

О современном понимании „парадокса ЭПР“

© А.В. Белинский

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия
e-mail: belinsky@inbox.ru

Поступила в редакцию 13.09.2024 г.

В окончательной редакции 26.10.2024 г.

Принята к публикации 29.10.2024 г.

Понятия квантовой нелокальности, квантовой суперпозиции, отсутствия априорных значений наблюдаемых до измерения и предельной точности квантовых измерений, анализируются в связи с „парадоксом ЭПР“ и стимулированными им последующими исследованиями. Обсуждена связь между принципом неопределенностей Гейзенберга и точностью измерений в связи с исчезновением интерференции в схемах типа „который путь?“ и „парадоксом ЭПР“. Показано, что отсутствие априорных значений, наблюдаемых до измерения, и существование квантовой нелокальности — в смысле мгновенной редукции квантовых состояний удаленных объектов и связи их измеренных значений — сомнений не вызывает.

Ключевые слова: квантовая нелокальность, квантовая суперпозиция, квантовые запутанные состояния, предельная точность квантовых измерений, интерференционные схемы типа „который путь?“.

DOI: 10.61011/OS.2024.10.59419.6994-24

1. Введение

Фундаментальная работа Эйнштейна, Подольского, Розена [1–3] на целую эпоху вперед предопределила направление попыток понять квантовый мир. Тем не менее, как это часто бывает, поводом для чего-то великого явился обыкновенный казус. Альберту Эйнштейну показался подозрительным принцип неопределенностей Вернера Гейзенберга. Последний трактовал его как невозможность одновременно точного измерения канонически сопряженных наблюдаемых. Но как связаны квантовые неопределенности Гейзенберга с точностью измерений? Ведь квантовая неопределенность присуща объекту наблюдения, а точность — самому измерителю. Гейзенберг усматривал причину этой связи в силовом воздействии макроскопического регистратора на квантовую систему. А хорошо известный пример — так называемый „микроскоп“ того же Гейзенберга [4]: в схеме двухщелевой интерференции одиночных электронов последние подсвечиваются сбоку фотонами, по рассеянию которых можно измерить через какую щель прошёл рассеявший электрон. Интерференция, разумеется, исчезает за счёт того, по мнению Гейзенберга, что импульс, переданный фотоном электрону, сбивает его с „правильного“ интерференционного пути. А это означает, что, измеряя координату, я воздействую силовым образом на импульс и тем самым препятствую выяснению его неискаженного измерением значения.

К такой аргументации сразу возникает два вопроса. Во-первых, всегда ли измерение носит силовой характер, аналогично взвешиванию картошки на рынке? Ведь астрономические наблюдения, согласно известному мему Эйнштейна, вряд ли угрожают существованию Луны и звёзд. Хотя речь здесь идёт, конечно, о макро-

а не о квантовых объектах. Во-вторых, если я знаю количественно, как я искажил объект своим измерением, решением обратной задачи можно восстановить априорное неискаженное значение. Это предмет теории измерительно-вычислительных систем [5,6], которая также оперирует в рамках классической физики. А что же происходит в квантовом мире? А там ответ на первый вопрос очевидно отрицательный. Рассмотрим его подробнее.

2. О квантовых измерениях, не сопровождаемых силовым воздействием

Одним из интереснейших явлений квантового мира является подавление интерференции одиночных квантов, когда оказывается известным через какую щель двухщелевой схемы прошёл квант — опыты типа „который путь?“ [7]. И хотя этот результат является твердо установленным, не ясен механизм этого подавления. Не проходит интерес к новым схемным решениям и демонстрациям этого загадочного эффекта [8].

История экспериментов типа „который путь?“ восходит к первому наблюдению интерференции одиночных фотонов на двухщелевом интерферометре Юнга [9]. Как писал Р. Фейнман [10], „только этот эксперимент, который специально придуман таким образом, чтобы охватить все загадки квантовой механики и столкнуться с вами со всеми парадоксами, секретами и странностями природы на все сто процентов. Оказывается, любой другой случай в квантовой механике всегда можно объяснить, сказав: „Помните наш эксперимент с двумя

отверстиями? Здесь — то же самое“. Именно в нем заключена основная загадка“.

Узнать через какую щель прошла частица, например, электрон, можно с помощью уже упомянутого „микроскопа Гейзенберга“ [4]. Сам Гейзенберг объяснял исчезновение интерференции воздействием измерителя на объект измерения — интерферирующие или, точнее, не интерферирующие электроны. Но насколько важно силовое влияние измерителя? Или основной причиной является именно сама информация о траектории частицы?

Эксперимент можно модернизировать, регистрируя прохождение фотонов через такой же интерферометр Юнга и установив взаимно ортогональные скрещенные поляризаторы в щелях [11–13]. Тогда по состоянию поляризации регистрируемого фотона можно выяснить, через какую щель он прошел. Здесь нет непосредственного влияния измерителя поляризации на фотоны, но отсутствие интерференции легко объясняется просто взаимно ортогональными поляризациями регистрируемых частиц, которые, естественно, не интерферируют. Да и сама установка поляризаторов в щелях изменяет состояние фотонов, что воздействует на измеряемый объект.

Для минимизации воздействия измерителя в эксперименте [7] наблюдалась интерференция одиночных атомов рубидия. На стоячих световых волнах появлялись альтернативные траектории. Микроволновые импульсы чисто механически не искажали траекторий тяжелых атомов рубидия, но позволяли конкретизировать эти траектории. Облучение маркировало состояние резонансного перехода атома рубидия. Различным траекториям соответствовало неодинаковое состояние этого перехода. Интерференция подавлялась. Силовое влияние микроволнового облучения на атомы пренебрежимо мало, и авторы [7] заключили, что основной причиной исчезновения интерференции является не воздействие измерителя, а наличие информации, получаемой в результате измерения. Это важный вывод, но, как и в случае поляризаторов в щелях, можно возразить, что причиной подавления интерференции является изменение состояния атомов измерителем, в результате которого атомы в различных состояниях не интерферируют.

В работе [14] предложена схема, свободная от этого недостатка. Интерферирующие или не интерферирующие фотоны никак не взаимодействуют с измерителем, поскольку выяснение их траекторий производится за счет регистрации запутанных фотонов, не связанных с интерферометром. Но если один наблюдатель произвел измерение состояния поляризации своего фотона, то траектория второго фотона становится известной. Следовательно, интерференции быть не должно.

Эксперимент может быть еще проще. Одну из пары пространственно коррелированных запутанных частиц направляем на две щели. Будет ли интерференция? Ясно, что нет. Почему? Потому, что по второй частице пары можно легко выяснить, через какую щель прошла первая

частица. Причем без всякого силового воздействия. Ведь коллапс вектора состояния при регистрации первой частицы происходит моментально, по крайней мере со сверхсветовой скоростью [15], а сверхсветовое силовое воздействие согласно СТО невозможно.

Какой вывод можно сделать из этих результатов? Еще раз подтверждается правило: либо неизвестность траекторий, либо отсутствие интерференции. Интересно проникнуть в смысл этого закона. Но за неимением ответа на этот принципиальный вопрос остается лишь еще раз удивляться загадочности квантовых явлений.

Итак, квантовые измерения не обязаны сопровождаться известными в физике видами взаимодействия. Твердо можно быть уверенным в том, что причина подавления интерференции состоит не в воздействии измерителя на квантовые частицы, а в потенциальной возможности получить информацию о том, по какому пути прошла каждая конкретная частица.

При этом нет проблем измерить у одной частицы запутанной пары, например, координату, а у второй — импульс с точностью, зависящей только от разрешения приборов измерителей, и никак не связанной с квантовыми неопределенностями. Другой пример такого измерения приведен в работах [16,17], где доказано, что импульс и координату фотона можно измерить с произведением доверительных интервалов, значительно меньшим предписываемого принципом неопределенностей.

Какие выводы из всего этого можно сделать? Во-первых, Эйнштейн был абсолютно прав в своих подозрениях к трактовке Гейзенберга своего принципа неопределенностей. Но подрывает ли это фундаментальные основы квантовой механики? Никак. Ибо при регистрации запутанных частиц происходит следующее. Измерение, скажем, импульса первой вызывает редукцию квантового состояния второй, и она приобретает вполне определенный импульс, соответствующий зафиксированному импульсу первой. При этом, согласно принципу неопределенностей, неопределенность координаты второй частицы расширяется. Измерить эту координату можно с любой точностью, но информативность этого измерения будет невелика, ведь мы зарегистрировали одно из возможных значений необъятного доверительного интервала. Таким образом, никаких противоречий квантовым представлениям такой эксперимент не несет.

Вместе с тем вопрос о предопределенности исхода квантового измерения и существования так называемых „скрытых переменных“ Эйнштейна так не решить. Ответ на него может дать теорема Белла [18] вместе с последующими мысленными и не мысленными экспериментами.

Теорема Белла и подтверждающие ее эксперименты однозначно доказали несостоятельность так называемого „локального реализма“, что подтверждается присуждением нобелевской премии по физике 2022 г. [19]. Что такое локальный реализм? Локальный в том смысле, что взаимодействие между удаленными объектами может осуществляться только известными в физике видами

взаимодействия. Реализм предполагает априорное существование определенных значений измеряемых величин до момента измерения. Если при этом и допускается существование квантовой неопределенности, то оно сводится лишь к нашей неинформированности о квантовом объекте аналогично классической статистической физике. Другими словами, есть нечто от нас скрытое, определяющее исход измерения. Критерием справедливости этой гипотезы является ненарушение различных видов неравенств Белла (НБ) [20–24]. Однако причин нарушений здесь может быть две: нелокальность и/или квантовая суперпозиция в смысле отсутствия априорных значений наблюдаемых. Из ряда других экспериментов [25,26] следует, что скорее всего имеют место обе. Джон Белл [18] выводил свои неравенства исходя из двух посылок: реальности существования значений измеряемых величин до измерения и независимости измерения от настроек удаленного детектора. Дословно: „*the result of the measurements of one system be unaffected by operations on a distant system with which it has interacted in the past*“.¹ Суперпозиция, если её понимать как отсутствие измеряемого свойства до измерения, означает отрицание первой посылки, а нелокальность — второй.

3. Неравенство Белла вида Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта (КХШХ)

Кратко напомним вывод НБ в форме Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта (КХШХ) [27–29] с соответствующими нашей ситуации акцентами. В простейшем случае [22,30] взята арифметическая формула $s_i = a_i(b_i + b'_i) + a'_i(b_i - b'_i)$, где $a_i^{(r)}, b_i^{(r)} = \pm 1$ — значения дихотомных случайных величин, полученные в результате четырех измерений, объединяемых в данном случае в одно „4-мерное“ с индексом i . Величина s_i может принимать только два значения: $+2$ и -2 , поскольку всегда одно из выражений, стоящих в скобках, будет равно 0, откуда следует равенство $|s_i| = 2$, и учитывая умножение на вероятности для получения средних величин, из него вытекает неравенство $|s_i| \leq 2$.

Важно подчеркнуть, что $a_i^{(r)}, b_i^{(r)}$ независимы друг от друга, поскольку, если бы было $s_i = a_i(b_{i(a_i)} + b'_{i(a_i)}) + a'_i(b_{i(a'_i)} - b'_{i(a'_i)})$, где значения $b_{i(a_i)}^{(r)} \neq b_{i(a'_i)}^{(r)}$, неравенство $|s_i| \leq 2$ могло бы быть нарушено. Таким образом, неравенство $|s_i| \leq 2$ для сохранения своей универсальной истинности имплицитно требует от значений случайной величины одновременного выполнения ряда условий: совместного существования значений в каждом 4-мерном измерении, и также число получаемых значений должно быть

¹ „Результат измерения одной системы не должен испытывать влияние действий, производимых над удаленной системой, с которой в прошлом она взаимодействовала“.

равно 4, так как в случае $b_{i(a_i)}^{(r)} \neq b_{i(a'_i)}^{(r)}$ это число становится больше и неравенство нарушается.

Совместное существование значений обычно трактуется как „реализм“, а требование $b_{i(a_i)}^{(r)} = b_{i(a'_i)}^{(r)}$ как требование „локальности“ свойств. И так, достаточными основаниями для вывода неравенства могут быть физические требования локальности и реализма. И в соответствии с известным логическим правилом де Моргана отрицание неравенства означает либо отрицание локальности, либо реализма, либо того и другого. На этом основании в физическом дискурсе принято говорить о нарушении локального реализма как о „физической причине“ нарушения соответствующих неравенств, хотя из нарушения локального реализма логически не следует нарушения неравенств, а наоборот: из нарушения неравенств следует нарушение либо локальности, либо реализма, либо того и другого.

Если описанное четырёхмерное измерение будет повторено достаточно большое число раз $N \gg 1$, будет верно неравенство:

$$S_i = \left| \sum_{i=1}^N s_i \right| \leq 2N, \quad (1)$$

откуда следует неравенство КХШХ:

$$|\langle AB \rangle + \langle AB' \rangle + \langle CA'B \rangle - \langle A'B' \rangle| \leq 2. \quad (2)$$

Его можно также вывести из существования четырёхмерных классических распределений вероятности [31]. В некоторых случаях более удобно равносильное неравенство для вероятностей. Обозначим варианты корреляции значений в каждой компоненте (1) как $(++)$, $(--)$, $(+-)$ и $(-+)$, а число выпадения любого варианта в серии из N 4-мерных измерений для значений $a_i^{(r)}$ и $b_i^{(r)}$ пары случайных величин $A^{(r)}$ и $B^{(r)}$ как $n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{++}, n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{--}, n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{+-}, n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{-+}$. Тогда $n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{++} + n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{--} + n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{+-} + n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{-+} = N$. Обозначим число корреляций и число антикорреляций для полученных при измерении значений пары случайных величин $A^{(r)}$ и $B^{(r)}$: $N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{cor} \stackrel{\text{def}}{=} n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{++} + n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{--}$, $N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{ant} \stackrel{\text{def}}{=} n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{+-} + n_{a^{(r)}b^{(r)}}^{-+}$. Определим момент пары случайных величин $A^{(r)}$ и $B^{(r)}$ как

$$\langle A^{(r)}B^{(r)} \rangle \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{cor} - N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{ant})}{N} = P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{cor} - P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{ant}$$

для представительной выборки — достаточно большого N . Поскольку для коррелирующих пар произведение значений $a_i^{(r)}b_i^{(r)}$ всегда положительно и равно 1, а для антикоррелирующих всегда равно -1 , то

$$\langle A^{(r)}B^{(r)} \rangle = \frac{\left(\sum_{i=1}^N a_i^{(r)}b_i^{(r)} \right)}{N} = P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{cor} - P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{ant}.$$

Поскольку при достаточно большом N

$$P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{cor} = \frac{N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{cor}}{N}, \quad P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{ant} = \frac{N_{a^{(r)}b^{(r)}}^{ant}}{N},$$

имеем $\langle A^{(r)}B^{(r)} \rangle = P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{cor} - P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{ant} = 2P_{A^{(r)}B^{(r)}}^{cor} - 1$, и (2) может быть переписано как

$$0 \leq P_{AB}^{cor} + P_{AB'}^{cor} + P_{A'B}^{cor} - P_{A'B'}^{cor} \leq 2. \quad (3)$$

Как было указано выше, неравенства выводятся из одновременного выполнения ряда условий: совместного существования значений в каждом 4-мерном измерении и четырёхмерности получаемых величин. Физически первое означает, что они существовали независимо от актов измерения, а значит — и до этих актов. Ведь в экспериментах с запутанными парами частиц измерения производятся не одновременно. Это обычно называется „реализмом свойств“ (РС). Четырёхмерность величин физически означает независимость измерений друг от друга и таким образом их локальность (Л). Поэтому можно утверждать, что неравенства Белла в форме КХШХ следуют из „реализма свойств (РС)“ и локальности: $(РС \wedge Л) \Rightarrow НБ-КХШХ$. В таком случае, согласно правилу де Моргана, нарушение неравенств ведёт либо к нарушению „реализма свойств“, либо к нарушению локальности, либо к тому и другому: $\neg НБ-КХШХ \Rightarrow (\neg РС \vee \neg Л)$. При этом существенно то, что форма вывода этих неравенств не требует обязательного нарушения локальности при их нарушении. Таким образом, если в физической теории по каким-то объективным причинам не может быть соблюдено требование „реализма свойств“, это уже объясняет результаты физических экспериментов с нарушением неравенств, и искать объяснение в нелокальности нет необходимости. Для нелокальности найдётся место только тогда, если в теории будет чётко объяснены её механизмы. Она не должна быть постулирована в качестве некоего „гаинственного действия“, хотя оно и проявляется в мгновенной редукции волновой функции при измерении. Но является ли это действием? Вряд ли, ведь оно мгновенно, т.е. силовое воздействие, согласно СТО, невозможно. А информационное? С одной стороны, передача информации со сверхсветовой скоростью тоже невозможна согласно no-communication theorem [32]. А с другой — волновая функция редуцирует мгновенно в запутанной паре частиц. Но каков статус существования волновой функции? Объективный или чисто расчётный?

Что же касается квантовой суперпозиции, то ее проявления в чистом виде и доказательство ее существования возможно, по всей видимости, только в чисто локальной ситуации. Как это осуществить? В работе [26] предложено одновременное наблюдение двух квантовых эффектов: подавление взаимной корреляции фотонов [33,34] и приготовление квантовых сжатых состояний [35,36]. Причем сами эффекты происходят не в разных точках пространства, а в одной, что позволяет исключить какое-либо влияние нелокальности. Проявления одновременно наблюдаемых эффектов невозможны при одной и той же разности фаз (синуса и косинуса разности фаз) смешиваемых фотонов. Таким образом, эта разность фаз не имеет определенного значения и находится в состоянии квантовой суперпозиции. Напомним, что отсутствие

определенных значений измеряемых величин до момента измерения, т.е. наличие квантовой суперпозиции, является одним из оснований копенгагенской интерпретации. Известные другие экспериментальные доказательства этого факта можно оспорить привлечением якобы неизвестных нам видов нелокальных взаимодействий, не ограниченных какими-либо областями светового конуса, а соответственно и скоростью света. Это различные виды нелокальных теорий [37], которые на чисто формальном языке могут объяснить как нарушение НБ, так и многочисленные квантовые парадоксы. Например, интерференцию одиночных фотонов на двухщелевом экране Юнга — трактовать как нелокальное „знание“ фотона, проходящего через одну щель, о существовании другой. В описанном в [26] эксперименте для опровержения подобного рода утверждений имеются веские основания. Никакое нелокальное „знание“ фотона о его будущей судьбе не может объяснить следующих из расчетов поворота осей тела неопределенности или эллипса сжатия на фазовой плоскости [26]. Таким образом, отсутствие определенного значения разности фаз одиночных фотонов никак не может быть оспорено какой-либо гипотезой нелокального „реализма“ в смысле априорного существования конкретных значений измеряемых величин. Это существенно сужает круг возможных интерпретаций квантовой теории, конечно, не сводя их только к копенгагенской. Адекватное объяснение может дать и реляционная парадигма [38].

4. Заключение

Несмотря на очевидность в нынешнем понимании объяснения „парадокса“ ЭПР, его значение в развитии квантовой физики трудно переоценить. Именно эта работа с огромной цитируемостью инициировала целый ряд дальнейших исследований в попытках найти адекватную интерпретацию квантовой механики. Общепринятого результата до сих пор достичь не удалось. И если наличие квантовой суперпозиции в смысле отсутствия определенных априорных значений наблюдаемых можно считать доказанным, то объективное существование квантовой нелокальности в смысле мгновенной редукции волновой функции пространственно удаленных объектов зависит как раз именно от объективности существования самой волновой функции. Если она реально существует, то и сомневаться в квантовой нелокальности неразумно. А если роль волновой функции сводится лишь к вычислительному приему аналогично логарифмической линейки, то и такой нелокальности вроде нет? Но рассмотрим простой пример. Если измерение энергии или импульса, или момента импульса одной из запутанных по этим параметрам частиц дает статистичный, не известный заранее результат, то исход регистрации второй частицы предопределен и однозначно зависит от первого. Откуда вторая частица его „узнала“, если она удалена и никакими известными видами взаимодействия

с ней не сообщалась? Очевидно, что всё дело в соблюдении законов сохранения, которые, в свою очередь, следуют из однородности и изотропности пространства-времени, как следует из теоремы Эмми Нётер [39]. Итак, именно само пространство-время ответственно за квантовую нелокальность, сомнений в существовании которой также возникать не должно.

Благодарности

Автор благодарен Игорю Ивановичу Джадану за плодотворные дискуссии и помощь в работе.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. *Phys. Rev.*, **47**, 777 (1935).
- [2] В.А. Фок, А. Эйнштейн, Б. Подольский, Н. Розен, Н. Бор. *УФН*, **16**, 436 (1936).
- [3] А.В. Ланкин, Г.Э. Норман. *Новости, основания и проблемы квантовой механики. Неокопенгагенская парадигма* (Физматлит, М., 2023). 736 с.
- [4] Н. Heisenberg, Z. Physik, **43**, 172 (1927). [Англ. перевод в кн. J.A. Wheeler, H. Zurek. *Quantum Theory and Measurement* (Princeton University Press, 1983)].
- [5] Ю.П. Пытьев. *Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем* (Изд-во Московского университета, М., 2020). 431 с.
- [6] Yu. P. Ryt'ev, A.I. Chulichkov, O.V. Falomkina, D.A. Balakin. *Adv. Mathem. Theory Appl.*, **33** (4), 1515 (2023).
- [7] S. Dürr, T. Nonn, G. Rempe. *Nature*, **395**, 33 (1998).
- [8] X. Ma, J. Kofler, A. Zeilinger. *Rev. Mod. Phys.*, **88**, 015005 (2016).
- [9] G.I. Taylor. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **15**, 144 (1909).
- [10] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands. *The Feynman lectures on physics* (Addison-Wesley, 1963). V. 6. [Перевод: Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике (Мир, М., 1976). Т. 6].
- [11] D.H. Mahler, I. Rozema, K. Fisher et al. *Sci. Adv.*, **2**, e1501466 (2016).
- [12] А.В. Белинский. *УФН*, **189**, 1352 (2019). [A.V. Belinsky. *Physics Uspekhi*, **62**, 1268 (2019)].
- [13] А.В. Белинский. *Квантовые измерения* (БИНОМ. Лаборатория знаний, М., 2015). 185 с.
- [14] А.В. Белинский. *Вестник Московского университета. Физика, астрономия*. №6. С. 87 (2020). [A.V. Belinsky. *Moscow University Physics Bulletin*, **75**, 618 (2020)].
- [15] D. Salart, A. Baas, C. Branciard, N. Gisin, H. Zbinden. *Nature*, **454**, 861 (2008).
- [16] А.В. Белинский, В.Б. Лапшин. *УФН*, **187**, 349 (2017). [A.V. Belinsky, V.B. Lapshin. *Physics Uspekhi*, **60**, 318 (2017)].
- [17] А.В. Белинский, В.Б. Лапшин. *Ученые записки физического факультета Московского университета*, № 4, 164003 (2016).
- [18] J.S. Bell. *Physics*, **1**, 195 (1964).
- [19] А.К. Федоров, Е.О. Киктенко, К.Ю. Хабарова, Н.Н. Колачевский. *УФН*, **191**, 1162 (2023). [A.K. Fedorov, E.O. Kiktenko, K.Yu. Khabarova, N.N. Kolachevsky. *Physics Uspekhi*, **66**, 1095 (2023)].
- [20] A. Aspect, J. Dalibar, G. Roger. *Phys. Rev. Lett.*, **49**, 1804 (1982).
- [21] A. Aspect, J. Dalibar, G. Roger. *Phys. Rev. Lett.*, **47**, 460 (1981); *ibid.* **49**, 91 (1982).
- [22] А.В. Белинский, Д.Н. Клышко. *УФН*, **163**, 1 (1993). [A.V. Belinskii, D.N. Klyshko. *Physics Uspekhi*, **36**, 653 (1993)].
- [23] B. Hensen, H. Bernien, A.E. Dre'au et. al. *Nature*, (2015). DOI: 10.1038/nature15759
- [24] M. Giustina, M.A.M. Versteegh, S. Wengerowsky et. al. *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 250401 (2015).
- [25] Y. Aharonov, D. Bohm. *Phys. Rev.*, **115**, 485 (1958).
- [26] А.В. Белинский, А.А. Клевцов. *УФН*, **188**, 335 (2018). [A.V. Belinsky, A.A. Klevtsov. *Physics Uspekhi*, **61**, 313 (2018)].
- [27] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, R.A. Holt. *Phys. Rev. Lett.*, **23**, 880 (1969).
- [28] А.С. Холево. *Квантовые системы, каналы, информация* (МЦНМО, М., 2010). 328 с.
- [29] А.С. Холево. *Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории* (МЦНМО, М., 2020). 364 с.
- [30] А.В. Белинский, Д.Н. Клышко. *Phys. Lett. A*, **176**, 415 (1993).
- [31] А.В. Белинский. *УФН*, **164**, 231 (1994). [A.V. Belinskii. *Physics Uspekhi*, **37**, 219 (1994)].
- [32] A. Peres, D. Terno. *Rev. Mod. Phys.*, **76**, 93 (2004).
- [33] C.K. Hong, Z.Y. Ou, L. Mandel. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2044 (1987).
- [34] L. Mandel, E. Wolf. *Optical coherence and quantum optics* (Cambridge University Press, 1995).
- [35] М.И. Колобов, И.В. Соколов. *ЖЭТФ*, **96**, 1945 (1989). [M.I. Kolobov, I.V. Sokolov. *JETP*, **69**, 1097 (1989)].
- [36] С.А. Ахманов, Н.Н. Ахмедиев, А.В. Белинский и др. *Новые физические принципы оптической обработки информации* (Наука, М., 1990), 400 с.
- [37] Ю.С. Ефремов. *Квантовая механика* (Директ-Медиа, Москва-Берлин, 2015).
- [38] А.В. Белинский, Ю.С. Владимиров. *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия*, **1**, 32 (2016).
- [39] E. Noether. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Math. Physik. Klasse*, **1918**, 235 (1918). [arXiv:physics/0503066 [physics]].