения локально постоянного поля была вычислена мнимая часть поляризационного тензора и было установлено, что данный приближенный подход не учитывает рост при малых энергиях фотона, который связан с неустойчивостью вакуума. В режиме сильного медленно изменяющегося поля и высоких энергий фотона было обнаружено согласие приближенного метода и точного численного подхода.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ) в рамках проекта № 23-72-01068.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Теоретическая физика. Т. IV. Квантовая электродинамика* (Наука, М., 1989).
- [2] Д.М. Гитман, Е.С. Фрадкин, Ш.М. Шварцман. *Квантовая электродинамика с нестабильным вакуумом* (Наука, М., 1991).
- [3] В.И. Ритус. Труды ФИАН, **111**, 5 (1979).
- [4] A. Gonoskov, T.G. Blackburn, M. Marklund, S.S. Bulanov. *Rev. Mod. Phys.*, **94**, 045001 (2022). DOI: 10.1103/RevModPhys.94.045001
- [5] A. Fedotov, A. Ilderton, F. Karbstein, B. King, D. Seipt, H. Taya, G. Torgrimsson. *Phys. Rep.*, **1010**, 1 (2023). DOI: 10.1016/j.physrep.2023.01.003
- [6] С.В. Попруженко, А.М. Федотов. УФН, **193**, 491 (2023). DOI: 10.3367/UfNr.2023.03.039335
- [7] M. Lestinsky et al. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **225**, 797 (2016). DOI: 10.1140/epjst/e2016-02643-6
- [8] X. Ma et al. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B*, **408**, 169 (2017). DOI: 10.1016/j.nimb.2017.03.129
- [9] G.M. Ter-Akopian, W. Greiner, I.N. Meshkov, Y.T. Oganessian, J. Reinhardt, G.V. Trubnikov. *Int. J. Mod. Phys. E*, **24**, 1550016 (2015). DOI: 10.1142/S0218301315500160
- [10] I.A. Aleksandrov, A. Di Piazza, G. Plunien, V.M. Shabaev. *Phys. Rev. D*, **105**, 116005 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevD.105.116005
- [11] S. Bragin, S. Meuren, C.H. Keitel, A. Di Piazza. *Phys. Rev. Lett.*, **119**, 250403 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.250403
- [12] И.А. Баталин, А.Е. Шабад. Препр. ФИАН, **166** (1968).
- [13] Н.Б. Нарожный. ЖЭТФ, **55**, 714 (1968).
- [14] V.I. Ritus. *Ann. Phys.*, **69**, 555 (1972). DOI: 10.1016/0003-4916(72)90191-1
- [15] S. Meuren, C.H. Keitel, A. Di Piazza. *Phys. Rev. D*, **88**, 013007 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevD.88.013007
- [16] R.S. Scorer. *Q. J. Mech. Appl. Math.*, **3**, 107 (1950). DOI: 10.1093/qjmam/3.1.107
- [17] I.A. Aleksandrov, V.M. Shabaev. ЖЭТФ, **166**, 182 (2024). DOI: 10.31857/S0044451024080042
- [18] И.А. Александров, Д.В. Чубуков, А.Г. Ткачев, А.И. Клочай. *Опт. и спектр.*, **132**, 957 (2024). DOI: 10.61011/OS.2024.09.59194.7009-24
- [19] J. Schwinger. *Phys. Rev.*, **82**, 664 (1951). DOI: 10.1103/PhysRev.82.664
- [20] A. Di Piazza, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel. *Phys. Rev. D*, **72**, 085005 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevD.72.085005
- [21] A.M. Fedotov, N.B. Narozhny. *Phys. Lett. A*, **362**, 1 (2007). DOI: 10.1016/j.physleta.2006.09.085
- [22] F. Karbstein, R. Shaisultanov. *Phys. Rev. D*, **91**, 113002 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevD.91.113002
- [23] A. Otto, B. Kämpfer. *Phys. Rev. D*, **95**, 125007 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.95.125007
- [24] H. Gies, F. Karbstein, C. Kohlfürst. *Phys. Rev. D*, **97**, 036022 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevD.97.036022
- [25] I.A. Aleksandrov, G. Plunien, V.M. Shabaev. *Phys. Rev. D*, **100**, 116003 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevD.100.116003

- [26] I.A. Aleksandrov, A.D. Panferov, S.A. Smolyansky. Phys. Rev. A, **103**, 053107 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevA.103.053107
- [27] J.S. Toll. Ph.D. thesis (Princeton Univ., 1952).
- [28] R. Baier, P. Breitenlohner. Acta Phys. Austriaca, **25**, 212 (1967).
- [29] R. Baier, P. Breitenlohner. Nuovo Cimento B, **47**, 117 (1967). DOI: 10.1007/BF02712312
- [30] В.Н. Байер, А.И. Мильштейн, В.М. Страховенко. ЖЭТФ, **69**, 1893 (1975).
- [31] W. Becker, H. Mitter. J. Phys. A, **8**, 1638 (1975). DOI: 10.1088/0305-4470/8/10/017
- [32] Е.Б. Александров, А.А. Ансельм, А.Н. Москалев. ЖЭТФ, **89**, 1181 (1985).
- [33] A. Di Piazza, K.Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel. Phys. Rev. Lett., **97**, 083603 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.083603
- [34] T. Heinzl, B. Liesfeld, K. U. Amthor, H. Schwöerer, R. Sauerbrey, A. Wipf. Opt. Commun., **267**, 318 (2006). DOI: 10.1016/j.optcom.2006.06.053
- [35] F. Karbstein, H. Gies, M. Reuter, M. Zepf. Phys. Rev. D, **92**, 071301(R) (2015). DOI: 10.1103/PhysRevD.92.071301
- [36] H.-P. Schlenvoigt, T. Heinzl, U. Schramm, T. E. Cowan, R. Sauerbrey. Phys. Scr., **91**, 023010 (2016). DOI: 10.1088/0031-8949/91/2/023010
- [37] F. Karbstein, E.A. Mosman. Phys. Rev. D, **101**, 113002 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevD.101.113002
- [38] F. Karbstein, D. Ullmann, E.A. Mosman, M. Zepf. Phys. Rev. Lett., **129**, 061802 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevLett.129.061802
- [39] N. Ahmadinia, T.E. Cowan, J. Grenzer, S. Franchino-Viñas, A. Laso Garcia, M. Šmíd, T. Toncian, M.A. Trejo, R. Schützhold. Phys. Rev. D, **108**, 076005 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevD.108.076005