

Квантовый магнетотранспорт электронного газа в треугольной квантовой яме

© И.А. Кузнецова, Д.Н. Романов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150003 Ярославль, Россия
e-mail: romanov.yar357@mail.ru

Поступило в Редакцию 17 сентября 2024 г.

В окончательной редакции 20 декабря 2024 г.

Принято к публикации 25 декабря 2024 г.

Получены выражения для коэффициентов Холла и магнетосопротивления тонкого полупроводникового слоя на границе гетероперехода, находящегося в поперечном магнитном поле. Для решения задачи использовалось квантовое уравнение Лиувилля. Рассматривались температуры, при которых уровни Ландау в плоскости пленки не учитывались. Влияние поверхностного рассеяния носителей заряда описано диффузно-зеркальными граничными условиями Соффера. Проведен анализ зависимости коэффициентов Холла и магнетосопротивления от индукции магнитного поля, электрохимического потенциала и параметра шероховатости.

Ключевые слова: квантовое уравнение Лиувилля, модель Соффера, коэффициент Холла, коэффициент магнетосопротивления, квантовая треугольная яма.

DOI: 10.61011/JTF.2025.04.60007.274-24

Введение

При ограничении движения электронов их энергия квантуется. Электронный газ, который может свободно перемещаться в двух измерениях, но ограничен в третьем, называется двумерным (2DEG). Двумерный электронный газ нашел применение при разработках оптоэлектронных [1–3] и сверхвысокочастотных систем [4,5]. В частности, к ним относятся полевые транзисторы с высокой подвижностью электронов (high electron mobility transistor, HEMT). HEMT по сравнению с обычными полевыми транзисторами работают при большей частоте, с более высокими полями пробоя и с меньшим энергопотреблением по сравнению с другими гетероструктурами [6].

Если в слое (или в пленке) находится двумерный электронный газ, то толщина данной пленки является соизмеримой с длиной волны де Бройля для электронов со средней скоростью. В этом случае становится существенным влияние неровностей поверхности слоя на электрические параметры. При увеличении вклада поверхностного рассеяния по сравнению с рассеянием носителей заряда в объеме будет уменьшаться электропроводность и расти коэффициент Холла тонкой пленки. Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера [7], полученные в результате решения квантово-механической задачи о взаимодействии электронной волны с поверхностью слоя. Уменьшение шероховатости на границе гетероперехода [8] позволяет повысить быстродействие HEMT - транзисторов.

Для учета квантовых размерных эффектов совместно с поверхностным рассеянием используются различные подходы. В работе [9] уравнение Шредингера для тонкой металлической пленки решается с помощью функций Грина. Непосредственный расчет интеграла столкновения в кинетическом уравнении с помощью автокорреляционных функций, описывающих профиль поверхности, приведен в работе [10]. В данной статье показан эффект интерференции между объемным и граничным рассеянием в пленке. Эффекты интерференции сильно влияют на температурные (рассеяние фононов в объеме) или концентрационные (рассеяние примесей) зависимости проводимости. В другом источнике [11] разработана модель проводимости металлических пленок с помощью расчета гамильтониана рассеяния носителей заряда. В статье [12] приводится метод самосогласованных решений системы уравнений Кона-Шэма и Пуассона, с помощью которого определяется электронная плотность. Методы решения задач, использованные авторами, приводят к громоздким математическим расчетам. Теоретические исследования явлений переноса в нанопленках продолжают в настоящее время. В настоящей работе коэффициенты Холла и магнетосопротивления определяются с помощью квантового уравнения Лиувилля [13], с помощью которого находятся элементы матрицы плотности. В работе [14] рассчитываются гальваномагнитные параметры полупроводникового нанослоя для прямоугольной квантовой ямы.

В настоящей работе определяются коэффициенты Холла и магнетосопротивления в слое на границе гетероперехода. Потенциальную яму гетероперехода для

электронного газа можно аппроксимировать треугольной квантовой ямой [15].

1. Постановка задачи

Рассмотрим проводящий канал (CC), расположенный в буферном слое GAN НЕМТ-транзистора [6], на затвор и сток которого поданы напряжения затвора V_G и стока V_{sd} соответственно (рис. 1). Проводящий канал представляет собой полупроводниковый слой толщиной a . Вдоль слоя направлено поле стока с напряженностью E_{sd} . Перпендикулярно слою зафиксировано поле затвора и внутреннее поле гетероперехода с суммарной напряженностью E_G , а также индукция внешнего магнитного поля B . Под действием силы Лоренца на боковых гранях проводящего канала накапливаются заряды, которые образуют электрическое поле напряженности E_H .

Процесс получения гетероструктур достаточно сложен. Он включает в себя литографию и молекулярно-лучевую эпитаксию, позволяющую напылять пленки послойно, контролируя количество примесей. Форма треугольной квантовой ямы зависит от состава AlGaAs. Однако примеси в квантовой яме приводят к уширению уровней размерного квантования, которое можно определить из принципа неопределенности Гейзенберга как $\hbar/\tau$, где τ — характерное время рассеяния. Если эта величина соизмерима с разностью энергии соседних уровней, то квантовый размерный эффект не возникает.

Определим коэффициент Холла и поперечное магнетосопротивление проводящего канала (полупроводникового слоя). Для этого введем декартову систему координат, в которой плоскость XY направлена вдоль плоскости слоя, ось X — вдоль напряженности продольного электрического поля E_{sd} , ось Y — вдоль „холловской“ напряженности E_H , ось Z — вдоль напряженности поперечного электрического поля E_G и индукции внешнего магнитного поля B (рис. 2). Пусть

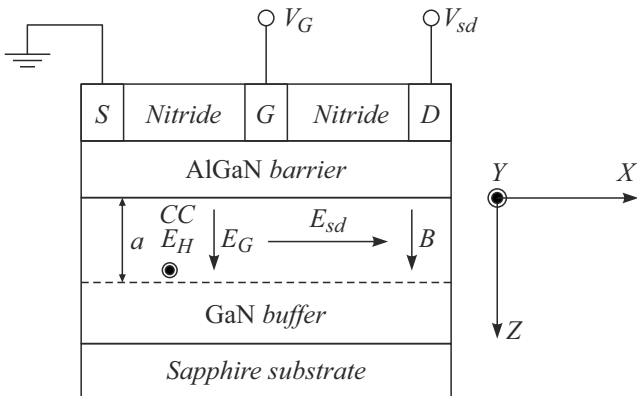


Рис. 1. Структура НЕМТ. S — исток, G — затвор, D — сток, Nitride — нитрид кремния (Si_3N_4), CC — conducting channel — двумерный электронный газ, находящийся в слое GaN у границы гетероперехода.

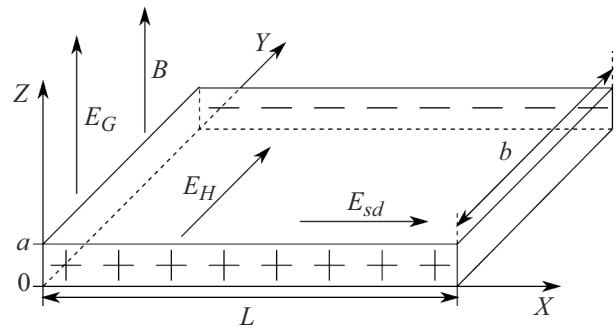


Рис. 2. Проводящий канал в GaN.

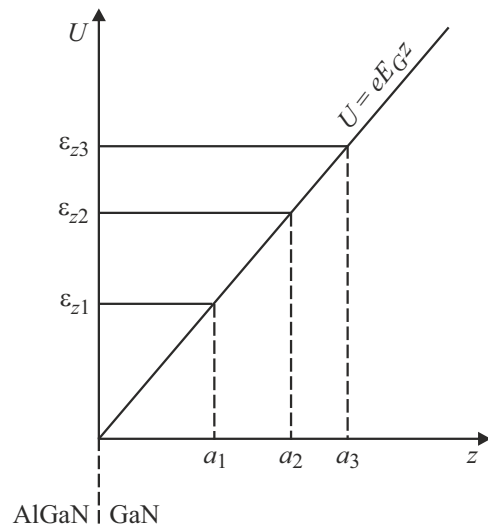


Рис. 3. Потенциальная яма для носителей заряда в слое.

в плоскости $z = 0$ буферный слой GAN граничит с барьерным слоем AlGaAs.

Из квантовой механики известно, что энергетический спектр электрона в квантовой яме становится дискретным. Движение электрона ограничено вдоль толщины пленки, поэтому в этом направлении движение квантуется (рис. 3). В первом приближении проводящий слой в гетеропереходе для носителей заряда можно считать треугольной потенциальной ямой [15]:

$$U = \begin{cases} \infty, & z < 0, \\ eE_G z, & z > 0, \end{cases}$$

где U — потенциальная энергия, e — заряд электрона.

Следовательно, энергия носителей заряда имеет следующий вид:

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{\parallel} + \varepsilon_{zn}, \quad \varepsilon_{\parallel} = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m}, \quad \varepsilon_{zn} = \frac{p_{zn}^2}{2m}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Энергия электрона вдоль оси Z [15] принимает дискретные значения

$$\varepsilon_{zn} = \frac{\gamma_n}{2m} \left(\frac{\hbar e E_G m}{\pi} \right)^{2/3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

где $\hbar$ — постоянная Планка, m — эффективная масса, γ_n — нули функции Эйри:

$$\gamma_n \approx \left[\frac{3\pi}{2} \left(n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad n > 5.$$

В этом случае проекция импульса носителей заряда на ось Z равна

$$p_{zn} = \sqrt{2m\varepsilon_{zn}} = \sqrt{\gamma_n} \left(\frac{\hbar e E_G m}{\pi} \right)^{1/3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Толщина a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) представляет собой состояние, в пределах которого могут двигаться носители заряда, находящиеся на уровне n , вдоль оси Z (рис. 3). Толщина a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) определяется из условия $\varepsilon_{zn} = e E_G a_n$ и равна

$$a_n = \gamma_n \left(\frac{\hbar^2}{8\pi^2 e E_G m} \right)^{1/3}.$$

Для двумерного электронного газа вдоль оси Z будет присутствовать только один энергетический уровень ε_{z1} . Следовательно, толщина пленки a с двумерным газом носителей зарядов должна лежать в интервале $a_1 < a < a_2$.

Электропроводность слоя можно определить с помощью квантового уравнения Лиувилля:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}],$$

где $\hat{\rho}$ — оператор матрицы плотности, $\hat{H}$ — оператор Гамильтона, $\hbar$ — постоянная Дирака, а скобки обозначают коммутатор. Диагональные компоненты матрицы плотности ρ_{nn} соответствуют функции распределения f_n , которая описывает состояние носителей заряда с проекцией импульса на ось Z равной p_{zn} .

В настоящей работе уровни Ландау не учитываются, так как рассматриваются малые магнитные поля или высокие температуры, т. е. выполняется условие:

$$k_B T \geq \frac{\hbar \omega_c}{2\pi}, \quad \omega_c = \frac{eB}{m},$$

где k_B — постоянная Больцмана, T — температура пленки, ω_c — циклотронная частота, B — индукция внешнего магнитного поля.

Из уравнения Лиувилля в работах [14] было получено кинетическое уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_n}{\partial t} + v \frac{\partial f_n}{\partial r} + F \frac{\partial f_n}{\partial p} = -\frac{2\pi}{\hbar} N_{imp} \\ \times \sum_{n'} |V_{0n'}|^2 (f_n - f_{n-n'}) \delta(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-n'}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $F = e(E_{sd} + E_H) + e[v \times B]$ — сила, действующая на носители заряда, v — скорость электронов (дырок),

N_{imp} — концентрация примесей, $V_{0n'}$ — матричный элемент рассеяния из уровня n на уровень n' .

Волновая функция электрона на уровне размерного квантования представляет собой стоячую волну, полученную наложением двух навстречу бегущих волн, движущихся с групповыми скоростями v и $-v$.

Для учета рассеяния носителей заряда на границах треугольной ямы полупроводникового слоя будем использовать модель Соффера [7]:

$$\begin{cases} f_n^+(z=0, +v_{zn}) = q_1 f_n^-(z=0, -v_{zn}), \\ f_n^-(z=a, -v_{zn}) = q_2 f_n^+(z=a, +v_{zn}), \end{cases} \quad (2)$$

$$q_{1,2}(g_{1,2}, \Theta) = \exp(-(4\pi g_{1,2} \cos \Theta)^2), \quad g_{1,2} = g_{s1,2}/\lambda_{BV},$$

где f_n^+ и f_n^- — неравновесные функции распределения электронов (дырок) соответственно с положительной и отрицательной проекциями импульса на ось Z ; $g_{s1,2}$, $g_{1,2}$ и $q_{1,2}$ — соответственно среднеквадратичная высота поверхностного рельефа, параметр шероховатости и коэффициент зеркальности для нижней (индекс 1) и верхней (индекс 2) поверхности полупроводникового слоя; λ_{BV} — длина волны де Бройля носителя заряда, движущегося со средней скоростью; Θ — угол падения носителя заряда на внутреннюю поверхность слоя.

Модель Соффера учитывает зависимость коэффициента зеркальности от параметра шероховатости и угла падения носителя заряда. Эта модель позволит сравнить теоретические расчеты с экспериментальными данными, поскольку параметр шероховатости связан со среднеквадратичной высотой рельефа поверхности.

Плотность тока, образованная носителями заряда, расположенными на уровне n , равна

$$j_n = 2e \iint v f_n \frac{dp_x dp_y}{h^2} \cdot \frac{p_{zn} - p_{z(n-1)}}{h}.$$

Следовательно, полный ток от носителей заряда, находящихся на всех уровнях энергии, равен

$$I_n = b \int_0^{a_n} j_n dz, \quad I = 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n,$$

где b — ширина пленки (рис. 2). Ширина пленки b намного превышает длину электронной волны де Бройля, что позволяет не учитывать размерное квантование в прямоугольной потенциальной яме шириной b . Двойка во втором выражении учитывает носители заряда как с положительной, так и с отрицательной проекцией.

Связь между током и напряженностью в поперечном магнитном поле имеет вид

$$\begin{cases} I_x = G_{xx} L E_{sd} + G_{xy} L E_H, \\ I_y = G_{yx} L E_{sd} + G_{yy} L E_H, \end{cases}$$

где I_x и I_y — токи вдоль осей X и Y , L — длина пленки (рис. 2). Вдоль оси Y холловский ток компенсируется

дрейфовым током под воздействием появившегося холловского напряжения ($I_y = 0$). Следовательно, полный ток равен току вдоль оси X ($I_x = I$).

Из данных уравнений определяются следующие параметры пленки:

$$G = \frac{I}{LE_{sd}} = G_{xx} - \frac{G_{yx}G_{xy}}{G_{yy}},$$

$$R_H = \frac{bE_H}{IB} = -\frac{bG_{yx}}{(G_{xx}G_{yy} - G_{yx}G_{xy})BL},$$

$$\kappa_{\perp} = \frac{G_0 - G}{G_0 B^2}, \quad (3)$$

где G — интегральная проводимость пленки, $G_0 = G(B = 0)$, R_H — коэффициент Холла, κ — коэффициент поперечного магнетосопротивления.

2. Преобразование кинетического уравнения

Решение кинетического уравнения (1) можно представить в виде

$$f_n = f_n^{(0)} + f_n^{(1)}, \quad f_n^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_n - \mu}{k_B T}\right)}, \quad (4)$$

$$f_n^{(1)} = -\frac{\partial f_n^{(0)}}{\partial \varepsilon_n} (c_{xn} p_x + c_{yn} p_y) \exp(i\omega t), \quad (5)$$

где $f_n^{(0)}$ — равновесная функция распределения Ферми-Дирака, μ — электрохимический потенциал, k_B — постоянная Больцмана, T — температура, $f_n^{(1)}$ — неравновесная добавка к функции распределения f_n , c_{xn} и c_{yn} — коэффициенты, зависящие от координаты z .

Кинетическое уравнение (1) с учетом (4) в приближении времени релаксации преобразуется в выражение

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} + v_{zn} \frac{\partial f_n}{\partial z} + F \frac{\partial f_n}{\partial p} = -\frac{f_n - f_n^{(0)}}{\tau}, \quad (6)$$

где τ — время релаксации, равное

$$\tau = \frac{\tau_t}{\tau_\beta}, \quad \tau_\beta = \frac{\beta}{\sin(\beta)}, \quad \beta = \frac{\tau_V e B}{m},$$

где τ_β — коэффициент, учитывающий искривление траектории носителей заряда во внешнем магнитном поле ($\tau_\beta = 1$, если магнитное поле отсутствует ($B = 0$)), τ_t и τ_V — время релаксации электрона в треугольной яме и в макроскопическом образце в отсутствие магнитного поля соответственно, β — безразмерная индукция внешнего магнитного поля. В длине свободного пробега λ носителей заряда не учитывается механизм поверхностного рассеяния, т.е. данная длина не зависит от толщины пленки и определяется через строение кристалла нанослоя. Следовательно, времена релаксации

τ_t и τ_V связаны друг с другом через длину свободного пробега λ :

$$\lambda = v_{0V} \tau_V = v_{0t} \tau_t,$$

где v_{0V} и v_{0t} — характерные скорости носителей заряда в макроскопическом образце и в треугольной яме соответственно. Считаем, что τ_V не зависит от энергии (рассеяние на нейтральных атомах примеси в объеме).

Кинетическое уравнение (6) с учетом (5) в линейном приближении преобразуется в систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\tau_\beta}{\tau_t} c_{xn} + v_{zn} \frac{\partial c_{xn}}{\partial z} = \frac{e E_{0sd}}{m} + \frac{e B}{m} c_{yn}, \\ \frac{\tau_\beta}{\tau_t} c_{yn} + v_{zn} \frac{\partial c_{yn}}{\partial z} = \frac{e E_{0H}}{m} - \frac{e B}{m} c_{xn}. \end{cases}$$

Граничные условия (2) с учетом (4), (5) преобразуются следующим образом:

$$\begin{cases} c_{in}^+(z = 0, +v_{zn}) = q_1 c_{in}^-(z = 0, -v_{zn}), \\ c_{in}^-(z = a, -v_{zn}) = q_2 c_{in}^+(z = a, +v_{zn}), \end{cases}$$

где $i = x, y$.

3. Концентрации и характерные скорости

Концентрация n_{cV} и характерная скорость v_{0V} в массивном образце определяются следующим образом:

$$n_{cV} = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3 v, \quad n_{cV} v_{0V}^2 = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 v^2 d^3 v,$$

$$f_0 = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right)}, \quad \varepsilon = \frac{mv^2}{2},$$

и равны

$$n_{cV} = 2\sqrt{m_1 m_2 m_3} \left(\frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{3/2} F_{1/2} \left(\frac{\mu}{k_B T} \right),$$

$$v_{0V} = \sqrt{\frac{5k_B T}{m} \cdot \frac{F_{3/2}(\frac{\mu}{k_B T})}{F_{1/2}(\frac{\mu}{k_B T})}},$$

$$F_j(x) = \frac{1}{\Gamma(j+1)} \int_0^\infty \frac{t^j dt}{1 + e^{-t-x}}, \quad \Gamma(j+1) = \int_0^\infty t^j e^{-t} dt,$$

где $F_j(x)$ — интеграл Ферми-Дирака с индексом j , $\Gamma(j+1)$ — гамма-функция.

Проекции скоростей можно представить в виде системы параметрических уравнений:

$$\begin{cases} v_x = \sqrt{2\varepsilon_{\parallel}/m} \cos \varphi, \\ v_y = \sqrt{2\varepsilon_{\parallel}/m} \sin \varphi, \end{cases}$$

где $0 \leq \varphi \leq 2$ — угол, отсчитываемый от оси X .

Для последующих расчетов удобнее перейти от декартовых координат в импульсном пространстве (v_x, v_y)

к новым координатам $(\varepsilon_{\parallel}, \varphi)$. Якобиан перехода в этом случае равен m .

Концентрация n_{cV} и характерная скорость v_{0t} в проводящем канале определяются по формулам

$$n_{ct} = 2 \frac{m^2}{h^2} \sum \int f_n^{(0)} m d\varepsilon_{\parallel} d\varphi \cdot \frac{p_{zn} - p_{z(n-1)}}{h},$$

$$n_{ct} v_{0t}^2 = \frac{5}{3} \cdot 2 \frac{m^2}{h^2} \sum \int (v_x^2 + v_y^2 + v_{zn}^2) f_n^{(0)} m d\varepsilon_{\parallel} d\varphi \times \frac{p_{zn} - p_{z(n-1)}}{h}$$

и равны

$$n_{ct} = \frac{8k_B T \pi^{2/3} P_2 (E_G h m)^{1/3} m}{h^3},$$

$$v_{0t} = \sqrt{\frac{10k_B T (P_{3t} + P_{4t})}{3mP_{1t}}},$$

$$P_{2t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot \ln \left(1 + \exp \left(\frac{\mu - \varepsilon_{zn}}{k_B T} \right) \right),$$

$$P_{3t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot \frac{\varepsilon_{zn}}{k_B T} \cdot \ln \left(1 + \exp \left(\frac{\mu - \varepsilon_{zn}}{k_B T} \right) \right),$$

$$P_{4t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot F_1 \left(\frac{\mu - \varepsilon_{zn}}{k_B T} \right)$$

4. Расчет коэффициентов Холла и поперечного магнетосопротивления

Введем безразмерные параметры:

$$x_{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{BV}}, \quad u_{\parallel} = \frac{\varepsilon_{\parallel}}{(k_B T)}, \quad u_{\mu} = \frac{\mu}{(k_B T)},$$

$$\delta\gamma_n = \sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}},$$

$$u_{0V}^2 = \frac{mv_{0V}^2}{(2k_B T)}, \quad u_{0t}^2 = \frac{mv_{0t}^2}{(2k_B T)}, \quad k_{0t} = \frac{u_{0t}}{u_{0V}},$$

$$E_{G0} = \left(\frac{heE_G}{\pi m^2} \right)^{1/3} / \sqrt{\frac{2k_B T}{m}},$$

где $\lambda_{BV} = h/p_{0V}$ и $p_{0V} = mv_{0V}$ — длина волны де Бройля и импульс электрона в массивном образце, E_{G0} — безразмерная напряженность поперечного электрического поля, $\lambda = v_{0t}\tau = v_{0V}\tau_V$ — длина свободного пробега, τ_V и τ — времена релаксации в массивном образце и в проводящем канале.

Опуская промежуточные вычисления, получим выражения коэффициентов Холла R_H и поперечного магнетосопротивления $\kappa_{\perp}$ (3):

$$G = G_V \Sigma_{qt}(x_{\lambda}, u_{\mu}, E_{G0}, \beta, g_2), \quad G_0 = \frac{\sigma_V \lambda b}{L}, \quad \sigma_V = \frac{ne^2 \tau_V}{m},$$

$$R_H = R_{HV} A_{Hqt}(x_{\lambda}, u_{\mu}, E_{G0}, \beta, g_2), \quad R_{HV} = \frac{1}{ne},$$

$$\kappa_{\perp} = \kappa_{\perp V} D_{qt}(x_{\lambda}, u_{\mu}, E_{G0}, \beta, g_2), \quad \kappa_{\perp V} = \frac{(\sigma_V R_{HV})^2}{6},$$

$$\Sigma_{qt} = \frac{k_{0t}^3}{F_{1/2}(u_{\mu}) \pi^{3/2} x_{\lambda} u_{0V}}$$

$$\times \frac{(a_{qt} K_{H1} - K_{H2} \frac{\tau_{\beta}}{k_{0t}})^2 + (2b_{qt} K_{H1} - K_{H2} \beta)^2}{K_{H2} \tau_{\beta} (\tau_{\beta}^2 + k_{0t}^2 \beta^2) - a_{qt} K_{H1} k_{0t} (\tau_{\beta}^2 - k^2 \beta^2) - 4K_{H1} k_{0t}^2 \tau_{\beta} \beta a_{qt}},$$

$$A_{Hqt} = \frac{F_{1/2}(u_{\mu}) \pi^{3/2} x_{\lambda} u_{0V}}{k_{0t}^2 \beta}$$

$$\times \frac{K_{H2} \beta (\tau_{\beta}^2 + k_{0t}^2 \beta^2) + 2b_{qt} K_{H1} (\tau_{\beta}^2 - k_{0t}^2 \beta^2) - 2K_{H1} k_{0t} \tau_{\beta} \beta a_{qt}}{(a_{qt} K_{H1} - K_{H2} \frac{\tau_{\beta}}{k_{0t}})^2 + (2b_{qt} K_{H1} - K_{H2} \beta)^2},$$

$$D_{qt} = \frac{6(\Sigma_{0qt} - \Sigma_{qt})}{\Sigma_{0qt} \beta^2}, \quad \Sigma_{0qt} = \Sigma_{qt}(\beta = 0),$$

$$K_{H1} = \pi E_{G0}^2 x_{\lambda}, \quad K_{H2} = P_{1t} u_{0V}^2,$$

$$a_{qt} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta\gamma_n \sqrt{\gamma_n} \int_0^{\infty} \left(\frac{-\partial f_n^{(0)}}{\partial u_{\parallel}} \right) u_{\parallel} A_1(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) du_{\parallel}$$

$$b_{qt} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta\gamma_n \sqrt{\gamma_n} \int_0^{\infty} \left(\frac{-\partial f_n^{(0)}}{\partial u_{\parallel}} \right) u_{\parallel} A_2(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) du_{\parallel}$$

$$P_{1t} = \sum_{n=1}^{\infty} \delta\gamma_n \cdot \gamma_n \cdot \ln(1 + \exp(u_{\mu} - \Delta_{tn})),$$

$$P_{2t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot \ln(1 + \exp(u_{\mu} - \Delta_{tn})),$$

$$P_{3t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot \Delta_{tn} \cdot \ln(1 + \exp(u_{\mu} - \Delta_{tn})),$$

$$P_{4t} = \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{\gamma_n} - \sqrt{\gamma_{n-1}}) \cdot F_1(u_{\mu} - \Delta_{tn}).$$

$$\Delta_{tn} = \frac{\varepsilon_{zn}}{k_B T} = \gamma_n E_{G0}^2,$$

$$u_{0V} = \sqrt{\frac{5 F_{3/2}(u_{\mu})}{2 F_{1/2}(u_{\mu})}}, \quad u_{0t} = \sqrt{\frac{5(P_{3t} + P_{4t})}{3P_{2t}}}$$

$$\begin{aligned} A_1(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) = & \{ (2 - q_1 - q_2) + q_1 q_2 (q_1 + q_2 - 2q_1 q_2) \\ & \times \exp(-4\Omega_{1n}) - 2(1 - q_1)(1 - q_2) \\ & \times \exp(-\Omega_{1n})(1 - q_1 q_2 \exp(-2\Omega_{1n})) \cos \Omega_{2n} \\ & - [q_1 + q_2 - q_1 q_2 (q_1 + q_2)] \\ & \times \exp(-2\Omega_{1n}) \cos(2\Omega_{2n}) \} / (1 + q_1^2 q_2^2 \\ & \times \exp(-4\Omega_{1n}) - 2q_1 q_2 \exp(-2\Omega_{1n}) \\ & \times \cos(2\Omega_{2n}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_2(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) = & \{(1 - q_1)(1 - q_2) \exp(-\Omega_{1n}) \\
& \times (1 + q_1 q_2 \exp(-2\Omega_{1n})) \\
& + [q_1 + q_2 + q_1 q_2 (q_1 + q_2 - 4)] \\
& \times \exp(-2\Omega_{1n}) \cos(\Omega_{2n})\} \sin(\Omega_{2n}) / (1 + q_1^2 q_2^2 \\
& \times \exp(-4\Omega_{1n}) - 2q_1 q_2 \exp(-2\Omega_{1n}) \\
& \times \cos(2\Omega_{2n})), \\
\Omega_{1n} = & \frac{\tau_{\beta} u_{0V}^2 \sqrt{\gamma_n}}{2k_{0t} \pi E_{G0}^2 x_{\lambda}}, \quad \Omega_{2n} = \frac{\beta u_{0V}^2 \sqrt{\gamma_n}}{2\pi E_{G0}^2 x_{\lambda}}, \\
q_2 = & \exp\left(-\left[4\pi g_2 \frac{\sqrt{\gamma_n} E_{G0}}{\sqrt{u_{\parallel} + \gamma_n E_{G0}^2}}\right]^2\right), \quad q_1 = 1,
\end{aligned}$$

где σ_V — статическая электропроводность в массивном образце, Σ_{qt} — безразмерная удельная электропроводность, R_{HV} и $\kappa_{\perp V}$ — коэффициенты Холла и магнетосопротивления в массивном образце, A_{Hqt} и D_{qt} — безразмерные коэффициенты Холла и магнетосопротивления. Коэффициент зеркальности нижней поверхности равен единице ($q_1 = 1$), так как снизу проводящий слой не граничит с другой средой, т.е. случай зеркального отражения от границы пленки аналогичен случаю отсутствия данной границы.

В полупроводниковом слое GaN электронный газ можно считать невырожденным, т.е. выполняется неравенство $e^{u_{\mu}} = 10^{-30} \ll 1$, а функция распределения Ферми-Дирака имеет вид

$$f_n^{(0)} = e^{u_{\mu} - u_{\parallel} - \Delta_{tn}}.$$

В этом случае выражение $\exp(u_{\mu} - \Delta_{tn})$, стоящее в логарифме, является малым числом. Раскладывая логарифм в ряд Тейлора, получим

$$\ln(1 + \exp(u_{\mu} - \Delta_{tn})) \approx \exp(u_{\mu} - \Delta_{tn}).$$

Следовательно, выражение для проводимости примет вид

$$\begin{aligned}
\Sigma_{qt} = & \frac{k_{0t}^3}{\pi^{3/2} x_{\lambda} \sqrt{5/2}} \\
& \times \frac{(a_{qt} K_{H1} - K_{H2} \frac{\tau_{\beta}}{k_{0t}})^2 + (2b_{qt} K_{H1} - K_{H2} \beta)^2}{(K_{H2} \tau_{\beta} (\tau_{\beta}^2 + k_{0t}^2 \beta^2) - a_{qt} K_{H1} k_{0t} (\tau_{\beta}^2 - k_{0t}^2 \beta^2) - 4K_{H1} k_{0t}^2 \tau_{\beta} \beta b_{qt})}, \\
A_{Hqt} = & \frac{\pi^{3/2} x_{\lambda} \sqrt{5/2}}{k_{0t}^2 \beta} \\
& \times \frac{K_{H2} \beta (\tau_{\beta}^2 + k_{0t}^2 \beta^2) + 2b_{qt} K_{H1} (\tau_{\beta}^2 - k_{0t}^2 \beta^2) - 2K_{H1} k_{0t} \tau_{\beta} \beta a_{qt}}{(a_{qt} K_{H1} - K_{H2} \frac{\tau_{\beta}}{k_{0t}})^2 + (2b_{qt} K_{H1} - K_{H2} \beta)^2}, \\
K_{H1} = & \pi E_{G0}^2 x_{\lambda}, \quad K_{H2} = \frac{5}{2} P_{1t}, \\
a_{qt} = & \sum_{n=1}^{\infty} \delta \gamma_n \sqrt{\gamma_n} e^{-\Delta_{tn}} \int_0^{\infty} e^{-u_{\parallel}} u_{\parallel} A_1(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) du_{\parallel}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_{qt} = & \sum_{n=1}^{\infty} \delta \gamma_n \sqrt{\gamma_n} e^{-\Delta_{tn}} \int_0^{\infty} e^{-u_{\parallel}} u_{\parallel} A_2(\Omega_{1n}, \Omega_{2n}) du_{\parallel} \\
P_{1t} = & \sum_{n=1}^{\infty} \delta \gamma_n \cdot \gamma_n \cdot e^{-\Delta_{tn}}, \\
P_{2t} = P_{4t} = & \sum_{n=1}^{\infty} \delta \gamma_n \cdot e^{-\Delta_{tn}}, \\
P_{3t} = & \sum_{n=1}^{\infty} \delta \gamma_n \cdot \Delta_n \cdot e^{-\Delta_{tn}}.
\end{aligned}$$

В случае двумерного электронного газа уровень n будет равен только единице.

5. Анализ результатов

Пусть длина свободного пробега электронов больше длины волны де Бройля в 10 раз: $x_{\lambda} = 10$. Безразмерная напряженность поперечного электрического поля E_{G0} связана с размерной напряженностью соотношением

$$E_G = 2.1 \cdot 10^7 E_{G0}^3 [\text{V/m}].$$

Напряженность внутреннего электрического поля на границе гетероперехода составляет порядка 10^4 V/m , что соответствует безразмерному значению $E_{G0} = 0.1$. В лабораторных установках величина магнитного поля примерно равна $B = 100 \text{ mT}$, что соответствует безразмерной величине $\beta = 1.7 \cdot 10^{-3}$. Связь между размерной и безразмерной величиной магнитного поля имеет вид

$$B = 57\beta [\text{T}].$$

На рис. 4 и 5 показаны зависимости безразмерных коэффициентов Холла A_{Hqt} и магнетосопротивления D_{qt} от безразмерной индукции β . В случае зеркальных границ (кривые 1) коэффициент Холла перестает зависеть от внешнего магнитного поля. С увеличением безразмерной индукции магнитного поля радиус кривизны траектории носителя заряда уменьшается. Это приводит к увеличению относительного числа носителей заряда, не рассеивающихся на поверхностях пленки, и уменьшению вклада поверхностного рассеяния в коэффициенты Холла и магнетосопротивление.

На рис. 6 и 7 изображены зависимости безразмерных коэффициентов Холла A_{Hqt} и магнетосопротивления D_{qt} от безразмерной напряженности E_{G0} . В случае зеркальных границ (кривые 1) коэффициент магнетосопротивления не зависит от формы квантовой ямы, т.е. от E_{G0} . С увеличением безразмерной напряженности E_{G0} расстояние между уровнями увеличивается, в том числе поднимается и энергия первого уровня ε_{z1} . Электронам становится труднее перейти на расположенные выше уровни. Это приводит к уменьшению средней энергии носителей заряда, из-за чего возрастает коэффициент Холла и снижается магнетосопротивление.

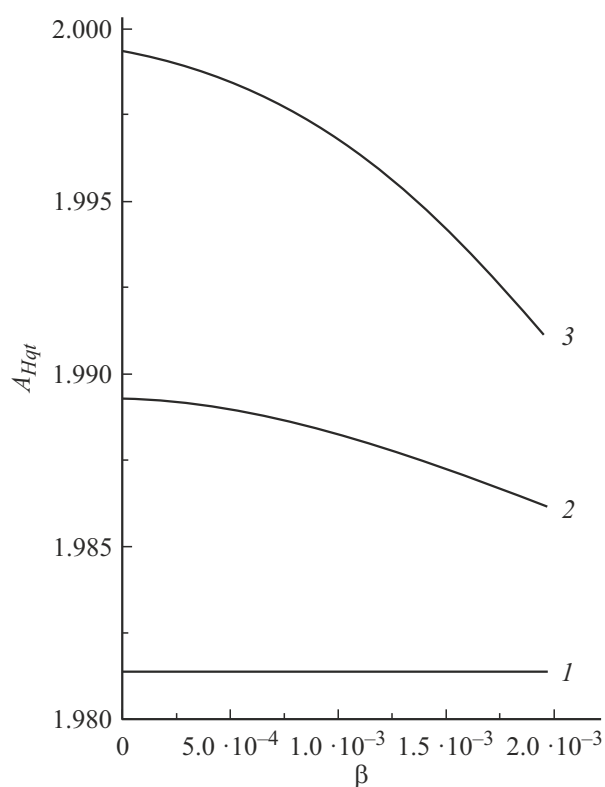


Рис. 4. Зависимость A_{Hqt} от безразмерной индукции β при $x_\lambda = 10$, $E_{G0} = 0.1$. Кривые 1, 2, 3 получены при $g_2 = 0, 0.3, 1$ соответственно.

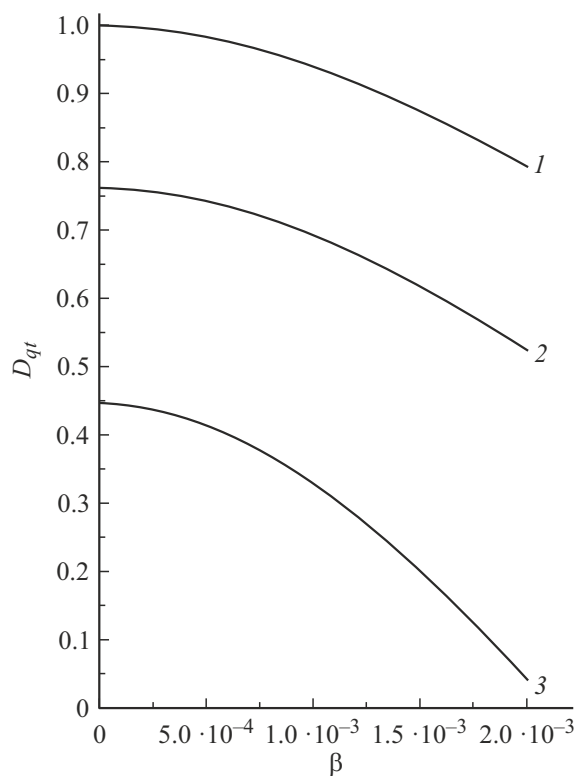


Рис. 5. Зависимость D_{qt} от безразмерной индукции β при $x_\lambda = 10$, $E_{G0} = 0.1$. Кривые 1, 2, 3 получены при $g_2 = 0, 0.3, 1$ соответственно.

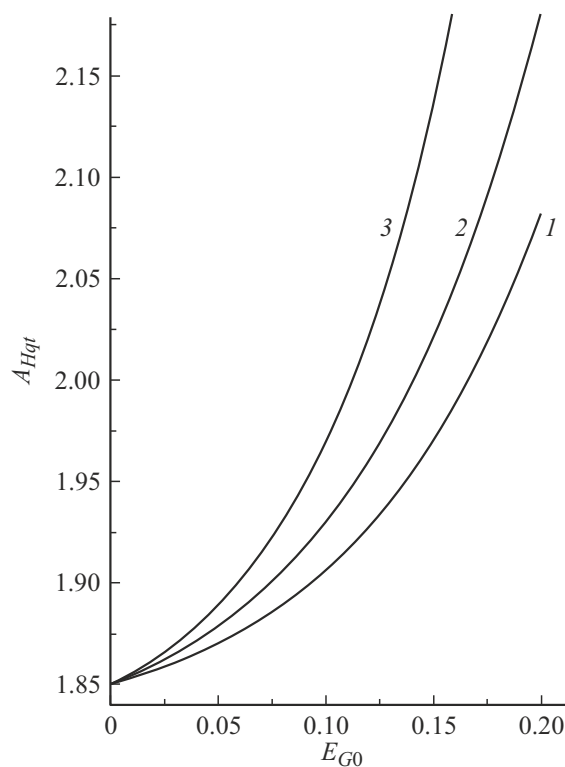


Рис. 6. Зависимость A_{Hqt} от безразмерной напряженности E_{G0} при $x_\lambda = 10$, $\beta = 0.1$. Кривые 1, 2, 3 получены при $g_2 = 0, 0.3, 1$ соответственно.

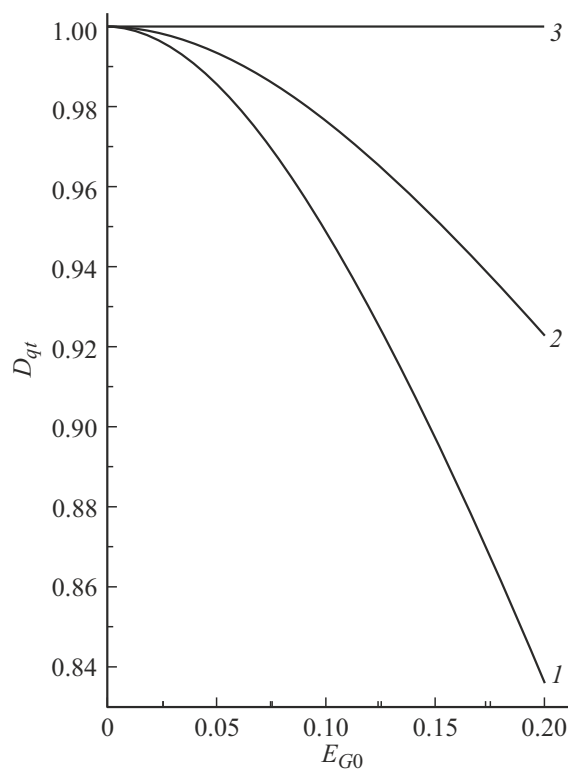


Рис. 7. Зависимость D_{qt} от безразмерной напряженности E_{G0} при $x_\lambda = 10$, $\beta = 0.1$. Кривые 1, 2, 3 получены при $g_2 = 0, 0.3, 1$ соответственно.

Заключение

В работе рассчитаны коэффициенты Холла и магнетосопротивления нанослоя, находящегося в поперечном магнитном поле в приближении треугольной потенциальной ямы. С ростом индукции внешнего магнитного поля коэффициент Холла и магнетосопротивление снижаются вследствие уменьшения влияния поверхностного рассеяния носителей заряда. В случае зеркальных границ коэффициент Холла зависит от поперечной напряженности электрического поля, а магнетосопротивление становится постоянной величиной. Данные результаты могут быть использованы при проектировании наноразмерных датчиков Холла и магнитометров для измерения магнитных полей в наносистемах.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J. Shi, Z. Li, D.K. Sang, Y. Xiang, J. Li, S. Zhang, H. Zhang. *J. Mater. Chem. C*, **6** (6), 1291 (2018). DOI: 10.1039/c7tc05460b
- [2] R. Singh, H. Kang, H. Shin, J.-Y. Park, H. Seo. *Appl. Surf. Sci.*, **580**, 152266 (2022). DOI: 10.1016/j.apsusc.2021.152266
- [3] X. Zhou, B. Li, X. Tian, Yu. Jiang, R. Zhao, M. Zhao, Ju. Gao, J. Xing, J. Qiu, G. Liu. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **56**, 205304 (2023). DOI: 10.1088/1361-6463/acc53d
- [4] Е.Р. Бурмистров, Л.П. Авакянц. *ЖЭТФ*, **163**, 5, 669 (2023). DOI: 10.31857/S0044451023050061
- [5] Ph. Kühne, N. Armakavicius, A. Papamichail, D.Q. Tran, V. Stanishev, M. Schubert, P.P. Paskov, V. Darakchieva. *Appl. Phys. Lett.*, **120**, 253102 (2022). DOI: 10.1063/5.0087033
- [6] M.N.A. Aadit, S.G. Kirtania, F. Afrin, Md.K. Alam, Q.D.M. Khosru. *Different Types of Field-Effect Transistors Theory and Applications* (2017). DOI: 10.5772/67796
- [7] S.B. Soffer. *J. Appl. Phys.*, **38** (4), 1710 (1967). DOI: 10.1063/1.1709746
- [8] R.A. Khadar, C. Liu, R. Soleimanzadeh, E. Matioli. *IEEE Electron Device Lett.*, **40**, 3, 443 (2019). DOI: 10.1109/LED.2019.2894177
- [9] B. Ünal. *AIP Advances*, **2**, 042145 (2012). DOI: 10.1063/1.4768275
- [10] S. Chatterjee, A.E. Meyerovich. *Phys. Rev. B*, **81**, 245409 (2010). DOI: 10.1103/PhysRevB.81.245409
- [11] R.I. Bihun, Z.V. Stasyuk, O.A. Balitskii. *Physica B Condens. Matter*, **487**, 73 (2016). DOI: 10.1016/j.physb.2016.02.003
- [12] А.Я. Шульман, Д.В. Посвянский. *ЖЭТФ*, **157**, 6, 1072 (2020). DOI: 10.31857/S0044451020060097 [A.Ya. Shul'man, D.V. Posvyanskii. *J. Exp. Theor. Phys.*, **130**, 903 (2020). DOI: 10.1134/S106377612005009X]
- [13] И.А. Кузнецова, О.В. Савенко, Д.Н. Романов. *ФТП*, **55**, 9, 789 (2021). DOI: 10.21883/FTP.2021.09.51296.26
- [14] I.A. Kuznetsova, D.N. Romanov, O.V. Savenko. *Phys. Scr.*, **98**, 015839 (2023). DOI: 10.1088/1402-4896/acad38
- [15] J. Xiao, Z. Hong, Z. Rongxiu, J. Zhao. *J. Semicond.*, **34** (7), 072004 (2013). DOI: 10.1088/1674-4926/34/7/072004