11

Широкополосные измерения диэлектрических характеристик льда вблизи температуры 0 °C

© Г.С. Бордонский, В.А. Казанцев

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,
672014 Чита, Россия
e-mail: lgc255@mail.ru

Поступило в Редакцию 29 января 2025 г.
В окончательной редакции 21 февраля 2025 г.
Принято к публикации 21 февраля 2025 г.

Представлена методика сверхширокополосных измерений диэлектрической проницаемости с использованием микроволнового и оптического диапазонов слабопоглощающих неоднородных сред. Выполнены измерения пресного льда вблизи точки фазового перехода (при 0 °C). Отношение крайних значений зондирующих частот, использованных в экспериментах, $\sim 10^6$. Подтверждено недавнее обнаружение нового явления — „просветления“ (возрастания проходящей мощности излучения в пресном льду) в микроволновом и оптическом диапазонах до десятков процентов и более для образцов толщиной ~ 0.1 m. Наибольший эффект наблюдали при расположении вектора электрического поля параллельно базисной плоскости кристаллов льда. Предложен механизм явления, связанный с возникновением плазмонного резонанса на структурах, возникающих в слоях нанометровой толщины, образовавшихся при течении (пластической деформации) льда.

Ключевые слова: диэлектрическая проницаемость, пресный лед, фазовый переход, сверхширокополосные измерения, микроволновый и оптический диапазоны.

DOI: 10.61011/JTF.2025.07.60666.13-25

Введение

Исследование электромагнитных характеристик природных объектов от нано- до космических масштабов играет ключевую роль в дешифровке данных их спектроскопии. Известен ряд методов таких исследований, основанных на рассмотрении волн, проходящих через объекты или отраженных от них [1,2]. Развитие этих методов привело к впечатляющим успехам при исследованиях от космических объектов до субмикронных структур разнообразных материалов. Например, осуществлен поиск следов жизни в атмосфере Венеры по линии фосфина (PH_3) на частоте 266.94 GHz с использование наземных приборов [3]. Активно выполняются исследования земной поверхности из космоса [4,5]. Исследуются микроскопические и макроскопические характеристики сред, в частности, воды [6], для которой при температуре -45 °C и атмосферном давлении подтверждено существование линии Видома [7], связанной со второй критической точкой.

Вместе с тем из-за сложности структуры объектов во многих случаях необходимо совершенствование методик диэлектрических исследований и разработка специальных методов измерений.

Целью настоящей работы является рассмотрение задачи об исследовании электромагнитного состояния пресного льда вблизи температуры его фазового перехода. Представленная задача связана с особой ролью воды в существовании биосферы и с ее многообразными применениями. Следует отметить, что физико-химические свойства воды изучены еще недостаточно — на это указывают 75 ее известных в настоящее время аномалий [8].

В работах [9,10] было показано, что лед в интервале от -0.5 °C до 0 °C обнаруживает аномалию микроволновых и оптических характеристик при прохождении через него электромагнитных излучений. Аномалия заключается в существенном уменьшении электромагнитных потерь во льду при приближении его температуры к значению температуры таяния. Аномалия напоминает эффект „просветления“ среды, известный в оптике, но связана в данном случае с явлениями при фазовом переходе. Экспериментаторы избегают исследовать такой лед, так как предполагают появление в нем жидких включений. Однако жидкие включения увеличивают фактор потерь, в отличие от обнаруженной в [9,10] аномалии.

В данном исследовании были проанализированы имеющиеся и новые результаты измерений, полученные различными методиками в лабораторных и натурных условиях в широком интервале частот от микроволнового до УФ диапазонов. Их комплексное рассмотрение позволило получить более полную информацию об объекте и предложить механизм структурных особенностей тающего льда, приводящих к эффекту просветления среды. Таким образом, была показана эффективность сверхширокополосных диэлектрических измерений.

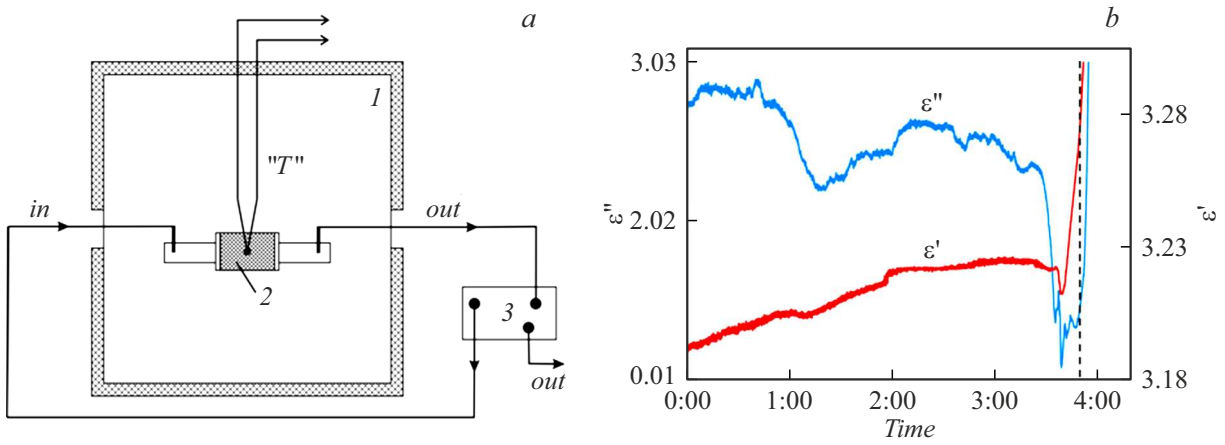


Рис. 1. *a* — схема экспериментальной установки для исследования диэлектрических характеристик льда: *1* — климатическая камера, *2* — резонатор, *3* — скалярный анализатор, *T* — датчик температуры; *b* — зависимость ε' и ε'' льда при его нагревании от времени; измерения вблизи 3.4 GHz; штриховая линия — начало таяния образца при 0 °C.

1. Методика исследований и результаты

Пресный лед по своим характеристикам близок к диэлектрикам, и его основной электромагнитной характеристикой является относительная комплексная диэлектрическая проницаемость $\dot{\varepsilon} = \varepsilon' + i\varepsilon''$. Методы измерений действительной и мнимой ее частей хорошо разработаны. В настоящем исследовании использованы методики резонаторных измерений и измерений по просвечиванию льда с использованием монохроматического излучения, а также радиометрических измерений в полосе частот $\sim 10\,\%$ от центральной частоты. Особенность использованного подхода заключалась в измерениях образцов в сверхширокоом диапазоне частот с отношением крайних значений длин волн $\sim 10^6$. Также были использованы широкополосные шумовые сигналы в микроволновом диапазоне, что позволило устранить интерференционные явления на неоднородностях структуры изучаемого объекта.

2. Резонаторная методика

Резонаторные измерения позволяют выполнить точные измерения диэлектрической проницаемости на образцах небольших размеров. Они удобны при температурных измерениях действительной ε' и мнимой ε'' частей относительной комплексной диэлектрической проницаемости льда. В наших экспериментах измерения диэлектрических характеристик осуществлялись с помощью прямоугольного резонатора типа H_{101} при полном его заполнении льдом. В выполненных исследованиях использовали полуволновые резонаторы на низшей резонансной частоте с собственными частотами 2.8, 6.1 и 13 GHz.

На рис. 1, *a* приведена схема экспериментальной установки. В частности, для этого эксперимента использовался резонатор типа H_{101} с внутренними размерами $58 \times 26 \times 25$ mm. Резонатор с образцом помещался в климатическую камеру фирмы Espec, в которой повышали температуру предварительно охлажденного образца со скоростью нагревания порядка нескольких градусов в час. При такой скорости нагревания разность температур между центром образца и его краем не будет превышать 0.1 °C Измерение температуры осуществлялось при помощи термопарного датчика с абсолютной точностью 0.1 °C. Резонатор подключался к скалярному анализатору цепей Р2М–18/2 фирмы „Микран“. Точность определения ε'' составила 1 %, а ε' — $\sim 0.1\,\%$.

На рис. 1, *b* представлены зависимости ε' и ε'' от времени при нагревании образца от −30 °C, на которых выявляется особенность в области температуры выше −0.5 °C. Важно отметить, что результаты измерений существенно зависят от направления напряженности электрического поля в резонаторе относительно базисной плоскости кристаллов льда. Поэтому в экспериментах такие образцы с преимущественной пространственной ориентацией базисных плоскостей специально выпиливали из озерного льда с ультрапресной водой (концентрация солей $\sim 0.1\,\mathrm{kg/m^3}$, и во льду $\sim 10^{-6}\,\mathrm{kg/kg}$). Как было установлено в гляциологии, при формировании озерного льда 90 %–100 % кристаллов в ледяном покрове после начальной стадии формирования покрова ориентируются главной оптической осью „С“ перпендикулярно к поверхности раздела лед–воздух, и могут отклоняться от нормали в пределах нескольких градусов. Сама ось „С“ перпендикулярна базисной плоскости кристаллов гексагонального льда (Ih). В соответствии с классификацией, данной Черепановым, это соответствует льду типа A1, который образуется в небольших озерах при градиентах температур 1–4 K/mm в приледном слое воды [11].

Эксперименты провели с тремя резонаторами. Для двух других экспериментов частоты при заполнении ре-

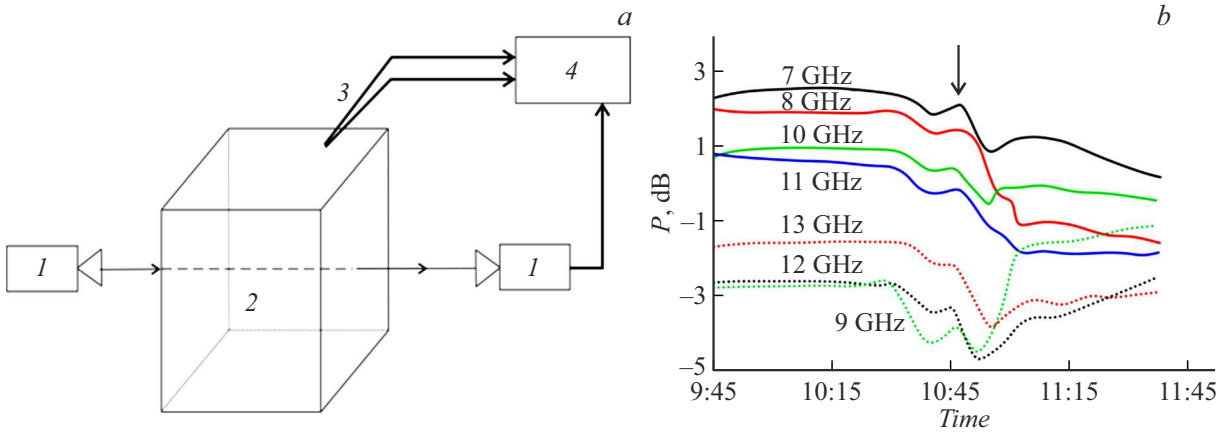


Рис. 2. *a* — схема установки для измерения мощности (P) в децибелах проходящего излучения в микроволновом диапазоне через лед вблизи температуры фазового перехода: *1* — скалярный анализатор цепей, *2* — образец (блок льда), *3* — термопара, *4* — система сбора и записи данных; *b* —зависимость мощности прошедшего излучения через блок льда на различных частотах от времени. Стрелочкой отмечен эффект „просветления“.

зонатора льдом находились вблизи 1.6 и 7.6 GHz. Во всех случаях наблюдали уменьшение ε'' при температуре в интервале от -0.5 до $0\,^{\circ}$C, достигающее в некоторых случаях двухкратного значения.

2.1. Эксперименты по просвечиванию блоков льда в микроволновом диапазоне

В данной методике излучение пропускали через образец в виде параллелепипеда. Для формирования сигнала использовался генератор монохроматического излучения, а для приема прошедшего излучения — детекторный приемник. Такими измерениями в работе [12] впервые был зафиксирован эффект „просветления“. По аналогичной методике были выполнены одновременные измерения мощности проходящего излучения в диапазоне частот от 7 до 13 GHz с использованием скалярного анализатора цепей Р2М$-$18/2 фирмы „Микран“. На рис. 2, *a* представлена схема экспериментальной установки.

Образцы льда извлекались из ледяного покрова пресного мезотрофного озера Арахлей (Забайкальский край) в феврале–марте. Образец во время эксперимента располагали так, чтобы вектор электрического поля электромагнитных волн был направлен либо параллельно, либо перпендикулярно преимущественному расположению базисных плоскостей кристаллов льда.

Результаты выполненных измерений для случая, когда базисная плоскость параллельна вектору электрического поля, представлены на рис. 2, *b*. Для удобства сравнения мощности проходящего излучения на различных частотах графики сдвинуты друг относительно друга по вертикальной оси. Это связано с тем, что ввиду близких значений мощности проходящего через образец льда излучения, происходит наложение одних графиков на другие. Изменение мощности при „просветлении“ составило приблизительно 1 dB для толщины блока ~ 0.15 m.

2.2. Методика измерений с использованием тепловых излучений

В случае использования относительно широкополосных излучений при измерениях можно избежать интерференционных явлений, искажающих результаты, для выявления закономерностей изменения вблизи $0\,^{\circ}$C. В случае поляризационных измерений появляется возможность определения пространственного упорядочения кристаллов льда Ih в образцах за счет эффекта „просветления“. Ранее считалось, что, из-за слабой анизотропии ε'' в кристаллах льда Ih, это невозможно.

Схема измерений по предлагаемой методике представлена на рис. 3, *a*. Методика эксперимента заключалась в следующем: устанавливался радиометрический приемник с направлением оси антенны под углом 45° к горизонту. Перпендикулярно оси антенны устанавливается образец льда в виде плоскопараллельной пластины толщиной d. На горизонтальную поверхность накладывается лист металла с целью отражения излучения холодного неба. В данной методике измеряется собственное радиотепловое излучение образца и ослабленное образцом излучение неба. Интерференция этого излучения уменьшается до приемлемых значений при $d > c/\delta f$, где d — длина пути излучения в образце, Δf — ширина полосы измеряемого излучения, с c — скорость света в среде. Для частоты 30 GHz и полосы частот 3 GHz d составляет значение больше 0.1 m. При выполнении измерений использовали радиометр на частоту 34 GHz с полосой ~ 3 GHz. Измерения собственного теплового излучения образца льда (его радиояркостной температуры T_b) осуществлялось на четырех линейных поляризациях, а именно горизонтальной (ГП), вертикальной (ВП) и под углами $+45°$ и $-45°$. Чувствительность радиометра составляла 0.1 K при постоянной времени 1 s. Измерения проводили в дневное время,

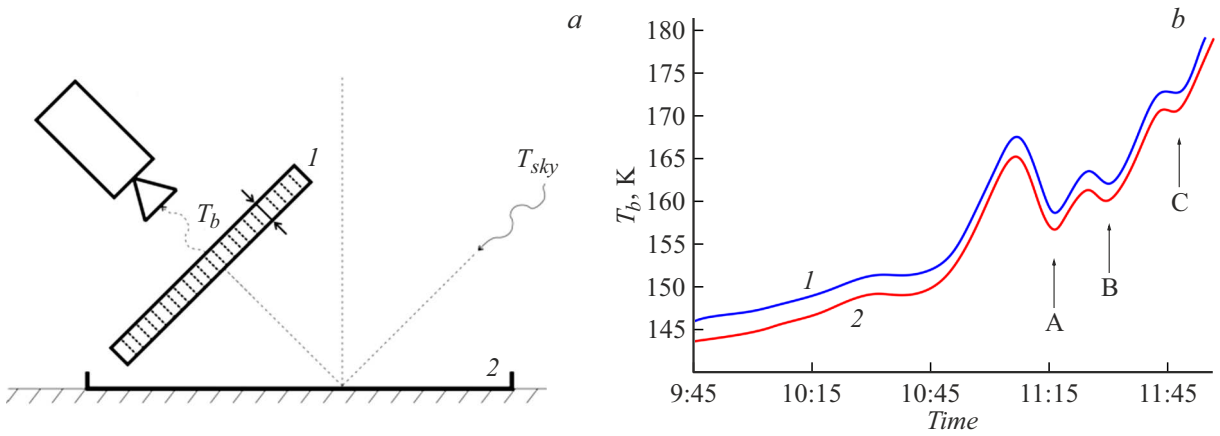


Рис. 3. *a* —схема экспериментальной установки для исследования теплового излучения образцов льда на фоне холодного неба: R — поляризационный микроволновый радиометр, *1* — плоскопараллельная пластина льда размерами $1000 \times 400 \times 100$ mm, T_{sky} — радиояркостная температура неба, *2* — металлический лист; *b* — результаты изменения радиояркостной температуры (T_b) образца льда со временем. Цифрой обозначена поляризация: *1* — горизонтальная, *2* — вертикальная. Стрелками отмечены области просветления льда.

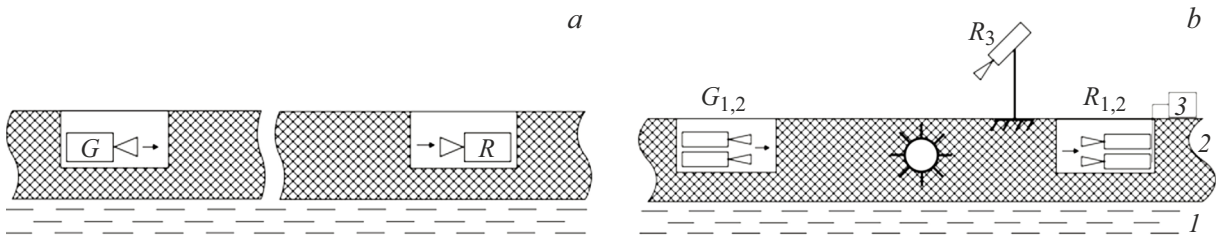


Рис. 4. *a* —схема эксперимента по радиопросвечиванию ледяного покрова в микроволновом диапазоне: G — генератор, R — многополяризационный радиометр; *b* —схема выполненного эксперимента просвечивания льда и создания давления в ледяном покрове, инициируемого пороховым зарядом. $G_{1,2}$ — генераторы микроволнового излучения, $R_{1,2}$ — радиометры, *1* — ледяной покров, *2* — вода, *3* — система регистрации, *4* — область подрыва заряда, R_3 — микроволновый радиометр для наблюдения за областью разрушения льда.

при безоблачной атмосфере, когда температура воздуха возрастала выше 0 °C.

На рис. 3, *b* приведены результаты эксперимента, показывающие наличие заметного просветления образца на определенной поляризации, что выявляет структурирование льда, выпиленного из пресного ледяного покрова. Области понижения радиояркости (A, B, C) объясняются пространственной неоднородностью таяния образца. В области „A“ максимальное понижение радиояркостной температуры около 25 %. Стоит отметить, что измерения T_b для различных поляризаций показали одинаковое значение, а также тот факт, что представленные данные соответствуют свежеобразованному льду. Для случая, когда базисная плоскость кристаллов в образце была перпендикулярна поверхностям, значение T_b изменялось от 12 % для поляризации, направленной параллельно базисным плоскостям, и до 9 % для поляризации, направленной перпендикулярно базисным плоскостям кристаллов льда. Эти значения относятся ко льду, который был образован за три месяца до эксперимента.

2.3. Методики двухпозиционных измерений ледяных образований в натурных условиях

Такие методики широко используются при радиолокационных измерениях, например, ледников [13]. Причем именно в [13] были отмечены многочисленные аномалии результатов радиолокации больших масс пресных льдов. В варианте для изучения льда озер при суточных изменениях температуры были опробованы длительные измерения по просвечиванию ледяного покрова на 12 линейных поляризациях в условиях значительных суточных вариаций температуры поверхностных слоев льда до 10 °C. Схема установки приборов представлена на рис. 4, *a*. Большое число линейных поляризаций потребовалось для исследования анизотропии ледяного покрова при его пластической деформации, вызванной температурными напряжениями.

В данной методике измерений имеется возможность воздействия на природный объект не только при суточных изменениях температуры среды, но и другими способами, например, импульсными локальными разрушениями льда. Такие эксперименты проведены в

работе [14], в которой создавали резкое возрастание давления выше порога разрушения льда, спровоцированного пороховым зарядом (рис. 4, *b*). В [14] представлены измерения мощности проходящего излучения через ледяной покров, а также радиояркостной температуры ледяного покрова в области взрыва. При резком увеличении давления происходит кратковременное возрастание мощности проходящего излучения примерно на 25 %. Также происходит кратковременное уменьшение радиояркостной температуры, а затем ее увеличение, что связывается с замерзанием жидкой воды. В естественных условиях при суточных вариациях температуры эффект „просветления", возможно, наблюдали в работе [15], где было обнаружено, что погонное затухание в кернах льда изменялось от 13 до 0 dB/m.

Во всех выполненных измерениях по представленной методике в природном пресном льду в натурных условиях зарегистрирована аномалия, в которой наблюдали эффект „просветления". Он был наиболее выражен при более высоких температурах ледяного покрова, и практически отсутствовал, если температура верхнего слоя льда была ниже $-20\,^{\circ}$C.

2.4. Эксперименты по просвечиванию блоков льда на длинах волн 535 и 370 nm

В работе [10] были выполнены исследования пропускания оптического излучения через блок пресного льда. Целью экспериментов по просвечиванию блоков льда на длинах волн (λ) 535 и 370 nm являлся поиск эффекта „просветления" в указанных диапазонах. Также к цели эксперимента относилось выявление влияния расположения базисных плоскостей кристаллов льда относительно вектора напряженности электрического поля на мощность проходящего излучения. Измерения были выполнены в видимом и ультрафиолетовом диапазонах. В видимом диапазоне использовали полупроводниковый лазер на длину волны 535 nm с линейной поляризацией. В УФ диапазоне использовали неполяризованный свет от светодиодного излучателя на длину волны 370 nm. На рис. 5 представлена схема установки для измерения мощности проходящего излучения от времени.

Измерительную термопару помещали в блок льда на глубину 0.01 m.

В используемой методике излучение пропускали через образец в виде параллелепипеда и предполагали, что коэффициент отражения по мощности (R) от его поверхности слабо изменяется в процессе эксперимента. Это следует из того, что на используемых длинах волн действительная часть коэффициента преломления льда (n) при 0 °C составляет 1.311 для $\lambda = 535$ nm и 1.334 для $\lambda = 370$ nm [16,17], откуда следует значение коэффициента отражения на границе воздух–лед $R \sim 0.018-0.02$, найденное из формулы $R = [(n-1)/(n+1)]^2$. Если n по какой-либо причине изменится на 0.001, то приращение ΔR составит 0.0001 или $\sim 0.5\,\%$. Такое изменение возможно, если на границе возникают слои жидкой воды. В случае слоя толщиной порядка длины волны, необходимо учитывать изменение коэффициента пропускания такой трехслойной среды. Для воды $n = 1.333$ ($\lambda = 535$ nm) и 1.334 ($\lambda = 370$ nm). Эти значения равны или выше значений для льда, поэтому при появлении пленок воды в начальной стадии таяния при их толщине менее четверти длины волны и возникновении интерференции коэффициент прохождения должен уменьшаться (т. е. должно возрастать затухание излучения) [18]. Данная особенность может использоваться для определения начала появления жидкости на поверхности льда при анализе влияния граничного слоя на перенос излучения. Мнимой частью коэффициента преломления воды и льда можно пренебречь, так как ее значение на много порядков ниже действительной части.

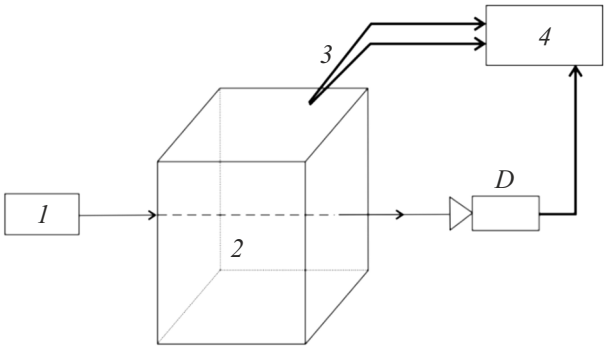


Рис. 5. Схема установки для измерения мощности проходящего излучения в оптическом диапазоне через лед вблизи температуры фазового перехода: *1* — излучатель, *2* — образец (блок льда), *3* — термопара, *4* — система сбора и записи данных, *D* — фотодетектор.

Образцы льда хранились в морозильной камере при температуре $-15\,^{\circ}$C. Толщина образцов составляла 0.10 m. В эксперименте их помещали в установку, и они нагревались при комнатной температуре до достижения 0 °C. После увлажнения поверхности льда, т. е. появления признаков таяния, эксперимент завершался. Приемник и источник излучения находились при постоянной температуре.

Запись сигналов от термопары и фотодетектора осуществлялась на систему сбора информации. Регистрацию сигналов производили с интервалом ~ 0.3 s.

На рис. 6, *a* представлен пример исследования мощности пропускания видимого излучения. Из графика следует, что перед приближением к температуре фазового перехода происходит увеличение регистрируемой мощности до 25 %. Если вектор **E** был перпендикулярен базисным плоскостям (рис. 6, *b*), то эффект был существенно ниже. Аналогичные зависимости наблюдали и в УФ диапазоне.

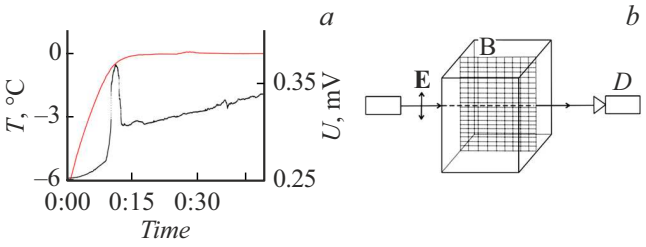


Рис. 6. *a* —температура льда (верхняя линия) и мощность проходящего линейно поляризованного видимого излучения через образец в зависимости от времени на длине волны 535 nm. Регистрируемая мощность представлена в единицах напряжения фотодетектора (U); *b* — схема расположения параллельных базисных плоскостей (B — одна из плоскостей) и ориентации вектора электрического поля **E**.

3. Обсуждение результатов

На конкретном примере измерения диэлектрических характеристик пресного льда в микроволновом и оптическом диапазонах в динамическом режиме при приближении к температуре его таяния, а также при приложении импульсной нагрузки, обнаружен эффект „просветления“ среды. Он заключался в уменьшении фактора потерь (мнимой части относительной диэлектрической проницаемости) при возникновении течения среды. Известно, что лед течет при любых значениях механических напряжений в среде [19]. Течение облегчено вдоль базисных плоскостей кристалла и растет при приближении к точке фазового перехода. В разнообразных методиках измерений использовались электромагнитные измерения в сверхширокомдиапазоне длин волн — от 0.1 m до сотен нанометров, т. е. для крайних частот, отличающихся в 10^6 раз. На всех длинах волн была обнаружена связь эффекта с пространственной ориентацией вектора электрического поля и преимущественным положением базисных плоскостей в образце льда Ih. Оказалось, что при совпадении вектора **E** и базисной плоскости кристаллов погонные электромагнитные потери в среде уменьшались на десятки процентов.

Было высказано предположение, что явление связано с возникновением скольжения слоев льда по базисным плоскостям при его неоднородном нагревании и создании сдвиговых механических напряжений. Облегчение скольжения кристалла льда по базисным плоскостям хорошо известно в криологии. Причем на зависимости напряжения от сдвига имеется падающий участок, соответствующий отрицательной дифференциальной вязкости среды [19]. Следует отметить, что электродинамические характеристики льда при этих условиях не исследованы. Вместе с тем наличие падающего участка на зависимости величин может указывать на возникновение в ней упорядочения в виде автоколебаний. Пример — эффект Ганна в полупроводниках, где на зависимостях тока от напряжения наблюдается отрицательная дифференциальная проводимость. При этом в случае определенных геометрических параметров слоя возникает генерация электромагнитных колебаний.

В случае льда вблизи 0 °C и возникновении скольжения частей кристаллов при внешних воздействиях возникают не просто пленки квазижидкости, а еще и на ней самоорганизующиеся проводящие структуры нанометровых размеров. Такие структуры исследуются в наноплазмонике. Переменные электрические поля на островковых наноструктурах могут усиливаться во много раз. Известен, например, эффект гигантского комбинационного рассеяния света, при котором поле может возрастать в 10^{12} раз [20]. Вопрос об этих структурах в случае пластической деформации кристаллов льда требует специального исследования.

Выводы

1. Предлагается использование сверхширокополосных измерений диэлектрических характеристик слабопоглощающих сред и их пространственной анизотропии при исследовании структуры вещества в особом состоянии, например, вблизи фазового перехода, в динамическом режиме. В выполненном исследовании отношение длин волн на краях диапазона достигало 10^6.

2. На примере измерений пресного льда при его нагревании вблизи температуры фазового перехода, а также при создании импульсного давления, обнаружен эффект уменьшения мнимой части диэлектрической проницаемости (своеобразное „просветление“ среды). Эффект был выражен для излучения, при котором вектор электрического поля волны совпадал с базисной плоскостью кристаллов льда. По микроволновым данным эффект предварительно качественно объясняли связью с облегченным механическим течением льда по базисным плоскостям его кристаллов и появлением отрицательной дифференциальной вязкости.

3. Измерения в видимом и УФ диапазонах также подтвердили данные, полученные в микроволновом диапазоне, о возникновении просветления льда и связи эффекта с ориентацией вектора электрического поля относительно базисной плоскости. Переход к измерениям на существенно более коротких длинах волн позволил обратить внимание на мезоструктуры во льду при пластической деформации.

4. Была выдвинута другая гипотеза, объясняющая явление. Она связана с возникновением в сверхтонких пленках нанометровой толщины, по которым происходит течение, мезоструктур в виде островковых пленок с высокой электропроводностью. На таких образованиях возникает явление резонанса поверхностных плазмонных мод колебаний. Эти эффекты активно исследуются в настоящее время. Они носят широкополосный характер для структур неправильной формы и могут приводить к заметному изменению зондирующих электромагнитных полей, в частности, их рассеянию, достигающих нулевых частот.

5. Полученный результат по изучению электромагнитных характеристик льда требует дополнительных исследований. Они также подтверждают перспективность исследования при сверхширокополосных измерениях, особенно в случае сложных неоднородных сред, как дополнительного инструмента для определения их физико-химических характеристик.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] В.П. Шестопалов, К.П. Яцук. УФН, **74** (4), 721 (1961).

[2] Б.Г. Кутуза, М.В. Данилычев, О.И. Яковлев. *Спутниковый мониторинг Земли: Микроволновая радиометрия атмосферы и поверхности* (Ленанд, М., 2016)

[3] J.S. Greaves, A.M.S. Richards, W. Bains, P.B. Rimmer, H. Sagawa, D.L. Clements, S. Seager, J.J. Petkowski, C. Sousa-Silva, S. Ranjan, E. Drabek-Maunder, H.J. Fraser, A. Cartwright, I. Mueller-Wodarg, Z. Zhan, P. Friberg, I. Coulson, E. Lee, J. Hoge. Nature Astronomy, *5*, 655 (2021). DOI: 10.1038/s41550-020-1174-4

[4] А.Н. Романов, И.В. Хвостов, В.В. Тихонов, Е.А. Шарков. Исследование Земли из космоса, **4**, 12 (2022). DOI: 10.31857/S020596142204008X [A.N. Romanov, I.V. Khvostov, V.V. Tikhonov, E.A. Sharkov. Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics, **58** (9), 1100 (2022). DOI: 10.1134/s0001433822090201]

[5] P.P. Bobrov, A.V. Repin, O.V. Rodionova. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., **53** (5), 2366 (2015). DOI: 10.1109/TGRS.2014.2359092

[6] N.Q. Vinh, L.C. Doan, N.L.H. Hoang, J.R. Cui, B. Sindle. J. Chem. Phys., **158** (20), 204507 (2023). DOI: 10.1063/5.0142818

[7] Г.С. Бордонский, А.А. Гурулев, С.Д. Крылов, С.В. Цыренжапов. Конденсированные среды и межфазные границы, **21** (1), 16 (2019). DOI: 10.17308/kcmf.2019.21/712

[8] J. Chaplin. *Explanation of the Density Anomalies of Water*. URL: https://water.lsbu.ac.uk/water/water_anomalies.html (дата обращения 11.12.2024)

[9] Г.С. Бордонский. Письма в ЖТФ, **50** (9), 35 (2024). DOI: 10.61011/PJTF.2024.09.57567.19587

[10] Г.С. Бордонский, А.А. Гурулев, В.А. Казанцев, Д.В. Середин. Опт. и спектр., **131** (10), 1374 (2023). DOI: 10.61011/OS.2023.10.56889.5302-23 [G.S. Bordonskiy, A.A. Gurulev, V.A. Kazantsev, D.V. Seredin. Opt. Spectr., **132** (4), 333 (2024). DOI: 10.1134/S0030400X24040039]

[11] В.В. Богородский, В.П. Гаврило. *Лед: Физические свойства. Современные методы гляциологии* (Гидрометеоиздат, Л., 1980)

[12] Г.С. Бордонский, А.А. Гурулев, С.Д. Крылов. Письма в ЖТФ, **35** (22), 46 (2009). [G.S. Bordonskiĭ, A.A. Gurulev, S.D. Krylov. Tech. Phys. Lett., **35** (11), 1047 (2009). DOI: 10.1134/S1063785009110224]

[13] В.В. Богородский, Ч.Р. Бентли, П. Гудмандсен. *Радиогляциология* (Гидрометеоиздат, Л., 1983)

[14] Г.С. Бордонский, А.А. Гурулев, А.О. Орлов, С.В. Цыренжапов. Письма в ЖТФ, **38** (19), 30 (2012). [G.S. Bordonsky, A.A. Gurulev, A.O. Orlov, S.V. Tsyrenzhapov. Tech. Phys. Lett., **38** (10), 884 (2012). DOI: 10.1134/S1063785012100045]

[15] В.Г. Глушнев, Б.Д. Слуцкер, М.И. Финкельштейн. Известия вузов. Радиофизика, **19** (9), 1305 (1976).

[16] S.G. Warren. Appl. Opt., **23** (8), 1206 (1984).

[17] S.G. Warren, R.E. Brandt. J. Geophys. Res. Atmospheres, **113** (D14220), 1 (2008). DOI: 10.1029/2007JD009744

[18] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики* (Наука, М., 1973) [Пер. с англ.: M. Born, E. Wolf. *Principles of optics; electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light* (Pergamon Press, London, NY., 1959)]

[19] V.F. Petrenko, R.W. Whitworth. *The physics of ice* (Oxford University Press, Oxford, 1999)

[20] В.В. Климов. *Наноплазмоника* (Физматлит, М., 2009)