01,14

Обоснование эмпирических уравнений состояния материалов при квазистатическом деформировании в рамках понятий акустопластического эффекта

© *А.Л. Глазов, К.Л. Муратиков, А.А. Сухарев*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: glazov.holo@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 2 августа 2024 г.
В окончательной редакции 7 августа 2024 г.
Принята к публикации 8 августа 2024 г.

Предложена модифицированная модель акустопластического эффекта. В ее рамках рассмотрены процессы упругой и пластической деформации материалов. Проанализированы условия, при которых модель приводит к широко используемым эмпирическим моделям для зависимости напряжения от деформации (модели типа Джонсона–Кука, Воса и Холломона). Выявлены особенности использования указанных эмпирических моделей. Определена связь констант, используемых в этих эмпирических моделях, с такими параметрами материала, как напряжение внутреннего трения, активационный объем дефектов, время их релаксации и их равновесная концентрация, а также с параметром, характеризующим степень взаимодействия дефектов.

Ключевые слова: деформация, механические напряжения, поликристаллические структуры, активационный механизм, дефекты.

DOI: 10.61011/FTT.2024.09.58769.208

1. Введение

Анализ поведения напряжения на образце от деформации, задаваемой деформирующим устройством, широко используется для определения целого ряда важных механических свойств материала. Экспериментально подобные зависимости получают с использованием нагружающих устройств, задающих определенную скорость деформации и регистрирующих соответствующее этой деформации значение приложенного напряжения [1,2]. Проведение подобных экспериментов в области упругих и пластических деформаций материала позволяет определить как его модуль Юнга, так и напряжение течения и параметры, характеризующие его деформационное упрочнение. Переход от упругого деформирования к пластическому сопровождается сложными физическими процессами образования, взаимодействия и перемещения дефектов.

Для описания свойств материалов в области пластических деформаций предложен и широко используется целый ряд эмпирических зависимостей. С их помощью поведение материалов в области пластических деформаций количественно характеризуется рядом определенных параметров, физический смысл которых часто остается не вполне понятным. Вместе с тем, в работе [3] было показано, что в рамках акустопластического эффекта удается описать поведение материала при переходе от области упругих деформаций к области пластических деформаций. При этом, однако, приходилось задавать закон изменения напряжения от деформаций в пластической области из некоторых априорных соображений. В работе [4] было показано, что вид этой зависимости, в принципе, может быть определен из рассмотрения релаксационных свойств дефектов с учетом их взаимодействия по активационному механизму.

В связи с этим основной целью настоящей работы является рассмотрение вопроса о возможности получения известных эмпирических соотношений, связывающих напряжение на образце с деформациями в области пластического течения, на основании подходов, используемых при объяснении акустопластических эффектов.

2. Описание модели

В рамках акустопластического эффекта описание динамики поведения напряжения σ на образце при его нестационарном деформировании основывается на уравнении [3–5]

$$\frac{1}{E}\frac{\partial\sigma}{\partial t} = \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}}, \qquad (1)$$

где E — модуль Юнга материала, $\dot{\varepsilon}$ — скорость изменения полной деформации объекта, задаваемая внешним источником, $\dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}}$ — скорости изменения пластической деформации материала.

Для определения скорости пластической деформации $\dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}}$ обычно считают, что генерация дефектов в материале происходит по активационному закону Аррениуса, и ее можно найти из соотношения

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{p}} = \dot{\varepsilon}_{v} \exp\left(\frac{\Omega(\sigma - \sigma_{\mathrm{f}} - \sigma_{\mathrm{p}}(\varepsilon))}{k_{\mathrm{B}}T}\right), \qquad (2)$$

где σ_{f} — напряжение, обусловленное наличием внутреннего трения для дефектов; $\sigma_{\mathrm{p}}(\varepsilon)$ — напряжение в образце, связанное с генерацией в нем дефектов; предэкспоненциальный фактор $\dot{\varepsilon}_v$ описывает скорость деформации материала за счет перемещения дислокаций и обычно предполагается постоянным; Ω — активационный объем дефекта; k_B — постоянная Больцмана; T — температура образца.

Определение вида зависимости $\sigma_p(\varepsilon)$ от деформации требует специального рассмотрения. В большинстве случаев она выбирается эмпирически в виде медленно меняющейся функции от деформации. В частности, в работе [3] напряжение $\sigma_p(\varepsilon)$ считалось пропорциональным $\sqrt{\varepsilon}$. Анализ подобного подхода показывает, что он носит ограниченный характер и не позволяет получить связь между напряжением и деформацией в виде, широко используемом в эмпирических соотношениях — например, предложенных в [6–8]. Таким образом, появляется необходимость более детального рассмотрения вопроса о связи напряжения $\sigma_p(\varepsilon)$ с деформацией. В работе [4] нами было определено поведение концентрации дефектов в материале при деформировании в рамках релаксационного приближения. Было показано, что с учетом изменения активационной энергии дефектов из-за их взаимодействия их концентрация определяется уравнением

$$n(\varepsilon) = n_r\big(1 - \exp(-(\varepsilon/\dot{\varepsilon}_v\tau)^{\beta})\big), \tag{3}$$

где n_r — равновесная концентрация дефектов, τ — время релаксации дефектов, β — коэффициент, характеризующий степень взаимодействия дефектов [4,9].

Уравнение (3) описывает отличный от чисто экспоненциального закон накопления дефектов при деформировании. Коэффициент β лежит в диапазоне $0 \le \beta \le 1$. Случай $\beta = 1$ соответствует малой концентрации дефектов и отсутствию их взаимодействия. Как будет следовать из дальнейшего рассмотрения, значения коэффициента β для реальных материалов обычно лежат в диапазоне от 0.2 до 0.5. В рамках предлагаемой нами модели β будет считаться постоянной величиной, определяемой из сравнения теоретических результатов и экспериментальных данных.

Знание поведения концентрации дефектов при деформировании позволяет определить напряжение $\sigma_p(\varepsilon)$. Для него можно использовать выражение вида

$$\sigma_p(\varepsilon) \simeq \sigma_f\Omega n(\varepsilon) - n(\varepsilon)e_p, \tag{4}$$

где e_p — энергия пластической деформации, приходящаяся на один дефект.

По поводу выражения (4) необходимо отметить следующее. Обычно считается, что образование дефектов в материале приводит к появлению дополнительного напряжения $E\Omega n$ [10]. Однако при рассмотрении поведения материала в области пластических деформаций представляется более правильным использовать σ_f вместо E. Последнее слагаемое в выражении (4) отражает изменение напряжения в образце из-за выделения энергии e_p вблизи дефекта.

Использование выражений (3) и (4) и переход от интегрирования по времени к интегрированию по деформации позволяет найти решение уравнения (1) в виде

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon - \frac{k_BT}{\Omega}\ln\Bigg[1 + \frac{\Omega E}{k_BT}\,\dot{\varepsilon}_v\int\limits_0^{\varepsilon} d\varepsilon'$$

$$\times\frac{1}{\dot{\varepsilon}'}\exp\left(\frac{\Omega(E\varepsilon' - \sigma_f - \Omega\sigma_f n(\varepsilon') + n(\varepsilon')e_p(\varepsilon'))}{k_BT}\right)\Bigg]. \tag{5}$$

Интегрирование в выражении (5) можно разбить на два участка. В первом из них интегрирование ведется в диапазоне деформаций от 0 до ε_e, где ε_e — максимальная деформация в упругой области. В этом случае значение второго слагаемого под знаком логарифма мало по сравнению с единицей и поведение напряжения $\sigma(\varepsilon)$ соответствует упругому участку. Диапазон интегрирования от ε_e до ε соответствует зоне пластических деформаций. Поскольку эмпирические соотношения используются для анализа экспериментальных результатов именно на этом участке, то в дальнейшем анализируется поведение $\sigma(\varepsilon)$ при $\varepsilon \ge \varepsilon_e$. В этом случае значение второго слагаемого под знаком логарифма становится больше единицы. Кроме того, при интегрировании можно учесть, что основной вклад в интеграл дает первое слагаемое в показателе экспоненты. Тогда экспоненту с остальными слагаемыми можно вынести из под интеграла при $\varepsilon' = \varepsilon$. Согласно численным расчетам, максимальная ошибка такого приближения имеет место в области после окончания упругой деформации и при малых β и не превышает 0.1%. С учетом указанных факторов для поведения напряжения в зоне пластических деформаций, из (5) получим следующий результат:

$$\sigma(\varepsilon_p) \simeq -\frac{k_BT}{\Omega}\ln\frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_p} + \sigma_f + \Omega\sigma_f n(\varepsilon_p) - n(\varepsilon_p)e_p. \tag{6}$$

Если считать, что для перемещения дислокации нужно преодолеть энергетический барьер e_p, то в квазистатических условиях можно определить связь между $\dot{\varepsilon}_p$ и $\dot{\varepsilon}_v$ из соотношения $\exp\big(-\frac{e_p}{k_BT}\big) \simeq \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_v}$. Тогда выражение (6) преобразуется к виду

$$\sigma(\varepsilon_p) = (\sigma_f + \Omega\sigma_f n)\left(1 + \frac{k_BT}{\Omega\sigma_f}\ln\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_v}\right). \tag{7}$$

В модели Джонсона–Кука [6–8] для связи напряжения и деформации в материале при постоянной температуре принято использовать соотношение

$$\sigma(\varepsilon_p) = (A + B\varepsilon_p^m)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}_p^*), \tag{8}$$

где A, B, C и m — некоторые константы материала, $\dot{\varepsilon}_p^*$ — безразмерная скорость деформации, измеряемая по отношению к $1.0\,\mathrm{s}^{-1}$.

Если выполняется условие $\varepsilon_p \le \dot{\varepsilon}_v\tau$, то для концентрации n из выражения (3) получаем

$$n(\varepsilon_p) \simeq n_r(\varepsilon_p/\dot{\varepsilon}_v\tau)^{\beta}. \tag{9}$$

После подстановки этого выражения в равенство (7) и преобразования входящего в него логарифма $\ln\frac{\dot\varepsilon_{\rm p}}{\dot\varepsilon_v} = \ln\dot\varepsilon_{\rm p}^* + \ln\frac{\dot\varepsilon_v}{\dot\varepsilon_0}$ (где $\dot\varepsilon_0 = 1\,{\rm s}^{-1}$) оно принимает вид соотношения Джонсона–Кука со следующими значениями констант материала:

$$A = \sigma_{\rm f}\left(1 + \frac{k_{\rm B}T}{\Omega\sigma_{\rm f}}\ln\frac{\dot\varepsilon_0}{\dot\varepsilon_v}\right),\ B = \frac{\Omega\sigma_{\rm f}n_{\rm r}}{(\dot\varepsilon_v\tau)^\beta}\left(1 + \frac{k_{\rm B}T}{\Omega\sigma_{\rm f}}\ln\frac{\dot\varepsilon_0}{\dot\varepsilon_v}\right),$$

$$C = \frac{k_{\rm B}T}{\Omega\sigma_{\rm f}}\left(1 + \frac{k_{\rm B}T}{\Omega\sigma_{\rm f}}\ln\frac{\dot\varepsilon_0}{\dot\varepsilon_v}\right)^{-1},\ m = \beta.$$

В работах [11,12] было показано, что для Al и Cu при температуре 273 K поведение напряжения от деформаций хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\sigma(\varepsilon_{\rm p}) = \sigma_0 + \sigma_1\left[1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\rm p}^m}{\varepsilon_c}\right)\right], \qquad (10)$$

где σ_0, σ_1 и ε_c — константы, зависящие от материала и температуры.

Из сравнения выражений (7) и (10) видно, что их вид совпадает при выполнении условия $\dot\varepsilon_{\rm p} \simeq \kappa\dot\varepsilon_v$, где κ — некоторый коэффициент пропорциональности, и подстановке для $n(\varepsilon)$ выражения (3). В этом случае для констант материала, входящих в соотношение (10), получим

$$\sigma_0 = \sigma_{\rm f} + \frac{k_{\rm B}T}{\Omega}\ln\kappa,\ \ \sigma_1 = n_{\rm r}(\Omega\sigma_{\rm f} + k_{\rm B}T\kappa),$$

$$\varepsilon_c = (\dot\varepsilon_v\tau)^\beta,\ \ m = \beta.$$

Отметим, что при $m = \beta = 1$ соотношение (10) соответствует закону Воса, впервые предложенному в [13] (см. также [14]), а при $\varepsilon_{\rm p} < \dot\varepsilon_v\tau$ — закону Холломона [15,16]

$$\sigma(\varepsilon_{\rm p}) = \sigma_0 + K\varepsilon_{\rm p}^m, \qquad (11)$$

где

$$\sigma_0 = \sigma_{\rm f} + \frac{k_{\rm B}T}{\Omega}\ln\kappa,\ \ K = \frac{n_{\rm r}(\Omega\sigma_{\rm f} + k_{\rm B}T)}{(\dot\varepsilon_v\tau)^m},\ \ \ m = \beta.$$

3. Заключение

Полученные результаты показывают, что использование модифицированной теории акустопластического эффекта позволяет получить эмпирические законы, широко используемые в физике и механике для описания связи напряжения и деформаций в области пластичности материала. При этом полученные в рамках акустопластического эффекта результаты для зависимости напряжения от деформации позволяют связать значения параметров, используемых в эмпирических подходах, с такими характеристиками материала, как напряжение течения, активационный объем дефектов, принимающих участие в процессе, их равновесная концентрация и время релаксации, степень взаимодействия дефектов. Кроме того, полученные результаты показывают границы применимости эмпирических моделей. Так, модели Джонсона–Кука и Холломона лучше использовать при анализе пластических деформаций в материалах с медленными релаксационными процессами (условие $\varepsilon_{\rm p} \le \dot\varepsilon_v\tau$). С другой стороны, модели типа использованных в работах [11,12] лучше подходят для анализа пластических деформаций в материалах с не слишком медленными релаксационными процессами (не требуют выполнения условия $\varepsilon_{\rm p} \le \dot\varepsilon_v\tau$). Этот результат косвенно подтверждается тем, что последняя модель хорошо работает при деформировании материалов при повышенных температурах [12], при которых релаксационные процессы ускоряются. В то же время модель типа Воса [13] для описания процессов деформирования при повышенных температурах требует модификации [17]. Для большинства реальных материалов использование эмпирических соотношений приводит к значениям параметра m, лежащим в диапазоне от 0.2 до 0.5. Из подхода, основанного на акустопластическом эффекте, следует, что для всех эмпирических моделей $m = \beta$, причем параметр β характеризует степень взаимодействия дефектов (случай $\beta = 1$ соответствует отсутствию взаимодействия). Таким образом, подход в рамках акустопластического эффекта показывает, что указанный диапазон значений параметра m соответствует достаточно сильному взаимодействию дефектов при пластическом деформировании материалов и может служить его количественной характеристикой.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 24-19-00716 (https://rscf.ru/project/24-19-00716/).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] J.E. Field, T.M. Walley, W.G. Proud, H.T. Goldrein, C.R. Siviour. Int. J. Impact Eng. **30**, *7*, 725 (2004).

[2] T. Bhujangrao, C. Froustey, E. Iriondo, F. Veiga, P. Darnis, F.G. Mata. Metals **10**, *7*, 894 (2020).

[3] Г.А. Малыгин. ФТТ 42, 1, 69 (2000). [G.A. Malygin. Phys. Solid State **42**, *1*, 72 (2000)].

[4] А.Л. Глазов, К.Л. Муратиков. ФТТ **66**, *3*, 359 (2024). [A.L. Glazov, K.L. Muratikov. Phys. Solid State **66**, *3*, 345 (2024)].

[5] A.V. Kozlov, S.I. Selitser. Mater. Sci. Eng. A **131**, *1*, 17 (1991).

[6] G.R. Johnson, W.H. Cook. Proceed. 7th Symposium on Ballistics. The Hague, The Netherlands (1983). P. 541–547.

[7] G.R. Johnson, W.H. Cook. Eng. Fracture Mechanics **21**, *1*, 31 (1985).

[8] T.J. Jang, J.-B. Kim, H. Shin. J. Comput. Design. Eng. **8**, *4*, 1082 (2021).

[9] K. Trachenko, A. Zaccone. J. Phys.: Condens. Matter **33**, *31*, 315101 (2021).
[10] А.М. Косевич. Физическая механика реальных кристаллов. Наукова думка, Киев (1981). 328 с. [A.M. Kosevich. Fizicheskaya mekhanika real'nykh kristallov. Naukova dumka, Kiev (1981). 328 s. (in Russ.)].
[11] N.G. Chinh, G. Horvath, Z. Horita, T.G. Langdon. Acta Materialia **52**, *12*, 3555 (2004).
[12] N.G. Chinh, J. Illy, Z. Horita, T.G. Langdon. Mater. Sci. Eng. A **410**–**411**, 234 (2005).
[13] E. Voce. J. Inst. Metals **74**, 537 (1948).
[14] C. Zhang, B. Wang. J. Mater. Res. **27**, *20*, 2624 (2012).
[15] J.H. Hollomon. Trans. Metallurg. Soc. AIME **162**, *2*, 268 (1945).
[16] R.K. Nutor, N.K. Adomako, Y.Z. Fang. Amer. J. Mater Synth. Processing **2**, *1*, 1 (2017).
[17] H. Teng, Y. Xia, C. Pan, Y. Li. Metals **13**, *5*, 986 (2023).

Редактор Е.В. Толстякова