

## Анализ структурных свойств малой планеты Бенну с использованием гармонического анализа и фрактальной геометрии

© Ю.А. Колосов,<sup>1</sup> А.О. Андреев,<sup>1,2</sup> Е.Н. Ахмедшина,<sup>1</sup> Ю.А. Нефедьев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
420008 Казань, Россия

<sup>2</sup> Казанский государственный энергетический университет,  
420066 Казань, Россия  
e-mail: yurykolosov3@gmail.com

Поступило в Редакцию 2 мая 2024 г.

В окончательной редакции 17 августа 2024 г.

Принято к публикации 30 октября 2024 г.

Проведен комплексный анализ структурной модели астероида Бенну. Разработан авторский фрактальный метод для исследования безатмосферных малых тел Солнечной системы. Определены самоподобные области на поверхности Бенну, которые соответствуют одним и тем же эволюционным процессам, протекавшим на небесном объекте. Разработанный подход может быть применен для исследования других малых тел Солнечной системы.

**Ключевые слова:** фрактальная геометрия, гармонический анализ, малая планета Бенну.

DOI: 10.61011/JTF.2024.12.59254.383-24

В настоящее время околоземный астероид Бенну представляет собой наиболее загадочное небесное тело. После приземления на него зонда NASA „Osiris-REx“ выяснилось, что он или полый внутри, или имеет очень пористую структуру. Особый интерес также представляют процессы выбросов вещества астероидом под воздействием метеороидных ударников [1], что наблюдается земными телескопами в виде образующихся вследствие импактных событий метеорных потоков [2]. Следует отметить, что анализ структуры и физических свойств различных образований на астероидах является важным для описания процессов формирования и разрушений их поверхностей [3]. В нашей работе исследованы мультиспектральные снимки ( $0.44\text{--}0.89\text{ }\mu\text{m}$ ) малой планеты Бенну (рис. 1) с помощью разложения данных в гармонический ряд по сферическим функциям и авторского фрактального метода [4]. Причем цветовые и отражательные характеристики поверхности в видимой области спектра дают важную информацию об ее эволюционных особенностях.

В наших исследованиях были использованы данные лазерного альтиметра OLA миссии OSIRIS-Rex [5]. Соответственно, альтиметрическая модель Бенну [6]

включает как значения измерений по высоте (рис. 2), так и влияние вращательных и гравитационных эффектов. В экваториальной области наблюдается более сглаженная поверхность, чем в направлении к полюсам астероида. Это объясняется тем, что астероид находится во вращательной полости Роша [7].

Анализ структурных параметров астероида Бенну состоял из следующих этапов. Вначале цифровые альтиметрические данные изменений поверхности Бенну делились на пиксели со средним радиус-вектором 5 угловых секунд. Затем на основе полученных параметров строилась цифровая трехмерная модель поверхности астероида.

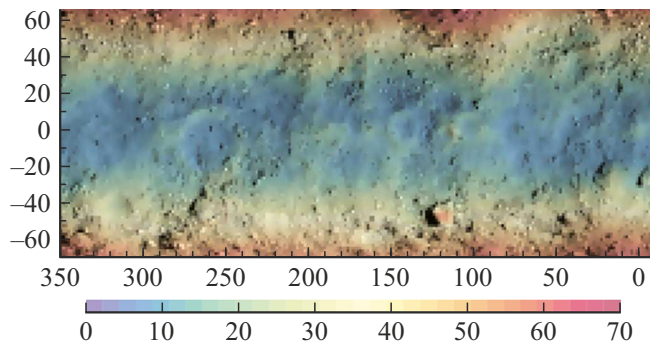
Далее была определена фрактальная размерность  $F_d$  для заданных областей согласно выражению [7]:

$$F_d = \sum_{\gamma} \frac{\log N_d(n_{\gamma+1}^2) - \log N_d(n_{\gamma}^2)}{\text{abs}(\log S_{\xi}(n_{\gamma+1}^2)) - \text{abs}(\log S_{\xi}(n_{\gamma}^2))} \times \left( \frac{\alpha_{\gamma+1} - \alpha_{\gamma}}{N - 1} \right), \quad (1)$$

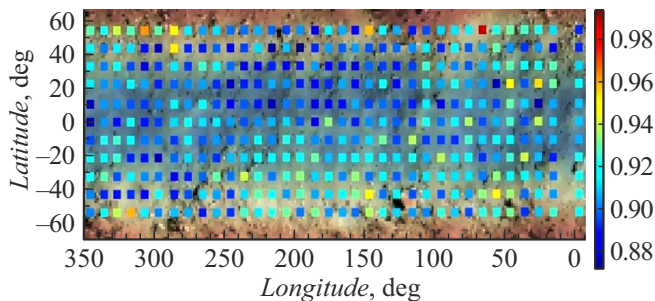


Рис. 1. Астероид Бенну.

где  $N_d(n^2)$  — количество сфер, покрывающих заданную область на поверхности Бенну. В нашем случае было введено ограничение в 15 угловых секунд, так как этого достаточно для моделирования. С целью более точного определения фрактальной размерности была введена цветовая размерность. Цвет характеризовал усредненные высоты рельефа. Были получены цветовые фрактальные размерности  $F_G, F_B, F_R$ , где нижний индекс обозначает синие, зеленые и красные фрактальные размерности соответственно. Тогда для цветовой фракталь-



**Рис. 2.** Картографическая модель Бенну [6]. По оси широты шкала дана в градусах от  $+60^\circ$  до  $-60^\circ$ , по оси долгот шкала дана в градусах от  $+0^\circ$  до  $350^\circ$ . Внизу рисунка приведена цветовая шкала высот над геопотенциалом в метрах.



**Рис. 3.** 2D-модель распределения коэффициента самоподобия  $K_d$  по поверхности Бенну.

ной размерности  $F_{RGB}$  можно записать

$$F_{RGB} = \frac{1}{2}P[-2(F_R + F_B) + (F_G + F_B) + (F_R + F_G)], \quad (2)$$

где  $P$  — параметр масштаба.

С целью определения самоподобных областей был введен коэффициент самоподобия  $K_f$ :

$$K_f = \frac{F_d^0}{F_d}, \quad (3)$$

где  $F_d^0$  — общая фрактальная размерность.

На рис. 3 показано распределение коэффициента самоподобия  $K_d$  по поверхности астероида. Самоподобными областями считаются те, которые имеют одинаковые значения коэффициента самоподобия. В нашем случае — одинаковые цвета. Наибольшее количество совпадений соответствует значениям  $K_d$  от  $-10$  до  $-20$ . Считается, что данные области сформировались в процессе эволюции при одинаковых физических и химических процессах.

В настоящее время отсутствуют исследования по созданию мультифрактальных карт поверхности астероида Бенну, а также его 2D-модели. Необходимо отметить, что полученные в настоящей работе результаты являются определенным образом усредненными, так как

была проведена аппроксимация данных наблюдений, но все это в значительной степени не меняет сущности полученных результатов.

Как итог, определены самоподобные области и их координатные положения на малой планете Бенну. Частично подтвердились выводы, полученные в работе [8], о нестандартной фигуре астероида. Как видно на рис. 1, в направлении экватора Бенну происходит значительное утолщение фигуры, и в проекции получается не шар, а, скорее, ромбовидный объект. В работе [8] данный эффект объясняется тем, что происходит выброс частиц в отрицательных широтах под действием солнечного излучения и затем возвращение их обратно на Бенну в виде повторного накопления вещества в области экватора. По нашему мнению, здесь ведущую роль играет и сам состав вещества астероида. Выявленные же фрактальные особенности также можно объяснить тем, что воздействие солнечного ветра, гравитации и тепловых градиентов создает целый спектр устойчивых орбит излучаемых Бенну частиц. При этом из этой системы Бенну—излучаемые частицы удаляются мелкие, размером менее 1 см, а оставшиеся возвращаются и концентрируются в районе экватора Бенну, чем и обусловлена его ромбовидная форма [9]. Вероятно, такими же особенностями обладают и многие другие околоземные астероиды.

## Финансирование работы

Выполненные работы поддержаны Российским научным фондом, грант 22-72-10059.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] W.F. Bottke, A. Moorhead, H.C. Connolly, C.W. Hergenrother, P. Michel, S. Schwartz, D. Vokrouhlický, K. Walsh, D.S. Lauretta. *J. Geophys. Research: Planets*, **125** (8), e2019JE006282 (2020). DOI: 10.1029/2019JE006282
- [2] P. Jenniskens, D.S. Lauretta, L.R. Koelbel, M.C. Towner, P. Bland, S. Heathcote, T.M.C. Abbott, E. Jehin, T. Hanke, E. Fahl, R. van Wyk, T. Cooper, J.W. Baggaley, D. Samuels, P.S. Gur. *Icarus*, **394**, 115403 (2023). DOI: 10.1016/j.icarus.2022.115403
- [3] D.N. DellaGiustina, J.P. Emery, D.R. Golish, B. Rozitis, C.A. Bennett, K.N. Burke, R.-L. Ballouz, K.J. Becker, P.R. Christensen, C.Y. Drouet d'Aubigny, V.E. Hamilton, D.C. Reuter, B. Rizk, A.A. Simon, E. Asphaug, J.L. Bandfield, O.S. Barnouin, M.A. Barucci, E.B. Bierhaus, R.P. Binzel, W.F. Bottke, N.E. Bowles, H. Campins, B.C. Clark, B.E. Clark, H.C. Connolly Jr., M.G. Daly, J. de Leon, M. Delbo, J.D.P. Deshapriya, C.M. Elder, S. Fornasier, C.W. Hergenrother, E.S. Howell, E.R. Jawin, H.H. Kaplan, T.R. Kareta, L. Le Corre, J.-Y. Li, J. Licandro, L.F. Lim, P. Michel, J. Molaro, M.C. Nolan, M. Pajola, M. Popescu, J.L. Rizos Garcia,

- A. Ryan, S.R. Schwartz, N. Shultz, M.A. Siegler, P.H. Smith, E. Tatsumi, C.A. Thomas, K.J. Walsh, C.W.V. Wolner, X.-D. Zou, D.S. Lauretta & The OSIRIS-REx Team. *Nature Astronomy*, **3**, 341 (2019). DOI: 10.1038/s41550-019-0731-1
- [4] A.O. Andreev, E.N. Akhmedshina, L.A. Nefedev, Yu.A. Nefedev, N.Yu. Demina. *Astronomy Reports*, **65** (5), 435 (2021). DOI: 10.1134/S1063772921060019
- [5] J.A. Seabrook, M.G. Daly, O.S. Barnouin, C.L. Johnson, A.H. Nair, E.B. Bierhaus, W. Boynton, R.C. Espiritu, R.W. Gaskell, E. Palmer, L. Nguyen, M. Nolan, D.S. Lauretta. *Planet. Space Sci.*, **177**, 104688 (2019). DOI: 10.1016/j.pss.2019.07.003
- [6] D.S. Lauretta, D.N. DellaGiustina, C.A. Bennett, D.R. Golish, K.J. Becker, S.S. Balram-Knutson, O.S. Barnouin, T.L. Becker, W.F. Bottke, W.V. Boynton, H. Campins, B.E. Clark, H.C. Connolly, C.Y.D. d'Aubigny, J.P. Dworkin, J.P. Emery, H.L. Enos, V.E. Hamilton, C.W. Hergenrother, E.S. Howell, M.R.M. Izawa, H.H. Kaplan, M.C. Nolan, B. Rizk, H.L. Roper, D.J. Scheeres, P.H. Smith, K.J. Walsh, C.W.V. Wolner. *Nature*, **568**, 55 (2019). DOI: 10.1038/s41586-019-1033-6
- [7] A.O. Andreev, E.N. Akhmedshina, L.A. Nefedev, Yu.A. Nefedev, N.Yu. Demina. *Astronomy Reports*, **65** (5), 435 (2021). DOI: 10.1134/S1063772921060019
- [8] C.W. Hergenrother, C.D. Adam, S.R. Chesley, D.S. Lauret. *J. Geophys. Research: Planets*, **125** (9), JE006549 (2020). DOI: 10.1029/2020JE006549
- [9] J.W. McMahon, D.J. Scheeres, S.R. Chesley, A. French, D. Brack, D. Farnocchia, Y. Takahashi, B. Rozitis, P. Tricarico, E. Mazarico, B. Bierhaus, J.P. Emery, C.W. Hergenrother, D.S. Lauretta. *J. Geophys. Research: Planets*, **125**, JE006229 (2019). DOI: 10.1029/2019JE006229