

05,13

Рассеяние и генерация обменных спиновых волн в магнитной структуре с конкурирующими обменными взаимодействиями

© В.Д. Пойманов

Институт синтетических полимерных материалов им. Н.С. Ениколопова РАН,
Москва, Россия
Московский государственный технический университет им. Баумана,
Москва, Россия
E-mail: v.poymanov@ispm.ru

Поступила в Редакцию 21 августа 2024 г.

В окончательной редакции 10 декабря 2024 г.

Принята к публикации 12 декабря 2024 г.

В рамках решеточной модели исследованы условия возникновения основного состояния типа спиновой геликоида, обусловленного конкуренцией двух обменных взаимодействий магнитных ионов двух первых координационных сфер. Для однородного основного состояния получены коэффициенты рассеяния и генерации обменных спиновых волн границей раздела такой структуры с одноосным ферромагнетиком. Показана возможность возникновения в рассматриваемой структуре нового типа объемно-поверхностных волн.

Ключевые слова: обменная спираль (спиновая геликоида), дальний порядок обменного взаимодействия, эванесцентная спиновая волна, рассеяние и генерация обменных спиновых волн.

DOI: 10.61011/FTT.2025.01.59780.221

1. Введение

В настоящее время использование устройств терагерцевого диапазона в магнотронике представляется недалекой перспективой [1,2]. Магноны с высокими энергиями, принадлежащие обменному диапазону длин волн (обменные спиновые волны, ОСВ), соответствуют обменным спиновым модам в антиферромагнетиках. Практическое применение ОСВ позволяет уменьшить размеры и тепловые потери в магнотронных волноводах [1]. Вместе с тем для создания, в частности, магнотронных вентилях представляют интерес магнитные структуры с неэвanesцентными свойствами. Эти свойства могут проявляться в структурах как с неоднородным основным состоянием с определенной киральностью спиновой геликоида [2], так и при распространении обменнодипольных волн [3].

Основное состояние в виде спиновой геликоида реализуется, в частности, в структурах с взаимодействием Дзялошинского. В работах [4,5] были изучены рассеяние и генерация ОСВ релятивистской спиралью. Другим механизмом ее формирования может быть конкуренция обменных взаимодействий ближнего и дальнего порядка. Магнитные материалы, в которых существуют такие структуры, подробно рассмотрены в монографии [5]. Их характерный пространственный период имеет порядок величины 100–200 постоянных решетки, так что ее можно считать длиннопериодической. Для решения задач рассеяния ОСВ в работе [6] в континуальном приближении получены граничные условия (ГУ) для волн в неоднородных структурах. В недавних работах [7–9] было показано, что в ограниченных магнитных структурах ОСВ могут быть как объемными, так и эванесцентными,

которые также отличаются от объемных киральностью прецессии. Поэтому в более сложных магнитных структурах с конкурирующими обменными взаимодействиями (МСКОВ) можно ожидать как проявления неэвanesцентных свойств, так и большего разнообразия возможных типов волн.

В настоящей работе теоретически исследовано распространение, рассеяние и генерация ОСВ в таких длиннопериодических структурах.

2. Основное состояние в МСКОВ

Рассмотрим неограниченную МСКОВ в которой динамические переменные являются функциями только координаты z . Будем полагать, что обменное взаимодействие между ближайшими атомами носит ферромагнитный, а между атомами второй координационной сферы — антиферромагнитный характер. Гамильтониан такой структуры запишем в виде:

$$W_H = \frac{A_H}{16} \sum_n (S_n S_{n+2} - (4 + \Delta) S_n S_{n+1}), \quad (1)$$

где S_n — спин n -го узла решетки, $A_H > 0$ — обменная константа, Δ — безразмерный параметр, смысл которого станет ясен позже.

Первое слагаемое в (1) описывает обменное взаимодействие со спинами второй координационной сферы и носит антиферромагнитный характер. Второе соответствует ферромагнитному обменному взаимодействию соседних атомов и его минимум обеспечивается их коллинеарной взаимной ориентацией. Таким образом —

между двумя типами обмена возникает конкуренция, которая может приводить к возникновению обменной спирали.

Спиновая динамика рассматриваемой структуры описывается уравнением Ландау-Лифшица:

$$\hbar \dot{\mathbf{S}} = \frac{1}{S_H} \left[\mathbf{S} \times \frac{\partial W_H}{\partial \mathbf{S}} \right], \quad (2)$$

где S_H — величина спина, $\hbar$ — константа Планка.

После подстановки (1) в (2), представим уравнение динамики в виде:

$$\hbar S_H \dot{\mathbf{S}}_n = \frac{A_H}{16} \left[\mathbf{S}_n \times ((\mathbf{S}_{n+2} + \mathbf{S}_{n-2} - 2\mathbf{S}_n) - (4 + \Delta)(\mathbf{S}_{n+1} + \mathbf{S}_{n-1} - 2\mathbf{S}_n)) \right]. \quad (3)$$

Отсюда следует уравнение, определяющее основное состояние:

$$(\mathbf{S}_{n+2}^{(0)} + \mathbf{S}_{n-2}^{(0)} - 2\mathbf{S}_n^{(0)}) - (1 + \Delta)(\mathbf{S}_{n+1}^{(0)} + \mathbf{S}_{n-1}^{(0)} - 2\mathbf{S}_n^{(0)}) = 0. \quad (4)$$

Решение (5) в виде спиновой геликоиды ($z_n = nd_H$) имеет вид:

$$\mathbf{S}_{n\pm}^{(0)} = S_{nx}^{(0)} \pm i S_{ny}^{(0)} = S_H e^{\pm i K_H z_n} \quad (5)$$

и после подстановки в (3) дает возможные значения волнового числа:

$$K_H = \frac{2}{d_H} \arcsin(\sqrt{-\Delta}), \quad \Delta \leq 0, \\ K_H = 0, \quad \Delta \geq 0. \quad (6)$$

Таким образом дальний порядок обменного взаимодействия искажает коллинеарную структуру при условии $\Delta < 0$. В реальных длиннопериодических структурах $K_H d_H \ll 1$. Если $N \gg 1$ — период структуры в постоянных решетках, то $|\Delta| \approx (\frac{\pi}{N})^2 \ll 1$. Для $N = 100$ получаем оценку $|\Delta| \sim 10^{-3}$. В случае же $\Delta \geq 0$ основное состояние однородно.

3. Типы волн в однородно намагниченной МСКОВ и одноосном ферромагнетике

Положим $\mathbf{S}_{Hn}^{(0)} = S_N \mathbf{e}_x$ считая основное состояние однородным ($\Delta \geq 0$). Малые возмущения будем искать в виде ОСВ, описываемых уравнением (3) в первом приближении ($\mathbf{s}_H \sim e^{-i\omega t}$):

$$-i \mathcal{E} S_{Hn} \mathbf{S}_H = [\mathbf{S}_{Hn}^{(0)} \times \boldsymbol{\chi}_{Hn}], \quad (8)$$

где

$$\boldsymbol{\chi}_{Hn} = \frac{A_H}{16} \left((\mathbf{s}_{H(n+2)} + \mathbf{s}_{H(n-2)} - 2\mathbf{s}_{Hn}) - 4(1 + \Delta)(\mathbf{s}_{H(n+1)} + \mathbf{s}_{H(n-1)} - 2\mathbf{s}_{Hn}) \right), \quad (9)$$

а $\mathcal{E} = \hbar\omega$ — энергия магнона.

Тогда для циклических компонент динамического спина:

$$s_{Hn}^{(l/r)} = s_{Hny} \pm i s_{Hnz}, \\ \chi_{Hn}^{(l/r)} = \frac{A_H}{16} \left((s_{H(n+2)}^{(l/r)} + s_{H(n-2)}^{(l/r)} - 2s_{Hn}^{(l/r)}) - 4(1 + \Delta)(s_{H(n+1)}^{(l/r)} + s_{H(n-1)}^{(l/r)} - 2s_{Hn}^{(l/r)}) \right) \quad (10)$$

из (8) следует система:

$$\chi_{Hn}^{(l/r)} \pm \mathcal{E} s_{Hn}^{(l/r)} = 0 \quad (11)$$

и после подстановки $s_{Hn}^{(l/r)} = D_H^{(l/r)} e^{ik_H n d_H}$ получим:

$$\left(\sin^2 \frac{k_H d_H}{2} \left(\sin^2 \frac{k_H d_H}{2} + \Delta \right) \pm \frac{\mathcal{E}}{A_H} \right) D_H^{(l/r)} = 0. \quad (12)$$

Прямой правополяризованной волне ($D_H^l = 0$, $D_H^r \neq 0$) соответствует два значения волнового числа:

$$k_{H\pm}^{(r)} d_H = 2 \arcsin \sqrt{\pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \frac{\mathcal{E}}{A_H}} - \frac{\Delta}{2}}. \quad (13)$$

Границе первой зоны $k_{H\pm}^{(r)} d_H \in [0 \dots 2\pi]$ соответствует интервал энергий $\mathcal{E} \in \{0, (1 + \Delta)A_H\}$, где $k_{H+}^{(r)}$ — вещественно, а $k_{H-}^{(r)}$ — чисто мнимо.

Волновые числа левополяризованных волн ($D_H^r = 0$, $D_H^l \neq 0$)

$$k_{H\pm}^{(l)} d_H = 2 \arcsin \sqrt{\pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} - \frac{\mathcal{E}}{A_H}} - \frac{\Delta}{2}} \quad (14)$$

в интервале энергий магнона $\mathcal{E} \in [0, \frac{\Delta^2}{4} A_H]$ чисто мнимы. Вне этого диапазона $k_{H\pm}^{(l)}$ имеют вещественную и мнимую части и являются взаимно сопряженными, соответствуя объемно-поверхностным волнам.

Зависимости от энергии вещественных и мнимых частей волновых чисел представлены на рис. 1.

Таким образом, учет дальнего порядка обменного взаимодействия приводит к повышению порядка дисперсионного уравнения и удвоению количества волн. Четыре его решения образуют полную систему в рамках линеаризованного уравнения Ландау-Лифшица.

В одноосном ФМ с анизотропией типа „легкая ось“ (оx), решеточный гамильтониан:

$$W_F = -\frac{1}{4} \sum_n (A_F \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n+1} + 2B_F S_{nx}^2) \quad (15)$$

(все константы положительны). В основном состоянии ФМ однородно намагничен в направлении оси x. Линеаризованное уравнение (3) для ФМ имеет вид:

$$-i \mathcal{E} S_F \mathbf{S}_n = [\mathbf{S}_n^{(0)} \times \boldsymbol{\chi}_{Fn}], \quad (16)$$

где

$$\boldsymbol{\chi}_{Fn} = -\frac{A_F}{4} (\mathbf{s}_{n+1} + \mathbf{s}_{n-1} - 2\mathbf{s}_n) + B_F (s_{ny} \mathbf{y} + s_{nz} \mathbf{z}). \quad (17)$$

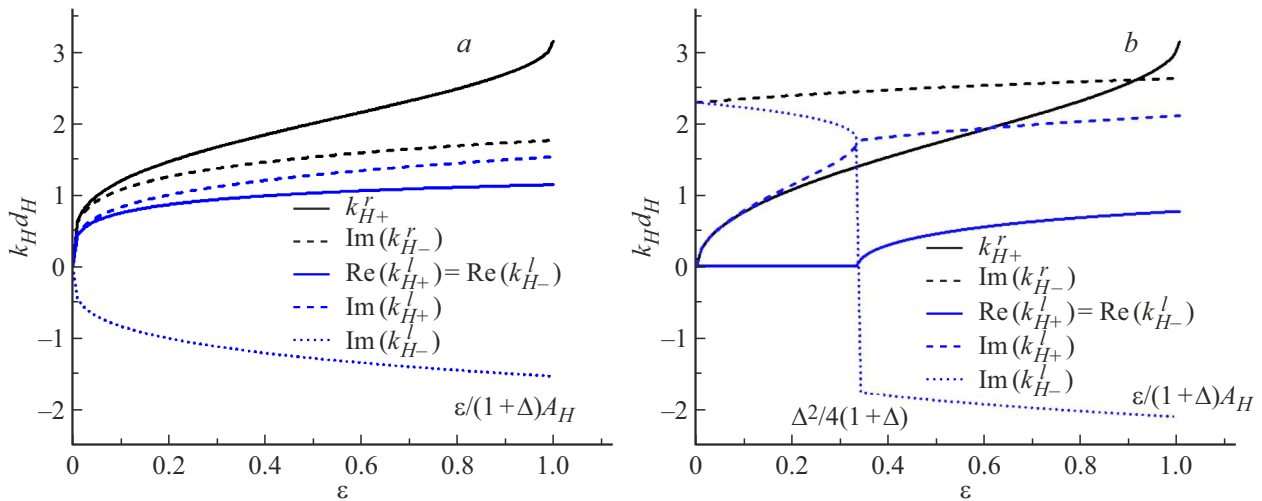


Рис. 1. Зависимость приведенных волновых чисел $k_{H\pm}^{(r/l)} d_H$ от энергии магнона для $\Delta = 0$ (a) и $\Delta = 2$ (b).

Решение (16) представим в виде:

$$s_{Fn}^{(l/r)} = D_{Fn}^{(l/r)} e^{i(k_F n d_F - \omega t)} \quad (18)$$

и после подстановки получим:

$$\left(A_F \sin^2 \frac{k_F d_F}{2} + B_F \pm \mathcal{E} \right) D_{Fn}^{(l/r)} = 0 \quad (19)$$

Правополяризованная волна в ФМ ($s_F^{(r)} \neq 0$, $s_F^{(l)} = 0$) имеет вещественное волновое число, а левополяризованная — чисто мнимое:

$$\begin{aligned} k_F^{(r)} d_F &= 2 \arcsin \left(\sqrt{\frac{\mathcal{E} - B_F}{A_F}} \right), \\ k_F^{(l)} d_F &= 2i \operatorname{arsh} \left(\sqrt{\frac{\mathcal{E} + B_F}{A_F}} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Установив типы волн в МСКОВ и ФМ перейдем к решению задачи о рассеянии и генерации ОСВ их границей раздела.

4. Рассеяние ОСВ изолированной границей ФМ-МСКОВ

Рассмотрим нормальное падение ОСВ из ФМ ($z < 0$), на МСКОВ ($z > 0$). Такой выбор модели обусловлен наличием закрепляющей легкой оси x в ФМ структуре. Благодаря ФМ связи на границе, основное состояние в МСКОВ фиксируется вдоль оси x .

Так как в рассматриваемой модели все волны имеют круговую поляризацию, то при ФМ связи между ФМ и МСКОВ в ФМ выше энергии активации возбуждаются только бегущие волны — падающая (с амплитудой, принимаемой за единицу) $k_F^{(r)}$ и отраженная ($-k_F^{(r)}$), а в МСКОВ — бегущая ($k_{H+}^{(r)}$) и эванесцентная ($k_{H-}^{(r)}$). При АФМ связи в МСКОВ физическими являются волны с числами $k_{H+}^{(l)}$ и $-k_{H-}^{(l)}$.

В каждом случае определению подлежат амплитуды трех волн, для чего требуется три граничных условия. Запишем гамильтониан всей системы с учетом обменного взаимодействия ферромагнитного типа:

$$\begin{aligned} W &= \frac{A_H}{16} \sum_{n \leq 0} (s_n s_{n+2} - (4 + \Delta) s_n s_{n+1}) \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{n \geq 0} (A_F s_n s_{n+1} + 2B_F s_{nx}^2) - \sigma J s_{F0} s_{H0}, \end{aligned} \quad (21)$$

где J — константа межслойного обменного взаимодействия, $\sigma = \pm 1$ для ферромагнитного/антиферромагнитного межслойного взаимодействия.

Граничные условия представляют собой уравнения динамики для граничных спинов 0 и 1 для МСКОВ и 0 — для ФМ в решеточной модели [6]:

$$\begin{aligned} i\mathcal{E} s_{F0} + \left[\mathbf{x} \times \left(-\frac{A_F}{4} (s_{F1} - s_{F0}) + B_F ((s_{F0} \mathbf{y}) \mathbf{y} + (s_{F0} \mathbf{z}) \mathbf{z}) \right. \right. \\ \left. \left. - \sigma J \left(s_{H0} - \frac{s_H}{s_F} s_{F0} \right) \right) \right] = 0, \\ i\mathcal{E} s_{H0} + \left[\sigma \mathbf{x} \times \left(\frac{A_H}{16} ((s_{H2} - s_{H0}) - 4(1 + \Delta)(s_{H1} - s_{H0})) \right. \right. \\ \left. \left. - \sigma J \left(s_{F0} - \frac{s_F}{s_H} s_{H0} \right) \right) \right] = 0, \\ i\mathcal{E} s_{H1} + \left[\sigma \mathbf{x} \times \left(\frac{A_H}{16} ((s_{H3} - s_{H1}) \right. \right. \\ \left. \left. - 4(1 + \Delta)(s_{H2} - s_{H0}) - 2s_{H1}) \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Их структура, с одной стороны, отличается от уравнений для внутренних спинов. С другой — их решение также представляет собой волну.

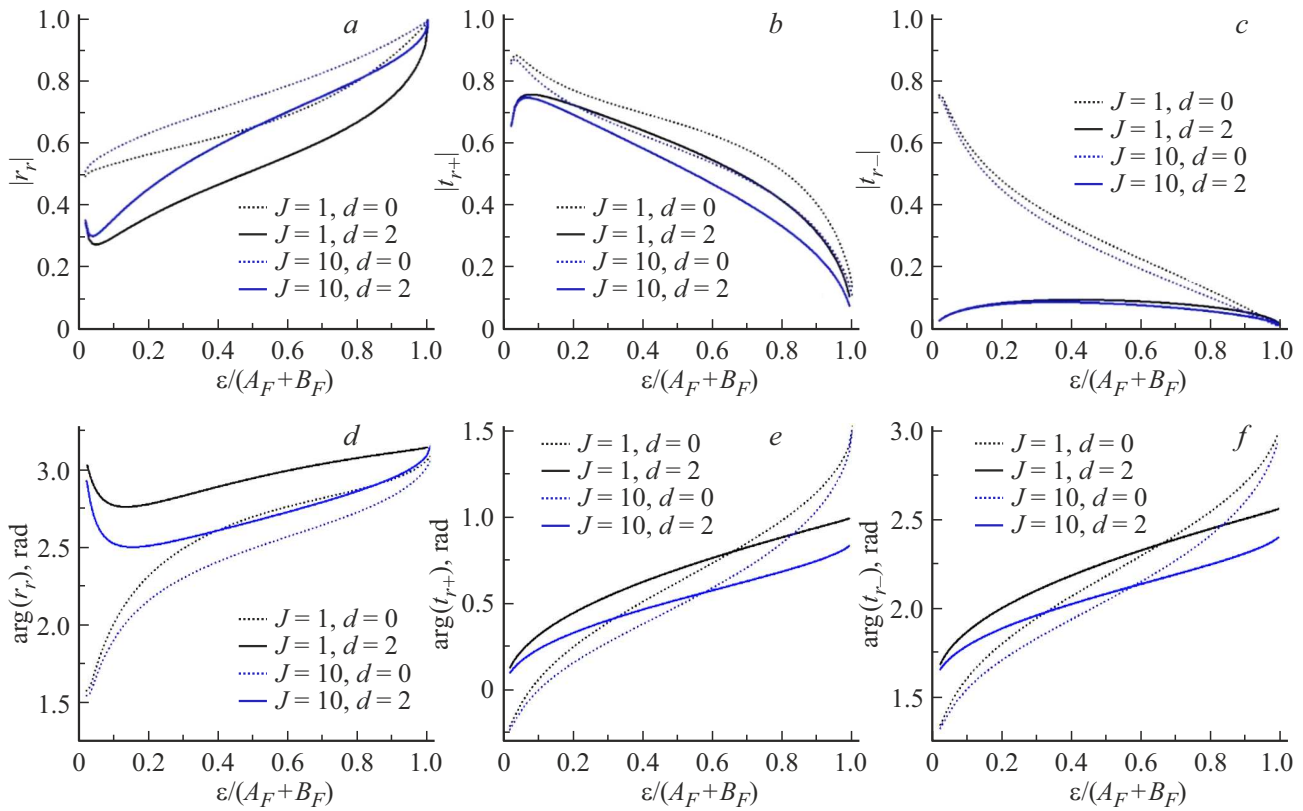


Рис. 2. Коэффициенты (*a–c*) и фазы (*d–f*) рассеяния правополяризованных волн для указанных на вкладке значений констант межслойного взаимодействия и обмена в первой зоне Бриллюэна. *a, d* — отраженная волна; *b, e* — прошедшая объемная; *c, f* — прошедшая поверхностная. Зависимости построены для следующих модельных значений констант $A_F = A_H = 1$ (отн. единиц), $S_F = S_H = 1$ (отн. единиц), $B_F = 0.01$.

После линейаризации и перехода к циклическим переменным, уравнения (22) принимают вид:

$$\begin{aligned}
 (B_F \pm \mathcal{E})s_{F0}^{(l/r)} - \frac{A_F}{4} \left(s_{F1}^{(l/r)} - s_{F0}^{(l/r)} \right) \\
 - \sigma J \left(s_{H0}^{(l/r)} - \frac{S_H}{S_F} s_{F0}^{(l/r)} \right) = 0, \\
 \pm \sigma \mathcal{E} s_{H0}^{(l/r)} + \frac{A_H}{16} \left((s_{H2}^{(l/r)} - s_{H0}^{(l/r)}) - 4(1 + \Delta) \right. \\
 \left. \times (s_{H1}^{(l/r)} - s_{H0}^{(l/r)}) \right) - \sigma J \left(s_{F0}^{(l/r)} - \frac{S_F}{S_H} s_{H0}^{(l/r)} \right) = 0, \\
 \pm \sigma \mathcal{E} s_{H1}^{(l/r)} + \frac{A_H}{16} \left((s_{H3}^{(l/r)} - s_{H1}^{(l/r)}) - 4(1 + \Delta) \right. \\
 \left. \times (s_{H2}^{(l/r)} + s_{H0}^{(l/r)} - 2s_{H1}^{(l/r)}) \right) = 0. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Учтем, что падающая волна имеет правую поляризацию, и представим динамические компоненты спина в каждой среде в виде:

$$\begin{aligned}
 s_{Fn}^{(r)} &= 1 \cdot e^{ik_F^{(r)} n d_F} + r_r e^{-ik_F^{(r)} n d_F} \quad (n = 0, -1, -2, \dots), \\
 s_{Hn}^{(r)} &= t_{r+} e^{ik_H^{(r)} n d_H} + t_{r-} e^{ik_H^{(r)} n d_H} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (24)
 \end{aligned}$$

При подстановке (24) в (23) получаем систему для амплитуд для $\sigma = +1$. Левополяризованные волны не возбуждаются правополяризованным полем исходной волны из-за противоположной киральности [9,10]. Зависимости полученных из (23) коэффициентов рассеяния и их фаз от энергии магнона представлены на рис. 2.

5. Генерация ОСВ изолированной границей раздела МСКОВ

Рассмотрим модель, в которой основное состояние однородно ($\Delta > 0$) и введем в гамильтониан (21) закрепляющее поле одноосной анизотропии — $\frac{B_H}{2} S_{nx}^2$ и внешнее переменное поле накачки — $\mathbf{h} \cdot \mathbf{S}_n$. Уравнения динамики в неограниченной МСКОВ в этом случае с учетом затухания Гильберта:

$$-i\mathcal{E}\mathbf{S}_n = [\sigma \mathbf{x} \times (\chi_{Hn} - \mathbf{h} - i\mathcal{E}\alpha_H \mathbf{S}_n)] \quad (25)$$

в циклических переменных примут вид

$$\chi_{Hn}^{(l/r)} + (B_H + \mathcal{E}(\pm\sigma - i\alpha_H))s_{Hn}^{(l/r)} = h_{l/r}, \quad (26)$$

где $\chi_{Hn}^{(l/r)}$ определяются формулой (10).

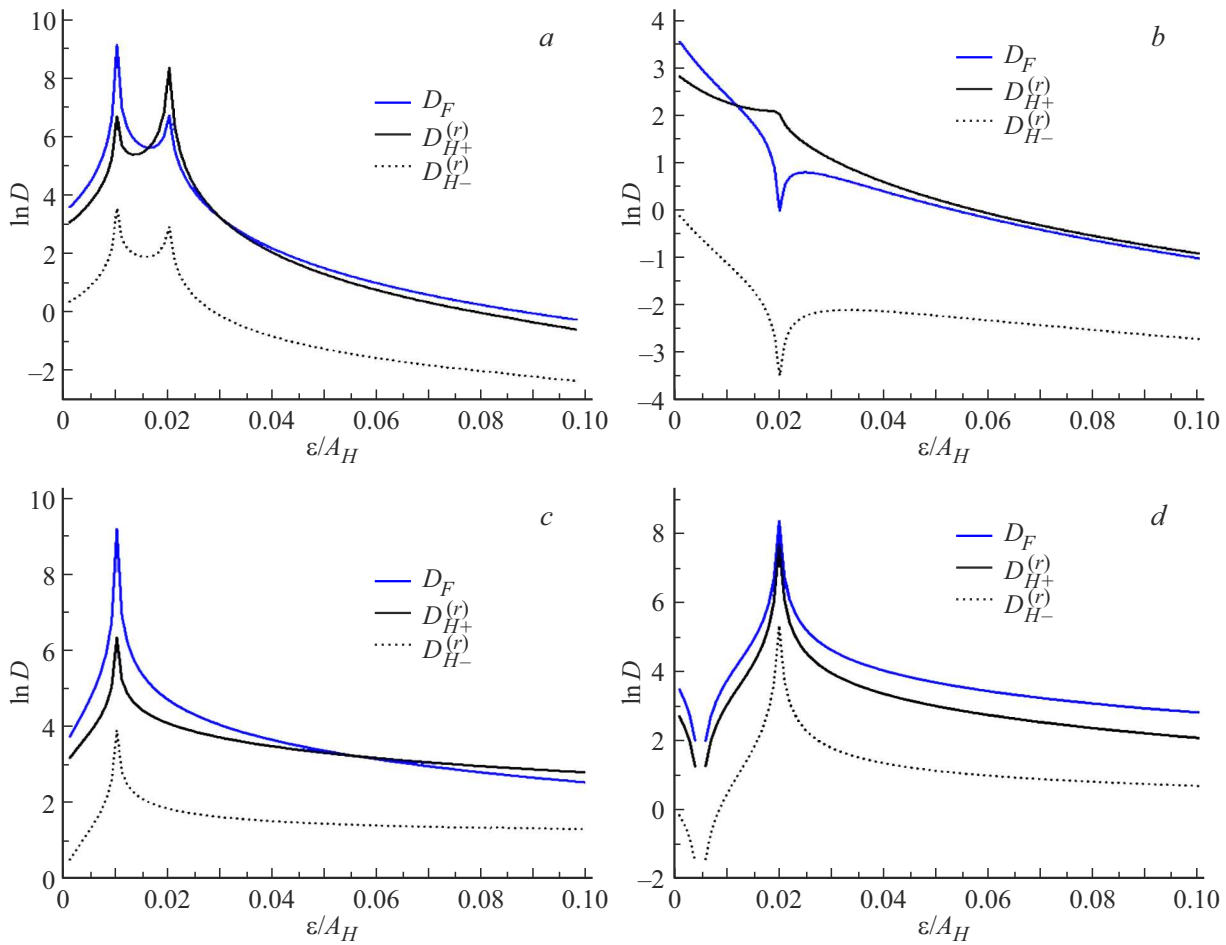


Рис. 3. Логарифмы относительных амплитуд генерации волн для указанных в таблице случаев при единичной амплитуде циркулярного поля накачки. Синяя кривая соответствует волне в ФМ, черные сплошная — объемная, пунктирная — поверхностные волны в МСКОВ. Значения констант $\Delta = 2$, $J = A_F = A_H = 1$ (отн. единиц), $S_F = S_H = 1$ (отн. единиц), $B_F = 0.01$, $B_H = 0.02$. Константы затухания Гильберта $\alpha_F = \alpha_H = 0.01$.

Решение (26) содержит общее решение однородного уравнения $s_n^{(U)}$ в виде суперпозиции волн (24) и частное решение неоднородного уравнения в каждой среде, соответствующее однородным колебаниям $s_{(h)Hn}^{(l/r)} = \text{const}$:

$$s_{(h)H}^{(l/r)} = \frac{h_{l/r}}{B_H + \mathcal{E}(\pm\sigma - i\alpha_H)}. \quad (27)$$

Волновые числа (13)–(14) с учетом одноосной анизотропии и затухания запишутся в виде:

$$k_{H\pm}^{(r)} d_H = 2 \arcsin \sqrt{\pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \frac{(\sigma + i\alpha_H)\mathcal{E} - B_H}{A_H}} - \frac{\Delta}{2}},$$

$$k_{H\pm}^{(l)} d_H = 2 \arcsin \sqrt{\pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} - \frac{(\sigma - i\alpha_H)\mathcal{E} + B_H}{A_H}} - \frac{\Delta}{2}}. \quad (28)$$

Рассмотрим четыре случая, соответствующих различным поляризациям поля накачки и основного состояния

МСКОВ, для которых возможные типы волн указаны в таблице.

В силу (27) граничные условия, аналогичные (23), будут иметь вид:

$$-\frac{A_F}{4}(s_{F1}^{(l/r)} - s_{F0}^{(l/r)}) - \sigma J(s_{H0}^{(l/r)} - \frac{S_H}{S_F}s_{F0}^{(l/r)}) = 0,$$

$$\frac{A_H}{16}((s_{H2}^{(l/r)} - s_{H0}^{(l/r)}) - 4(1 + \Delta)(s_{H1}^{(l/r)} - s_{H0}^{(l/r)}))$$

$$- \sigma J(s_{F0}^{(l/r)} - \frac{S_F}{S_H}s_{H0}^{(l/r)}) = 0,$$

$$\frac{A_H}{16}((s_{H3}^{(l/r)} - s_{H1}^{(l/r)})$$

$$- 4(1 + \Delta)(s_{H2}^{(l/r)} + s_{H0}^{(l/r)} - 2s_{H1}^{(l/r)})) = 0, \quad (29)$$

куда следует подставить:

$$s_{Fn}^{(r)} = D_F^{(r)} e^{-ik_F^{(r)} n d_F} + \frac{h_r}{B_F - \mathcal{E}(1 + i\alpha_F)},$$

Поляризация поля накачки и основного состояния МСКОВ

	Поляризация поля накачки	Поляризация ОС МСКОВ, σ	Волны в ФМ	Волны в МСКОВ
a	Правая ($h_- = 1, h_+ = 0$)	+1	$-k_F^{(r)}$	$k_{H+}^{(r)}, -k_{H-}^{(r)}$
b	Правая ($h_- = 1, h_+ = 0$)	-1	$-k_F^{(r)}$	$k_{H+}^{(r)}, -k_{H-}^{(r)}$
c	Левая ($h_+ = 1, h_- = 0$)	+1	$-k_F^{(l)}$	$k_{H+}^{(l)}, -k_{H-}^{(l)}$
d	Левая ($h_+ = 1, h_- = 0$)	-1	$-k_F^{(l)}$	$k_{H+}^{(l)}, -k_{H-}^{(l)}$

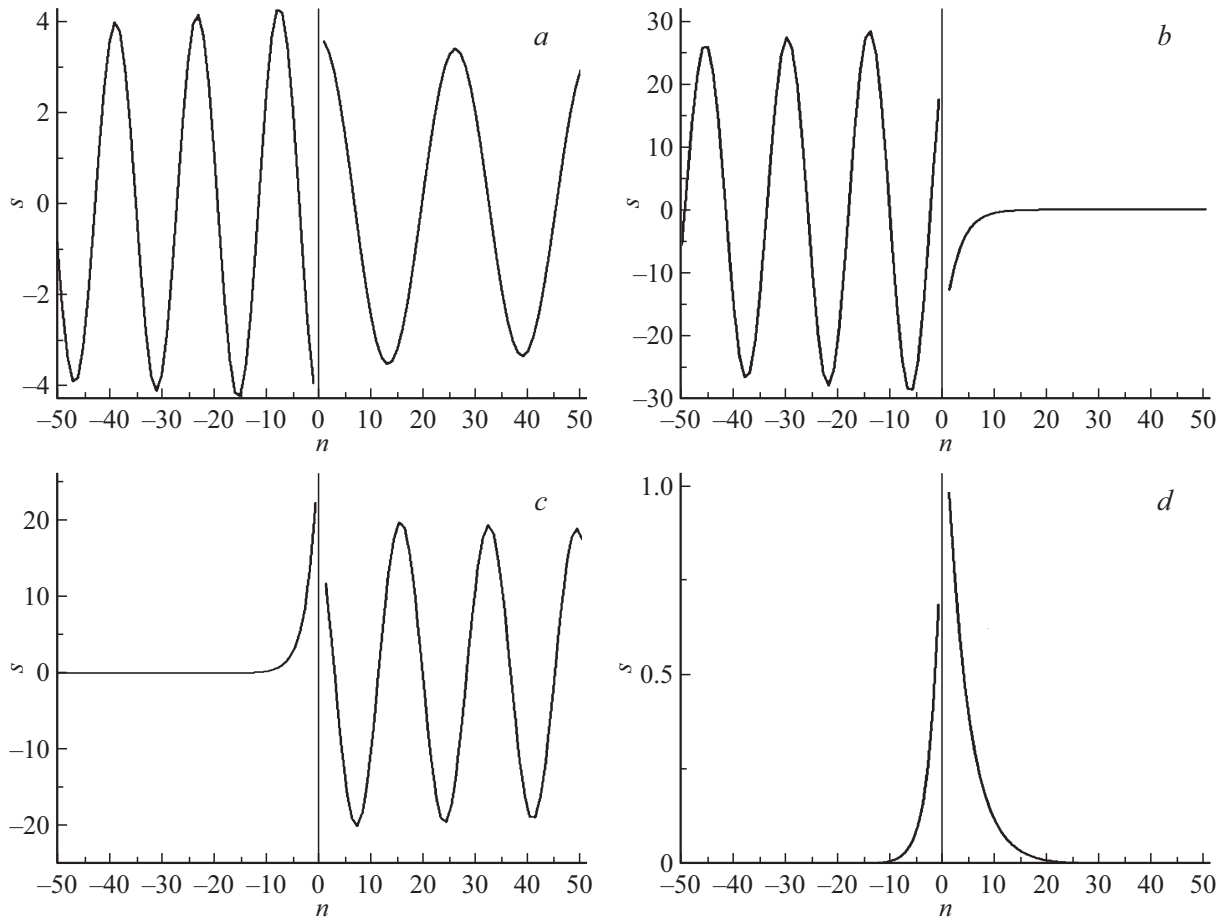


Рис. 4. Распределение динамического спинового поля в единицах амплитуды поля накачки относительно границы вдоль нормали к ней для случаев равновесной ориентации в ФМ и МСКОВ, представленных в таблице.

$$\begin{aligned}
 s_{Fn}^{(l)} &= D_F^{(l)} e^{-ik_F^{(l)} n d_F} \\
 &+ \frac{h_l}{B_F + \mathcal{E}(1 - i\alpha_F)}, \quad (n = 0, -1, -2, \dots), \\
 s_{Hn}^{(r)} &= D_{H+}^{(r)} e^{ik_{H+}^{(r)} n d_H} + D_{H-}^{(r)} e^{ik_{H-}^{(r)} n d_H} + \frac{h_r}{B_H - \mathcal{E}(\sigma + i\alpha_H)}, \\
 s_{Hn}^{(l)} &= D_{H+}^{(l)} e^{ik_{H+}^{(l)} n d_H} + D_{H-}^{(l)} e^{-ik_{H-}^{(l)} n d_H} \\
 &+ \frac{h_l}{B_H + \mathcal{E}(\sigma - i\alpha_H)}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (30)
 \end{aligned}$$

Решение (29) при подстановке в него разложений (30) дает искомые амплитуды генерации, представленные на

рис. 3, которые определяются величиной константы связи J и различием восприимчивостей граничащих сред. Рассчитанное распределение динамического спинового поля для случаев равновесной ориентации в ФМ и МСКОВ представлено на рис. 4.

6. Заключение

В представленной работе получен спектр магнонов для ферромагнетика с учетом дальнего порядка обменного взаимодействия. Установлено, что помимо эванесцентных волн в таких структурах возникают объемно-поверхностные волны, отличающиеся направлением пре-

цессии и имеющие противоположную к объемным и эванесцентным киральность. Рассеяние и генерация ОСВ на границе такой структуры с ферромагнетиком рассмотрены в рамках решеточной модели, так как континуальное приближение для структур с дальним порядком взаимодействия неприменимо.

Благодарности

Автор выражает благодарность В.В. Кругляку (университет г. Эксетер (Великобритания)) за плодотворные обсуждения и рекомендации.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Spin Wave Confinement: Propagating Waves, 2-nd edition, ed. by S.O. Demokritov. Pan Stanford Publishing, Singapore (2017).
- [2] А.П. Пятаков, А.К. Звездин. УФН **82**, 6, 593–620 (2012).
- [3] В.Д. Пойманов, В.В. Кругляк. ЖЭТФ **161**, 5, 720 (2022).
- [4] V.D. Poimanov, A.N. Kuchko, V.V. Kruglyak. Phys. Rev. B **102**, 104414 (2020).
- [5] Ю.А. Изюмов. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. Наука, М. (1984). 245 с.
- [6] В.Д. Пойманов. ФГТ **64**, 5, 541 (2022).
- [7] V.D. Poimanov, V.G. Shavrov. J. Phys.: Conf. Ser., **1389**, 012134 (2019).
- [8] V.D. Poimanov, V.V. Kruglyak, V.G. Shavrov. Zhurnal Radioelektroniki J. Radio Electron. **11**, 1 (2018). (in Russian). <http://jre.cplire.ru/jre/nov18/17/text.pdf>
- [9] V.D. Poimanov, V.V. Kruglyak. J. Appl. Phys. **130**, 13, 133902 (2021).
- [10] V.D. Poimanov, A.N. Kuchko, V.V. Kruglyak. Phys. Rev. B **98**, 104418 (2018).

Редактор А.Н. Смирнов