

01

## Влияние электрического поля на циркулярный фотогальванический эффект в топологической сверхрешетке

© П.В. Бадикова, Д.В. Завьялов, Е.С. Сивашова

Волгоградский государственный технический университет,  
400005 Волгоград, Россия  
e-mail: polin.badicova@gmail.com

Поступило в Редакцию 11 октября 2024 г.  
В окончательной редакции 11 октября 2024 г.  
Принято к публикации 11 октября 2024 г.

Исследовано влияние постоянного электрического поля на циркулярный фотогальванический эффект в анизотропной графеновой сверхрешетке при нормальном падении. Получено выражение для плотности тока в такой сверхрешетке.

**Ключевые слова:** графен, сверхрешетка, сверхрешетка на основе графена, циркулярный фотогальванический эффект.

DOI: 10.61011/JTF.2025.03.59850.310-24

### Введение

Циркулярный фотогальванический эффект является одним из способов исследования кинетических свойств материала. Он заключается в генерации постоянного тока в материале под действием косо падающей эллиптически поляризованной электромагнитной волны в направлении, перпендикулярном проекции волнового вектора на плоскость образца. По величине постоянного тока можно судить как о свойствах излучения, так и о свойствах структуры. Эффект напрямую связан с наличием спина у носителей заряда и лучше всего изучен в материалах с гамильтонианом, содержащим слагаемое, линейное по модулю квазиимпульса и явно учитывающее спин-орбитальное взаимодействие (так называемые гамильтонианы Рашбы и Дрессельхауза) [1–4]. В [5] проведены расчеты при помощи теории функционала плотности и метода неравновесной функции Грина для исследования фотовольтаического эффекта монослойного латерального гетероперехода  $WSe_2$ – $MoS_2$  при вертикальном облучении.

Взаимодействие между светом с циркулярной поляризацией и квантовыми материалами усиливается в хиральных пространственных группах из-за структурной хиральности. В работе [6] исследуются перестраиваемые циркулярные фотоэлектрические отклики в полевых транзисторах  $2D$  Те с различной хиральностью, включая продольный циркулярный фотогальванический эффект, индуцированный радиальной спиновой текстурой (поляризация спина электрона параллельна направлению импульса электрона), и циркулярный термольтваический эффект, индуцированный хиральной кристаллической структурой (спиральные цепочки атомов Те). Циркулярные фотогальванические и фотоэлектрические эффекты сильно зависят от хиральности кристаллов Те,

что делает  $2D$  Те материалом для разработки оптоэлектронных устройств, зависящих от хиральности. В [7] развита общая теория слоевого циркулярного фотогальванического эффекта в квазидвумерных хиральных бислоях, которая относится к появлению зависящего от поляризации, внеплоскостного статического дипольного момента, индуцированного циркулярно поляризованным светом. Был рассчитан слоевой циркулярный фотогальванический эффект в скрученном двухслойном графене и обнаружено, что он демонстрирует резонансный пик, частоту которого можно настраивать от видимой до инфракрасной при изменении угла скручивания. Таким образом, слоевой циркулярный фотогальванический эффект обеспечивает многообещающий путь к частотно-чувствительному обнаружению света с циркулярной поляризацией, особенно в инфракрасном диапазоне.

Циркулярный фотогальванический эффект полезен при изучении топологических полуметаллов, поскольку тензор циркулярного фотогальванического эффекта квантует хорошо изолированное топологическое вырождение в строго линейно-дисперсионных зонных структурах. В [8,9] изучены мультипликативные полуметаллические зонные структуры Вейля, и обнаружено, что мультипликативная структура надежно защищает квантование циркулярного фотогальванического эффекта даже в случае нелинейной дисперсии. Кроме того, этот эффект можно использовать для выявления сложной топологии, отличая топологические вырождения мультипликативных топологических полуметаллов от якобы подобных топологических вырождений по степени вырождения и суммарному топологическому заряду, например, узлов Дирака.

В работе [10] исследуются фотогальванические эффекты в центросимметричных двумерных материалах, двухслойном графене, сложенном по типу AA и AB [11],

путем приложения внешнего напряжения на затворе для нарушения инверсионной симметрии. С использованием приближения сильной связи для описания электронных состояний вычислены коэффициенты инжекции для циркулярного фотогальванического эффекта для обоих материалов с длинами волн от терагерцового до видимого диапазона. Показано, что фотогальванические эффекты, индуцированные напряжением на затворе, могут быть очень значительными для двухслойного графена, сложенного АВ.

В статье [12] представлено исследование фотоэлектрического эффекта двойной гетероструктуры графен/MoS<sub>2</sub>/Si, выращенной методом быстрого химического осаждения из паровой фазы. Было обнаружено, что двойные переходы графена/MoS<sub>2</sub>-перехода Шоттки и гетероструктуры MoS<sub>2</sub>/Si играют важную роль в повышении производительности устройства. Они позволили эффективно генерировать, разделять и собирать больше электронно-дырочных пар на двойном интерфейсе графен/MoS<sub>2</sub>/Si.

В работе [13] исследовали фотосопротивление циклотронного резонанса в двумерных электронных системах на основе GaAs. Выявлена аномально низкая чувствительность к спиральности приходящего циркулярно поляризованного терагерцового излучения. Обнаружено, что эта аномалия сильно зависит от интенсивности.

Заметим, что такой эффект возможен и в материалах, для которых спин-орбитальное взаимодействие нехарактерно, в этом случае появление постоянного тока связано с передачей углового момента фотона свободным носителям заряда, а эффект обусловлен не спиновой ориентации, но является чисто орбитальным. К таким материалам относятся такие материалы как *d*-волновые сверхпроводники [14,15], графен [16], фосфорен [17], силицен [18] и топологические изоляторы [19], которые имеют фундаментальное сходство: их низкоэнергетические фермионные возбуждения ведут себя как безмассовые частицы Дирака, а не как фермионы, подчиняющиеся обычно гамильтониану Шрёдингера. Материалы, объединенные такими свойствами, получили название „материалы Дирака“ [20,21].

Отметим, что на основе этих материалов можно создать сверхрешетки в которых, кроме того, что, циркулярный фотогальванический эффект будет возможен, но также должны проявиться связанные с особенностями энергетического спектра структуры нелинейности отклика. Одной из таких сверхрешеток является сверхрешетка на основе графена (ГСР). Существует множество способов представления ГСР [22–26]: применение электростатических и магнитных барьеров, чередование моно- и бислоя графена, использование графеновых нанолент, осаждение графена на подложке, содержащей периодически расположенные слои разных диэлектриков, а так же чередование слоев графена с различным углом поворота друг относительно друга. Помимо теоретического моделирования, ГСР была реализована

экспериментально. В [27] сообщается о новом подходе к изготовлению 2D ГСР, в котором сверхрешеточный потенциал модулируется подложкой с периодически расположенными нанодоверстиями. В работе [28] исследуется уникальная 2D СР, получаемая в результате осаждения графена на подложку из металлических наночастиц. Исследование электронного транспорта в графеновом полевом транзисторе с двойным затвором, размещенном на сложенном скрученном бислое WSe<sub>2</sub> под углом закручивания 2.1° представлено в [29]. В статье наблюдаются гистерезисные характеристики переноса и исследуется неоднородность заряда с несколькими локальными точками Дирака по мере увеличения поля электрического смещения.

Муаровые узоры из двумерных (2D) гетероструктур графена, собранных с помощью взаимодействий Ван-дер-Ваальса, исследуются в работе [30]. Такие узоры возникают в двухслойной сверхрешетке графен (полугидрированный графен)/графен, полученной в результате прямого одностороннего гидрирования двухслойного графена на подложке. По сравнению с исходным графеном двухслойная сверхрешетка имеет рифленую поверхность. Эти муаровые узоры обнаруживаются с помощью атомно-силовой микроскопии и дополнительно подтверждаются анализом быстрого преобразования Фурье. Высокая подвижность носителей заряда в муаровой сверхрешетке на основе графена и нарушение инверсионной симметрии гексагональным нитридом бора приводят к нелинейной проводимости [31]. Нелинейная проводимость сильно зависит от напряжения на затворе, а также от конфигурации слоев в структуре, причем огромное усиление связано с муаровыми полосами.

Помимо классических сверхрешеток, было изучено множество гетероструктур на основе графена [32]. В работе [33] изучается сегнетоэлектрический фотоэлектрический эффект, зависящий от толщины сегнетоэлектрического слоя, в вертикальных многослойных гетероструктурах графен/ $\alpha$ -In<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>/графен. Показано, что фототок короткого замыкания антипараллелен поляризации сегнетоэлектрика и экспоненциально увеличивается с уменьшением толщины. Была исследована генерация фототока в туннельных структурах графен/*h*-BN/графен с локализованными дефектными состояниями при освещении светом среднего ИК диапазона [34]. Показано, что фототок в этих устройствах пропорционален второй производной туннельного тока по напряжению смещения, достигая максимума при туннелировании через примесный уровень *h*-BN. Обнаружено, что причина генерации фототока заключается в изменении вероятности туннелирования фотонов при радиационном нагреве электронов в слоях графена.

Так как в ГСР нелинейные эффекты возникают при сравнительно небольших напряженностях полей, представляет интерес изучение циркулярного фотогальванического эффекта в таких структурах. В настоящей работе рассматривается, как влияет постоянное электрическое

поле, направленное вдоль чередования слоев, на циркулярный фотогальванический эффект в анизотропной графеновой сверхрешетке. Получено аналитическое выражение для плотности тока и исследована его зависимость от различных параметров электрических полей.

### 1. Вычисление постоянной составляющей плотности тока

Гамильтониан сверхрешетки на основе дираковского материала с одномерным потенциалом имеет вид [35]:

$$v_F \hat{p}_x \hat{\sigma}_x \psi + (V(x) + \alpha \hat{p}_y^2) \sigma_y \psi = \varepsilon \psi, \quad (1)$$

где  $\alpha = 1/2m^*$ , а профиль пространственной модуляции  $V(x)$  задается моделью Кронига–Пенни:

$$V(x) = \begin{cases} \Delta_1, & (s-1)d < x < a + (s-1)d, \\ \Delta_2, & a + (s-1)d < x < s. \end{cases} \quad (2)$$

Энергетический спектр рассматриваемой структуры в низкоэнергетическом приближении имеет следующий вид [35]:

$$\varepsilon(p) = \pm 2F \sqrt{\sin^2\left(\frac{p_x}{2}\right) + 1/4(p_y^2 + \Delta_{\text{eff}})^2}, \quad (3)$$

где  $\Delta_{1,2} = \Delta_{1,2}d/v_F$  — полуширина запрещенной зоны,

$$\Delta_{\text{eff}} = \frac{\Delta_1 + n\Delta_2}{1+n}, \quad F = \frac{Q}{\text{sh} Q}, \quad Q = n \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{(1+n)^2},$$

$p_x = p_x/d$ ,  $p_y^2 = \alpha p_y^2 d/v_F$ ,  $n = b/a$ ,  $a, b$  — ширина ямы и барьера соответственно,  $d = a + b$  — период сверхрешетки (рис. 1). Разные знаки относятся к валентной зоне и зоне проводимости. Переходы между полуметаллическим состоянием и зонным изолятором обусловлены параметром  $\Delta$ . Когда  $\Delta$  отрицательно, в спектре появляется седловая точка. Увеличение  $\Delta$  приводит к ситуации, когда седловая точка и обе точки Дирака

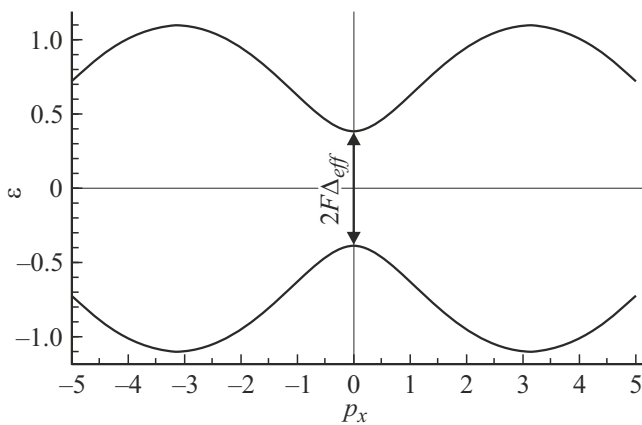


Рис. 1. Зонная структура ГСР:  $\Delta_1 = -5$ ,  $\Delta_2 = 3.5$ ,  $n = 1$ ,  $p_y = 0$ .

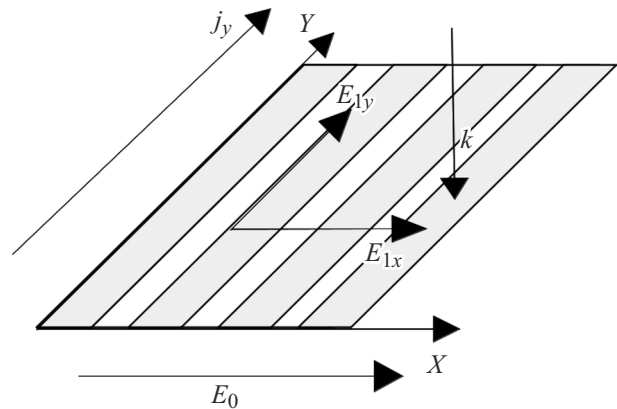


Рис. 2. Геометрия задачи.

эволюционируют в единый локальный минимум спектра на переходе (при  $\Delta = 0$ ) до открытия щели (при  $\Delta > 0$ ). Рассматриваемая в настоящей работе сверхрешетка образована чередованием полос двух 2D-кристаллов Дирака с различными значениями параметра  $\Delta$  ( $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ), параметры  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  определяют величину потенциала в области ямы и барьера.

Будем рассматривать отклик сверхрешетки на действие постоянного и переменного электрических полей

$$E = (E_{1x} \cos(\omega t) + E_0; E_{1y} \cos(\omega t + \varphi)),$$

где  $E_0$  — модуль напряженности постоянного электрического поля,  $E_{1x,y}$ ,  $\omega$  — амплитуда и частота переменного электрического поля.

Плотность тока  $j_y$ , текущего вдоль оси  $Y$  (рис. 2) определяется по формуле

$$j_y = \langle e \Sigma_p v_y f(p, t) \rangle_t, \quad (4)$$

где  $e$  — заряд электрона,  $f(p, t)$  — неравновесная функция распределения носителей.

Функцию распределения будем находить при помощи классического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f(p, t)}{\partial t} + eE \frac{\partial f(p, t)}{\partial p} = -\nu [f(p, t) - f_0(p)], \quad (5)$$

где  $f_0(p)$  — равновесная функция распределения,  $\nu$  — частота столкновений.

Скорость движения электронов вдоль оси  $y$  имеет вид

$$v_y = \frac{\partial \varepsilon(p)}{\partial p_y} = \frac{F p_y (p_y^2 + \Delta_{\text{eff}})}{\sqrt{\sin^2(p_x/2) + 1/4(p_y^2 + \Delta_{\text{eff}})^2}}. \quad (6)$$

После разложения скорости по  $p_y$  получаем следующее выражение:

$$v_y \approx \frac{2F \Delta_{\text{eff}} p_y}{\sqrt{\sin^2(p_x/2) + \Delta_{\text{eff}}^2}}, \quad (7)$$

$$v'_y(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin^2(p_x/2) + \Delta_{\text{eff}}^2}}. \quad (8)$$

Раскладываем (8) в комплексный ряд Фурье

$$v'_y(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{im p_x}, \quad (9)$$

где

$$\hat{a}_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{im p_x} dp_x}{\sqrt{\sin^2(p_x/2) + \Delta_{\text{eff}}^2}}.$$

Решая уравнение (5) методом характеристик, подстановки его и (6) в (4), получается выражение для постоянной составляющей тока:

$$j_y = \frac{2ev}{(2\pi\hbar)^2} \left\langle \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^t e^{-v(t-t')} v_y(p_x; p_y) \times f_0 \left( p_x - \frac{e}{c} (A_x(t) - A_x(t')); p_y - \frac{e}{c} (A_y(t) - A_y(t')) \right) d^2 p dt' \right\rangle_t. \quad (10)$$

Делаем замену переменных

$$j_y = \frac{2ev}{(2\pi\hbar)^2} \left\langle \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^t e^{-v(t-t')} \times v_y \left( p'_x + \frac{e}{c} (A_x(t) - A_x(t')); p'_y + \frac{e}{c} (A_y(t) - A_y(t')) \right) f_0(p'_x, p'_y) d^2 p' dt' \right\rangle_t. \quad (11)$$

$$j_y = \frac{2ev}{(2\pi\hbar)^2} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F \hbar}{\alpha d}} \left\langle \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^t e^{-v(t-t')} \times v_y \left( p'_x - \frac{edE_{0x}}{\hbar\omega} (\sin(\omega t) - \sin(\omega t')) - \frac{edE_0}{\hbar} (t - t'); p'_y - \sqrt{\frac{\alpha d}{v_F \hbar}} \frac{e}{\omega} E_{0y} (\sin(\omega t + \varphi) - \sin(\omega t' + \varphi)) \right) \times f_0(p'_x, p'_y) d^2 p' dt' \right\rangle_t. \quad (12)$$

Подставляем (7) с учетом разложения (10) в (12):

$$j_y = \frac{4evF\Delta_{\text{eff}}\hbar}{(2\pi\hbar)^2} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F \hbar}{\alpha d}} \left\langle \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^t e^{-v(t-t')} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m \times \exp \left[ I \left( x - \frac{edE_{0x}}{\hbar\omega} (\sin(\omega t) - \sin(\omega t')) - \frac{edE_0}{\hbar} (t - t') \right) \right] \times \left( y - \sqrt{\frac{\alpha d}{v_F \hbar}} \frac{e}{\omega} E_{0y} (\sin(\omega t + \varphi) - \sin(\omega t' + \varphi)) \right) \times f_0(x, y) dx dy dt' \right\rangle_t. \quad (13)$$

После подстановки функции распределения  $f_0$  и перехода к новым переменным получаем

$$j_y = \frac{evF\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F \hbar}{\alpha d}} \left\langle \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^t e^{-v(t-t')} e^{-\frac{\varepsilon(x,y)}{kT}} \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m \exp[Ix] \exp[-i\alpha_{0x} (\sin(\omega t) - \sin(\omega t'))] \times \exp \left( y - \beta_{0y} (\sin(\omega t + \varphi) - \sin(\omega t' + \varphi)) \right) dx dy dt' \right\rangle_t, \quad (14)$$

где

$$p'_x = x, \quad p'_y = y, \quad \alpha_{0x} = \frac{medE_{0x}}{\hbar\omega}, \quad \alpha_0 = \frac{medE_0}{\hbar}, \quad \beta_{0y} = \sqrt{\frac{\alpha d}{v_F \hbar}} \frac{e}{\omega} E_{0y}, \quad I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-\frac{\varepsilon(x,y)}{kT}} dx dy.$$

Перейдем к новым переменным:  $t-t' = \tau$ ,  $\omega t = k$  и, воспользовавшись тем, что

$$e^{\pm iz \sin(t)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(z) e^{\pm i l t},$$

где  $J_l(z)$  — функция Бесселя, получаем

$$j_y = \frac{evF\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F \hbar}{\alpha d}} \frac{1}{2\pi\omega} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-v(\tau)} e^{-\frac{\varepsilon(x,y)}{kT}} \times \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{imx} e^{-\alpha_0 \tau} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\alpha_{0x}) e^{-ilk} \sum_{z=-\infty}^{\infty} J_z(\alpha_{0x}) e^{iz(k-\omega\tau)} \times \left( y - \beta_{0y} (\sin(k + \varphi) - \sin(k - \omega\tau + \varphi)) \right) dk d\tau dx dy. \quad (15)$$

После интегрирования по  $k$  и  $\tau$  выражение (15) принимает вид

$$j_y = \frac{evF\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F\hbar}{\alpha d}} \frac{1}{2\pi\omega} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\varepsilon(x,y)}{kT}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{imx} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{z=-\infty}^{\infty} J_z(\alpha_{0x}) J_l(\alpha_{0x}) \times \frac{-ie^{-i(\varphi+\pi(l-z))} (e^{2i\pi(l-z)} - 1) \beta_{0y} \omega (-e^{2i\varphi} (\alpha_0 - i\nu + \omega(z-1))(l+1-z) - (l-1-z)(\alpha_0 - i\nu + \omega(z+1)))}{2(\alpha_0 - i\nu + \omega(z-1))(l+1-z)(l-1-z)(\alpha_0 - i\nu + \omega(z+1))(\alpha_0 - i\nu + \omega z)} dx dy. \quad (16)$$

Разбиваем выражение (16) на две дроби

$$j_y = \frac{evF\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F\hbar}{\alpha d}} \frac{1}{2\pi\omega} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\varepsilon(x,y)}{kT}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{imx} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{z=-\infty}^{\infty} J_l(\alpha_{0x}) \left( \frac{-\beta_{0y}\omega}{2} \right) \times \left. \frac{-ie^{-i(\varphi+\pi(l-z))} (e^{2i\pi(l-z)} - 1) J_z(\alpha_{0x}) (l-1-z)(\alpha_0 - i\nu + \omega(z+1))}{(\alpha_0 - i\nu + \omega(z-1))(l+1-z)(l-1-z)(\alpha_0 - i\nu + \omega(z+1))(\alpha_0 - i\nu + \omega z)} \right\} dx dy. \quad (17)$$

Учитывая, что

$$\lim_{x \rightarrow \mp 1} \frac{(e^{2i\pi(x)} - 1)}{x \pm 1} = 2i\pi,$$

в первой дроби делаем замену  $z = l-1$ , а во второй  $z = l+1$ ;

$$j_y = \frac{e\tilde{\nu}F\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F\hbar}{\alpha d}} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\varepsilon(x,y)}{kT}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{imx} \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\alpha_{0x}) (-\beta|0y) \left\{ \frac{e^{i(\varphi-\pi)} J_{l-1}(\alpha_{0x})}{(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + (l-1))(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + l)} + \frac{e^{-i(\varphi-\pi)} J_{l+1}(\alpha_{0x})}{(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + (l+1))(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + l)} \right\} dx dy. \quad (18)$$

где  $\tilde{\nu} = \nu/\omega$ ,  $\tilde{\alpha}_0 = \alpha_0/\omega$ .

Поскольку ряд по  $l$  меняется в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ , то в первой дроби делаем замену  $l \rightarrow l+1$  и  $e^{\pm i\pi} = -1$

$$j_y = \frac{e\tilde{\nu}F\Delta_{\text{eff}}n_0}{I_0} \frac{\hbar}{d} \sqrt{\frac{v_F\hbar}{\alpha d}} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\varepsilon(x,y)}{kT}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m e^{imx} \times \sum_{l=-\infty}^{\infty} \beta_{0y} \left\{ \frac{e^{i\varphi} J_l J_{l+1}(\alpha_{0x})}{(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + l)(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + (l+1))} + \frac{e^{-i\varphi} J_l J_{l+1}(\alpha_{0x})}{(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + (l+1))(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + l)} \right\} dx dy. \quad (19)$$

Итоговое выражение для плотности тока имеет вид

$$j_y = j_0 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{a}_m C_m \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_{0y} J_l J_{l+1}(\alpha_{0x}) \{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}\}}{(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + l)(\tilde{\alpha}_0 - i\tilde{\nu} + (l+1))}, \quad (20)$$

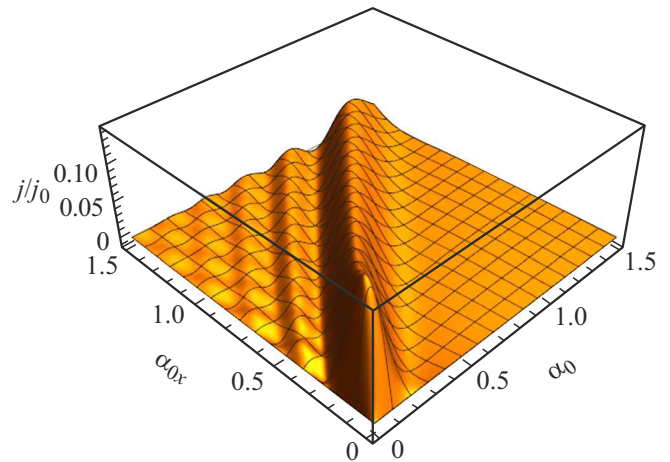
где

$$C_m = \frac{1}{I_0} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-\varepsilon(x,y)}{kT}} e^{imx}, \quad j_0 = \frac{\hbar e \tilde{\nu} F \Delta_{\text{eff}} n_0}{d} \sqrt{\frac{v_F \hbar}{\alpha d}}.$$

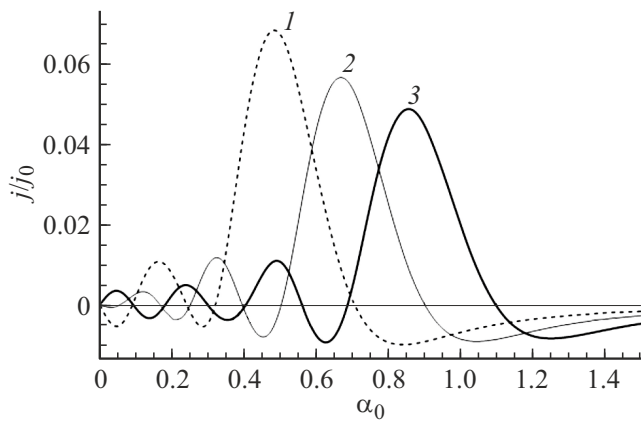
## 2. Численный анализ выражения для плотности тока

Численные исследования проводились при помощи программного пакета Wolfram Mathematica основанном на языке программирования Wolfram. Он делает упор на символические вычисления, функциональное программирование и программирование на основе правил и может использовать произвольные структуры и данные.

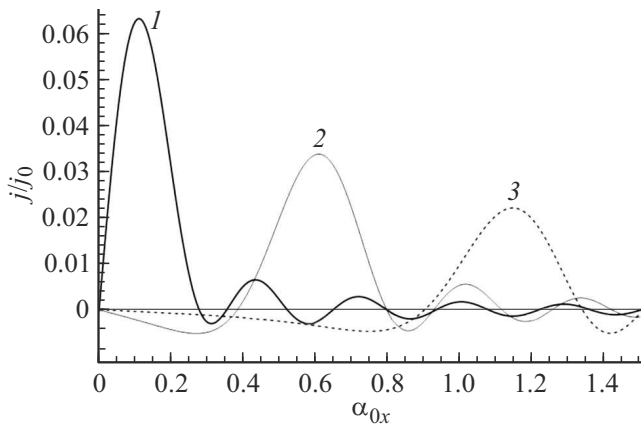
На рис. 3 показана зависимость постоянной составляющей плотности тока от напряженности постоянного и амплитуды напряженности переменного элек-



**Рис. 3.** Зависимость плотности тока от напряженности постоянного и амплитуды переменного электрического поля, приложенного вдоль оси  $X$  при  $\beta_{0y} = 1.0$ ,  $\varphi = \pi/4$ ,  $\Delta_1 = -5$ ,  $\Delta_2 = 2$ .



**Рис. 4.** Зависимость плотности тока от напряженности постоянного электрического поля, приложенного вдоль оси  $X$  при фиксированных значениях:  $\Delta_1 = -5$ ,  $\Delta_2 = 2$ ,  $\beta_{0y} = 1.0$ ,  $\varphi = \pi/4$ ;  $\alpha_{0x}$ : 1 — 0.6; 2 — 0.8; 3 — 1.0.



**Рис. 5.** Зависимость плотности тока от амплитуды переменного электрического поля, приложенного вдоль оси  $X$  при фиксированных значениях:  $\Delta_1 = -5$ ,  $\Delta_2 = 2$ ,  $\beta_{0y} = 0.5$ ,  $\varphi = \pi/4$ ;  $\alpha_0$ : 1 — 0.05; 2 — 0.5; 3 — 1.0.

трического поля, приложенного вдоль оси  $X$ , при  $\beta_{0y} = 1.0$  и  $\varphi = \pi/4$ . Зависимость тока от амплитуды поля волны, поляризованной вдоль оси сверхрешетки, носит осциллирующий характер. Наибольшая амплитуда колебаний достигается в области слабых полей. Одной безразмерной единице  $\alpha, \beta$  соответствует  $65.8 \text{ V/cm}$ , одна единица  $\Delta_{1,2}$  равна  $0.0329 \text{ eV}$ . На рис. 4 показана зависимость плотности постоянного электрического тока вдоль оси  $Y$  от амплитуды переменного электрического поля волны, поляризованного вдоль оси  $X$ , при нескольких значениях напряженности постоянного электрического поля. На рис. 5 показана зависимость плотности постоянного электрического тока вдоль оси  $Y$  от напряженности постоянного электрического поля при нескольких значениях амплитуды переменного поля, поляризованного вдоль оси  $X$ .

Следует отметить что в работе [36] изучался циркулярный фотогальванический эффект в родственной структуре. Зависимость плотности тока в направлении перпендикулярном оси сверхрешетки от напряженности постоянного поля носила несколько иной характер.

$$j_y = j_0 \beta_{0y} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(\alpha_{0x}) (J_{l+1}(\alpha_{0x}) - J_{l-1}(\alpha_{0x})) \times \frac{(\tilde{\alpha}_0^2 - l^2 + \tilde{\nu}^2)}{((\tilde{\alpha}_0 - l)^2 + \tilde{\nu}^2)((\tilde{\alpha}_0 + l)^2 + \tilde{\nu}^2)} \cos \varphi. \quad (21)$$

Выражение (21) имеет структуру, характерную для резонанса, когда энергия, набираемая электроном, на расстоянии, равном периоду сверхрешетки, численно равна целому числу энергий кванта света. На графиках, представленных на рис. 5, не видно характерных для резонанса разрывов второго рода. Выражение (20) не обнаруживает резонансных зависимостей. Такое различие связано с превышением пределов применимости квазиклассического приближения в работе [36] при построении зависимости плотности постоянного тока в поперечном направлении от напряженности постоянного поля.

Таким образом, исследовано влияние постоянного электрического поля на циркулярный фотогальванический эффект в анизотропной графеновой сверхрешетке при нормальном падении. Получено выражение для плотности тока в такой сверхрешетке. Неаддитивность энергетического спектра сверхрешетки на основе графена приводит к взаимной зависимости движений носителей заряда в направлениях, перпендикулярных друг другу, что, в частности, и является причиной проявления в такой структуре влияния тока выпрямления в направлении, перпендикулярном тянущему полю, под действием падающей на поверхность образца эллиптически поляризованной волны. При этом плотность тока в поперечном направлении примерно на порядок меньше плотности тока в направлении оси сверхрешетки. Зависимость плотности тока от напряженности приложенного поля имеет немонотонный характер. Природа этой зависимости аналогична природе штарковского резонанса, известного в квантовых полупроводниковых сверхрешетках.

Приведенные выше соображения будут справедливыми при следующих параметрах материала:  $T = 70 \text{ K}$ ,  $d = 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ ,  $\nu_F = 10^8 \text{ cm/s}$ .

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] V.I. Konchenkov, A.A. Myachkova, D.V. Zav'yalov. J. Phys.: Conf. Ser., **1697**, 012205 (2020). DOI: 10.1088/1742-6596/1697/1/012205

- [2] S.A. Tarasenko. *Phys. Rev. B*, **83**, 035313 (2011). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.035313>
- [3] G.V. Budkin, S.A. Tarasenko. *Phys. Rev. B*, **105**, L161301 (2022). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.L161301>
- [4] P. Olbrich, S.A. Tarasenko, C. Reitmaier. *Phys. Rev. B*, **79**, 121302 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.79.121302>
- [5] W.-M. Luo, Z.-G. Shao, X.-F. Qin, M. Yang. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, **115**, 113714 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.physe.2019.113714>
- [6] C. Niu, S. Huang, N. Ghosh, P. Tan, M. Wang, W. Wu, X. Xu, P.D. Ye. *Nano Lett.*, **23**(8), 3599 (2023). <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.3c00780>
- [7] Y. Gao, Y. Zhang, D. Xiao. *Phys. Rev. Lett.*, **124**, 077401 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.077401>
- [8] A. Pal, D. Varjas, A.M. Cook. *ArXiv*, 2023. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.03159>
- [9] A. Pal, J.H. Winter, A.M. Cook. *Phys. Rev. B*, **109**, 035147 (2024). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.109.035147>
- [10] Z. Zheng, K. Chang, J.L. Cheng. *Phys. Rev. B*, **108**, 235401 (2023). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.108.235401>
- [11] J. Nilsson, A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres. *Phys. Rev. B*, **78**(4), 045405 (2008). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.78.045405>
- [12] W. Shi, X. Ma. *Coatings*, **8**, 2 (2018). <https://doi.org/10.3390/coatings8010002>
- [13] E. Mönch, S. Schweiss, I. Yahniuk, M.L. Savchenko, I.A. Dmitriev, A. Shuvaev, A. Pimenov, D. Schuh, D. Bougeard, S.D. Ganichev. *Phys. Rev. Res.*, **6**, 023106 (2024). <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.6.023106>
- [14] Kazumi Maki. *AIP Conf. Proc.* **438**(1), 83 (1998). <https://doi.org/10.1063/1.56343>
- [15] B. Cheng, D. Cheng, K. Lee, L. Luo, Z. Chen, Y. Lee, B.Y. Wang, M. Mootz, I.E. Perakis, Zhi-Xun Shen, H.Y. Hwang, W. Jigang. *Nat. Mater.*, **23**, 775 (2024). <https://doi.org/10.1038/s41563-023-01766-z>
- [16] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science*, **306**(5696), 666 (2004). DOI: 10.1126/science.1102896
- [17] Y. Kaddar, W. Zhang, H. Enriquez, Y.J. Dappe, A. Bendounan, G. Dujardin, O. Mounkachi, Abdallah El kenz, A. Benyoussef, A. Kara, H. Oughaddou. *Adv. Functional Mater.*, **33**(21), 2213664 (2023). <https://doi.org/10.1002/adfm.202213664>
- [18] H. Oughaddou. *Silicene, a Promising New 2D Mater.*, **90**(1), 46 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.progsurf.2014.12.003>
- [19] J. Moore. *Nature*, **464**, 194 (2010). <https://doi.org/10.1038/nature08916>
- [20] J. Cayssol. *Comp. Rendus Phys.*, **14**(9–10), 760 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2013.09.012>
- [21] T.O. Wehling, A.M. Black-Schaffer, A.V. Balatsky. *Adv. Phys.*, **63**(1), 1 (2014). <https://doi.org/10.1080/00018732.2014.927109>
- [22] S.C. Chen, R. Kraft, R. Danneau, K. Richter, M.-H. Liu. *Commun. Phys.*, **3**, 71 (2020). <https://doi.org/10.1038/s42005-020-0335-1>
- [23] H. Lv, Y. Yao, M. Yuan, G. Chen, Y. Wang, L. Rao, S. Li, U.I. Kara, R.L. Dupont, C. Zhang, B. Chen, B. Liu, X. Zhou, R. Wu, S. Adera, R. Che, X. Zhang, X. Wang. *Nat. Commun.*, **15**, 1295 (2024). <https://doi.org/10.1038/s41467-024-45503-9>
- [24] S.A.A. Ghorashi, J. Cano. *Phys. Rev. B*, **107**, 195423 (2023). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.107.195423>
- [25] M. Pudlak, R.G. Nazmitdinov. *Phys. Rev. B*, **109**, 205402 (2024). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.109.205402>
- [26] B. Wei, H. Ying, J. Chen, Q. Zang, J. Dong, H. Zhang, Y. Liu, C. Liu. *Nanomaterials*, **14**(12), 1019 (2024). <https://doi.org/10.3390/nano14121019>
- [27] C. Forsythe, X. Zhou, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. Pasupathy, P. Moon, M. Koshino, P. Kim, C.R. Dean. *Nat. Nanotechnol.*, **13**, 566 (2018). <https://doi.org/10.1038/s41565-018-0138-7>
- [28] Y. Zhang, Y. Kim, M.J. Gilbert, N. Mason. *npj 2D Mater. Appl.*, **2**, 31 (2018). <https://doi.org/10.1038/s41699-018-0076-0>
- [29] S. Sett, R. Debnath, A. Singha, S. Mandal, J.K.M. Bhakar, K. Watanabe, T. Taniguchi, V. Raghunathan, G. Sheet, M. Jain, A. Ghosh. *ArXiv*, 2024. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.18024>
- [30] H. Li, R. Papadakis, T. Hussain, A. Karton, J. Liu. *Nano Res.*, **13**, 1060 (2020). <https://doi.org/10.1007/s12274-020-2744-6>
- [31] P. He, G.K.W. Koon, H. Isobe, J.Y. Tan, J. Hu, A.H. Castro Neto, L. Fu, H. Yang. *Nat. Nanotechnol.*, **17**, 378 (2022). <https://doi.org/10.1038/s41565-021-01060-6>
- [32] C. Dean, A.F. Young, L. Wang, I. Meric, G.-H. Lee, K. Watanabe, T. Taniguchi, K. Shepard, P. Kim, J. Hone. *Solid State Commun.*, **152**(15), 1275 (2012). <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2012.04.021>
- [33] S.M. Nahid, S.W. Nam, A.M. van der Zande. *ACS Nano*, **18**(22), 14198 (2024). <https://doi.org/10.1021/acsnano.3c11558>
- [34] D.A. Mylnikov, M.A. Kashchenko, K.N. Kapralov, D.A. Ghazaryan, E.E. Vdovin, S.V. Morozov, K.S. Novoselov, D.A. Bandurin, A.I. Chernov, D.A. Svintsov. *2D Mater. Appl.*, **8**, 34 (2024). <https://doi.org/10.1038/s41699-024-00470-z>
- [35] E.I. Kukhar, S.V. Kryuchkov. *Superlattices and Microstructures*, **133**, 106183 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.jspm.2019.106183>
- [36] Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков. *ФТП*, **46**(1), 113 (2012).