

Итерационный метод решения задачи дифракции на нелинейной диэлектрической решетке в сильных электромагнитных полях

© А.М. Лерер, И.Н. Иванова, В.И. Кравченко

Южный федеральный университет,
344090 Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: lerer@sfedu.ru

Поступило в Редакцию 15 января 2025 г.

В окончательной редакции 15 января 2025 г.

Принято к публикации 15 января 2025 г.

Решены три задачи нелинейной электродинамики. Приведено аналитическое решение краевых задач об отражении электромагнитной волны от диэлектрического слоя, покрытым нелинейным графеном, и от нелинейного диэлектрического слоя. Предложен метод решения нелинейного объемного интегро-дифференциального уравнения (ОИДУ) второго рода для задач дифракции на нелинейном диэлектрическом теле. Показано, что ОИДУ может быть преобразовано к ОИДУ с линейным интегральным членом и нелинейным свободным. Это значительно увеличивает скорость расчетов. Реализован итерационный метод для решения преобразованного ОИДУ.

Ключевые слова: нелинейный диэлектрик, графен, отражение, дифракция, интегро-дифференциальное уравнение, метод Галеркина, метод возмущения.

DOI: 10.61011/JTF.2025.05.60296.2-25

Введение

Нелинейные метаповерхности, использующие как традиционные диэлектрики, так и плазмонные материалы (металлы в оптическом диапазоне, графен) и их комбинации, широко используются в современной фотонике — сенсоры, визуализация, оптическое мультиплексирование, генерация высших гармоник, терагерцового излучения, запутанных фотонов [1–12]. Основные достоинства метаповерхностей — компактность, возможность управления волновым фронтом за счет манипулирования линейной фазой проходящего или отраженного света, наличие резонансных элементов. Для повышения уровня генераций гармоник, смещения естественно использовать резонансы, в том числе плазмон — поляритонные резонансы, резонанс локализованных плазмонов. Хотя, как утверждается [13,14], графен имеет большую нелинейность, чем диэлектрики, графеновые метаповерхности имеют большие потери по сравнению диэлектрическими. Поэтому диэлектрические резонансные метаповерхности могут работать при больших мощностях.

Цель настоящей работы — показать возможность численно-аналитического решения задач отражения и дифракции на нелинейных метаповерхностях в сильных электромагнитных полях, оценка погрешности метода возмущения.

Объекты исследования: 1) нелинейный графеновый слой; 2) дифракционная решетка, образованная нелинейными диэлектрическими слоями; 3) нелинейный диэлектрический слой для тестирования метода объемного интегро-дифференциального уравнения (ОИДУ).

1. Отражение электромагнитной волны от графенового слоя, лежащем на диэлектрическом слое

Теоретически и экспериментально установлено, что графен обладает чрезвычайно сильной нелинейностью третьего порядка по сравнению с широко используемыми диэлектриками. Этим обусловлено появлению большого числа работ (в большинстве своем теоретических) по разработке нелинейных фотонных устройств [15].

Самым простым способом решения нелинейной задачи является метод возмущения — использовать напряженность электрического поля, полученную при решении линейной задачи. Однако можно получить аналитическое решение простой задачи об отражении плоской электромагнитной волны от графенового слоя [16]. Поставленная в данном разделе задача — развитие работы [16].

Система координат — ось z перпендикулярна плоскопараллельному диэлектрическому слою толщиной h и диэлектрической проницаемостью ε_1 . Плоская электромагнитная волна падает под углом θ из $z = -\infty$. Плоскость падения $x = 0$. На нижней грани слоя с координатой $z = 0$ расположен графеновый слой. При $z \geq h$ подложка диэлектрической проницаемостью ε_2 . Поляризация волны вдоль оси x — $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$. Решение ортогональной поляризации аналогично. Меняются лишь граничные условия (ГУ) на границах раздела диэлектрических слоев.

ГУ:

1) непрерывность E на всех границах, в том числе на бесконечно тонком графеновом слое;

2) непрерывность компоненты магнитного поля H_y при $z = h$;

3) импедансное ГУ на графене $j(y) = \sigma E(y, 0)$, где $j(y)$, σ — проводимость — $\sigma(E_g) = \sigma_1 + \sigma_3|E_g|^2$, E_g — напряженность электрического поля на графене, где σ_1 — линейная проводимость, определяемая формулой Кубо [17], σ_3 — нелинейная проводимость третьего порядка графена. Для частот от ТГц до оптического диапазона нелинейная проводимость графена третьего порядка определяется формулой, основанной на квантовой теории [18,19]. Сравнение различных формул для расчета нелинейной проводимости графена приведено в обзоре [20]. В настоящей работе мы использовали формулу

$$\sigma_3 = -i \frac{3}{32} \frac{e^4 v_F^2}{\omega^3 \hbar^2 \mu_c},$$

где e — заряд электрона, μ_c — химический потенциал (уровень Ферми), $v_F = 10^6$ м/с — скорость Ферми, ω — частота падающей волны, $\hbar$ — приведенная постоянная Планка. Формула применима при энергии кванта $\hbar\omega \ll 2\mu_c$.

Нетрудно получить решение уравнение Гельмгольца для поля в диэлектрике, удовлетворяющее первому ГУ:

$$E(y, z) = E_0 \times \left\{ \begin{array}{l} \exp[i(-k_{z,1}z + k_{y,1}y)] \exp(i\omega t) + \sum_{j=1,3} (A_j - \delta_{j,1}) \\ \times \exp[i(k_{z,j}z + k_{y,j}y)] \exp(ij\omega t), \quad z \leq 0 \\ \sum_{j=1,3} \frac{1}{\sin \gamma_{1,j} h} [A_j \sin \gamma_{1,j}(h - z) + T_j \sin \gamma_{1,j}z] \\ \times \exp(ik_{y,j}y) \exp(ij\omega t), \quad 0 \leq z \leq h \\ \sum_{j=1,3} T_j \exp[-i\gamma_{2,j}(z - h) + ik_{y,j}y] \exp(ij\omega t), \\ \quad z \geq h \end{array} \right\},$$

где E_0 — амплитуда падающей волны,

$$k_{y,3} = k_{y,1} = k_1 \sin \theta, \quad k_{z,j} = \sqrt{k_j^2 - k_{y,1}^2},$$

$$\gamma_{\{1\},j} = \sqrt{k_j^2 \varepsilon_{\{1\}} - k_{y,1}^2}, \quad k_1, k_3 = 3k_1$$

— волновые числа первой и третьей частотной гармоник.

Удовлетворив второму ГУ, выразим неизвестные коэффициенты A_j через искомым коэффициент прохождения T_j :

$$A_j = U_j T_j, \quad U_j = \cos \gamma_{1,j} h + \frac{i\gamma_{2,j}}{\gamma_{1,j}} \sin \gamma_{1,j} h.$$

Наконец, удовлетворив третьему ГУ получим

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{Z_0} \left\{ \frac{k_{z,1}}{k_1} - \sum_{j=1,3} (T_j U_j - \delta_{j,1}) \frac{k_{z,j}}{k_j} \exp(ij\omega t) \right. \\ & \left. - i \sum_{j=1,3} T_j V_j \exp(ij\omega t) \right\} = \sigma \left[\exp(i\omega t) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1,3} (T_j U_j - \delta_{j,1}) \exp(ij\omega t) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где $V_j = \frac{\gamma_{1,j}}{k_j} \left[-\left(\frac{i\gamma_{2,j}}{\gamma_{1,j}} \right) \cos \gamma_{1,j} h + \sin \gamma_{1,j} h \right]$.

Из ГУ для основной гармоники после элементарных преобразований получим

$$T_1 \left[U_1 \left(1 - \sigma \frac{k_1}{k_{z,1}} \right) + iV_1 \frac{k_1}{k_{z,1}} \right], \quad (2)$$

при

$$\sigma(|T_1|) = \sigma_1 + \sigma_3 \frac{3}{4} \left[E_0^2 [|U_1| |T_1|]^2 \right]. \quad (3)$$

Из (1) следует

$$|T_1| \left[U_1 \left(1 - \sigma(|T_1|) \frac{k_1}{k_{z,1}} \right) + iV_1 \frac{k_1}{k_{z,1}} \right] = 2. \quad (4)$$

Уравнение (4) с проводимостью (3) — трансцендентное уравнение относительно неизвестной $|T_1|$. Решение находим численно, потом находим $\sigma(|T_1|)$ из (3), затем из (2) комплексный коэффициент прохождения T_1 и коэффициент отражения $R_1 = U_1 T_1 - 1$. Зная T_1 , из (1) находим коэффициенты для третьей гармоники T_3, R_3 .

2. Отражение от нелинейного слоя

Структура, аналогичная описанной выше, но без графена, при этом в слое толщиной h диэлектрик с квадратичной нелинейностью $\varepsilon(y) = \varepsilon_{lin} + \alpha|E(x)|^2$. В ходе решения нелинейный слой разбивается на N -слоев. Считаем, что в пределах каждого слоя диэлектрическая проницаемость постоянная, зависящая от напряженности поля в центре слоя.

Поставленная в данном разделе задача — развитие работы [21,22].

Введем функции: а) $U(y, z, t) = E_x(y, z, t)$ для s -поляризации падающей плоской волны с циклической частотой ω_1 ; б) $U(y, z, t) = H_x(y, z, t)$ для p -поляризации падающей плоской волны

$$U^{(\exp)}(y, z, t) = U_0 \exp[i(-k_y y - k_z z + \omega_1 t)].$$

Ограничимся только двумя частотными гармониками. Решение представим в виде

$$U(y, z, t) = [V_1(z) \cos(\omega_1 t) + V_3(z) \cos(\omega_3 t)] \exp(-ik_y z).$$

Полагаем, что $|V_3(z)| \ll |V_1(z)|$.

В этом случае уравнение Гельмгольца в нелинейном слое примет вид

$$\sum_{j=1,3} \left[\frac{d^2 V_j}{dz^2} + V_j (\kappa_j^2 + k_j^2 \alpha |V_1|^2 \cos^2(\omega_1 t)) \cos(\omega_j t) \right], \quad (5)$$

где $\kappa_j^2 = k_j^2 \varepsilon_l - k_x^2$, k_j — волновое число при циклической частоте ω_j . Распишем по гармоникам:

$$\frac{d^2 V_1}{dz^2} + \gamma_1^2 V_1 = 0, \quad \gamma_1^2 = \kappa_1^2 + k_1^2 \alpha \frac{3}{4} |V_1|^2, \quad (6)$$

$$\frac{d^2 V_3}{dz^2} + \gamma_3^2 V_3 + k_1^2 \beta V_1 = 0, \quad \gamma_3^2 = \kappa_3^2 + k_3^2 \alpha \frac{1}{2} |V_1|^2, \quad \beta = \frac{1}{4} \alpha |V_1|^2. \quad (7)$$

Решение (6) представим в виде

$$V_1 z = U_0 \begin{cases} [\exp(-ik_z z) + R_1 \exp(ik_z z)], & z \leq 0 \\ T_1 U_+(z, |T_1|), & z \geq 0, \end{cases}$$

где R_1, T_1 — искомые коэффициенты отражения и прохождения волны с частотой ω_1 , на данном этапе считаем функцию $U_+(z, |T_1|)$ известной. Будем считать, что $U_+(0, |T_1|) = 1$. Способ ее нахождения опишем ниже.

Удовлетворяем условиям непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля при $z = 0$. В частности, для s -поляризации получим

$$1 + R_1 = T_1, \quad 1 - R_1 = T_1 \eta, \quad (8)$$

где $\eta(|T_1|) = iU'_+(0, |T_1|)/k_z$, штрих — производная по z . Из (8) получим

$$T_1 [1 + \eta(|T_1|)] - 2 = 0. \quad (9)$$

Решаем численно трансцендентное уравнение (9) относительно неизвестной $|T_1|$. Затем из (8) находим зависящие от амплитуды поля коэффициенты R_1 .

Реализован также метод последовательных приближений для решения (9) при больших амплитудах волны. Полагаем $E_0^{(p)} = E_0 \frac{p}{P}$. Решаем (6) за P шагов [18]:

$$T^{(p)} = \frac{2}{1 + \eta(T^{(p-1)})}, \quad p = 1, 2 \dots P,$$

где $T^{(p)}$ — решение при $E_0^{(p)}$, $T^{(0)}$ — линейное решение.

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству шагов P . Оба метода дают одинаковое решение даже при больших амплитудах поля.

Рассмотрим теперь построение функции $U_+(z, |T_1|)$. Разобьем слой на N -слоев. Толщина слоев одинаковая h_n . Считаем, что в пределах слоя ε_n постоянная, зависящая от напряженности поля в центре слоя. Слой $N + 1$ — полубесконечная линейная подложка. Обозначим $z_n = \sum_{m=1}^n h_m$.

В этом случае решение запишем в виде

$$U_{(z)} = \begin{cases} \frac{1}{\sin \gamma_n h_n} [A_n \sin \gamma_n (z_n - z) + A_{n+1} \sin \gamma_n (z - z_{n-1})], \\ n = 1, 2 \dots N \\ A_{N+1} \exp[-i\gamma_{N+1}(z - z_N)] \end{cases},$$

$$\gamma_n = \sqrt{k^2 \varepsilon_n - k_y^2}.$$

Это решение удовлетворяет условию непрерывности на границах раздела слоев. Из условия непрерывности нормальных производных получим рекуррентную схему для определения неизвестных $A_n = \tilde{A}_n / \tilde{A}_1$:

$$\tilde{A}_n = Q_n^{-1} [\tilde{A}_{n+1}(P_n + P_{n+1}) - \tilde{A}_{n+2} Q_{n+1}],$$

$$n = N, N-1, \dots, 1, \tilde{A}_{N+2} = 0, \tilde{A}_{N+1} = 1.$$

$$Q_n = \frac{\gamma_n}{\sin \gamma_n h_n}, \quad P_n = \gamma_n \operatorname{ctg} \gamma_n h_n, \quad n = 1, \dots, N,$$

$$P_{N+1} = -i\tilde{\gamma}_{N+1}.$$

Определив все A_n , находим поле в центре слоя

$$E\left(z_n + \frac{h_n}{2}\right) = E_0 T U_+\left(z_n + \frac{h_n}{2}\right) = \frac{E_0 T [A_n + A_{n+1}]}{\left[2 \cos \frac{\gamma_n h_n}{2}\right]},$$

а затем нелинейную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_n = \varepsilon_{lin} + \alpha |E(z_n + h_n/2)|^2$, где ε_{lin} — линейная диэлектрическая проницаемость.

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству разбиений N .

Решаем теперь (8) для третьей гармоники. Все параметры для первой гармоники определены на последнем шаге прямого или итерационного метода.

По-прежнему нелинейный слой разбиваем на N -слоев.

Решение неоднородного уравнения (8) ищем в виде двух функций

$$V_3 = V_3^{(1)} + V_3^{(2)},$$

где 1-я функция — общее решение однородного уравнения, $\frac{d^2 V_3^{(1)}}{dy^2} + \gamma_3^2 V_3^{(1)} = 0$ во всех слоях; 2-я — решение неоднородного уравнения $\frac{d^2 V_3^{(2)}}{dy^2} + k_1^2 \beta V_1 = 0$ только в нелинейном слое.

$$V_3^{(1)}(y) = \begin{cases} R_3 \exp(i\gamma_{3,0} y), & y \leq 0; \\ \frac{1}{\sin \gamma_{3,n} h_n} [A_{3,n} \sin \gamma_{3,n} (y_n - y) + B_{3,n} \sin \gamma_{3,n} (y - y_{n-1})], & n = 1, 2 \dots N \\ T_3 \exp(-i\gamma_{3,y-1} (y - y_N)), & y \geq y_N; \end{cases}$$

$$V_3^{(2)}(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0; \\ M_n \frac{1}{\sin \gamma_{1,n} h_n} [A_{1,n} \sin \gamma_{1,n} (y_n - y) + A_{1,n+1} \sin \gamma_{1,n} (y - y_{n-1})], & n = 1, 2 \dots N \\ 0, & y \geq y_N; \end{cases}$$

$$M_n = \frac{k_1^2 \beta}{(\gamma_{1,n})^2}.$$

Удовлетворяем ГУ. Процедура достаточно простая, но громоздкая, поэтому ее здесь не приводим. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка $2N + 2$ относительно неизвестных $A_{3,n}, n = 1, \dots, N; R_3; B_{3,n}, n = 1, \dots, N; T_3$, из решения которой найдем R_3, T_3 — коэффициенты отражения и прохождения волны с частотой ω_3 .

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству разбиений N и числу итераций P .

3. Дифракция на нелинейном диэлектрическом теле

Решение дифракции на линейной дифракционной решетке методом ОИДУ с изотропными слоями приведено в [23]. Решаем объемное интегро-дифференциальное уравнение относительно $\mathbf{E}(x, y, z)$ — напряженности внешнего электромагнитного поля в нелинейных диэлектрических полосках

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z) &= \mathbf{E}^{ext}(x, y, z) + [\text{grad div} + k^2] \\ &\times \int_V G(\bar{x}, \bar{y}, z, z') \tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) \mathbf{E}(x', y', z') dv', \\ x, y, z &\in V, \end{aligned}$$

где $\mathbf{E}^{ext}$ — напряженность внешнего электромагнитного поля, $\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon - \varepsilon^{ext}$, $\varepsilon, \varepsilon^{ext}$ — диэлектрические проницаемости полосок и диэлектрика, окружающего полоски, $G(\bar{x}, \bar{y}, z, z')$ — функция Грина, $\bar{x} = x - x', \bar{y} = y - y'$.

Полагаем, что диэлектрическая проницаемость нелинейная

$$\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon(|\mathbf{E}(x', y', z')|) - \varepsilon^{ext}.$$

Пусть $\mathbf{E}^{ext}(x, y, z) = E_0 \mathbf{E}_1^{exy}(x, y, z)$, где $\mathbf{E}_1^{ext}(x', y', z')$ поле единичной амплитуды; $\mathbf{E}(x', y', z') = E_0 \mathbf{E}_1^{exy}(x', y', z')$. Получим

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, z) &= \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\text{grad div} + k^2] \\ &\times \int_V G(\bar{x}, \bar{y}, z, z') \tau \mathbf{E}_1(x', y', z') dv', \\ x, y, z &\in V \end{aligned} \quad (10)$$

Введем функцию $\mathbf{D} = \tau \mathbf{E}_1$ и преобразуем (10):

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{D}(x, y, z)}{\tau(x, y, z)} &= \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\text{grad div} + k^2] \\ &\times \int_V G(\bar{x}, \bar{y}, z, z') \mathbf{D}(x', y', z') dv', \\ x, y, z &\in V \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon \left(\left| E_0 \frac{1}{\tau} \mathbf{D}(x', y', z') \right| \right) - \varepsilon^{ext}. \quad (12)$$

Уравнение (11) решаем методом последовательных приближений $E_0^{(p)} = E_0 \frac{p}{P}$, $p = 1, \dots, P$, $E_0^{(0)}$ — линейное приближение,

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{D}^{(p)}(x, y, z)}{\tau^{(p)}(x, y, z)} &= \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\text{grad div} + k^2] \\ &\times \int_V G(\bar{x}, \bar{y}, z, z') \mathbf{D}^{(p)}(x', y', z') dv', \\ x, y, z &\in V \end{aligned} \quad (13)$$

где $\tau^{(p)}(x, y, z)$ определяется (12), в которой $\mathbf{D}(x', y', z') = \mathbf{D}^{(p-1)}(x', y', z')$.

Метод возмущения — первый шаг итерационного метода. В (12) $\mathbf{D}(x', y', z')$ — решение линейного ОИДУ, τ — неоднородное внутри тела и также зависит от линейного решения.

Для диэлектрических тел на слоистой диэлектрической подложке функция Грина тензорная [23]. Однако преобразования ОИДУ остаются теми же.

Следует отметить, что нелинейная часть находится в левой части уравнения (13), поэтому метод решения (13) и программа для линейного диэлектрика легко трансформируются в метод и программу для диэлектрика нелинейного. По сравнению с линейным приближением изменяются лишь диагональные элементы, обусловленные первым (свободным) членом в (13).

ОИДУ (13) относительно неизвестной линейной функции решались методом Галеркина, аналогично тому, как это сделано в [23,24]:

$$\mathbf{D}^{(p)}(x', y', z') = \sum_m \mathbf{X}_m^{(p)} V_m(x', y', z'),$$

где $\mathbf{X}_m^{(p)}$ — матрица неизвестные коэффициентов, $V_m(x', y', z')$ — скалярные базисные функции, не зависящие от номера шага итерационного процесса. В результате применения метода Галеркина получим СЛАУ относительно $\mathbf{X}_m^{(p)}$. Причем матричные элементы СЛАУ, порождаемые интегро-дифференциальным членом в (13), такие же, как и при решении аналогичной линейной задачи. Они не зависят от номера шага итерационного процесса. В отличие от линейной задачи матричные элементы СЛАУ, порождаемые свободным членом (13), находятся численным интегрированием.

После решения ОИДУ находим дифрагированное поле, которое определяется (13) при $x, y, z \notin V$

4. Численные результаты

На рис. 1 приведены результаты расчета отражения гауссова импульса длительностью $\tau = 0.1$ ns, с несущей

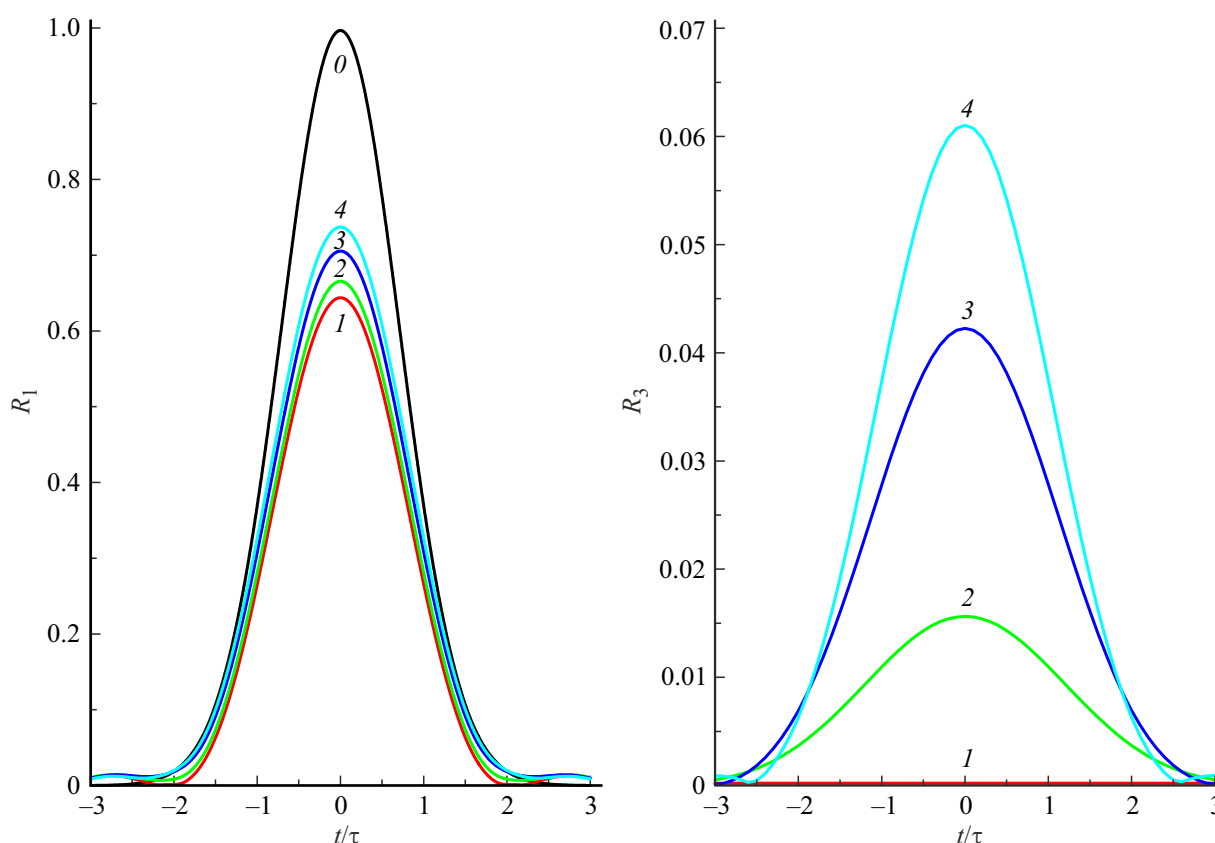


Рис. 1. Отражение гауссова импульса от графенового слоя. Кривая 0 — падающий импульс (нормированная на максимум), кривые 1 — линейный режим, 2 — напряженность электрического поля в максимуме падающего импульса $E_0 = 3 \text{ MV/cm}$, 3 — $E_0 = 5 \text{ MV/cm}$, 4 — $E_0 = 9 \text{ MV/cm}$.

частотой 1 THz. Параметры диэлектрического слоя — $\varepsilon = 2$, $h = 26.5 \mu\text{m}$, подложки $\varepsilon_s = 4$. Параметры графена $\mu_c = 0.25 \text{ eV}$, температура 300 K, время релаксации 1 ps. Нормальное падение. $R_{1,3}$ — коэффициенты отражения по мощности первой и третьей гармоник. Напряженность электрического поля при пробое графена составляет более 1.2 MV/cm [25].

Метод расчета — находился спектр падающего импульса, затем по изложенной методике рассчитывался спектр отраженного и прошедшего импульса, после численного обратного преобразования Фурье находились эти импульсы. Так как проводимость графена зависит от квадрата амплитуды напряженности электрического поля, то амплитуды отраженных импульсов как на основной, так и на третьей гармонике не прямо пропорциональны амплитуде падающего импульса.

Так же как и в [16], погрешность метода возмущения для данной структуры несколько процентов (менее 5). Максимальная погрешность при частотах менее 1 THz. Это обусловлено тем, что проводимость графена (σ_1 и σ_3) увеличивается при уменьшении частоты. Расхождение не принципиальное, но его следует учитывать при расчете нелинейных графеновых структур в области плазмонного резонанса.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициентов отражения от нелинейного слоя при различных безразмерных нормированных напряженностях внешнего поля $U_0 = E_0 \sqrt{\alpha}$. Длины волн нормирована на толщину слоя h . Параметры $\varepsilon_{lin} = 9$, диэлектрическая проницаемость подложки 2.25. Из рис. 2 видно, что эффект самовоздействия в основном проявляется вблизи минимума коэффициента отражения R_1 .

Сравнение метода возмущения (число итераций $P = 2$) и итерационного метода приведено на рис. 3. Параметры структуры те же, что на рис. 2. Основное расхождение при больших напряженностях поля и коротких длинах волн. При сравнении следует учесть, что и итерационном методе и в методе возмущения число слоев N , на которые разбивался нелинейный слой одинаковые.

Рассмотрим теперь дифракцию на решетке из нелинейных диэлектрических полосок. На рис. 4 изображена элементарная ячейка такой дифракционной решетки (ДР), заштрихованный прямоугольник — поперечное сечение нелинейной диэлектрической полоски. Решетка бесконечная в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка. На рисунке изображена однослойная подложка, но в разработанной программе число слоев произвольное. Тестировалось до 100 слоев. Метод опи-

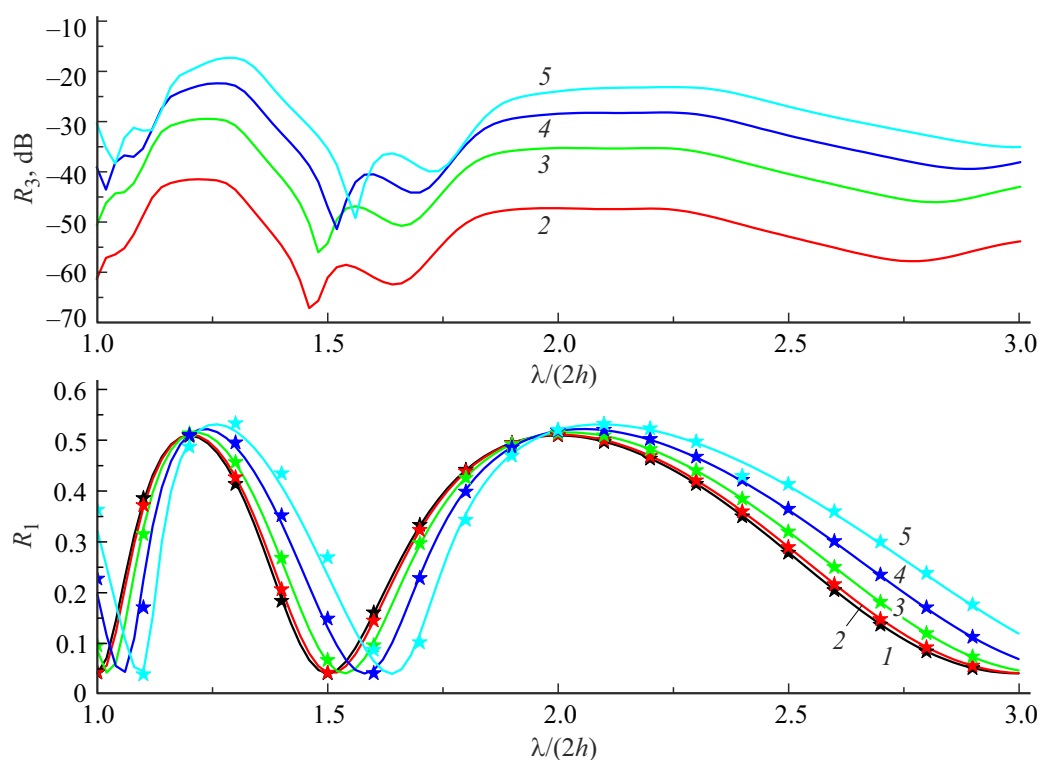


Рис. 2. Отражение от нелинейного слоя. Нормальное падение. R_p — коэффициент отражения по мощности. Кривая 1 — $U_0 \ll 1$, 2 — $U_0 = 0.5$, 3 — $U_0 = 1$, 4 — $U_0 = 1.5$, 5 — $U_0 = 2$. Звездочки — расчет по программе для нелинейной дифракционной решетки.

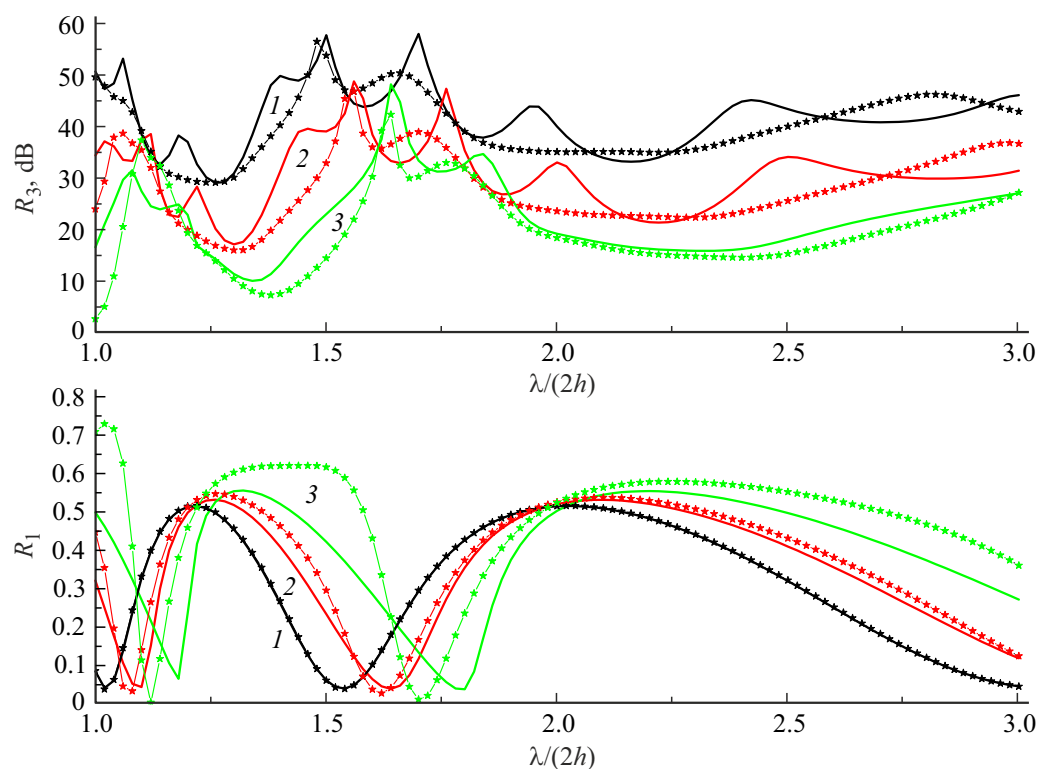


Рис. 3. Сравнение результатов расчета итерационным методом (сплошные кривые) и методом возмущения (кривые со звездочками). Цифры у кривых — нормированная напряженность внешнего поля.

сан в [23] и в других работах, основное отличие, как уже было сказано выше, численное, а не аналитическое, как в линейной задаче, интегрирование при вычислении матричных элементов, обусловленных свободным членом в (13).

Один из тестов метода и программы переход от ДР к сплошному слою при $\lambda/d \rightarrow 0$. Результаты изображены на рис. 2 звездочками.

Некоторые результаты расчетов нелинейных ДР представлены на рис. 5, 6. Ширина диэлектрических полосок $L = d/2$, толщина $h = d$, линейная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{lin} = 9$, диэлектрическая проницаемость подложки 2.25; s -поляризация — вектор $\mathbf{E}$ перпендикулярен плоскости падения вдоль диэлектрических полосок, магнитное поле в плоскости падения; p -поляризация — вектор $\mathbf{H}$ перпендикулярен плоскости падения. При p -поляризации — наблюдается поперечный резонанс — коэффициент отражения близок к единице (рис. 5). Даже небольшая нелинейность приводит к значительному изменению характеристик. Особенно это заметно вблизи резонанса.

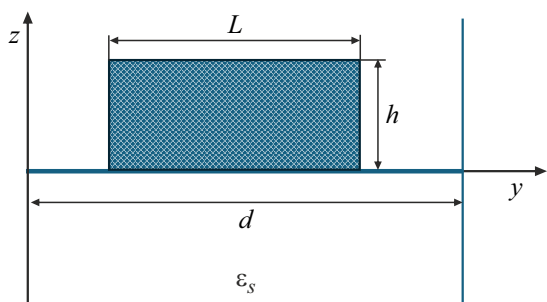


Рис. 4. Элементарная ячейка дифракционной решетки.

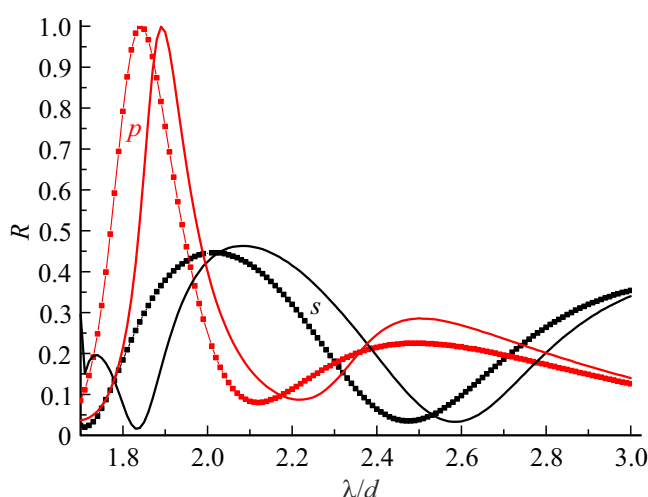


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения основной пространственной гармоники с нелинейными диэлектрическими полосками от нормированной длины волны. Самовоздействие. $U_0 = 1$. Буквы p, s означают p - и s -поляризацию падающей волны. Кривые без символов — итерационный метод, с символами — линейное приближение.

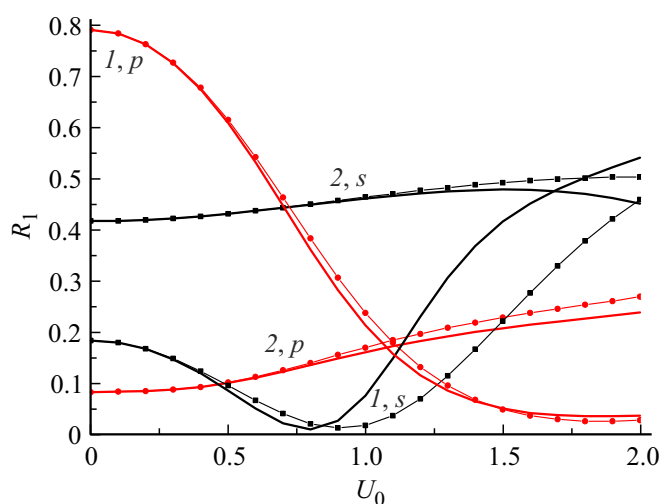


Рис. 6. Зависимость коэффициента отражения основной пространственной гармоники с нелинейными диэлектрическими полосками от нормированной напряженности электрического поля нормально падающей на ДР плоской волны. Самовоздействие. 1 — $\lambda/d = 1.8$, 2 — $\lambda/d = 2.1$. Буквы p, s после номера кривой означают p - и s -поляризацию падающей волны. Кривые без символов — итерационный метод, с символами — метод возмущения.

Погрешность метода возмущения (рис. 6) несколько процентов, за исключением коротких длин волн при s -поляризации.

Выводы

Разработаны аналитические и численно-аналитические методы решения нелинейных краевых задач об отражении электромагнитной волны от графенового слоя и диэлектрического слоя, дифракции на диэлектрическом теле. Показано, что нелинейное ОИДУ может быть преобразовано к ОИДУ с линейным интегральным членом и нелинейным свободным. Это значительно увеличивает скорость расчетов. Разработаны компьютерные программы на языке C для численного моделирования указанных объектов. Проведена оценка погрешности метода возмущения.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание в области научной деятельности, № FENW-2022-0001).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J. Wang, S.A. Maier, A. Tittl. *Adv. Opt. Mater.*, **10** (7), 2102366 (2022).
- [2] A.S. Solntsev, G.S. Agarwal, Y.S. Kivshar. *Nat. Photonics*, **15**, 327 (2021).
- [3] M.J. Huttunen, S. Bin-Alam, O. Reshef, Y. Mamchur, T. Stolt, J.-M. Menard, K. Dolgaleva, R.W. Boyd, M. Kauranen. 2020 22nd Int. Conf. on Transparent Optical Networks (ICTON). DOI: 10.1109/ICTON51198.2020.9203026
- [4] T. Santiago-Cruz, S.D. Gennaro, O. Mitrofanov, S. Addamane, J. Reno, I. Brener, M.V. Chekhova. *Science*, **377**, 991(2022).
- [5] M.J. Huttunen, R. Czaplicki, M. Kauranen. *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.*, **28**, 1950001 (2019).
- [6] D. Hähnel, C. Golla, M. Albert, T. Zentgraf, V. Myroshnychenko, J. Förstner, C. Meier. *Light Sci. Appl.*, **12**, 97 (2023). <https://doi.org/10.1038/s41377-023-01134-1>
- [7] Hui-Hsin Hsiao, Jou-Chun Hsieh, Ai-Yin Liu, Kuang-I Lin, Yi-Chien Hsu. *Nanophotonics*, **13** (17), (2024). DOI: [org/10.1515/nanoph-2024-0194](https://doi.org/10.1515/nanoph-2024-0194)
- [8] Y. Ra'di, N. Nefedkin, P. Popovski, A. Alù. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, **66** (5), 52 (2024).
- [9] J. Noh, T. Santiago-Cruz, S.D. Gennaro, V. Sultanov, I. Brener, M.V. Chekhova. CLEO Optica Publishing Group, FM3O.1 (2024).
- [10] J.H. Krakofsky, S. Stich, G. Böhm, M.A. Belkin. CLEO Optica Publishing Group, SM4P.3. (2024).
- [11] M.D. Feinstein, A. Adronikides, E. Almeida. CLEO Optica Publishing Group, FTh1P.6. (2024).
- [12] I. Brener. 2024 Intern. Conf. on Optical MEMS and Nanophotonics (OMN). DOI: 10.1109/OMN61224.2024.10685263
- [13] S.A. Mikhailov. *Europhys. Lett.*, **79**, 27002 (2007).
- [14] E. Hendry, P.J. Hale, J. Moger, A.K. Savchenko, S.A. Mikhailov. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 097401 (2010).
- [15] В.В. Черепанов. *Электродинамический анализ плазмонных устройств на основе графена в ТГц и ИК диапазоне* (Автореф. канд. дисс. ЮФУ, Ростов-на-Дону, 2023)
- [16] A.M. Lerer. *РЭ*, **57** (11), 1160 (2012). [A.M. Lerer. *J. Commun. Technol. Electron.*, **57** (11), 1151 (2012). DOI: 10.1134/S106422691210004X]
- [17] G.W. Hanson. *J. Appl. Phys.*, **103** (6), 064302 (2008).
- [18] J.L. Cheng, N. Vermeulen, J. Sipe. *Phys. Rev. B*, **91**, 235320 (2015).
- [19] S.A. Mikhailov. *Phys. Rev. B*, **93** (8), 085403 (2016).
- [20] В.В. Черепанов. *Физические основы приборостроения*, **9** (4), 2 (2020).
- [21] G.A. Kalinchenko, A. Lerer. *J. Electromagnetic Waves and Application*, **13** (11), 1539 (1999).
- [22] А.М. Лерер, И.Н. Иванова. Тр. конф. *Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем АЧМ-2023*. Сб. статей по материалам XVIII Всероссийской с международным участием конференции АЧМ-2023. (Пенза, Россия, 2023), т. 1. т. 44.
- [23] A.M. Lerer. *РЭ*, **57** (11), 1160 (2012). [A.M. Lerer. *J. Commun. Technol. Electron.*, **57** (11), 1151 (2012). DOI: 10.1134/S106422691210004X]
- [24] A.M. Лерер, Г.С. Макеева, В.В. Черепанов. *РЭ*, **68** (6), 543 (2021). DOI: 10.31857/S0033849421060188. [A.M. Lerer, G.S. Makeeva, V.V. Cherepanov. *J. Commun. Technol. Electron.*, **66** (6), 656 (2021). DOI: 10.1134/S1064226921060188]
- [25] M.E. Abbassi, L. Pósa, P. Makk, C. Nef, K. Thodkar, A. Halbritter, M. Calame. *Nanoscale*, **9**, 17312 (2017). DOI: 10.1039/C7NR05348G