

05,07

## Динамика спинового нематика с $S = 3/2$ на треугольной решетке

© О.А. Космачев, Я.Ю. Матюнина, Ю.А. Фридман

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
Симферополь, Российская Федерация

E-mail: yuriiifridman@gmail.com

Поступила в Редакцию 10 октября 2024 г.

В окончательной редакции 27 ноября 2024 г.

Принята к публикации 27 ноября 2024 г.

Исследовано поведение спектров элементарных возбуждений спинового нематика со спином магнитного иона  $3/2$  на треугольной решетке в коллинеарных спиновых состояниях. Показано, что геометрия решетки не меняет законов дисперсии в коллинеарных фазах. Исследование зависимости энергии возбуждения от значения волнового вектора показало слабую зависимость от направления волнового вектора.

**Ключевые слова:** спиновый нематик, треугольная решетка, мультипольные параметры порядка, спектры возбуждений.

DOI: 10.61011/FTT.2024.12.59605.269

### 1. Введение

В последнее время наблюдается повышенный интерес к поиску новых магнитных состояний вещества [1–10]. Особый интерес представляет изучение моделей при низких температурах, когда раскрывается квантовая природа магнетизма. При этом, геометрия магнитной решетки нередко играет существенную роль. Так, соединения с сотообразной сверхструктурой магнитных слоев, с прослойкой из немагнитных атомов щелочных металлов представляют собой квазидвумерные системы [11]. Благодаря синтезу таких объектов возрос интерес к изучению квантового поведения на реальных системах без влияния граничных условий. Так, в сотообразной кристаллической структуре возникает фрустрация за счет конкуренции обменных взаимодействий, которая и определяет, в конечном счете, спиновое состояние системы [12–14]. Так, в работах [7–10, 15–18] определены динамические и статические свойства негејзенберговского магнетиков с  $S = 1$ , обладающем треугольной кристаллической решеткой, т. е. трехподрешеточного магнетика. Конечно же, эти состояния обладают специфическими особенностями, связанными с особенностями кристаллической решетки, но в целом сохраняют свойства дипольных и тензорных фаз [7].

Подобные состояния для высших спинов  $S > 1$  изучены слабее, но для них обнаружены качественно новые эффекты, отсутствующие для случая  $S = 1$ . Так, для спина  $S = 3/2$  на квадратной решетке найдены нематические состояния, т. е. фазы с  $\langle S \rangle = 0$ , для которых симметрия относительно отражения времени нарушена за счет нетривиальных свойств мультипольных (трехспиновых) средних [7, 8, 19–22]. В силу этого для спина  $S = 3/2$  на квадратной решетке возможно существование антинематической фазы, в которой направления вектор-директора в двух подрешетках антипараллельны [20].

Таким образом, исследования простейшей модели спинового нематика позволяют утверждать, что подобно-

го рода системы обладают целым рядом необычных свойств. Такого рода состояния активно изучались в кристаллических магнетиках [7–9, 15, 16, 23–24], включая низкоразмерные системы [8, 25, 26]. В настоящее время появился дополнительный интерес к таким состояниям, связанный с изучением свойств ультрахолодных ферми-газов, примером которых являются газы  $^{132}\text{Cs}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{135}\text{Ba}$  со спином  $S = 3/2$  в оптических решетках, в которых на одну ячейку приходится один атом [27–30]. Существенно также, что для таких систем характерно сильное негејзенберговское взаимодействие магнитных ионов, необходимое для существования нематических состояний [31].

В работе [32] исследованы фазовые состояния спинового нематика со спином магнитного иона  $3/2$  на треугольной решетке с учетом всех возможных обменных инвариантов. Показано, что в системе возможна реализация как дипольных фаз (ферро- и антиферромагнитной), так и тензорных (нематической и антинематической). Данная работа посвящена изучению особенностей поведения спектров элементарных возбуждений спинового нематика со спином магнитного иона  $3/2$  на треугольной решетке в коллинеарных (ферромагнитной и нематической) фазах.

### 2. Модель

Рассмотрим изотропный магнетик со спином магнитного иона  $S = 3/2$ , имеющий треугольную кристаллическую решетку. Гамильтониан такой системы с учетом всех допустимых спиновых инвариантов имеет вид:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} [J(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'}) + K(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^2 + L(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'})^3], \quad (1)$$

где  $\mathbf{S}_n$  — спиновый оператор в  $n$ -ом узле,  $J$ ,  $K$  и  $L$  — обменные интегралы, суммирование в (1) производится

по всем парам ближайших соседей на треугольной решетке. Рассмотрение системы будем проводить для случая низких температур ( $T \rightarrow 0^0 \text{ K}$ ), поскольку именно в этом случае наиболее ярко проявляются квантовые свойства системы.

Дальнейшие вычисления удобнее проводить в терминах операторов Стивенса [33], поскольку полный набор операторов  $S^i$ ,  $O_2^l$  и  $O_3^l$  является генераторами группы унитарных преобразований группы  $SU(4)$ , а отличные средние этих операторов являются параметрами порядка магнетика. Гамильтониан (1), в таком случае, примет вид:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{n \neq n'} \left\{ \tilde{J}(\mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n'}) + \tilde{K} O_{2n}^m O_{2n'}^m + L O_{3n}^l O_{3n'}^l \right\}, \quad (2)$$

где  $\tilde{J} = J - \frac{K}{2} + \frac{587}{80} L$ ,  $\tilde{K} = \frac{K}{2} - L$ , — комбинации обменных интегралов, а связь операторов Стивенса со спиновыми операторами для исследуемой системы приведена в [32]

Мы ограничимся рассмотрением только положительных значений  $J$ ,  $K$  и  $L$ , т.е. будем рассматривать свойства трехподрешеточных коллинеарных состояний при различных соотношениях обменных интегралов.

Как было показано в [32], если  $J - K/2 + 103L/16 > 0$ , то выгодно состояние с параметрами порядка системы равными  $\langle S^z \rangle = 3/2$ ,  $q_2^0 = 3$ ,  $q_3^0 = 3/2$ ,  $q_3^3 = 0$ , что соответствует ферромагнитной (FM) фазе с максимально возможным значением магнитного момента на узле равно  $3/2$ . В случае  $J - K/2 + 103L/16 < 0$  имеем  $\langle S^z \rangle = 0$ ,  $q_3^0 = 0$ ,  $q_2^0 = 3$ ,  $q_3^3 = 3$ , т.е. возникают нетривиальные средние  $\langle (S^+)^3 \rangle$  и  $\langle (S^-)^3 \rangle$ , и величина  $q_3^3$  не равна нулю. Таким образом, при таком соотношении материальных параметров реализуется нематическое (SN) состояние с равным нулю средним значением магнитного момента на узле. Необходимо отметить, что это нематическое состояние в общем-то отличается от нематического состояния спинового нематика с  $S = 1$ . Соответственно, обращение в ноль  $J - L/2 + 103L/16 = 0$  определяет линию фазового перехода FM–SN-фаз.

В приближении среднего поля квадрупольные средние в FM-фазе определяются выражениями:

$$\langle (S^z)^2 \rangle = \frac{9}{4}, \quad \langle (S^x)^2 \rangle = \langle (S^y)^2 \rangle = \frac{3}{4}. \quad (3)$$

Нетривиальное октупольное среднее  $q_3^3$  равно нулю, а величина  $q_3^0$  является тривиальной константой и не влияет на динамику системы. Следовательно, симметрия квадрупольных средних полностью определяется симметрией магнитного момента. Учет высших мультипольных моментов не проявляется в симметрии основного состояния FM фазы.

Геометрический образ квадрупольных средних в FM-фазе представляет собой эллипсоид вращения в спиновом пространстве. Симметрия этого эллипсоида определяется направлением магнитного момента, которое совпадает с направлением главной оси этого эллипсоида.

Форма этого квадрупольного эллипсоида в SN состоянии такая же, как и в FM-фазе и определяется выражением (3). Однако, на самом деле симметрия SN состояния не содержит оси  $C_\infty$  (как и симметрия ячейки кристаллической решетки); она ниже, чем определяемая квадрупольным эллипсоидом. Действительно, в отличие от FM состояния, в SN-фазе отличны от нуля кубические средние вида:

$$\langle (S^x \cos \chi + S^y \sin \chi)^3 \rangle = \frac{3}{4} \cos 3\chi, \quad (4)$$

где угол  $\chi$  определяет поворот спиновой системы вокруг оси  $OZ$ . При этом среднее значение  $\langle (S^z)^3 \rangle = 0$ . Фактически, ненулевые кубические средние определяют ось симметрии третьего порядка.

### 3. Динамические свойства

Перейдем к рассмотрению динамических свойств исследуемой системы. Спектр элементарных возбуждений в полученных фазах может быть получен из анализа полюсов функции Грина [34]. Мацубаровские функции Грина определяются следующим образом [22]:

$$G^{\lambda\lambda'}(n, \tau'; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\lambda(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\lambda'}(\tau') \rangle. \quad (5)$$

Вычисление проводилось методом диаграммной техники для операторов Хаббарда [35]. Вывод дисперсионного уравнения, определяющего спектры элементарных возбуждений, а также решение дисперсионного уравнения для магнетика со спином магнитного иона  $S = 3/2$ , при учете всех возможных спиновых инвариантов приведен в работах [20,36]. При выводе дисперсионного уравнения использовалось нулевое приближение по обратному радиусу взаимодействия, т.е. из всех неприводимых по Ларкину диаграмм учитывались лишь беспетлевые ( $\Sigma^{ab}(k, \omega_n) \sim G_0^{ab}(k, \omega_n)$ , где  $G_0^{ab}(k, \omega_n)$  — нулевая функция Грина [35]).

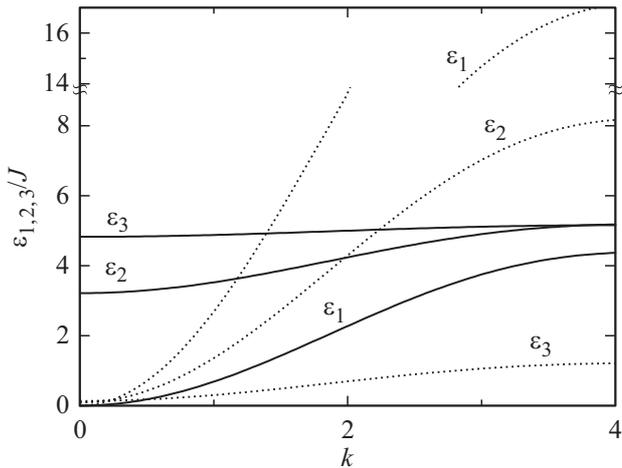
В низкотемпературном приближении в FM-фазе будут существовать три магнонные ветви возбуждений, спектры которых имеют вид:

$$\varepsilon_1(k) = \frac{3}{4} z \left[ J - J_k + \frac{3}{2} (K - K_k) + \frac{63}{16} (L - L_k) \right],$$

$$\varepsilon_2(k) = \frac{3}{2} z \left[ K - K_k - \frac{5}{4} (L - L_k) + J - \frac{1}{2} K + \frac{103}{16} L \right],$$

$$\varepsilon_3(k) = \frac{9}{4} z \left[ (L - L_k) + J - \frac{K}{2} + \frac{103}{16} L \right]. \quad (6)$$

$J_k, K_k, L_k$  — фурье-компоненты соответствующих обменных интегралов,  $k$  — безразмерный волновой вектор. Рассматривая треугольную решетку в плоскости  $XOY$ , видно, что координационное число равно  $z = 6$ . Считая межионное расстояние равным единице  $\Delta = 1$ , можно



**Рис. 1.** Схематично представлены спектры элементарных возбуждений в FM-фазе. Сплошные линии описывают поведение спектров в центре фазы, пунктирные на линии в фазового перехода в SN-фазу (выбраны значения  $K = J$  и  $L = J/10$ ). В первой ветви для удобства сделан разрыв.

найти вид фурье-компонент обменных интегралов. Например, для билинейного обмена:

$$J_K = \frac{1}{z} \sum_{\Delta} J_{n,n+\Delta} e^{i\mathbf{k}\Delta} = \frac{J}{3} \left( \cos k_x + 2 \cos\left(\frac{k_x}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}k_y}{2}\right) \right). \quad (7)$$

На рис. 1 приведена зависимость спектров магнонов исследуемой системы от волнового вектора в FM-фазе. Вдали от линии фазового перехода ветви спектра  $\epsilon_i$  обозначены сплошными жирными линиями. Вблизи линии  $J - K/2 + 103L/16 = 0$  ветви спектра возбуждения обозначены пунктирными линиями.

Первая ветвь возбуждения (6)  $\epsilon_1$  является бесщелевой голдстоуновской модой с параболическим законом дисперсии в длинноволновом пределе  $k \rightarrow 0$ , что характерно для изотропного ферромагнетика. Анализ показывает, что в этой моде „поперечные“ колебания спиновой плотности связаны с поворотами направления главной оси квадрупольного эллипсоида.

Обсудим теперь поведение остальных мод возбуждения (6)  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ . Отметим, что в случае равенства нулю константы бикубического обменного взаимодействия  $L = 0$ , хорошо определенными остаются только две ветви возбуждений —  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , а частота  $\epsilon_3$  становится чисто локальным состоянием, при  $L \rightarrow 0$ . Отметим, что для магнетика с  $S = 1$  при  $K = 0$  [37] специфика негейзенберговского магнетика исчезает: нематическая фаза не реализуется, а одна из мод в FM-фазе становится чисто локальным состоянием. В предельном случае  $L = 0$  ветви  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  имеют тот же вид, что и две коллективные моды спектра для с магнетика с  $S = 1$ . Все это позволяет сделать вывод, что физический смысл моды  $\epsilon_2$

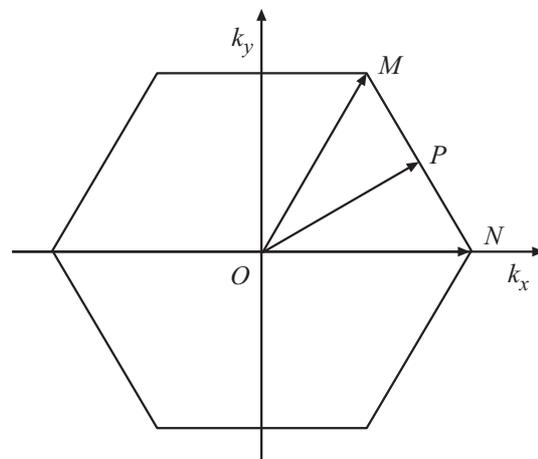
такой же, как для ферромагнетика со спином  $S = 1$ , т.е. мода с  $\epsilon_2$  описывает „продольную“ динамику спина [37]. Эта мода включает продольные колебания модуля вектора намагниченности, направление которого остается параллельным главной оси эллипсоида квадрупольных моментов, и деформацию остальных осей эллипсоида без поворотов главных осей. С другой стороны, мода  $\epsilon_3$  определяется спецификой динамики магнетика со спином  $S = 3/2$ , которая обусловлена нетривиальными октупольными средними.

Рассмотрим теперь устойчивость ферромагнитной фазы относительно произвольных элементарных возмущений, которые соответствуют спектрам (6). Как легко видеть из вида спектров элементарных возбуждений в ферромагнитной фазе, при  $k \rightarrow 0$  (рис. 1) магнонные ветви  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  имеют энергетическую щель, пропорциональную величине  $J - K/2 + 103L/16$ . Отсюда следует, что условие устойчивости относительно однородных возмущений имеет вид  $J - K/2 + 103L/16 > 0$ . Аналогичный результат был получен выше из анализа свободной энергии (4). Таким образом, линия  $J - K/2 + 103L/16 = 0$  является линией фазового перехода между ферромагнитной и нематической фазами.

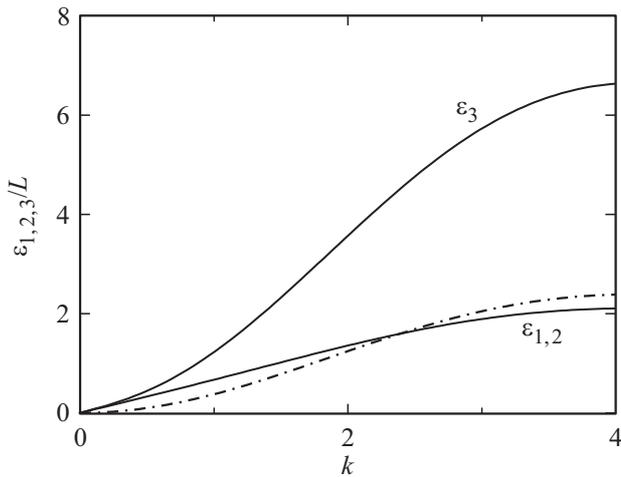
Вблизи линии фазового перехода в SN-фазу щель в спектре ветвей  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  в длинноволновом пределе  $k \rightarrow 0$  обращается в ноль (рис. 1).

Анализ спектров возбуждений в FM фазе в зависимости от ориентации волнового вектора (рис. 2, рассмотрено три направления: OM, OP, ON) показал, что поведение ветвей возбуждений практически не зависит от направления распространения спиновых волн.

Проанализируем теперь спектры возбуждений в SN-фазе. Однако, необходимо отметить, что в этой фазе два возбужденных энергетических уровня магнитного иона совпадают, т.е. система становится „квазидвухуровневой“. Это приводит к тому, что две ветви возбуждений совпадают. Таким образом, спектры возбуждений в SN-



**Рис. 2.** Гексагональная первая зона Бриллюэна. Координаты точек в центре  $O(0, 0)$  и на границе  $M(2\pi/3, 2\pi/\sqrt{3})$ ,  $P(\pi, \pi/\sqrt{3})$ ,  $N(4\pi/3, 0)$ .



**Рис. 3.** Спектры элементарных возбуждений в SN-фазе. Штриховая линия изображает спектр ветви  $\epsilon_{1,2}$  в окрестности фазового перехода в FM-фазу.

фазе имеют вид:

$$\epsilon_{1,2}(k) = \frac{3z}{2\sqrt{2}} \sqrt{\left[ K - K_k - \frac{5}{4}(L - L_k) \right] \times \left[ K - \frac{5}{4}L - \frac{1}{2} \left( J_k + \frac{3K_k}{2} + \frac{63}{16}L_k \right) \right]},$$

$$\epsilon_3(k) = \frac{9z}{4} \sqrt{(L - L_k) \left( L - J_k + \frac{K_k}{2} - \frac{119}{16}L_k \right)}. \quad (8)$$

Законы дисперсии двух первых мод совпадают, их частоты остаются конечными при  $L = 0$ . Из (8) следует, что при  $L = 0$  частота „октупольной“ ветви  $\epsilon_3 = 0$ , а для мод  $\epsilon_{1,2}$  в пределе  $L \rightarrow 0$  имеем,

$$\epsilon_{1,2}(k) = \frac{3z}{4} \sqrt{(K - K_k) \left( 2K - \left( J_k + \frac{3K_k}{2} \right) \right)}, \quad (9)$$

то есть их спектр похож на спектр элементарных возбуждений в нематической фазе магнетика с  $S = 1$  [37]. Следовательно, ветвь  $\epsilon_{1,2}$  описывают колебания квадрупольного эллипсоида, что и определяет двукратное вырождение этих мод. Таким образом, основная специфика системы со спином  $S = 3/2$  определяется ветвью  $\epsilon_3$ , которая связана с обменным интегралом  $L$  и обусловлена динамикой октупольных параметров  $q_3^3$ , представляет собой поворот „октупольного треугольника“ вокруг оси  $OZ$ .

На рис. 3 приведено поведение спектров элементарных возбуждений  $\epsilon_{1,2}$  и  $\epsilon_3$  в нематической фазе (формула (8)). Для удобства сравнения с работой [20], зависимость спектров от волнового вектора строится в единицах  $L$ , причем, необходимо напомнить, что эта фаза устойчива только при  $L > 0$  [20,32,36]. При построении функций  $\epsilon_i(k)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) для определенности выбрано  $K = 2L, J/10 = K$ , также как в [20]. Анализ зависимости энергии возбуждения от значения волнового вектора

показало слабую зависимость от направления волнового вектора (рис. 2). Спектр элементарных возбуждений также слабо зависит от того — вдали от линии фазового перехода в FM, или на линии  $J - K/2 + 103L/16 = 0$ .

#### 4. Заключение

Прежде всего отметим, что использованное в данной работе приближение среднего поля не позволяет в полной мере исследовать состояния фрустрированной системы, в частности спин-стекольной фазы. Однако, нашей целью было изучение динамических свойств коллинеарных состояний, таких как ферромагнитное и нематическое, для изучения которых приближение среднего поля является вполне удовлетворительным (при низких температурах). Проведенные в данной работе исследования динамических свойств показали, что геометрия решетки слабо влияет на законы дисперсии в коллинеарных ферромагнитной и нематической фазах. Число ветвей возбуждения и их поведение во всей области волнового вектора в соответствующих фазах для треугольной решетки аналогично простой квадратной решетки [20,36]. При этом, для адекватного сравнения спектров возбуждений на треугольной и квадратной кристаллических решетках были использованы те же значения обменных интегралов, что и в работе [20]. Все обменные интегралы как в ферромагнитной, так и нематической фазах предполагаются положительными. Также нами учтено различие в координационном числе  $z$  для квадратной и треугольной решеток. В работе [20] координационное число, для упрощения вычислений принималось равным  $z = 2$ , в нашем случае  $z = 6$ . Различия в координационном числе для разного типа решеток несколько усложняет количественное сравнение результатов, но тем не менее, мы провели такое сравнение. Количественно имеется некоторое расхождение в поведении спектров для квадратной и треугольной решеток. Так, для треугольной решетки „октупольная“ ветвь возбуждений  $\epsilon_3$  в ферромагнитной фазе (при  $L = K, L = J/10$ , как и в работе [20]) практически бездисперсионная (рис. 1), тогда как для квадратной решетки эта ветвь имеет выраженную дисперсию (рис. 1 в [20]). Кроме того, энергия этой ветви возбуждения в треугольной решетке существенно меньше, чем энергия аналогичной ветви для квадратной решетки. В нематической фазе (при  $K = 2L$ , также как и в [20]) такого существенного количественного различия в спектрах возбуждений для квадратной и треугольной решеток не наблюдается, что связано, по всей видимости, с равенством нулю среднего значения магнитного момента в этой фазе. Можно предположить, что отсутствие качественного различия в поведении спектра возбуждения для решеток различной геометрии связано с простой симметрией коллинеарных фаз, исследованных в данной работе. Мы предполагаем, что исследование динамических свойств в антиферромагнитном и антинематическом состояниях магнетика с  $S = 3/2$  на треугольной решетке с учетом

всех допустимых симметрией системы спиновых инвариантов позволит выявить новые особенности в поведении спектра возбуждения.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-22-00054).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] Nguyen Van Hinh, Pham Thi Thanh Nga. Journal of Physics: Conference Series **2744**, 012003 (2024).
- [2] A. Läuchli, G. Schmid, S. Trebst. Phys. Rev. B **74**, 144426 (2006).
- [3] Stefan Depenbrock. Phys. Rev. B **88**, 035138 (2013).
- [4] A.S. Martynov, D.M. Dzebisashvili. JMMM **594**, 171906 (2024).
- [5] Yu.A. Sakhratov, L.E. Svistov, P.L. Kuhns, H.D. Zhou, A.P. Reyes. Phys. Rev. B **94**, 094410 (2016).
- [6] Yu.A. Sakhratov, J.J. Kweon, E.S. Choi, H.D. Zhou, L.E. Svistov, A.P. Reyes. Phys. Rev. B **97**, 094409 (2018).
- [7] T.A. Toth, A. Läuchli, F. Mila, K. Penc. Phys. Rev. B **85**, 140403(R) (2012).
- [8] A. Läuchli, F. Mila, K. Penc. Phys. Rev. Lett. **97**, 087205 (2006).
- [9] A. Smerald, N. Shannon. Phys. Rev. B **88**, 184430 (2013).
- [10] M. Arikawa, H. Tsunetsugu. JMMM **310**, 1308 (2007).
- [11] M. Zukovic, A. Bobak. Phys. Rev. E **91**, 052138 (2015).
- [12] P.H.Y. Li, R.F. Bishop, D.J.J. Farnell, C.E. Campbell. Phys. Rev. B **86**, 144404 (2012).
- [13] J.B. Fouet, P. Sindzingre, C. Lhuillier. The European Phys. Jour. B **20**, 241 (2001).
- [14] P.H.Y. Li, R.F. Bishop. Phys. Rev. B **93**, 214438 (2016).
- [15] Yu.A. Sakhratov, L.E. Svistov, P.L. Kuhns, H.D. Zhou, A.P. Reyes. Phys. Rev. B **94**, 094410 (2016).
- [16] Yu.A. Sakhratov, J.J. Kweon, E.S. Choi, H.D. Zhou, L.E. Svistov, A.P. Reyes. Phys. Rev. B **97**, 094409 (2018).
- [17] Ribhu K. Kaul. Phys. Rev. B **86**, 104411 (2012).
- [18] T. Momoi, P. Sindzingre, K. Kubo. Phys. Rev. Lett. **108**, 057207 (2012).
- [19] С.В. Вонсовский. Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро и ферромагнетиков. Наука, М. (1971).
- [20] О.А. Космачёв, Ю.А. Фридман, Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов. ЖЭТФ **147**, 320 (2015).
- [21] В.И. Марченко. Письма в ЖЭТФ **48**, 387 (1988).
- [22] A.V. Chubukov, K.I. Ivanova, P.Ch. Ivanov, E.R. Korutcheva. J. Phys.: Condens. Matter **3**, 2665 (1991).
- [23] Э.Л. Нагаев. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями. Наука, М. (1988).
- [24] В.М. Локтев, В.С. Островский. ФНТ. **20**, 983 (1994).
- [25] B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk. Phys. Rev. B **68**, 052401 (2003).
- [26] K. Butcha, G. Fath, O. Legeza, J. Solyom. Phys. Rev. B **72**, 054433 (2005).
- [27] C. Wu, J.P. Hu, S.C. Zhang. Phys. Rev. Lett. **91**, 186402 (2003).
- [28] C. Wu. Mod. Phys. Rev. Lett. B **20**, 1707 (2006).
- [29] C. Wu. Phys. Rev. Lett. **95**, 266404 (2005).
- [30] H.-H. Tu, G.-M. Zhang, L. Yu. Phys. Rev. B **74**, 174404 (2006).
- [31] F. Zhou, M. Snoek. Ann. Phys. (N.Y.) **308**, 692 (2003).
- [32] Ф.Н. Клевец, Е.А. Неклюдов, Ю.А. Фридман. ФТТ **60**, 1937 (2018).
- [33] K. Stevens. Proc. Phys. Soc. A **65**, 209 (1952).
- [34] В.Г. Вакс, А.И. Ларкин, С.А. Пикин. ЖЭТФ **53**, 281 (1967).
- [35] Р.О. Зайцев. ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
- [36] Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, A.K. Kolezhuk, B.A. Ivanov. Phys. Rev. Lett. **106**, 097202 (2011).
- [37] Y.A. Fridman, O.A. Kosmachev, P.N. Klevets. JMMM **325**, 125 (2013).

Редактор Т.Н. Василевская