

09

## Электрическая площадь импульса в слое среды с электрической проводимостью

© Н.Н. Розанов<sup>1</sup>, А.В. Пахомов<sup>2</sup>, М.В. Архипов<sup>1,2</sup>, Р.М. Архипов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: nnrosanov@mail.ru, antpakhom@gmail.com,  
mikhail.v.arkhipov@gmail.com, arkhipovrostislav@gmail.com

Поступила в редакцию 12.12.2023 г.

В окончательной редакции 12.12.2023 г.

Принята к публикации 26.12.2023 г.

Проведен анализ пропускания и отражения предельно короткого электромагнитного импульса в слое линейной среды с электрической проводимостью. Показано, что учет переходных пограничных слоев образца не меняет результатов рассмотрения задачи с резкими границами. Выводы радикально отличаются от получаемых в приближении однонаправленного распространения.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, электрическая площадь импульса, электрическая проводимость.

DOI: 10.61011/OS.2024.02.57772.134-23

### Введение

В связи с прогрессом в получении все более коротких лазерных импульсов и необходимостью отказа от ряда привычных в оптике многоциклового излучения приближений, таких как приближение медленно меняющейся огибающей [1], актуальным стал вопрос о разработке новых подходов к теоретическому описанию распространения предельно коротких импульсов. В настоящее время широко используется так называемое приближение однонаправленного распространения [2]. В работе [3] показано, что в рамках этого приближения важная для предельно коротких импульсов величина — электрическая площадь импульса — не сохраняется в линейных средах с ненулевой электрической проводимостью, примером которых служит плазма. В [4] указано, что этот вывод вызван именно приближенным характером подхода однонаправленного распространения, тогда как в рамках строгих уравнений Максвелла или же следующего из них волнового уравнения электрическая площадь сохраняется и в этих средах.

Более широкий набор используемых в теории предельно коротких импульсов приближенных подходов анализируется в [5] применительно к правилу сохранения электрической площади. В настоящей работе проводится более подробное рассмотрение допускающей простое аналитическое решение задачи о структуре поля в слое линейной однородной среды.

### Общие соотношения

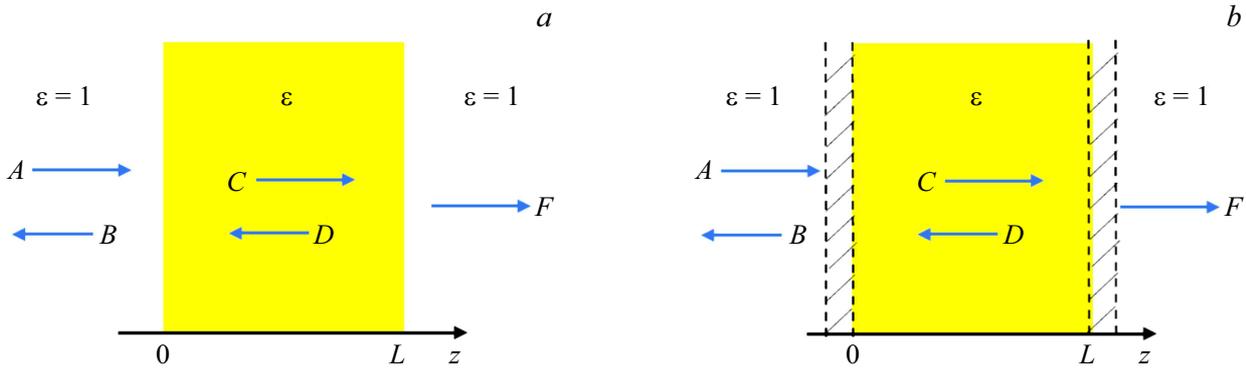
Электрическая площадь импульса определяется следующим образом [6]:

$$\mathbf{S}_E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E} dt. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{E}$  — напряженность электрического поля и  $t$  — время. Естественно, мы полагаем величину (1) конечной, так как нас интересуют импульсы, для которых в фиксированной точке пространства напряженность электрического поля отлична от нуля (заметно превышает шумовой уровень) только в течение конечного интервала времени. В монографии [7] и в ряде последующих работ эта величина фигурирует как „интеграл от поля по времени“. Различные свойства электрической площади предельно коротких импульсов суммируются в обзорах [8–10]. Существенно, что величина электрической площади служит основным критерием эффективности взаимодействия таких импульсов с микрообъектами. В рамках плосковолнового (одномерного) приближения, которое используется в [4] и ниже в настоящей работе, из уравнений Максвелла следует, что электрическая площадь сохраняется при распространении в немагнитных средах [6]:

$$\frac{d\mathbf{S}_E}{dz} = 0, \quad (2)$$

где  $z$  — координата вдоль направления распространения излучения.



Прохождение и отражение излучения в слое среды с резкими границами (a) и при наличии пограничных слоев (b, заштрихованы).

Для сведения задачи к классической используем интерпретацию электрической площади импульса как нуль-частотной спектральной компоненты поля:

$$\mathbf{S}_E = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mathbf{S}_\omega, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{S}_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E} \exp(-i\omega t) dt$$

— фурье-компонента напряженности электрического поля.

Рассмотрим отражение и прохождение плоской волны с частотой  $\omega$ , падающей нормально из вакуума на слой среды с (комплексным) показателем преломления  $\varepsilon$  (рисунок, a). Опуская временной множитель  $\exp(-i\omega t)$ , знак вещественной части, и единичный вектор, указывающий направление линейной поляризации излучения, запишем решения волнового уравнения (уравнения Гельмгольца)

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + k^2(z)E = 0 \quad (4)$$

для распределения напряженности электрического поля в виде

$$z < 0: E = A \exp(ik_0 z) + B \exp(-ik_0 z),$$

$$0 < z < L: E = C \exp(ikz) + D \exp(-ikz),$$

$$z > L: E = F \exp[ik_0(z - L)]. \quad (5)$$

Здесь  $k(z) = k_0 = \omega/c$  при  $z < 0$  и  $z > L$  и  $k(z) = k = k_0 \sqrt{\varepsilon}$  при  $0 < z < L$  (ветвь корня выбирается из требования убывания амплитуды „прямой“ волны C при возрастании  $z$ ). Условия непрерывности  $E$  и  $dE/dz$  на границах раздела приводят к соотношениям

$$\frac{C}{A} = \frac{2 \frac{k_0}{k} (1 + \frac{k_0}{k})}{(1 + \frac{k_0}{k})^2 - (1 - \frac{k_0}{k})^2 \exp(2ikL)},$$

$$\frac{D}{A} = \frac{2 \frac{k_0}{k} (1 - \frac{k_0}{k})}{(1 + \frac{k_0}{k})^2 \exp(-2ikL) - (1 - \frac{k_0}{k})^2},$$

$$\begin{aligned} \frac{F}{A} &= C \exp(ikL) + D \exp(-ikL), \\ \frac{B}{A} &= -1 + \frac{C}{A} + \frac{D}{A}. \end{aligned} \quad (6)$$

### Электрическая площадь

В пределе  $\omega \rightarrow 0$  коэффициенты  $A, B$  и  $F$  переходят в электрическую площадь соответственно прямых и встречного импульсов; с некоторой долей условности можно также считать  $C$  и  $D$  электрическими площадями прямого и встречного импульсов внутри слоя. Ввиду линейности задачи без ограничения общности можно положить  $A = 1$ . Тогда  $B$  представляет амплитудный коэффициент отражения, а  $F$  — амплитудный коэффициент пропускания.

Для диэлектрика диэлектрическая проницаемость при нулевой частоте равна ее (конечному) статическому значению  $\varepsilon_0$ . Из (6) при  $\omega \rightarrow 0$  получаем

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right), \\ D &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} \right), \quad B = 0, \quad F = 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Тем самым электрическая площадь всюду совпадает с площадью падающего импульса. Для электрической площади слой полностью пропускающий, отражение отсутствует. Это согласуется с более общим выводом [11].

В случае среды с электрической проводимостью воспользуемся моделью Друде

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (8)$$

где  $\omega_p$  — плазменная частота и  $\gamma$  — показатель затухания. В пределе  $\omega \rightarrow 0$  диэлектрическая проницаемость (8) обладает сингулярностью:  $\varepsilon(\omega) \approx \frac{i\omega_p^2}{\gamma\omega}$ . Но волновое число в такой среде  $k = k_0 \sqrt{\varepsilon} \approx \frac{q}{c} \sqrt{\omega}$ , где  $q = \sqrt{i \frac{\omega_p^2}{\gamma}}$ . В этом случае из (6) находим

$$C = D = \frac{1}{2 + \frac{\omega_p^2 L}{c\gamma}},$$

$$F = \frac{1}{1 + \frac{\omega_p^2 L}{2cy}},$$

$$B = -\left(1 - \frac{1}{1 + \frac{\omega_p^2 L}{2cy}}\right). \quad (9)$$

Таким образом, при наличии свободных зарядов электрическая площадь отличается от площади падающего импульса. В определении (1) она всюду постоянна в соответствии с общим правилом ее сохранения, не меняясь внутри слоя. Более того, внутри слоя площади прямой и встречных волн, определенные указанным выше образом, не зависят от продольной координаты  $z$  и равны друг другу.

## Роль переходных слоев

Модель скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости на границах слоя является идеализацией. В более точной модели такие границы заменяются дополнительными слоями с плавным изменением диэлектрической проницаемости между ее граничными значениями (рисунок,  $b$ ). Влияние таких слоев может быть учтено в рамках теории возмущений [12]; известен и ряд зависимостей  $\varepsilon(z)$ , для которых имеются аналитические решения уравнения (4), включая слой Рэлея,  $\varepsilon(z) = a(\omega)/z^2$  [13].

Анализ показывает, что переходные слои не меняют результаты модели скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости, если их толщина  $l$  существенно меньше соответствующей длины волны излучения. Поскольку электрическая площадь импульса отвечает нулевой частоте и тем самым бесконечно большой длине волны  $\lambda = \infty$ , наличие переходных слоев никак не сказывается на коэффициентах отражения и пропускания, приведенных в предыдущем разделе. Это нетрудно подтвердить и для модели слоев Рэлея. Критерием здесь служит безразмерная величина [13]

$$p = \left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)^2 \left|\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon} - 1}\right|^2. \quad (10)$$

В интересующем нас случае  $p = 0$ , что и оправдывает модель скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости.

## Заключение

В настоящей работе в рамках плосковолнового (одномерного) приближения найдена электрическая площадь импульсов излучения, отраженного и прошедшего слой однородной среды с электрической проводимостью при наличии переходных приграничных слоев среды. Выводы существенно отличаются от предсказаний приближения однонаправленного распространения. При этом плосковолновое приближение мо-

жет быть оправдано применительно к распространению импульсов в коаксиальных волноводах [14]. Другие варианты обоснования применимости результатов, такие как замена границы на наклонную или рассеивающую поверхность, требуют выхода за рамки одномерной геометрии и здесь не рассматриваются.

Важность аналитического характера выводов подчеркивается тем, что численные расчеты предельно коротких импульсов осложнены возможным наличием их трудно учитываемых фронтов. Ввиду этого численное моделирование, например в [15], может свидетельствовать о существовании выраженного униполярного импульса, сопровождаемого протяженным фронтом противоположной полярности с малой амплитудой. Такой вывод согласуется с результатом [11] и в то же время не уменьшает значимости расчетов [15], поскольку подобный фронт не оказывает влияния на эффективность воздействия импульса на микрообъекты [9].

## Финансирование работы

Работа поддержана Российским научным фондом, грант 23-12-00012.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. *Теория волн* (Наука, М., 1979).
- [2] M. Kolesik, J.V. Moloney. *Phys. Rev. E*, **70**, 036604 (2004).
- [3] А.В. Богацкая, А.М. Попов. *Письма в ЖЭТФ*, **118**, 291–296 (2023).
- [4] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. *Письма в ЖЭТФ*, **118**, 620–621 (2023). [N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. *JETP Lett.*, **118**, 608–609 (2023)].
- [5] А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **119**, 100–110 (2024). [A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, *JETP Lett.*, **119**, 94–103 (2024)].
- [6] Н.Н. Розанов, *Опт. и спектр.*, **107**, 761 (2009). [N.N. Rozanov. *Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- [7] J.D. Jackson. *Classical Electrodynamics* (J. Wiley, New York, 1962). [Дж. Джексон. *Классическая электродинамика* (Мир, М., 1965)].
- [8] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. *УФН*, **188**, 1347 (2018). [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. *Phys. Usp.*, **61**, 1227 (2018)].
- [9] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801–809 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quant. Electron.*, **50**, 801 (2020)].
- [10] Н.Н. Розанов. *УФН*, **193**, 1127–1133 (2023). [N.N. Rosanov. *Physics — Uspekhi*, **66** (10), 1059–1064 (2023)].

- [11] M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I.V. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **42**, 2189 (2017).
- [12] Н.Н. Розанов, В.М. Золотарев. *Опт. и спектр.*, **49**, 925–932 (1980). [N.N. Rozanov, V.M. Zolotarev. *Opt. Spectrosc.*, **49**, 506 (1980)].
- [13] С.Г. Раутиан. *Введение в физическую оптику* (Книжный дом „ЛИБРОКОМ“, М., 2009).
- [14] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **127**, 1050 (2019)].
- [15] V.V. Kozlov, N.N. Rosanov, C. De Angelis, S. Wabnitz. *Phys. Rev. A*, **84**, 023818 (2011).