

Динамический хаос в частично освещенном компенсированном полупроводнике в условиях примесного электрического пробоя

© К.М. Джандиери[¶], З.С. Качлишвили, А.Б. Строганов

Тбилисский государственный университет,
380028 Тбилиси, Грузия

(Получена 21 июня 2004 г. Принята к печати 30 сентября 2004 г.)

Рассчитана нелинейная динамика компенсированного полупроводника при примесном электрическом пробое в классически сильном магнитном поле в режиме закороченных контактов Холла и воздействии резонансного облучения, частота которого соответствует энергии ионизации водородоподобных донорных примесей. В результате получены как регулярные, так и хаотические автоколебания; причем для соответствующих значений бифуркационных параметров реализуются все три сценария возникновения хаоса. Полученные результаты могут стать теоретической основой функционирования легкоуправляемого высокочастотного генератора, режимы работы которого (включение, переход от регулярного режима в хаотический и наоборот) можно менять посредством изменения интенсивности подсветки.

1. Введение

Примесный электрический пробой компенсированного полупроводника является одним из механизмов, благоприятствующих возникновению колебательной неустойчивости. В этом направлении имеется множество теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1,2]). Условия возникновения нелинейных колебаний и их характер зависят от многих внешних параметров. Среди них важную роль играет магнитное поле. В связи с этим естественно выделяются два случая: 1) режим заданного направления тока (контакты разомкнуты — холловский режим) и 2) режим заданного направления поля (холловские контакты закорочены).

В первом случае, если наряду с диэлектрической релаксацией приложенного учесть также и релаксацию холловского электрического поля, можно описать как регулярные, так и хаотические автоколебания. Хаос возникает по сценарию Фейгенбаума. Указанный случай был рассмотрен в работах [3,4].

Нелинейные колебания во втором режиме исследовались в работах [5,6] на основе математической модели, которая содержала дифференциальные уравнения, описывающие генерационно-рекомбинационные процессы на водородоподобном примесном уровне, диэлектрическую релаксацию приложенного электрического поля в полупроводнике и запаздывание электронной температуры относительно изменения электрического поля. В результате на фазовой диаграмме были получены как однократные, так и двойные предельные циклы, что служило теоретической основой такого высокочастотного генератора, который в одних и тех же условиях мог работать в двух разных амплитудных режимах, переключение между которыми легко можно было осуществить с помощью малого внешнего импульса тока.

Указанная математическая модель не давала возможность описать хаотические колебания. Причиной этого,

по-видимому, являлось то обстоятельство, что уравнение запаздывания электронной температуры характеризовалось гораздо меньшими временными масштабами, чем остальные уравнения. Следовательно, оно не способно было внести достаточно активный вклад в общую динамику полупроводника.

Настоящая работа продолжает тему работ [5,6], т.е. исследуется нелинейная колебательная динамика компенсированного полупроводника в режиме закороченных контактов Холла (магнитное поле приложено перпендикулярно к электрическому) при примесном электрическом пробое. Однако в отличие от [5,6] полупроводник частично освещен — его одна половина подвергается резонансному оптическому воздействию, а другая — нет (энергия квантов облучения соответствует энергии ионизации водородоподобной примеси). Вследствие этого, кинетические процессы в разных частях полупроводника протекают по-разному, различны также концентрации свободных носителей заряда. Последнее обстоятельство должно привести к возникновению диффузионного тока в окрестности границы раздела освещенной и неосвещенной частей полупроводника, однако мы рассматриваем случай, когда диффузионным током можно пренебречь (длина образца в направлении электрического поля гораздо больше длин диффузии и дрейфа). В таких условиях полупроводник с хорошей точностью можно представить в виде двух последовательно включенных освещенного и неосвещенного образцов. Как станет ясно из дальнейших рассуждений и результатов, такая система представляет научный интерес, в том числе и в аспекте изучения хаоса, поскольку для нее реализуются все три универсальных сценария перехода от регулярности к хаотическим колебаниям. Соответствующую четырехмерную математическую модель можно построить с помощью уравнений кинетических процессов и диэлектрической релаксации электрического поля для каждого образца по отдельности. (Уравнения же запаздывания электронной температуры, как уже отмечалось выше, характеризуются гораздо меньшими

[¶] E-mail: kjandieri@yahoo.com

временными масштабами и с хорошей точностью можно считать, что электронные температуры мгновенно принимают свои квазистационарные значения). Отметим, что схожая задача была рассмотрена в работе [7], где исследовалась динамика двух последовательно включенных полупроводников с различными параметрами. Однако в указанной работе, во-первых, магнитное поле не было приложено к образцу, а во-вторых, математическая модель строилась не на основе уравнения релаксации электрического поля, а на основе уравнения релаксации энергии. Кроме этого, различие в полупроводниках обеспечивалось с помощью внутренних параметров полупроводника; в нашем случае этому служит внешний параметр — подсветка образца, что, на наш взгляд, более удобно в аспекте практического использования соответствующих теоретических результатов.

2. Математическая модель

Таким образом, математической моделью нашей системы служит совокупность следующих дифференциальных уравнений (задача рассматривается с применением метода электронной температуры):

$$\frac{dn_1}{dt} = \gamma_{op}[N_D - N_A - n_1] + A_I^{(1)}(Z_1)[N_D - N_A - n_1]n_1 - B_T^{(1)}(Z_1)[N_A + n_1]n_1, \quad (1^0)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \gamma_T[N_D - N_A - n_2] + A_I^{(2)}(Z_2)[N_D - N_A - n_2]n_2 - B_T^{(2)}(Z_2)[N_A + n_2]n_2, \quad (2^0)$$

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon SR} [\mathcal{E} - E_1L - E_2L - eSRn_1\mu_1(Z_1)E_1], \quad (3^0)$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon SR} [\mathcal{E} - E_2L - E_1L - eSRn_2\mu_2(Z_2)E_2], \quad (4^0)$$

где n_1 и n_2 — концентрации свободных электронов в освещенном (далее в первом) и неосвещенном (далее во втором) образцах соответственно. E_1 и E_2 — напряженности электрических полей, а $Z_1 \equiv [T_{e1}/T]$ и $Z_2 \equiv [T_{e2}/T]$ — безразмерные электронные температуры; T — температура решетки, N_D — концентрация донорной водородоподобной примеси, а N_A — концентрация компенсирующих акцепторов; $A_I^{(1)}$, $A_I^{(2)}$, $B_T^{(1)}$, $B_T^{(2)}$ — коэффициенты ударной ионизации и тепловой рекомбинации, а γ_T и γ_{op} — темпы тепловой и оптической ионизации (для освещенного образца тепловая ионизация пренебрежимо мала по сравнению с оптической ионизацией из-за малости температуры решетки — $T = 4.2$ К). μ_1 и μ_2 — подвижности свободных электронов; R — сопротивление нагрузки, включенной последовательно с образцами; \mathcal{E} — эдс источника питания постоянного тока; S — поперечное сечение, L — длина, а ε — диэлектрическая проницаемость образцов.

Перепишем систему (1⁰)–(4⁰) в более удобном и компактном виде:

$$\frac{dn_1}{dt} = -a_1n_1^2 + b_1n_1 + d_1, \quad (1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -a_2n_2^2 + b_2n_2 + d_2, \quad (2)$$

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon K} [\xi - E_1 - E_2 - Ken_1\mu_1E_1], \quad (3)$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon K} [\xi - E_2 - E_1 - Ken_2\mu_2E_2], \quad (4)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_1 &= A_I^{(1)} + B_T^{(1)}, & a_2 &= A_I^{(2)} + B_T^{(2)}, \\ b_1 &= -\gamma_{op} - B_T^{(1)}N_dC + A_I^{(2)}N_d(1 - C), \\ b_2 &= -\gamma_T - B_T^{(2)}N_dC + A_I^{(1)}N_d(1 - C), \end{aligned} \quad (5)$$

$d_1 = \gamma_{op}N_d(1 - C)$, $d_2 = \gamma_TN_d(1 - C)$, $\xi = \mathcal{E}/L$, C — степень компенсации, а $K = SR/L$ — величина с размерностью удельного сопротивления.

Так как исследования носят качественный характер, мы постарались пользоваться сравнительно точными и как можно более простыми выражениями для кинетических коэффициентов. Для зависимости $A_I(Z)$ воспользуемся формулой, рассчитанной в условиях постоянности сечения ионизации [8], для $B_T(Z)$ — формулой, рассчитанной с помощью исправленного каскадного захвата Лэкса [9], но с точностью только $\sim Z^{-3/2}$ слагаемого. В магнитном поле в роли подвижности выступает величина (см., например, [10])

$$\mu = \frac{e}{m} \left\langle \frac{\tau}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \right\rangle, \quad (6)$$

где τ — время релаксации импульса, а $\omega_c = eH/mc$ — циклотронная частота, H — напряженность магнитного поля, $\langle \dots \rangle$ — обозначает усреднение по энергии. В классически сильном магнитном поле ($\omega_c^2 \tau^2 \gg 1$) формула (6) приобретает более простой вид:

$$\mu = \frac{e}{m} \frac{1}{\omega_c^2} \left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle, \quad (7)$$

из которого следует, что $\mu(Z) \propto \tau^{-1}(Z)$. В случае, когда доминирует рассеяние импульса на заряженных примесных атомах, согласно классической формуле Брукса–Геринга, имеем $\mu(Z) \propto Z^{-3/2}$, что в свою очередь крайне благоприятно для возникновения нелинейных автоколебаний [5,6]. Исходя из этого в данной работе при компьютерном моделировании динамики системы параметры образца и внешние условия подобраны таким образом, чтобы обеспечить доминирование указанного механизма рассеяния импульса. Конкретнее, рассматривается *n*-Ge с $N_D = 10^{16}$ см⁻³ и $C = 0.9$ при $T = 4.2$ К

и $H = 10^4 \text{ Э}$. В таких условиях зависимости кинетических коэффициентов от безразмерной электронной температуры имеют следующий вид [8–10]:

$$A_I(Z) \approx 1.25 \cdot 10^{-6} \sqrt{Z} \left(1 + \frac{27.6}{Z} \right) \exp\left(-\frac{27.6}{Z}\right),$$

$$B_T(Z) \approx \frac{3.36 \cdot 10^{-6}}{Z^{3/2}},$$

$$\mu(Z) \approx \frac{4.6 \cdot 10^7}{Z^{3/2}}. \quad (8)$$

Что касается взаимосвязи электронной температуры с приложенным электрическим полем, она определяется с помощью уравнения баланса энергии, которое в общем случае имеет следующий вид [11]:

$$e\mu(Z)E^2 = \left\langle \frac{dW(Z)}{dt} \right\rangle_{ac,ph} + \left\langle \frac{dW(Z)}{dt} \right\rangle_{ex} + \left\langle \frac{dW(Z)}{dt} \right\rangle_{ion}, \quad (9)$$

где $\langle dW/dt \rangle_{ac,ph}$, $\langle dW/dt \rangle_{ex}$, $\langle dW/dt \rangle_{ion}$ — средние темпы потери энергии электронного газа (приходящиеся на один электрон) на акустические фононы, на возбуждение и ионизацию донорных примесей соответственно. Из-за сложного характера этих последних для нашего конкретного случая мы пользуемся следующими аппроксимированными формулами, полученными на основе уравнения (9) (здесь электрическое поле измеряется в единицах CGSE):

$$Z \approx -0.93 + 13.04 \cdot E + 4.68 \cdot E^2 - 0.59 \cdot E^3,$$

$$E \approx -2.34 \cdot 10^{-3} + 6.1 \cdot 10^{-2} Z - 3.8 \cdot 10^{-3} Z^2 + 2.2 \cdot 10^{-6} Z^3. \quad (10)$$

3. Точки равновесия

Приравняв правые стороны уравнений (1)–(4) к нулю, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений, определяющую стационарные значения переменных для данной системы образцов и при фиксированных внешних параметрах задачи. С применением взаимосвязи (формула (10)) между электронной температурой и электрическим полем эта система примет вид:

$$\begin{cases} -a_1(E_1) \cdot n_1^2 + b_1(E_1) \cdot n_1 + d_1 = 0, & (11a) \\ -a_2(E_2) \cdot n_2^2 + b_2(E_2) \cdot n_2 + d_2 = 0, & (11b) \\ \xi - E_1 - E_2 - K \cdot en_1\mu_1(E_1)E_1 = 0, & (11в) \\ \xi - E_2 - E_1 - K \cdot en_2\mu_2(E_2)E_2 = 0. & (11г) \end{cases}$$

Уравнения (11a) и (11б) определяют зависимости $n_1(E_1)$ и $n_2(E_2)$:

$$n_1(E_1) = \frac{b_1(E_1) + \sqrt{b_1^2(E_1) + 4a_1(E_1)d_1}}{2a_1(E_1)}, \quad (12)$$

$$n_2(E_2) = \frac{b_2(E_2) + \sqrt{b_2^2(E_2) + 4a_2(E_2)d_2}}{2a_2(E_2)}. \quad (13)$$

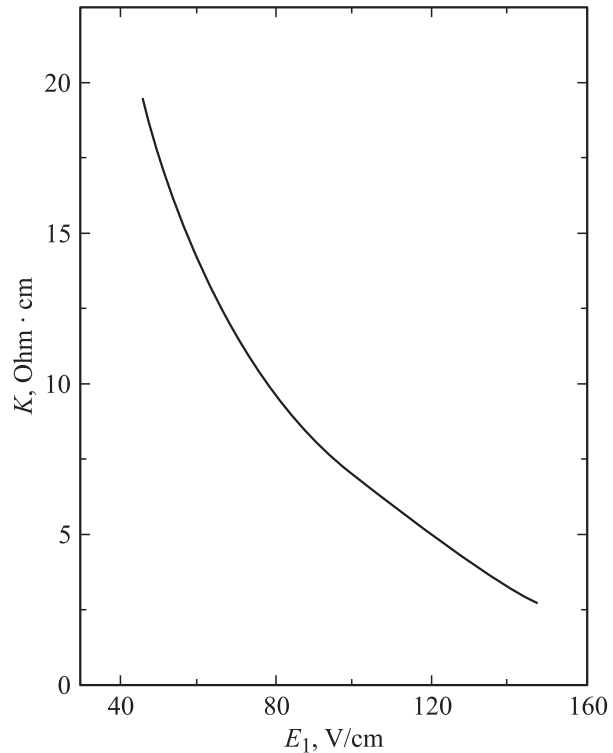


Рис. 1. Зависимость $K(E_1)$ для $\gamma_{op} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 720 \text{ В/см}$.

Подставляя их в (11в) и (11г) соответственно, получаем систему уравнений относительно E_1 и E_2 :

$$\begin{cases} n_1(E_1)\mu_1(E_1)E_1 = n_2(E_2)\mu_2(E_2)E_2, & (14a) \\ \xi - E_1 - E_2 - K en_1(E_1)\mu_1(E_1)E_1 = 0. & (14б) \end{cases}$$

Решения этой системы зависят от параметров образцов и внешней цепи. (Напомним, что, согласно обозначениям (5), K и ξ определены следующим образом: $K = SR/L$, $\xi = \mathcal{E}/L$, где L и S — длина и поперечное сечение каждого из двух одинаковых образцов. Таким образом, подбирая K и ξ , мы тем самым для данной системы образцов подбираем сопротивление нагрузки R и эдс источника питания \mathcal{E}). Конечно, систему (14a)–(14б) всегда можно прямо решить численными методами, однако для каждого набора значений K и ξ придется снова и снова повторить эту процедуру. Гораздо удобнее будет, если для данной системы образцов опять-таки численными методами, но только один раз построить такие универсальные зависимости, которые позволили бы легко найти точки равновесия и, что главное, легко предсказать их количество.

С этой целью поступаем следующим образом: для выбранного значения ξ с некоторым шагом меняем E_1 в интервале $(0, \xi)$. Для каждого его значения, решая уравнение (14a), находим все возможные значения E_2 , и подставляя E_1 и E_2 в (14б) — все возможные значения K . Такая процедура в конечном счете приводит к определению зависимости $K(E_1)$ (см. рис. 1–3). Для данного K с помощью этого графика определяются

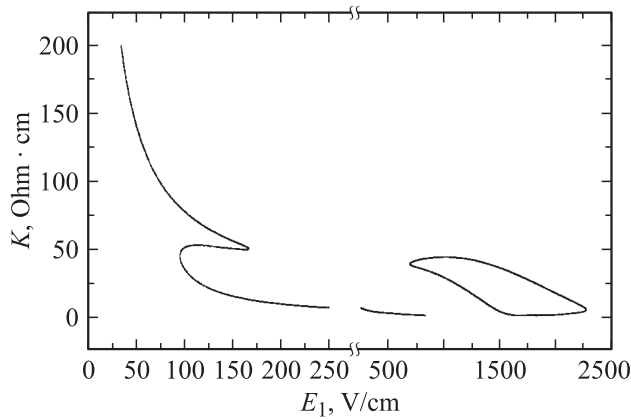


Рис. 2. Зависимость $K(E_1)$ для $\gamma_{op} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 3000 \text{ В/см}$.

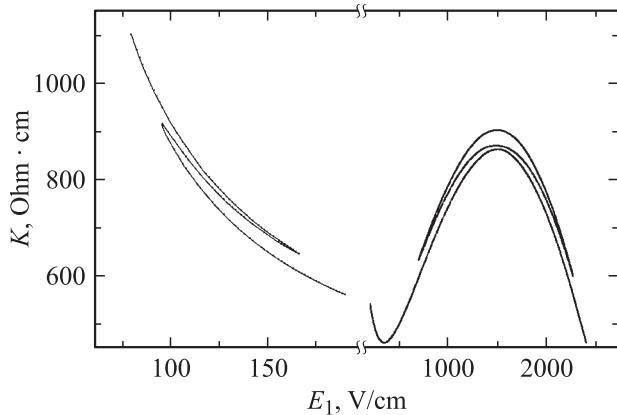


Рис. 3. Зависимость $K(E_1)$ для $\gamma_{op} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\xi = 3 \cdot 10^4 \text{ В/см}$.

равновесные значения E_1^* , а соответствующие E_2^* , n_1^* , n_2^* можно определить с помощью уравнений (14б), (12) и (13) соответственно.

Для разных значений параметров системы число точек равновесия различно. Так, например, для $j_{op} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ и $\xi = 720 \text{ В/см}$ независимо от значения K имеем только одну точку равновесия (рис. 1), для $\xi = 3000 \text{ В/см}$ в зависимости от значения K можем иметь одну, две или три точки (рис. 2), а для более больших ξ число равновесных точек может превышать три (рис. 3).

4. Результаты компьютерного моделирования

Для удобства уравнения (1)–(4) перепишем в безразмерных переменных:

$$\frac{dX_1}{dt} = -a_1 n_1^* (1 + X_1)^2 + b_1 (1 + X_1) + \frac{d_1}{n_1^*}, \quad (15)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = -a_2 n_2^* (1 + X_2)^2 + b_2 (1 + X_2) + \frac{d_2}{n_2^*}, \quad (16)$$

$$\frac{dY_1}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon K} \left[\frac{\xi}{E_1^*} - 1 - Y_1 - \frac{E_2^*}{E_1^*} (1 + Y_2) - K e \mu_1 n_1^* (1 + X_1)(1 + Y_1) \right], \quad (17)$$

$$\frac{dY_2}{dt} = \frac{4\pi}{\varepsilon K} \left[\frac{\xi}{E_2^*} - 1 - Y_2 - \frac{E_1^*}{E_2^*} (1 + Y_1) - K e \mu_2 n_2^* (1 + X_2)(1 + Y_2) \right], \quad (18)$$

где $X_1 \equiv (n_1 - n_1^*)/n_1^*$, $Y_1 \equiv (E_1 - E_1^*)/E_1^*$, $X_2 \equiv (n_2 - n_2^*)/n_2^*$, $Y_2 \equiv (E_2 - E_2^*)/E_2^*$.

Моделирование проводилось для разных значений интенсивности подсветки. Здесь приведены результаты, полученные при $j_{op} = 5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, когда колебательная динамика носит наиболее интересный и многообразный характер.

Для такого освещения наряду с регулярными наблюдались также и хаотические автоколебания. Причем в зависимости от значения ξ (следовательно, и \mathcal{E} для данного образца), как одного из бифуркационных параметров, реализовались все три универсальных сценария возникновения хаоса. Для малых ξ хаотические колебания возникали согласно сценарию Фейгенбаума [см., например, 12]. Хаос наблюдался как в освещенной, так и в неосвещенной части полупроводника. Для таких ξ система имеет единственную точку равновесия (рис. 1). Градация поведения системы от регулярных колебаний до хаоса осуществлялась посредством изменения второго бифуркационного параметра K (т.е. R для данного образца). В частности, для $\xi = 720 \text{ В/см}$ наблюдалась следующая картина (рис. 4): 1) $K = 7.57 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 94.8 \text{ В/см}$, $E_2^* = 391.8 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.74 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 3.98 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — колебания регулярны (рис. 4, ряд 1), 2) $K = 7.18 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 98.1 \text{ В/см}$, $E_2^* = 394.8 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.80 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.11 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — имеет место удвоение периода (рис. 4, ряд 2), 3) $K = 7.15 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 98.7 \text{ В/см}$, $E_2^* = 395.4 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.83 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.16 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — имеет место учетверение периода (рис. 4, ряд 3), 4) $K = 6.92 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 100.2 \text{ В/см}$, $E_2^* = 396.9 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.85 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.20 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — колебания хаотичны (рис. 4, ряд 4), 5) $K = 6.33 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 105.9 \text{ В/см}$, $E_2^* = 402.3 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.97 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.42 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — опять наблюдается учетверение периода (рис. 4, ряд 5), 6) $K = 2.94 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($E_1^* = 144.9 \text{ В/см}$, $E_2^* = 452.7 \text{ В/см}$, $n_1^* = 2.82 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 6.01 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) — опять наблюдается удвоение периода (рис. 4, ряд 6). Дальнейшее уменьшение K приводит к регулярным колебаниям.

Для сравнительно большого ξ хаос возникает через перемежаемость [12], как это показано на рис. 5 при $\xi = 3000 \text{ В/см}$. В таких условиях система может иметь одну или три точки равновесия (рис. 2). С возрастанием

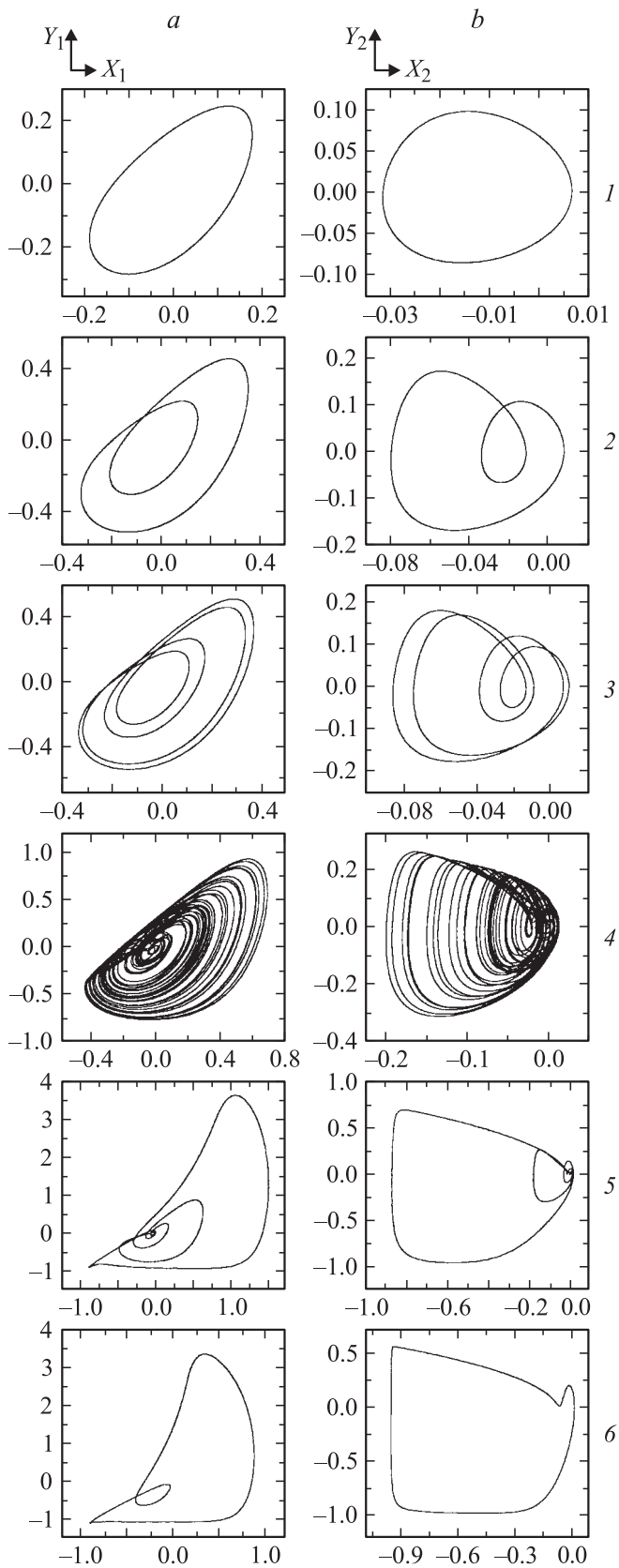


Рис. 4. Фазовые портреты на плоскостях (x_1, y_1) — *a* и (x_2, y_2) — *b* для $\xi = 720$ В/см, K , Ом · см: 1 — 7.57, 2 — 7.18, 3 — 7.15, 4 — 6.92, 5 — 6.33, 6 — 2.94. Хаотические колебания возникают по сценарию Фейгенбаума.

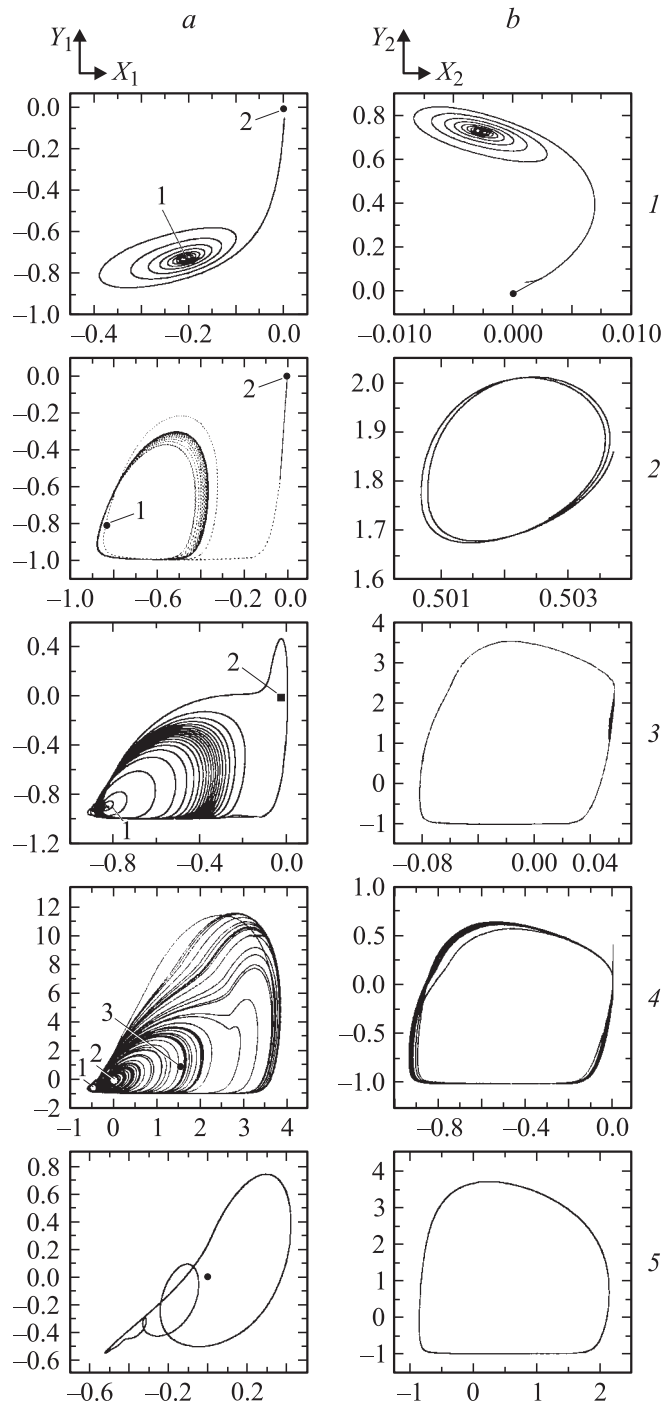


Рис. 5. Фазовые портреты на плоскостях (x_1, y_1) — *a* и (x_2, y_2) — *b* для $\xi = 3000$ В/см, K , Ом · см: 1 — 2.5, 2 — 41.3, 3 — 41.5, 4 — 51.3, 5 — 119.1. Хаотические колебания возникают через перемежаемость.

танием K колебательная динамика системы меняется следующим образом.

1) $K = 2.5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. имеем три точки равновесия: а) ($E_1^* = 417 \text{ В/см}$, $E_2^* = 2436 \text{ В/см}$, $n_1^* = 7.82 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.72 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), б) ($E_1^* = 1512 \text{ В/см}$, $E_2^* = 1410 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.84 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.75 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), в) ($E_1^* = 2244 \text{ В/см}$, $E_2^* = 645 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.85 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 8.48 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Среди них первая точка — устойчивый фокус, третья — устойчивый узел, а вторая — неустойчивая точка. Следовательно, фазовая траектория убегает от второй точки и в зависимости от начальных условий стремится или к третьей, или к первой точке (на рис. 5, ряд 1 приведен этот последний случай. Нулевым значениям переменных соответствует вторая точка равновесия). Таким образом, колебания или вообще не возникают, или возникают затухающие колебания.

2) $K = 41.3 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ (рис. 5, ряд 2). Все три точки равновесия: а) ($E_1^* = 96 \text{ В/см}$, $E_2^* = 1623 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.76 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.79 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), б) ($E_1^* = 765 \text{ В/см}$, $E_2^* = 462 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 6.23 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), в) ($E_1^* = 1257 \text{ В/см}$, $E_2^* = 400 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.78 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.32 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) неустойчивы. Предельный цикл замыкается вокруг первой точки. Колебания регулярны.

3) $K = 41.5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ (рис. 5, ряд 3). Все три точки равновесия: а) ($E_1^* = 98 \text{ В/см}$, $E_2^* = 1626 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.77 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.80 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), б) ($E_1^* = 774 \text{ В/см}$, $E_2^* = 462 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.42 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 6.23 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), в) ($E_1^* = 1257 \text{ В/см}$, $E_2^* = 400 \text{ В/см}$, $n_1^* = 9.78 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 4.32 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$) опять неустойчивы, но в отличие от первого случая в формировании регулярного колебательного поведения системы кроме первой точки участвует также и вторая точка. В частности, первая точка — неустойчивый фокус, и в ее окрестности фазовая точка движется по раскручивающейся спирали. Это продолжается до тех пор, пока она не окажется в достаточной близости ко второй точке. После этого фазовая траектория делает один виток вокруг нее и, опять попадая в окрестности первой точки, все повторяется сначала, т.е. возникают сложные регулярные автоколебания.

4) $K = 51.3 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ (рис. 5, ряд 4). В формировании колебательного поведения участвуют все три неустойчивые точки равновесия: а) ($E_1^* = 100.5 \text{ В/см}$, $E_2^* = 1248 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.85 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.68 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), б) ($E_1^* = 138 \text{ В/см}$, $E_2^* = 794.7 \text{ В/см}$, $n_1^* = 2.66 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 9.12 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$), в) ($E_1^* = 165.3 \text{ В/см}$, $E_2^* = 519.3 \text{ В/см}$, $n_1^* = 3.28 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 7.29 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Фазовая траектория хаотичным чередованием делает витки разных количеств вокруг первой, потом второй и напоследок третьей точки. Они создают притягивающий конгломерат — странный аттрактор. Колебания хаотичны.

5) $K = 119.1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ (рис. 5, ряд 5). Имеем одну точку равновесия ($E_1^* = 61.86 \text{ В/см}$, $E_2^* = 366 \text{ В/см}$, $n_1^* = 1.08 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $n_2^* = 2.67 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$). Колебания регулярны.

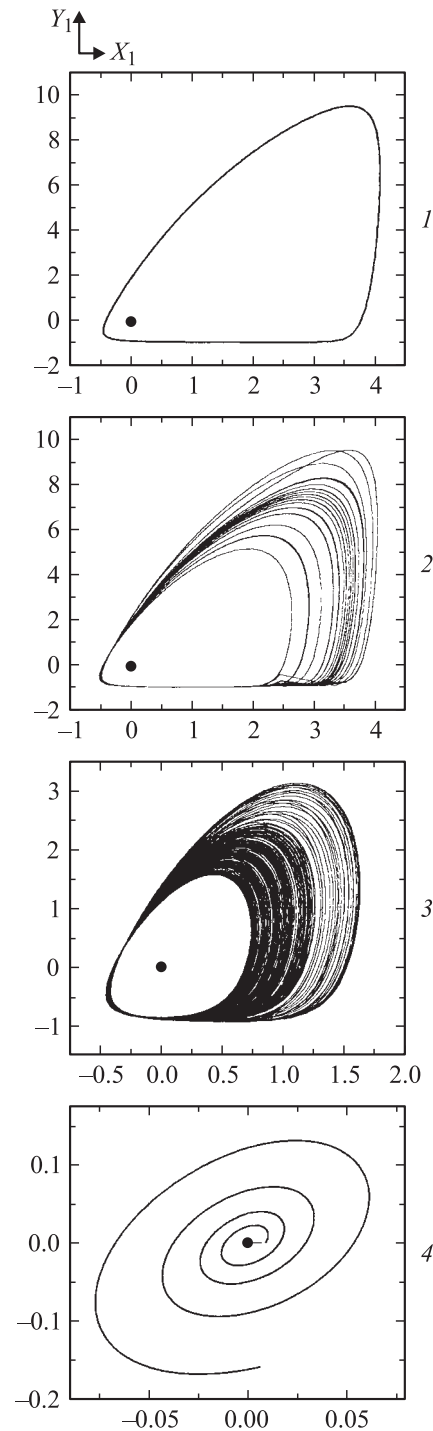


Рис. 6. Фазовые портреты на плоскости (x_1, y_1) для $\xi = 3 \cdot 10^4 \text{ В/см}$, K , Ом·см: 1 — 890, 2 — 917, 3 — 1086, 4 — 1487. Хаотические колебания возникают по сценарию Релея–Таккенса–Ньюхауза.

Надо отметить, что все вышесказанное относится к освещенной части полупроводника. В неосвещенной части отклонения от регулярности мало заметны.

Для более высоких значений ξ хаотические колебания возникают согласно сценарию Релея–Таккенса–Ньюхауза [12]. Это показано на рис. 6 для

$\xi = 3 \cdot 10^4$ В/см. Градация поведения системы с возрастанием K следующая.

1) $K = 890$ Ом·см (рис. 6, ряд 1). Имеем три точки равновесия: а) ($E_1^* = 100.2$ В/см, $E_2^* = 1250$ В/см, $n_1^* = 1.84 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $n_2^* = 9.68 \cdot 10^{14}$ см⁻³), б) ($E_1^* = 1338$ В/см, $E_2^* = 395.4$ В/см, $n_1^* = 9.8 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $n_2^* = 4.13 \cdot 10^{14}$ см⁻³), в) ($E_1^* = 1650$ В/см, $E_2^* = 395$ В/см, $n_1^* = 9.85 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $n_2^* = 4.12 \cdot 10^{14}$ см⁻³). Все они неустойчивы. Предельный цикл замыкается вокруг первой точки.

При $K < 875$ Ом·см в системе возникают дополнительные устойчивые точки равновесия (см. рис. 3), что приводит к исчезновению незатухающих колебаний.

2) $K = 917$ Ом·см (рис. 6, ряд 2). Имеем одну неустойчивую точку равновесия. Колебания квазипериодичны.

3) $K = 1086$ Ом·см (рис. 6, ряд 3). Квазипериодичность переходит в хаос.

4) $K = 1487$ Ом·см (рис. 6, ряд 4). Единственная точка равновесия — устойчивый фокус и колебания затухают.

С изменением интенсивности подсветки кардинальным образом изменяется качественная картина поведения системы. Так, например, при $j_{op} = 5 \cdot 10^8$ с⁻¹ для любых значений бифуркационных параметров колебания всегда регулярны. С дальнейшим уменьшением интенсивности подсветки колебания вообще исчезают.

5. Обсуждение полученных результатов

Как видим, в зависимости от значений интенсивности подсветки, эдс источника питания и сопротивления нагрузки получается качественно разная колебательная динамика. Далее постараемся физически интерпретировать некоторые аспекты полученных результатов.

Поскольку изначально в освещенной части полупроводника концентрация электронов проводимости больше, подавляющая часть напряжения прилагается к неосвещенной части. В результате этот последний пробивается, и нелинейные колебательные процессы сперва развиваются в неосвещенной части, что в дальнейшем приводит к колебаниям и в освещенной части полупроводника. Неустойчивость системы в общем случае определяется тремя факторами: 1) насколько близка концентрация электронов проводимости к своему насыщенному $N_D(1 - C)$ значению, 2) пробита или нет неосвещенная часть полупроводника и 3) насколько сильно влияет уменьшение подвижности (см. формулу (8)) с возрастанием электрического поля и, следовательно, электронной температуры на протекающий в полупроводнике ток.

При $j_{op} = 5 \cdot 10^9$ с⁻¹ и малых значениях ξ ($\xi = 720$ В/см) для всех рассмотренных значений K равновесные концентрации электронов проводимости в обеих частях полупроводника достаточно далеки от

насыщения. Кроме этого, неосвещенная часть пробита и достаточно близка к точке пробоя, следовательно, вполне понятно, что система неустойчива и неустойчивость носит концентрационный характер.

Для более высоких значений ξ (например, для $\xi = 3000$ В/см) система имеет несколько точек равновесия. Из них те точки, для которых концентрации электронов проводимости достаточно далеки от насыщения и неосвещенная часть полупроводника пробита и достаточно близка к точке пробоя, опять неустойчивы, но кроме этого, неустойчивость возникает и в том случае, когда концентрации практически насыщены, но уменьшение подвижности с возрастанием электрического поля приводит к отрицательной дифференциальной проводимости (ОДП). В настоящей работе в случае, когда формируется аттрактор типа аттрактора Лоренца, такой неустойчивостью характеризуется вторая точка, для которой равновесные электрические поля, приложенные на освещенной и неосвещенной частях полупроводника, примерно одинаковы. По-видимому, эта точка типа седла. Малейшее отклонение от равновесия приводит к иному перераспределению поля среди разных частей образца, и в определенных условиях перераспределение носит хаотичный характер. Таким образом, в рассматриваемом случае, кроме концентрационной неустойчивости, важную роль играет также подвижностная неустойчивость. При этом если хоть одна из двух частей полупроводника в равновесном состоянии находится вне области ОДП, то состояние устойчиво и колебания или вообще не возникают, или же они носят затухающий характер.

6. Практическое использование полученных результатов

На наш взгляд, полученные результаты интересны и в аспекте их практического использования. Как мы видели, динамика системы в значительной степени зависит от значения таких легкоуправляемых параметров, как эдс источника питания, сопротивление нагрузки и интенсивность подсветки. Комбинируя эти параметры, соответствующий высокочастотный генератор можно перевести из режима регулярных сигналов в режим генерирования случайных чисел, и наоборот; или же генератор можно вообще выключить.

Работа была выполнена при поддержке Международного научно-технического центра (МНТЦ), грант № G-394.

Список литературы

- [1] N. Balkan. Hot Electrons in Semiconductors (Clarendon Press, Oxford, 1998) pt II, p. 209.
- [2] R.P. Huebener, J. Peinke, J. Parisi. Appl. Phys. A, **48**, 107 (1989).
- [3] G. Hupper, E. Shcoell. Phys. Rev. Lett., **66**, 2372 (1991).

- [4] З.С. Качлишвили, К.М. Джандиери. Письма ЖЭТФ, **67** (5), 340 (1998).
- [5] З.С. Качлишвили, К.М. Джандиери. Письма ЖТФ, **23** (8), 643 (1997).
- [6] К.М. Джандиери, З.С. Качлишвили. ФТП, **35** (8), 873 (2001).
- [7] E. Schoell. Sol. St. Electron., **31**, 539 (1988).
- [8] З.С. Качлишвили. ФТП, **2**(4), 580 (1968).
- [9] M. Lax. Phys. Rev., **119**, 1502 (1960).
- [10] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1977).
- [11] Z.S. Kachlishvili. Phys. Status Solidi B, **48**, 65 (1971).
- [12] Г. Шустер. *Детерминированный хаос. Введение*. [Пер. с англ.: М., Мир, 1988].

Редактор Л.В. Беляков

The dynamic chaos in partially illuminated compensated semiconductor under conditions of impurity breakdown

K. Jandieri, Z. Kachlishvili, A. Stroganov

Department of Physics,
Tbilisi State University,
380028 Tbilisi, Georgia

Abstract The nonlinear dynamics of compensated semiconductor under impurity electric breakdown in classically strong magnetic field and in the case of shorted Hall contacts is considered. One part of the semiconductor is subjected to the resonance irradiation, frequency of which corresponds to the ionization energy of hydrogen like donor impurity. As a result, both the regular and chaotic oscillations are obtained.