

Межзонное поглощение света в размерно-ограниченных системах в однородном электрическом поле

© Э.П. Синявский[¶], С.М. Соковнич, Р.А. Хамидуллин

Институт прикладной физики Академии наук Молдавии,
MD-2028 Кишинев, Молдавия

(Получена 9 декабря 2004 г. Принята к печати 15 марта 2005 г.)

Предложен простой метод расчета коэффициента межзонного поглощения света в однородном электрическом поле, позволяющий из самых общих соотношений исследовать особенности электропоглощения в широком классе полупроводниковых систем. Развитый метод применен к исследованию электропоглощения в двумерных системах с различным профилем одномерного потенциала, в квантовых ямах и сверхрешетках в магнитном поле.

При исследовании межзонного поглощения света в полупроводниковых системах в однородном электрическом поле общепринятым является использование решения уравнения Шредингера для электрона в электрическом поле [1–3]. В многочисленных работах изучаются процессы электропоглощения света в присутствии однородного магнитного поля. Так, в [4,5] исследовался случай, когда векторы напряженностей электрического поля \mathbf{E} и магнитного поля \mathbf{H} параллельны, в работах [6–9] изучалось поглощение электромагнитной волны при $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$. В последнем случае для последовательного рассмотрения процессов туннелирования (эффект Франца–Келдыша) необходимо использовать двухзонное приближение.

Предлагаемый в работе метод расчета позволяет непосредственно из формулы Кубо вычислить коэффициент межзонного поглощения света в однородном электрическом поле, зная только волновые функции и собственные значения энергии в отсутствие электрического поля. Основная цель настоящей работы — показать простоту нового метода и продемонстрировать его при исследовании особенностей поглощения света в размерно-ограниченных системах.

В дальнейшем используем простейшую модель полупроводника с невырожденными зонами, причем будем считать, что обе зоны имеют экстремум в одной точке k -пространства. Последующие расчеты проводятся в однозонном приближении, что для случая $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ означает выполнение неравенства [7,10] $cE/SH \ll 1$ ($S = \sqrt{\varepsilon_g/4m_c}$, ε_g — ширина запрещенной зоны, m_c — эффективная масса электрона, c — скорость света). Экситонными эффектами в дальнейшем пренебрегаем. Влияние экситонных эффектов на линейные оптические свойства в полупроводниковых квантовых ямах обсуждалось в [11].

1. Коэффициент межзонного поглощения света частоты Ω , согласно формуле Кубо [12], определяется через корреляционную функцию дипольных моментов и в представлении вторичного квантования записывается

в виде

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{n_0 c \hbar \Omega V} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \sum_{\substack{\alpha\alpha_1 \\ \beta\beta_1}} \langle \alpha^v | \alpha_1^c \rangle \langle \beta^c | \beta_1^v \rangle \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\Omega t) \langle a_\alpha^{+(v)}(t) a_{\alpha_1}^{(c)}(t) a_\beta^{+(c)} a_{\beta_1}^{(v)} \rangle. \quad (1)$$

Здесь введены следующие обозначения: $a_\alpha^{+(i)}$ ($a_\alpha^{(i)}$) — операторы рождения (уничтожения) электрона в i -й зоне ($i = c, v$ описывают соответственно зону проводимости и валентную зону), α — набор квантовых чисел, характеризующих состояние электрона, $\alpha^{(i)}$ — сглаженная волновая функция носителя в i -й зоне в отсутствие электрического поля; \mathbf{P}_{cv} — матричный элемент оператора импульса на блоховских функциях валентной зоны и зоны проводимости; $\boldsymbol{\xi}$ — единичный вектор поляризации электромагнитной волны, V — объем квантовой системы, e — величина заряда электрона, m_0 — масса свободного электрона, n_0 — коэффициент преломления. Усреднение $\langle \dots \rangle$ в (1) проводится с полной матрицей плотности исследуемой системы в однородном электрическом поле,

$$\hat{A}^{(i)}(t) = \exp\left(\frac{it}{\hbar} \hat{H}^{(i)}\right) \hat{A} \exp\left(-\frac{it}{\hbar} \hat{H}^{(i)}\right), \quad (2)$$

$$\hat{H}^{(i)} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}^{(i)} a_{\alpha}^{+(i)} a_{\alpha}^{(i)} + \sum_{\alpha\alpha_1} V_{\alpha\alpha_1}^{(i)} a_{\alpha}^{+(i)} a_{\alpha_1}^{(i)}, \quad (3)$$

где $\varepsilon_{\alpha}^{(i)}$ — энергия электрона в i -й зоне в отсутствие электрического поля. Если напряженность электрического поля \mathbf{E} направлена вдоль оси Ox , то

$$V_{\alpha\alpha_1}^{(i)} = eE \langle \alpha^{(i)} | x | \alpha_1^{(i)} \rangle. \quad (4)$$

Уравнение движения для $a_{\alpha}^{(i)}(t)$ согласно (2) можно записать в виде

$$\dot{a}_{\alpha}^{(i)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \left\{ \varepsilon_{\alpha}^{(i)} a_{\alpha}^{(i)}(t) + \sum_{\beta} V_{\alpha\beta}^{(i)} a_{\beta}^{(i)}(t) \right\}. \quad (5)$$

[¶] E-mail: arusanov@mail.ru

Решение уравнения (5) находится аналогично [13] и определяется соотношением

$$a_{\alpha}^{(i)}(t) = \sum_{\beta} \langle \alpha^{(i)} | \exp \left\{ -\frac{it}{\hbar} (\hat{H}_0^{(i)} + \hat{V}) \right\} | \beta^{(i)} \rangle a_{\beta}^{(i)}. \quad (6)$$

Здесь $\hat{H}_0^{(i)}$ — гамильтониан для электронов в i -й зоне в координатном представлении в отсутствие электрического поля, $\hat{V} = eEx$, $\hat{H}_0^{(i)} | \alpha^{(i)} \rangle = \varepsilon_{\alpha}^{(i)} | \alpha^{(i)} \rangle$. Если подставить выражения для $a_{\alpha}^{+(i)}(t)$, $a_{\beta}^{(i)}(t)$ в (1) и использовать полноту волновых функций электрона, то коэффициент поглощения света запишется в виде

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{n_0 c \hbar \Omega V} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \xi}{m_0} \right|^2 \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\Omega t) \times \langle \alpha^c | \exp \left\{ \frac{it}{\hbar} (\hat{H}_0^{(v)} + \hat{V}) \right\} \exp \left\{ -\frac{it}{\hbar} (\hat{H}_0^{(c)} + \hat{V}) \right\} | \alpha^c \rangle. \quad (7)$$

При записи (7) учитывалось, что для невырожденного электронного газа в зоне проводимости (валентная зона полностью заполнена электронами)

$$\langle a_{\gamma}^{+(v)} a_{\gamma_1}^{(c)} a_{\beta}^{+(c)} a_{\beta_1}^{(v)} \rangle \approx \delta_{\gamma\beta_1} \delta_{\gamma_1\beta}.$$

В дальнейшем рассмотрим случай, когда

$$\hat{H}_0^{(i)}(x, y, z) = \hat{H}_0^{(i)}(y, z) + \frac{\hat{P}_x^2}{2m_i}; \quad (8)$$

\hat{P}_x — компонента оператора импульса, m_i — эффективная масса электрона в i -й зоне.

Гамильтониан вида (8) описывает широкий класс физических задач. Если использовать алгебру операторов координаты и импульса [14], легко показать, что

$$\begin{aligned} \exp \left\{ \frac{it}{\hbar} \left[\frac{\hat{P}_x^2}{2m_i} + eEx \right] \right\} &= \exp \left\{ \frac{it}{\hbar} \frac{\hat{P}_x^2}{2m_i} - \frac{ieEt^2}{2\hbar m_i} \hat{P}_x \right\} \\ &\times \exp \left(\frac{ieExt}{\hbar} \right) \exp \left(\frac{ie^2 E^2 t^3}{6m_i \hbar} \right) = \exp \left(\frac{ieExt}{\hbar} \right) \\ &\times \exp \left(\frac{ie^2 E^2 t^3}{6m_i \hbar} \right) \exp \left\{ \frac{it}{\hbar} \frac{\hat{P}_x^2}{2m_i} + \frac{ieEt^2}{2\hbar m_i} \hat{P}_x \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

С учетом (9) коэффициент поглощения (7) после интегрирования по t принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} K(\Omega) &= \frac{8\pi^2 e^2}{V n_0 c \hbar \Omega \omega_E} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \xi}{m_0} \right|^2 \\ &\times \sum_{\alpha, \beta} |\langle \alpha^c | \beta^v \rangle|^2 \exp \left\{ \frac{iP_x \Delta_{\alpha\beta}}{\hbar e E} + \frac{iP_x^3}{3e E \hbar \mu} \right\} \\ &\times \text{Ai} \left[-\frac{1}{\hbar \omega_E} \left(\Delta_{\alpha\beta} + \frac{P_x^2}{2\mu} \right) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь обозначено: $\hbar \omega_E = \sqrt{\hbar^2 e^2 E^2 / 2\mu}$, $\Delta_{\alpha\beta} = \hbar \Omega + \varepsilon_{\beta}^v - \varepsilon_{\alpha}^c$, $\mu^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$. При записи (10) было использовано

интегральное представление функций Эйри $\text{Ai}(z)$ [15]:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp \left(\frac{it}{\hbar} \Delta + iat^2 - ibt^3 \right) &= 2\pi(3b)^{-1/3} \\ &\times \exp \left(\frac{i}{\hbar} \frac{a}{3b} \Delta + i \frac{2}{27} \frac{a^3}{b^2} \right) \text{Ai} \left[-(3b)^{-1/3} \left(\frac{\Delta}{\hbar} + \frac{a^2}{3b} \right) \right]. \end{aligned}$$

Выбор гамильтониана для электронов в отсутствие электрического поля в виде (8) означает, что в собственных значениях $\varepsilon_{\alpha}^{(i)}$ можно явно выделить слагаемое $P_x^2/2m_i$, т. е.

$$\varepsilon_{\alpha}^{(i)} = \varepsilon_{\alpha'}^{(i)} + \frac{P_x^2}{2m_i} \quad (11)$$

(α' — квантовые числа кроме P_x , описывающие состояние электрона в i -й зоне).

Следовательно, аргумент функций Эйри не зависит от P_x ($\Delta_{\alpha\beta} + P_x^2/2\mu = \hbar \Omega + \varepsilon_{\beta'}^v - \varepsilon_{\alpha'}^c \equiv \Delta_{\alpha'\beta'}$), а матричный элемент $\langle \alpha^c | \beta^v \rangle = \langle \alpha'^c | \beta'^v \rangle \delta_{k_x^c, k_x^v}$ (k_x^i — компонента волнового вектора электрона в i -й зоне), поэтому суммирование по k_x^i в (10) можно провести точно. В результате окончательное выражение для коэффициента поглощения записывается в виде

$$\begin{aligned} K(\Omega) &= \frac{8\pi^2 e^2}{L_y L_z n_0 c \hbar \Omega} \left(\frac{2\mu}{\hbar \omega_E} \right)^{1/2} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \xi}{m_0} \right|^2 \\ &\times \sum_{\alpha', \beta'} |\langle \alpha'^c | \beta'^v \rangle|^2 \text{Ai}^2 \left(-\frac{\Delta_{\alpha'\beta'}}{\hbar \omega_E} \right). \quad (12) \end{aligned}$$

L_y, L_z — соответствующие размеры исследуемой полупроводниковой системы. Из соотношения (12) получаются известные результаты для межзонного поглощения света [1–3]. В однородном магнитном поле в калибровке $\mathbf{A}(0, 0, H_y)$ из (12) непосредственно следуют результаты для $K(\Omega)$ ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{E}$), полученные в [4,5].

2. Исходя из общей формулы (12) исследуем особенности электропоглощения в размерно-ограниченных системах. Для размерно-квантованных систем с произвольным видом одномерного вдоль оси Oz потенциала

$$\varepsilon_{\alpha'}^{(i)} = \varepsilon_n^{(i)} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_i}, \quad (13)$$

где $\varepsilon_n^{(i)}$ — уровни размерного квантования в i -й зоне, $n^{(i)}$ — номер уровня. Интеграл перекрытия волновых функций для рассматриваемых квантовых систем можно записать в виде

$$\langle \alpha'^c | \beta'^v \rangle = \langle n^c | n^v \rangle \delta_{k_y^c, k_y^v}. \quad (14)$$

Если подставить (14), (13) в (12), проинтегрировав по квазиимпульсу $\hbar k_y^c$, используя [16],

$$\int_0^{-\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}} \text{Ai}^2(\alpha + x) = \frac{1}{2} \text{Ai}_1(2^{2/3}\alpha) \equiv \frac{1}{2} \int_{2^{2/3}\alpha}^{\infty} dx \text{Ai}(x),$$

коэффициент поглощения света принимает следующую форму:

$$K(\Omega) = \frac{4\pi e^2 \mu}{dn_0 c \hbar^2 \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \times \sum_{n, n_1} |\langle n^c | n_1^v \rangle|^2 \text{Ai}_1 \left(-2^{2/3} \frac{\Delta_{m_1}}{\hbar \omega_E} \right). \quad (15)$$

Здесь a — толщина размерно-ограниченной системы, $\Delta_{m_1} = \hbar \Omega + \varepsilon_{n_1}^v - \varepsilon_n^c$.

В отсутствие электрического поля при $\Delta_{m_1} > 0$ $\text{Ai}_1(-2^{2/3} \Delta_{m_1} / \hbar \omega_E) \rightarrow \Theta(\Delta_{m_1})$ ($\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда) частотная зависимость $K(\Omega)$, согласно (15), имеет характерный для двумерных систем ступенчатый вид. В частном случае для прямоугольных квантовых ям (КЯ) с бесконечной высотой барьера ($\langle n^c | n_1^v \rangle = \delta_{n_1}$) из (15) непосредственно получаются известные результаты [17] для коэффициента поглощения света. Как следует из (15), частотная зависимость коэффициента межзонного поглощения электромагнитной волны от величины напряженности однородного электрического поля \mathbf{E} одинакова для различных размерно-квантованных систем. При этом изменяются только величина (наличие множителя $\langle n^c | n_1^v \rangle$) и положение максимума поглощения ($\varepsilon_n^{(i)}$ — определяется формой одномерного потенциала). Как непосредственно следует из асимптотического поведения $\text{Ai}_1(x)$ [15] при $\Delta_{m_1} / \hbar \omega_E > 0$, т.е. в высокочастотной области, коэффициент поглощения как функция частоты света описывается немонотонной кривой. При этом в размерно-ограниченных системах осцилляционный характер $K(\Omega)$ выражен более ярко, чем в объемных материалах. В длинноволновой области спектра поглощения ($\Delta_{m_1} < 0$) при $\Delta_{m_1} / \hbar \omega_E \gg 1$ $K(\Omega)$ определяется экспоненциальной зависимостью от частоты и описывает туннельный процесс (эффект Франца–Келдыша). Все предыдущие расчеты проведены для изотропных зон. Обобщение результатов для анизотропных масс, а также учет легких и тяжелых дырок не представляет труда. Учет последнего приведет только к количественному изменению осцилляционной зависимости $K(\Omega)$ в коротковолновой области спектра [17].

Рассмотрим поглощение света в параболических квантовых ямах (ПКЯ), когда однородные магнитное и электрическое поля направлены вдоль поверхности исследуемой размерно-ограниченной системы ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{E} \parallel Ox$). В калибровке векторного потенциала $\mathbf{A}(0, Hz, 0)$ гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}^{(i)} = \frac{1}{2m_i} \left(\hat{P}_y + \frac{eH}{c} z \right)^2 + \frac{\hat{P}_z^2}{2m_i} + \frac{\hat{P}_x^2}{2m_i} + eEx + \frac{m_i \tilde{\omega}_i^2}{2} z^2, \quad (16)$$

$\hbar \tilde{\omega}_i = \sqrt{8\Delta E_i \hbar^2 / m_i a^2}$ — шаг размерного квантования, ΔE_i — высота барьера в ПКЯ в i -й зоне.

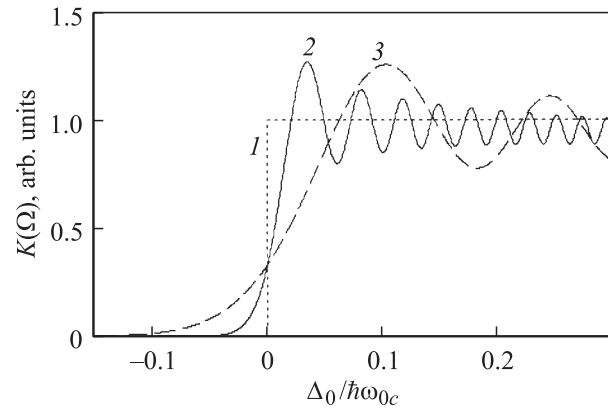


Рис. 1. Частотные зависимости коэффициента поглощения света (в отн. ед.) в параболической квантовой яме в однородных электрическом и магнитном полях: 1 — в отсутствие электрического поля; 2, 3 — при $\omega_E / \omega_c = 0.033$ и 0.1 соответственно.

Гамильтониан (16) в отсутствие электрического поля описывается видом (8). При этом, согласно (11),

$$\varepsilon_{\alpha'}^c = \frac{\hbar^2 (k_y^c)^2}{2m_c} \frac{\tilde{\omega}_c^2}{\omega_{0c}^2} + \hbar \omega_{0c} (n^c + 1/2),$$

$$\varepsilon_{\alpha'}^v = -\frac{\hbar^2 (k_y^v)^2}{2m_v} \frac{\tilde{\omega}_v^2}{\omega_{0v}^2} - \hbar \omega_{0v} (n^v + 1/2) - \varepsilon_g, \quad (17)$$

$\omega_{0i}^2 = \tilde{\omega}_i^2 + \omega_i^2$, ω_i — циклотронная частота в i -й зоне.

Квадрат матричного элемента на волновых функциях электрона в магнитном поле ПКЯ [18] для простейшего случая перехода носителя между нижними размерно-магнито-квантованными уровнями ($n^c = n^v = 0$) вычисляется непосредственно. Выражение (12) для коэффициента поглощения света принимает вид

$$K(\Omega) = \frac{16\pi e^2 \sqrt{M\mu}}{an_0 c \hbar^2 \Omega} \frac{\sqrt{\lambda_c \lambda_v}}{\lambda_c + \lambda_v} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \times \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} e^{-\beta\tau} \text{Ai}^2 \left(-\frac{\Delta_0}{\hbar \omega_E} + \tau \right), \quad (18)$$

$$\beta = \frac{2M\omega_E}{m\omega_c} \left[\frac{\omega_c}{\omega_{0c}} \right]^3 (p+1)(p-1)^2,$$

$$M^{-1} = \frac{1}{m_v} \delta_v + \frac{1}{m_c} \delta_c, \quad \lambda_i = \frac{|m_i| \omega_{0i}}{\hbar},$$

$$\Delta_0 = \hbar \Omega - \varepsilon_g - \frac{\hbar \omega_{0c}}{2} - \frac{\hbar \omega_{0v}}{2},$$

$$\delta_i = \frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_{0i}^2}, \quad p = \frac{\lambda_c}{\lambda_v}.$$

В отсутствие электрического поля частотная зависимость коэффициента поглощения света носит ступенчатый характер (рис. 1, кривая 1). При этом ширина ступеньки (на рис. 1 приведена часть первой ступеньки)

с ростом напряженности магнитного поля охватывает более широкую область частот поглощаемой электромагнитной волны, что связано с увеличением шага размерно-магнитного квантования. В постоянном электрическом поле возможно поглощение света в длинноволновой области спектра (эффект Франца–Келдыша), а в высокочастотной области $K(\Omega)$ описывается осцилляционной кривой (кривые 2, 3 на рис. 1). Расчеты проводились для типичных ПКЯ AlGaAs–GaAs ($m_c = 0.06m_0$, $m_v = 0.4m_0$, разрывы в зоне проводимости $\Delta E_c = 0.255$ эВ и в валентной зоне $\Delta E_v = 0.17$ эВ) при ширине ямы $a = 1000$ Å, $\hbar\tilde{\omega}_c = 14.6$ мэВ, $\hbar\tilde{\omega}_v = 4.6$ мэВ и при значениях напряженности магнитного поля, когда $\hbar\omega_c = \hbar\tilde{\omega}_c$. При этом $\beta \approx 0.3\omega_E/\omega_c$. Кривые 2, 3 получены при $\omega_E/\omega_c = 0.033$ ($E = 125$ В/см), $\omega_E/\omega_c = 0.1$ ($E = 650$ В/см) соответственно. С ростом напряженности электрического поля число осцилляций на ступеньке и их величина уменьшаются.

3. Из соотношения (12) нетрудно получить выражение для коэффициента межзонного поглощения света в поперечном электрическом поле для сверхрешеток (СР) с периодом d , учитывая закон дисперсии для носителей в приближении сильной связи [19]:

$$\varepsilon_\alpha^{(i)} = \frac{\hbar^2}{2m_i} [(k_x^i)^2 + (k_y^i)^2] + \varepsilon_{si} - \Delta_{si} \cos(k_z^i d), \quad (19)$$

ε_{si} — уровни размерного квантования i -й зоны, Δ_{si} — ширина s -й мини-зоны в i -й зоне.

Для прямых разрешенных оптических переходов ($k_z^c = k_z^v$) коэффициенты поглощения в СР, согласно (15),

$$K^{\text{SL}}(\Omega) = \frac{4\pi e^2 \mu}{dn_0 c \hbar \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \times \sum_{s,s',k_z} |u_{cv}^{ss'}|^2 \text{Ai}_1 \left(-\frac{2^{2/3}}{\hbar \omega_E} [\hbar \Omega - \tilde{\varepsilon}_g^{ss'} + \Delta_{s,s'} \cos(k_z d)] \right), \quad (20)$$

$u_{cv}^{ss'}$ — матричный элемент волновых функций s -й мини-зоны проводимости и s' -й мини-зоны валентной зоны, $\tilde{\varepsilon}_g^{ss'} = \varepsilon_g + (\varepsilon_{sc} + \varepsilon_{s'v})$, $\Delta_{s,s'} = \Delta_{sc} + \Delta_{s'v}$.

В отсутствие электрического поля ($E = 0$) в пренебрежении шириной мини-зон ($\Delta_{si} = 0$)¹ из (20) получается известное выражение для коэффициента межзонного поглощения света [20].

Для конечных разрешенных мини-зон ($\Delta_{sc} \neq 0$, $\Delta_{s'v} \neq 0$), если пренебречь слабой зависимостью в интеграле перекрывания $u_{cv}^{ss'}$ от k_z [21], после суммирования по квазиимпульсу коэффициент поглощения света принимает вид

$$K^{\text{SL}}(\Omega) = \frac{8\pi e^2 \mu}{dn_0 c \hbar^2 \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \sum_{s,s'} |u_{cv}^{ss'}|^2 I(\gamma, x). \quad (21)$$

¹ Первые разрешенные мини-зоны имеют весьма малую ширину, поэтому это приближение часто применяется при исследовании оптических свойств СР.

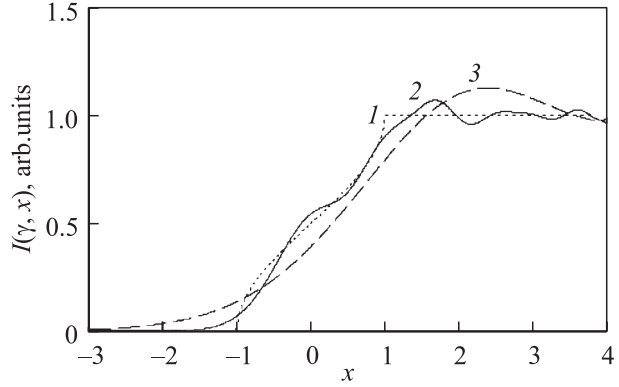


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициента поглощения света (в отн. ед.) в СР в однородном электрическом поле: 1 — в отсутствие электрического поля; 2, 3 — при $\gamma = 3$ и $\gamma = 1$ соответственно.

Здесь введены следующие обозначения:

$$I(\gamma, x) = \frac{1}{2} \left\{ \text{Ai}_1[-\gamma(x+1)] + \text{Ai}_1[-\gamma(x-1)] - \frac{2\gamma}{\pi} \int_{-1}^1 d\tau \arcsin \tau \text{Ai}[-\gamma(x+\tau)] \right\}, \quad (22)$$

$$\gamma = \frac{2^{2/3}}{\hbar \omega_E} \Delta_{s,s'}, \quad x = \frac{\hbar \Omega - \tilde{\varepsilon}_g^{ss'}}{\Delta_{s,s'}}.$$

В отсутствие электрического поля ($E = 0$, $\gamma \rightarrow \infty$) $I_0(x)$ определяется соотношением

$$I_0(x) = \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arcsin(-x) \right\} \Theta(-x) \Theta(1+x) + \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin x \right\} \Theta(x) \Theta(1-x) + \Theta(x-1). \quad (23)$$

$I_0(x)$ изображена на рис. 2 кривой 1 (рассматривается межзонный оптический переход между нижними мини-зонами $s = s' = 1$). В этом случае частотная зависимость $K^{\text{SL}}(\Omega)$ повторяет поведение плотности электронных состояний в СР [22] от Ω . В присутствии электрического поля возможно поглощение электромагнитной волны в длинноволновой области (эффект Франца–Келдыша) и возникают осцилляции $K^{\text{SL}}(\Omega)$ при $x > 1$. При этом с ростом напряженности электрического поля величина осцилляционных пиков увеличивается, а их число уменьшается. На рис. 2 кривые 2, 3 получены соответственно для $\gamma = 3$, $\gamma = 1$.

Рассмотрим межзонное поглощение света в СР в магнитном поле, направленном вдоль оси пространственного квантования (ось Oz), при этом электрическое поле направлено вдоль плоскости размерно-квантованной системы ($\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$). В калибровке Ландау $\mathbf{A}(-Hy, 0, 0)$

гамильтониан исследуемой системы имеет вид

$$\hat{H}^{(i)} = \frac{1}{2m_i} \left(\hat{P}_x + \frac{eH}{c} y \right)^2 + \frac{\hat{P}_y^2}{2m_i} + \frac{\hat{P}_z^2}{2m_i} + V(z) + eEy, \quad (24)$$

где $V(z)$ — периодический потенциал СР.

Проведем над гамильтонианом (24) унитарное преобразование, исключаяющее eEy :

$$e^{\hat{S}_i} \hat{H}^{(i)} e^{-\hat{S}_i} = \tilde{H}^{(i)}, \quad \hat{S}_i = -\frac{ieE}{m_i \hbar \omega_i^2} \hat{P}_y. \quad (25)$$

Нетрудно показать, что

$$\tilde{H}^{(i)} = \frac{1}{2m_i} \left(\hat{P}_x - \frac{\hbar}{R^2} y \right)^2 + \frac{\hat{P}_y^2}{2m_i} + \frac{\hat{P}_z^2}{2m_i} + V(z) + \frac{eER^2}{\hbar} \hat{P}_x - \frac{e^2 E^2}{2m_i \omega_i^2}. \quad (26)$$

Под знаком шпура в (7) совершим унитарное преобразование (25), и с учетом полноты волновых функций коэффициент поглощения света принимает вид

$$K_H^{SL}(\Omega) = \frac{4\pi e^2}{V n_0 c \hbar \Omega} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \sum_{\alpha, \beta} \left| \langle \alpha^c | \exp\{-i\gamma_0 \hat{P}_y\} | \beta^v \rangle \right|^2 \times \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp\left\{ \frac{it}{\hbar} \left[\hbar\Omega - \varepsilon_\alpha^c + \varepsilon_\beta^v + \frac{c^2 E^2}{2H^2} (m_c + m_v) \right] \right\}. \quad (27)$$

Здесь обозначено: $\gamma_0 = eER^2(1/\hbar^2\omega_c + 1/\hbar^2\omega_v)$; $\varepsilon_\beta^v(\varepsilon_\alpha^c)$ — энергия электрона в валентной зоне (в зоне проводимости) для СР в магнитном поле, в приближении сильной связи энергии определяются соотношением

$$\varepsilon_\alpha^{(i)} = \hbar\omega_i(n+1/2) + \varepsilon_{si} - \Delta_{si} \cos(k_z^i d). \quad (28)$$

$\langle \alpha^{(i)} |$ — волновые функции электрона в i -й зоне, которые являются решением уравнения Шредингера с гамильтонианом (26) (при $E = 0$) и представляют собой произведение волновых функций для СР и волновых функций электрона в однородном магнитном поле (n_i — уровень Ландау) [23]. Матричный элемент, входящий в (28), легко вычисляется:

$$\begin{aligned} \langle \alpha^c | e^{-i\gamma_0 \hat{P}_y} | \beta^v \rangle &= |u_{cv}^{ss'}| \delta_{k_x^c, k_x^v} \delta_{k_y^c, k_y^v} \left(\frac{n_c! 2^{n_v}}{n_v! 2^{n_c}} \right)^{1/2} \\ &\times \left(-\frac{\hbar\gamma_0}{2R} \right)^{n_c - n_v} L_{n_c - n_v} \left(\frac{\hbar^2 \gamma_0^2}{2R^2} \right) \exp\left(-\frac{\hbar^2 \gamma_0^2}{4R^2} \right) \\ &\equiv |u_{cv}^{ss'}| \delta_{k_\perp^c, k_\perp^v} W_{n_c, n_v} \exp\left(-\frac{\hbar^2 \gamma_0^2}{4R^2} \right), \quad n_c \geq n_v. \end{aligned} \quad (29)$$

Для прямых разрешенных оптических переходов ($k_z^c = k_z^v$) в пренебрежении слабой зависимостью в $u_{cv}^{ss'}$

от k_z^c коэффициент поглощения света (27) после суммирования по k_x^c принимает следующую форму:

$$K_H^{SL}(\Omega) = \frac{2e^2}{n_0 c \Omega R^2 d} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \exp\left(-\frac{\hbar^2 \gamma_0^2}{2R^2} \right) \times \sum_{\substack{n_c, n_v, \\ s, s'}} |u_{cv}^{ss'}|^2 |W_{n_c, n_v}|^2 \int_{-\pi}^{\pi} dz \delta\{\Delta_{n_c, n_v} + \Delta_{s, s'} \cos z\}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{n_c, n_v} &= \hbar\Omega - \tilde{\varepsilon}_g^{ss'} - \hbar\omega_c(n_c + 1/2) \\ &- \hbar\omega_v(n_v + 1/2) + \frac{c^2 E^2}{2H^2} (m_c + m_v). \end{aligned}$$

Дальнейший расчет проводится так же, как было сделано выше. В результате

$$K_H^{SL}(\Omega) = \frac{4e^2}{n_0 c \Omega R^2 d} \left| \frac{\mathbf{P}_{cv} \boldsymbol{\xi}}{m_0} \right|^2 \times \sum_{\substack{n_c, n_v, \\ s, s'}} |u_{cv}^{ss'}|^2 |W_{n_c, n_v}|^2 \exp\left(-\frac{\hbar^2 \gamma_0^2}{2R^2} \right) \frac{\text{sign}(\Delta_{s, s'} - \Delta_{n_c, n_v})}{\sqrt{\Delta_{s, s'}^2 - \Delta_{n_c, n_v}^2}}. \quad (31)$$

Соотношение (31) описывает частотную зависимость коэффициента поглощения света, характерную для случая присутствия магнитного поля. Заметим, что при $E \neq 0$ нет, как обычно [6], правил отбора по номерам уровней Ландау и край собственного поглощения смещается в низкочастотную область спектра на величину $E^2 c^2 (m_c + m_v) / 2H^2$, а величина коэффициента поглощения света уменьшается на характерную в скрещенных электрическом и магнитном полях величину $\exp\{-\hbar^2 \gamma_0^2 / 2R^2\}$. Корневая особенность коэффициента поглощения света в (31) исчезает, если учесть, например, взаимодействие носителей с колебаниями кристаллической решетки. Все предыдущие расчеты электропоглощения в СР выполнены в приближении эффективной массы, т. е. несправедливы в пределе сильных электрических полей (режим ванье-штарковской лестницы) [24].

Список литературы

- [1] W. Franz. Z. Naturforsch., **132**, 484 (1958).
- [2] Л.В. Келдыш. ЖЭТФ, **34**, 1138 (1958).
- [3] K. Tharmalingam. Phys. Rev., **130**, 2204 (1963).
- [4] M. Reine, Q.H.F. Vrethen, B. Lax. Phys. Rev., **163**, 726 (1967).
- [5] G. Giobanu. Rev. Roumaine Phys., **10**, 109 (1965).
- [6] А.Г. Аронов. ФТТ, **5**, 552 (1964).
- [7] А.Г. Аронов, Г.Е. Пикус. ЖЭТФ, **51**, 505 (1966).
- [8] А.Г. Аронов, Г.Е. Пикус. ЖЭТФ, **49**, 1904 (1965).
- [9] M.H. Weiler, W. Zawadzki, B. Lax. Phys. Rev., **163**, 733 (1967).
- [10] B. Lax. Proc. 7th Int. Conf. Phys. Semicond. (Dund, Paris, France, 1964) p. 253.
- [11] S. Schmitt-Rink, D.S. Chemla, D.A.B. Miller. Adv. Phys., **38** (2), 89 (1989).

- [12] R. Kubo. J. Phys. Soc. Japan, **12**, 570 (1957).
- [13] Э.П. Сиявский, Е.И. Гребенщикова. ЖЭТФ, **116**, 2069 (1999).
- [14] У. Люиселл. *Излучение и шумы в квантовой электронике* (М., Наука, 1972).
- [15] М. Абрамовиц, И. Стиган. *Справочник по специальным функциям* (М., Наука, 1979).
- [16] D.E. Aspnes. Phys. Rev., **147**, 554 (1966).
- [17] Э.П. Сиявский. *Оптические свойства полупроводников и квазидвумерных систем* (Тирасполь, РИО Приднестровского гос. ун-та, 2002).
- [18] E.P. Sinyavskii, S.M. Sokovnich, F.I. Pasechnik. Phys. Status Solidi B, **209**, 55 (1998).
- [19] А.П. Силин. УФН, **147**, 485 (1985).
- [20] А.Я. Шик. ФТП, **8**, 1841 (1974).
- [21] В.А. Волков, Т.Н. Пинскер. ФТТ, **13**, 1360 (1971).
- [22] R.C. Fivaz. J. Phys. Chem. Sol., **28**, 839 (1967).
- [23] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М., Наука, 1974).
- [24] С.Н. Молотков. Письма ЖЭТФ, **62**, 318 (1995).

Редактор Л.В. Шаронова

The inter-band light absorption in dimension-limited systems in an uniform electric field

E.P. Sinyavskii, S.M. Sokovnich, R.A. Khamidullin

Institute of Applied Physics,
Academy of Sciences of Moldova,
DM-2028 Kishinev, Moldova

Abstract We propose a simple method for calculating the inter-band light absorption coefficient in an uniform electric field, which allows us to investigate peculiarities of the light absorption in an electric field in a wide class of semiconductor systems from general equations. This method is demonstrated in a research of the light absorption coefficient in an electric field in two-dimensional systems with various sorts of potential energy, and in quantum wells and superlattices in a magnetic field also.