

02,05

## К вопросу об измерении характерного напряжения контактов Джозефсона

© М.В. Голубков, В.А. Степанов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
Москва, Россия

E-mail: golubkov@lebedev.ru

Поступила в Редакцию 6 марта 2024 г.

В окончательной редакции 6 марта 2024 г.

Принята к публикации 27 марта 2024 г.

Предложен метод определения характерного напряжения контактов Джозефсона из периода осцилляций ступенек тока на вольт-амперных характеристиках контактов в поле СВЧ-излучения, применимый для контактов всех типов.

**Ключевые слова:** эффект Джозефсона, быстродействие, резистивная модель, характерное напряжение контакта Джозефсона.

DOI: 10.61011/FTT.2024.04.57787.45

### 1. Введение

Контакт Джозефсона (КД) является основным элементом сверхпроводниковой аналоговой и цифровой электроники [1]. Важнейшей характеристикой КД является его быстродействие. Собственное время переключения идеального туннельного КД  $\tau_i \propto \hbar/2\Delta \approx \hbar/eV_C$  ( $\Delta$  — энергетическая щель сверхпроводящего электрода КД,  $V_C = I_C R_N$  — характерное напряжение КД,  $I_C$  — критический ток контакта,  $R_N$  — сопротивление в „нормальном“ состоянии,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $e$  — заряд электрона). Эта оценка  $\tau_i \propto 1/V_C$  принята для определения быстродействия любой джозефсоновской слабой связи [2]. Поэтому критическое напряжение  $V_C$  является одной из основных характеристик, определяющих применение КД в аналоговых и цифровых цепях. В некоторых КД эту величину можно найти из вольт-амперной характеристики (ВАХ) контакта, если последняя достаточно точно аппроксимируется резистивно-шунтированной моделью, учитывающей емкость контакта и шумы (RSJCN) [2,3]. В этой модели КД представляется в виде включенных параллельно — идеального контакта, через который течет только ток пар, нормального сопротивления  $R_N$  и емкости  $C$ , а к току смещения добавляется шумовой ток. RSJCN-модель позволила описать характеристики многих джозефсоновских структур и широко используется при трактовке свойств КД [1,4]. В настоящее время возможность аппроксимации вольт-амперной характеристики (ВАХ) КД RSJCN-моделью рассматривается в качестве основы для оценки  $V_C$  [2,3].

За годы, прошедшие с открытия эффекта Джозефсона в туннельной SIS (сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник) структуре, было создано и изучено множество КД с отличными от изолятора типами слабых связей. В качестве электродов КД используются новые многослойные сверхпроводники с разными параметрами

порядка и типами проводимости [5]. Все это приводит к заметным отклонениям ВАХ и других характеристик КД от следующих из стандартной RSJCN-модели. В связи с прогнозируемым применением новых структур и новых сверхпроводников для создания КД измерение  $V_C$  становится весьма актуальным [2].

В данной работе сравниваются методы измерения  $V_C$  в КД со сверхпроводящими электродами на основе железа (Ferrum Base Superconductors — FBS) по вольт-амперной характеристике и по периоду осцилляций ступенек тока (Shapiro steps) в поле высокочастотного электромагнитного излучения на основе наших измерений.

### 2. Методика эксперимента

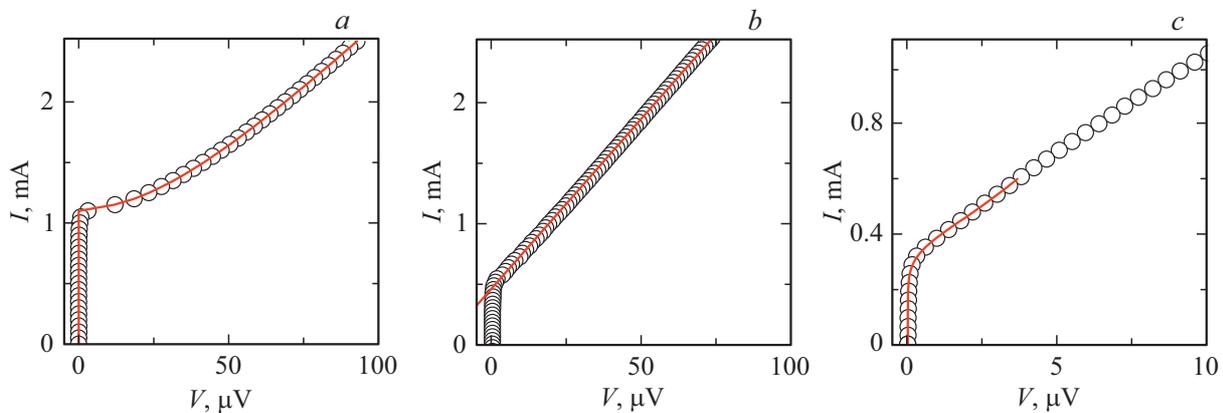
В наших экспериментах в качестве FBS электродов КД использовались высококачественные монокристаллические пластинки  $\text{FeSe}_x\text{Te}_{1-x}$ ,  $\text{K}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$ ,  $\text{KFe}_2\text{As}_2$  [6–9]. Мы исследовали характеристики двух типов точечных КД: 1) контакты „обычный сверхпроводник“ — FBS в стандартной конфигурации „игла–наковальня“ (needle-anvil) и 2) точечные контакты на микротрещине (break-junction) в кристалле FBS. Описание методов создания КД и электронных приборов, использованных в экспериментальной установке, приведены в работах [6–11].

После настройки КД при минимальной температуре проводились записи серий ВАХ при увеличении мощности СВЧ-излучения  $P$  на контакте до появления признаков нагрева, приводящего к росту сопротивления.

Из начального участка ВАХ ( $V \leq 100 \mu\text{V}$ ) при  $P = 0$  без использования какой-либо модели находились величины  $I_C$  и  $R_N$  и  $V_C^{\text{CVC}} = I_C R_N$  [7–9] (табл. 1). Из записанных при разных  $P$  ВАХ извлекались зависимости амплитуд ступенек тока от мощности СВЧ-облучения

**Таблица 1.** Характеристики КД [6-9]:  $V_C^{CVC} = I_C R_N$  — характерное напряжение, найденное из ВАХ,  $\Omega^{MW}$  — нормированная частота СВЧ-излучения, найденная из периода осцилляций ступенек тока,  $V_C^{MW}$  — характерное напряжение, вычисленное из периода осцилляций ступенек тока в СВЧ-поле

№	$I_C$ , mA	$R_N$ , mOhm	$V_C^{CVC}$ , $\mu V$	$\Omega^{MW}$	$V_C^{MW}$ , $\mu V$	$V_C^{CVC}/V_C^{MW}$
1	2.82	16	45.1	0.15	105	43%
2	1.83	5.7	10.4	0.25	62.9	17%
3	1.39	5.5	7.65	0.33	47.6	16%
4	1.27	14	17.8	0.31	50.7	35%
5	1.05	46	48.3	0.22	71.5	68%
6	0.66	100	66	0.25	62.9	105%
7	0.51	330	167	0.16	98.3	171%
8	0.44	80	35.2	0.60	26.2	134%
9	1.45	53	76.9	0.095	166	46%
10	0.66	136	89.8	0.12	131	69%
11	0.95	53	50.4	0.34	46.2	109%
12	0.60	144	86.4	0.091	173	50%



**Рис. 1.** Основные типы ВАХ, которые наблюдались при изучении характеристик КД с ферропниктидами. Символами обозначены экспериментальные значения, линиями — аппроксимация. *a* — гиперболическая ВАХ, начальный участок хорошо аппроксимируется RSJ моделью, *b* — линейная ВАХ, *c* — ВАХ с  $I_C$  размытым шумами, аппроксимирована теоретической зависимостью [4],  $I_C = 0.43$  mA,  $R_N = 8.6$  mOhm,  $V_C^{CVC} = 3.7$   $\mu V$ ,  $\gamma = 15.1$  — параметр, характеризующий тепловые флуктуации.

$i_n^{exp}(\sqrt{P}) = I_n(\sqrt{P})/I_C(P=0)$  ( $n = 0, 1, 2$ , ступенька с  $n = 0$  представляет критический ток контакта  $I_C$ ).

Измеренные зависимости  $i_n^{exp}(\sqrt{P})$  сравнивались с вычисленными из RSJ-модели  $i_n^{calc}(i_{ac})$  ( $i_{ac}$  — переменный ток в КД, наведенный СВЧ-излучением, нормированный на  $I_C$ ) [7–9]. Это давало возможность определить нормированную частоту СВЧ-сигнала  $\Omega = 2\pi f / ((2e/\hbar)V_C^{MW})$  ( $f$  — частота внешнего СВЧ-излучения) и характерное напряжение КД по осцилляциям ступенек тока  $V_C^{MW} = V_{n=1}/\Omega$  ( $V_{n=1}$  — напряжение при котором на ВАХ КД появлялась первая ступенька тока) [7–9].

### 3. Результаты измерений

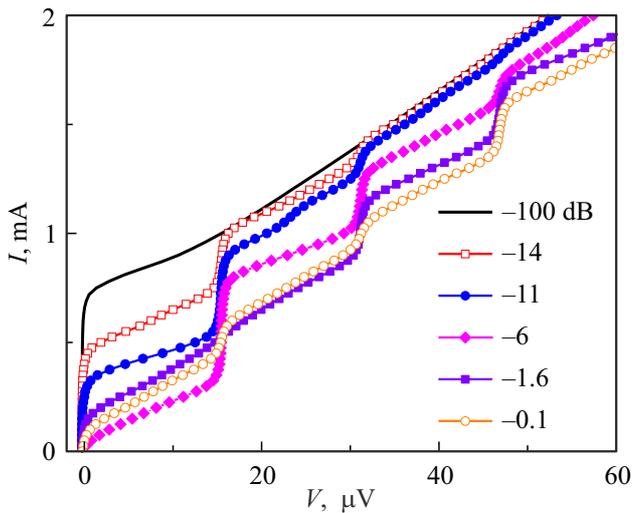
На рис. 1, *a–c* показаны основные типы ВАХ, которые наблюдались в КД с FBS. На рис. 1, *a–c* показаны также примеры аппроксимации начального участка ВАХ: *a* — гиперболой  $V = R_N(I^2 - I_C^2)^{0.5}$ , отвечающей RSJ-

модели [4]; *b* — прямой линией; *c* — теорией, учитывающей тепловой шум [4].

При включении генератора СВЧ-излучения критический ток  $I_C$  уменьшался и на ВАХ при напряжениях  $V_n = 2\pi\hbar f n / 2e$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) появлялись ступеньки тока  $I_n$ , отвечающие гармоникам частоты СВЧ-сигнала.

На рис. 2 показано поведение ступенек тока на ВАХ в СВЧ-поле. Хорошо видно, как высота (амплитуда) ступенек изменялась при изменении мощности СВЧ-сигнала. Высота ступенек зависела от величины нормированной частоты СВЧ-излучения  $\Omega$  и степени „размытия“ критического тока КД (уровня шумов).

На рис. 3 символами приведены измеренные зависимости амплитуд первых нормированных ступенек тока на ВАХ одного из КД  $i_n^{exp}(k\sqrt{P}) = I_n(\sqrt{P})/I_C(P=0)$  ( $n = 0, 1, 2$ ). Линиями на этом рисунке показаны вычисленные из уравнения RSJ модели (1) зависимости  $i_n^{calc}(i_{ac})$  [7–9]. Коэффициент  $k = 3.57$  подобран по совпадению первых минимумов  $i_1^{exp}(k\sqrt{P})$  и  $i_1^{calc}(i_{ac})$ .



**Рис. 2.** Несколько вольт-амперных характеристик контакта Джозефсона, записанных при разных уровнях мощности СВЧ излучения. Первая ступенька тока  $V_{n=1} = 15.7 \mu\text{V}$ .

### 4. Обсуждение

Если ВАХ КД можно аппроксимировать RSJCN-моделью до напряжений  $V \geq 3-5\Delta/e$ , то измерение  $V_C = I_C R_N$  не вызывает вопросов. Для таких КД  $I_C$  и  $R_N$  легко найти из вычисленной ВАХ, аппроксимирующей измеренную, либо определить  $I_C$  путем экстраполяции начального участка ВАХ на ось тока, а сопротивление в нормальном состоянии  $R_N$  измерить по линейному участку ВАХ в области напряжений  $3-5\Delta/e$  или при подавлении сверхпроводимости в электродах КД магнитным полем.

В работе [12] предложен метод определения составляющих  $V_C$  величин из начального ( $V \ll \Delta/e$ ) участка ВАХ применимый для контактов, ВАХ которых описывается резистивной моделью. При этом, для оценки  $I_C$

и  $R_N$ , используется RSJCN-модель с рядом дополнительных усложнений.

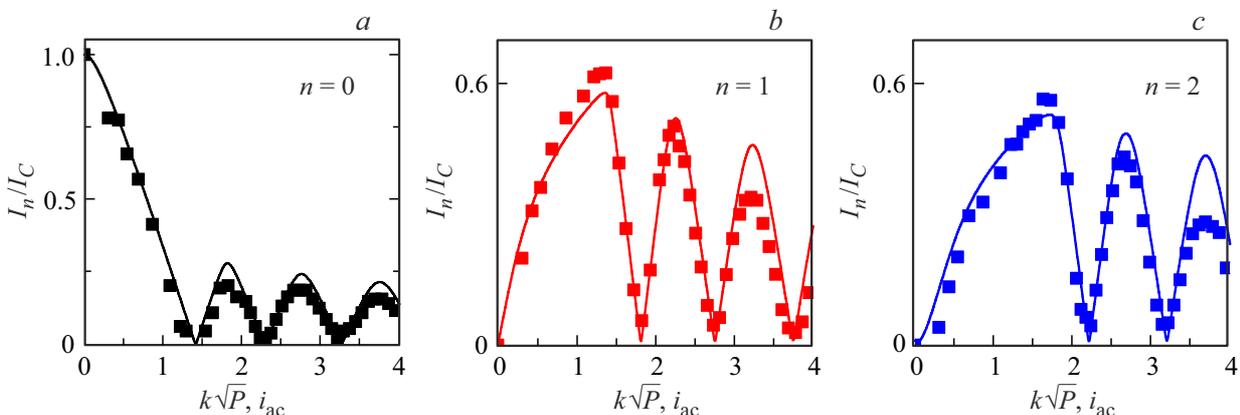
Характеристики КД из новых сверхпроводников, как правило, заметно отклоняются от стандартной RSJCN-модели: форма ВАХ отличается от гиперболы,  $I_C$  размыт, записать ВАХ при  $V = 3-5\Delta/e$  для измерения  $R_N$  стандартным методом невозможно из-за нагрева, величина  $V_C$  отличаются от вычисленной по теории Ambegaokar, Baratoff. Авторы всех работ изучавших КД с электродами из новых сверхпроводников [5,6-9,13-15] оценивали  $I_C$  и  $R_N$  по начальному участку ВАХ в области напряжений  $V \leq 0.1\Delta/e$ . Такой метод не позволял найти „правильную“ величину  $V_C$  и, соответственно,  $\Omega$  для точной аппроксимации периода осцилляций измеренных зависимостей  $i_n^{\text{exp}}(k \times \sqrt{P})$  вычисленными [7-9]. Учет емкости  $C$  (в виде параметра  $\beta_C = (2e/\hbar)I_C R_N^2 C$ ), в какой-то степени, позволил решить эту проблему [16], а также описать зависимость критического тока КД от направления тока смещения (гистерезис) [4]. Включение тока шумов  $i_n$ , дало возможность описать размытие ВАХ вблизи  $I_C$  и отличие амплитуд измеренных ступенек тока от вычисленных.

По мнению авторов работы [17] именно возможность аппроксимации осцилляций ступенек тока на ВАХ КД в СВЧ поле RSJ-моделью, а не форма ВАХ, является доказательством применимости этой модели к КД. В простейшей RSJ-модели (без учета емкости и шумов) вычисление ВАХ в поле СВЧ-излучения сводится к решению дифференциального уравнения [4]:

$$d\varphi/d\tau = i + i_{ac} \sin \Omega\tau - \sin \varphi, \tag{1}$$

$$\Omega = 2\pi f / \left( \frac{2e}{\hbar} \right) I_C R_N = \frac{V_{n=1}}{V_C}, \quad \tau = \left( \frac{2e}{\hbar} I_C R_N \right) t,$$

где  $\varphi$  — разность фаз параметров порядка в электродах КД,  $i$  и  $i_{ac}$  — постоянный ток и ток, наведенный СВЧ-излучением, нормированные на  $I_C$ ,  $\tau$  — нормированное время. Из решения этого уравнения определяется постоянное напряжение  $v$ , нормированное



**Рис. 3.** Осцилляции первых нормированных ступенек тока  $i_n^{\text{exp}}(k \cdot \sqrt{P})$  ( $n = 0, 1, 2$ ) на ВАХ КД в поле СВЧ излучения частотой  $f = 7.6 \text{ GHz}$ . Символы — измеренные зависимости  $i_n^{\text{exp}}(k \cdot \sqrt{P})$ , линии — вычисленные  $i_n^{\text{calc}}(i_{ac})$ .  $k = 3.57$ ,  $\eta_1 = 0.52$ ,  $\Omega = 0.34$ .

**Таблица 2.** Коэффициенты зависимости (2) для ступенек тока с  $n = 0, 1, 2$

Коэффициент	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$b_0$	-1.81558	-1.91211	-1.73247
$b_1$	6.80989	8.84761	7.4911
$b_2$	-19.0752	-32.89914	-51.13829
$b_3$	33.55267	80.86038	360.77082
$b_4$	-33.10355	-114.26291	-1533.93039
$b_5$	16.78838	83.25194	3597.00234
$b_6$	-3.3055	-22.3944	-4324.91152
$b_7$	-	-	2093.67881

на  $V_C$ , равное усреднённым по времени осцилляциям фазы  $v(i) = \langle d\phi/d\tau \rangle$ , то есть нормированная ВАХ. При  $i_{ac} > 0$  на ВАХ появляются ступеньки тока, амплитуда которых в зависимости от  $i_{ac}$  осциллирует от 0 до максимума.

Мы предлагаем оценивать  $V_C$  КД без привязки к типу слабой связи и виду ВАХ, с помощью RSJ-модели контакта в СВЧ-поле (1). Этот метод также позволяет проверить применимости RSJ-модели (1) к КД. Он основан на определении нормированной частоты электромагнитного излучения  $\Omega^{MW}$ , которая должна быть найдена из нормированного периода осцилляций одной из ступенек тока на ВАХ КД в СВЧ-поле  $\eta_n = (i_n^{(2)} - i_n^{(1)})/i_n^{(1)}$  ( $n = 0, 1, 2$ ). В этой формуле  $i_n^{(1)}$  и  $i_n^{(2)}$  первый и второй минимумы на зависимости  $n$ -ой ступеньки тока  $i_n^{exp}(\sqrt{P})$ . Определив  $\Omega^{MW}$ , мы легко найдем характерное напряжение контакта  $V_C^{MW} = V_{n=1}/\Omega^{MW}$ .

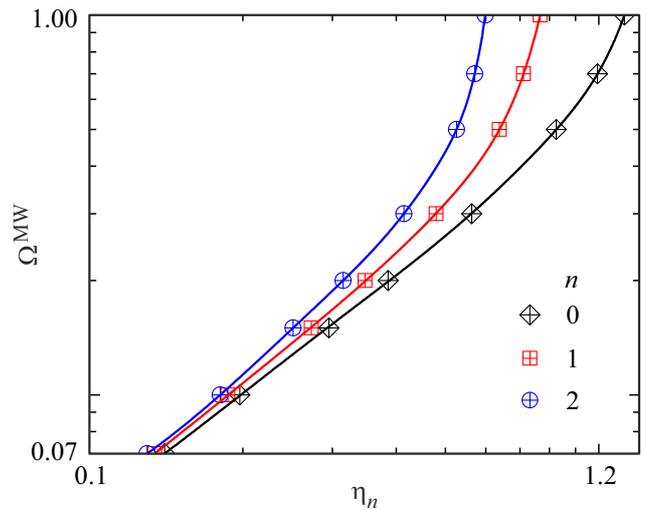
Связь  $\eta_n$  с  $\Omega^{MW}$  для первых ступенек тока на ВАХ, следующая из RSJ-модели с зависимостью  $I_S = I_C \sin(\phi)$ , была вычислена в работе [17]. Мы также, численно решая уравнение (1) [7–9], получили зависимости  $\Omega^{MW}$  от  $\eta_n$  ( $n = 0, 1, 2$ ), которые представлены на рис. 4. Символами на рис. 4 обозначены результаты наших расчетов, сплошными линиями — аппроксимация данных с точностью лучше 1% в интервале значений  $\Omega^{MW} = (0.07–1)$ . Для аппроксимации была использована формула

$$\log \Omega = \sum_{i=0}^7 b_i (\eta_n)^i \quad (2)$$

с коэффициентами  $b_i$ , представленными в табл. 2.

Для проверки применимости RSJ-модели необходимо найти нормированные частоты  $\Omega_n^{MW}$  трех первых ступенек тока  $n = 0, 1, 2$ . Равенство  $\Omega_0^{MW} = \Omega_1^{MW} = \Omega_2^{MW} = \Omega^{MW}$  подтвердит применимость данной модели к изучаемому КД. Или найдя  $\Omega_1^{MW}$  надо решить уравнение (1) с данным  $\Omega_1^{MW}$ , найти зависимости  $i_n^{calc}(i_{ac})$  для ступенек тока и сравнить с измеренными  $i_n^{exp}(k\sqrt{P})$ .

На рис. 3 приведен пример аппроксимации измеренных зависимостей  $i_n^{exp}(k\sqrt{P})$  вычисленными  $i_n^{calc}(i_{ac})$  из уравнения (1). Нормированный период осцилляций первой ступеньки тока  $\eta_1 = 0.52$ . Из зависимости  $\Omega_1^{MW}(\eta_1)$



**Рис. 4.** Зависимости нормированной частоты КД  $\Omega^{MW}$  от периодов осцилляций ступенек тока  $\eta_n$  ( $n = 0, 1, 2$ ) в рамках RSJ-модели при  $I_S = I_C \sin(\phi)$ . Значения, обозначенные символами, получены из решения уравнения (1), линии — аппроксимация по формуле (2).

(рис. 4)  $\Omega_1^{MW} = 0.34$ . Далее из решения (1) были построены зависимости  $i_n^{calc}(i_{ac})$  и подобран коэффициент  $k = 3.57$ , так чтобы первые минимумы вычисленных  $i_1^{calc}(i_{ac})$  и измеренных ступенек тока  $i_1^{exp}(k\sqrt{P})$  совпали. Найденный  $k$  использовался как масштабный коэффициент оси абсцисс также и для  $i_0^{exp}$  и  $i_2^{exp}$  зависимостей. Периоды осцилляций измеренных и вычисленных зависимостей, совпадают для всех трех ступенек тока, следовательно, данный КД описывается RSJ-моделью,  $V_C^{MW} = 15.7 \mu V / 0.34 = 46 \mu V$ . Подобные результаты были получены для всех изученных нами КД [7–9].

В этом методе для определения  $V_C$  используется только одна основная характеристика любого КД — осцилляции сверхпроводящего тока Джозефсона при напряжении на контакте  $V \neq 0$ . Соответствия формы ВАХ резистивной модели, измерений  $I_C, R_N$ , емкости и тока шумов не требуется. Как показала практика [7–9], этот метод работает для КД с любым типом слабой связи.

Преимущества данного метода связаны с тем, что метод не требует ввода параметров, учитывающих отклонение ВАХ от гиперболической формы в RSJ-модели: шумов, емкости и др. К недостаткам метода относятся: 1) усложнение схемы измерений: помимо оборудования для записи ВАХ необходимо оборудование для подвода и контроля мощности СВЧ-сигнала; 2) ограничения связанные с нагревом КД СВЧ-излучением.

Критический ток контакта надо выбирать, с одной стороны, не слишком малым, чтобы размытие ВАХ от шумов было небольшим, с другой стороны, так, чтобы его можно было подавить СВЧ-облучением без заметного нагрева контакта. В наших экспериментах критический ток КД находился в диапазоне 0.5–1.5 мА.

Частота СВЧ-излучения  $f$  должна быть такой величины, чтобы шумы незначительно сказывались на определении положения ступенек тока, но и не слишком большой, так, чтобы  $\Omega < 1$ . При  $\Omega > 1$ , как следует из рис. 4,  $\eta_n$  перестает зависеть от  $\Omega$ . Для контактов Джозефсона с  $V_C$  порядка десятков микровольт частота СВЧ должна составлять несколько GHz.

Сравним результаты определения характерного напряжения КД, полученные предложенным методом и стандартным методом по начальному участку ВАХ. В табл. 1 приведены некоторые характеристики изученных нами КД [7–9] с электродами из ферропниктидов. Величины  $V_C^{CVC}$ , найденные из начального участка ВАХ и из осцилляций ступенек тока в СВЧ-поле  $V_C^{MW}$  совпадают, когда ВАХ контакта точно описывается RSJCN-моделью, во всех других случаях  $V_C^{CVC} \neq V_C^{MW}$ . Отношение  $V_C^{CVC}/V_C^{MW}$  может быть как больше, так и меньше 1 и определяется неизвестными нам размерами и структурой контакта, свойствами материалов, из которых он состоит. О свойствах контакта мы судим по его ВАХ, отклику на СВЧ-облучение и зависимости критического тока от температуры. К сожалению этих данных недостаточно, чтобы сделать вывод о соотношении  $V_C^{CVC}/V_C^{MW}$ .

## 5. Заключение

Предложен метод определения характерного напряжения контактов Джозефсона  $V_C$  по периоду осцилляций первых ступенек тока на ВАХ КД в СВЧ-поле, не связанный с формой ВАХ, типом слабой связи контакта, учитывающий все влияющие на эту величину характеристики.

### Финансирование работы

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований Президиума РАН „Физика конденсированного состояния новых материалов, молекулярных и твердотельных структур нанофотоники, наноэлектроники и спинтроники“.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] T. Van Duzer. Principles of Superconductive Devices and Circuits. Pearson. 2nd ed. (2008). 480 с.
- [2] M. Ohkubo, G. Uehara, J. Beyer, M. Mimura, H. Tanaka, K. Ehara, S. Tanaka, T. Noguchi, E.E. Mitchell, C.P. Foley, R.L. Fagaly. Supercond. Sci. Technol. **35**, 4, 045002 (2022).
- [3] H. Jin-Ge, O. Peng-Hui, L. En-Ping, W. Yi-Wen, W. Lian-Fu. Acta Phys. Sin. **70**, 17, 170304 (2021).
- [4] А. Бароне, Дж. Патерно. Эффект Джозефсона. Физика и применения. Мир, М. (1984). 640 с.
- [5] М.Ю. Куприянов, К.К. Лихарев. УФН **160**, 5, 49 (1990).
- [6] С.И. Веденев, М.В. Голубков, Ю.И. Горина, В.В. Родин, А.В. Садаков, Н.Н. Сентюрин, О.А. Соболевский, В.А. Степанов, С.Г. Черноок. ЖЭТФ **154**, 4, 844 (2018).
- [7] В.А. Степанов, М.В. Голубков. ЖЭТФ **157**, 2, 245 (2020).
- [8] V.A. Stepanov, C. Lin, R.S. Gonnelli, M. Tortello. Sci. Rep. **11**, 23986 (2021).
- [9] М.В. Голубков, В.А. Степанов, А.В. Садаков, А.С. Усольцев, И.В. Морозов. ЖЭТФ **163**, 2, 180 (2023).
- [10] J.E. Zimmerman, P. Thiene, J.T. Harding. J. Appl. Phys. **41**, 4, 1572 (1970).
- [11] J. Moreland, J.W. Ekin. J. Appl. Phys. **58**, 10, 3888 (1985).
- [12] V. Ambegaokar, A. Baratoff. Phys. Rev. Lett. **10**, 11, 486 (1963). ERRATA. V. Ambegaokar, A. Baratoff. Phys. Rev. Lett. **11**, 2, 104 (1963).
- [13] X. Zhang, Y.S. Oh, Y. Liu, L. Yan, K.H. Kim, R.L. Greene, I. Takeuchi. Phys. Rev. Lett. **102**, 14, 147002 (2009).
- [14] S. Döring, M. Monecke, S. Schmidt, F. Schmidl, V. Tympel, J. Engelmann, F. Kurth, K. Iida, S. Haindl, I. Mönch, B. Holzapfel, P. Seidel. J. Appl. Phys. **115**, 8, 083901 (2014).
- [15] M. Tortello, V.A. Stepanov, X. Ding, H.-H. Wen, R.S. Gonnelli, L.H. Greene. J. Supercond. Nov. Magn. **29**, 3, 679 (2016).
- [16] P. Seidel, M. Seigel, E. Heinz. Physica C **180**, 1–4, 284 (1991).
- [17] К.К. Лихарев, В.К. Семенов. Радиотехника и электроника **16**, 11, 2167 (1971).

Редактор Т.Н. Василевская