

01.5;11.4

Расширенный метод взаимного корреляционного анализа нестационарных процессов

© А.Н. Павлов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

Поступило в Редакцию 25 января 2024 г.

В окончательной редакции 15 февраля 2024 г.

Принято к публикации 15 февраля 2024 г.

Предложено расширение метода взаимного корреляционного анализа динамики систем с меняющимися во времени свойствами, предусматривающее учет различий характеристик отдельных сегментов. Проведено тестирование расширенного метода на примере двухканальных записей сигналов электрической активности головного мозга в разных функциональных состояниях.

Ключевые слова: взаимный корреляционный анализ, случайный процесс, скейлинг.

DOI: 10.61011/PJTF.2024.10.57709.19872

Наличие взаимных корреляций характерно для динамики сложных систем, содержащих составные элементы с различными типами связей [1,2]. Их количественное описание по регистрируемым сигналам позволяет охарактеризовать особенности динамики таких систем и выявить изменения, связанные с усилением или ослаблением взаимодействий. С этой целью традиционно используется расчет взаимной корреляционной функции, но ее вычисление проводится в предположении стационарной динамики. Если такое предположение неверно, то необходимо сведение анализируемых процессов к стационарным за счет различных приемов на этапе предварительной обработки данных, применение специальных методов, предусматривающих устранение низкочастотных вариаций (тренда) в процессе вычислений или одновременное использование этих двух вариантов, что обычно предпочтительнее.

В настоящее время применяются разные методы взаимного корреляционного анализа динамики систем с меняющимися во времени характеристиками [3–5]. Среди них можно выделить метод DCCA (detrended cross-correlation analysis) [6,7], который представляет собой обобщение флуктуационного анализа — метода DFA (detrended fluctuation analysis) [8,9] на случай двух одновременно регистрируемых сигналов. В работах [10,11] было предложено дополнить метод DFA статистическим анализом среднеквадратичных отклонений профиля сигнала от тренда для разных сегментов, чтобы учесть изменение во времени характеристик нестационарного поведения. Предложенная модификация отличается от традиционного подхода расчетом дополнительного показателя скейлинга, описывающего особенности нестационарности [12]. Обсудим возможность реализации аналогичной идеи применительно к методу DCCA.

В соответствии с алгоритмом вычислений [6] взаимный корреляционный анализ двух временных рядов

x_i и \tilde{x}_i , $i = 1, \dots, N$, предусматривает построение их профилей

$$y_k = \sum_{i=1}^k x_i, \quad \tilde{y}_k = \sum_{i=1}^k \tilde{x}_i, \quad k = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Каждый профиль разбивается на $M = [(N - n)/\Delta] + 1$ в общем случае перекрывающихся сегментов длиной n (при перекрытии на Δ отсчетов), и в пределах отдельных сегментов проводится линейная аппроксимация локального тренда z_k и \tilde{z}_k . Взаимные корреляции профилей сигналов с удаленным трендом сначала оцениваются для каждого сегмента $j = 1, \dots, M$:

$$f_{\text{DCCA}}^2(n, j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1+(j-1)\Delta}^{(j-1)\Delta+n} (y_k - z_k)(\tilde{y}_k - \tilde{z}_k), \quad (2)$$

а затем усредняются по всем сегментам

$$F_{\text{DCCA}}^2(n) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f_{\text{DCCA}}^2(n, j). \quad (3)$$

При появлении дальнедействующих корреляций сигналов x_i и \tilde{x}_i ожидается наличие степенной зависимости вида

$$F_{\text{DCCA}}(n) \sim n^\lambda. \quad (4)$$

Общая идея расширенного метода DCCA заключается в учете различий между взаимными корреляциями отдельных сегментов (2), которые могут быть значительными для нестационарных процессов. Например, в работе [11] приведены примеры, когда некоторые участки вносят доминирующий вклад, при этом влияние остальных участков оказывается малым. В рамках DCCA не учитывается неоднородность структуры сигналов, приводящая к существенному разбросу значений f_{DCCA} в зависимости от j . Рассмотрим наряду со средним

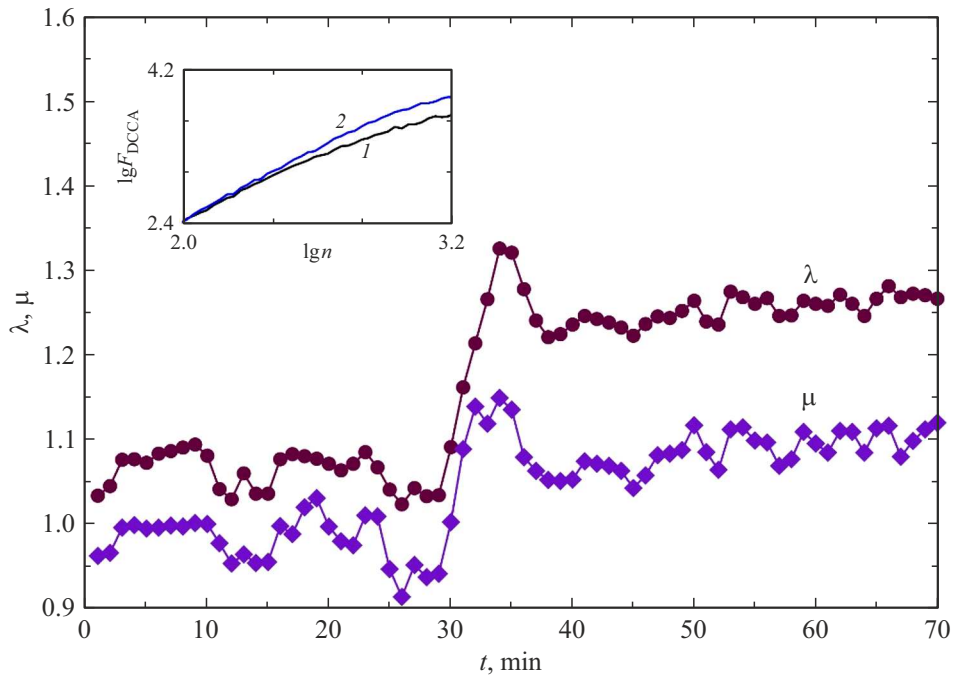


Рис. 1. Обусловленные анестезией изменения показателей скейлинга обычного (λ) и расширенного (μ) метода DCCA, вычисленных по двухканальным сигналам электрокортикограмм для типичной записи. На вставке представлены характерные зависимости (4) в двойном логарифмическом масштабе до (1) и после (2) введения анестезии.

значением F_{DCCA} стандартное отклонение σ величин f_{DCCA} как функцию размера длины сегмента n . При наличии степенной зависимости

$$\sigma[f_{DCCA}](n) \sim n^u \quad (5)$$

показатель скейлинга μ будет отражать информацию об особенностях нестационарности в динамике исследуемой системы.

Чтобы провести тестирование расширенного метода DCCA на нестационарных процессах сложной структуры, выберем в качестве примера двухканальные записи электрической активности головного мозга мышей (электрокортикограммы) в двух разных состояниях: до и после введения анестезии в рекомендованной дозе для проведения хирургических операций. Сигналы регистрировались с левого и правого полушарий с помощью вживленных электродов. Изменения электрической активности, вызванные анестезией, приводят к изменению показателей скейлинга обычного и расширенного метода DCCA (рис. 1). Рост λ и μ происходит непосредственно после введения анестезии, и по завершении переходного процесса показатели скейлинга стабилизируются на более высоких значениях, чем в бодрствующем состоянии. Зависимости (4) в двойном логарифмическом масштабе для сигналов за 10 min до и через 10 min после анестезии показаны на вставке к рис. 1. Зависимости (5) выглядят аналогичным образом. Расчеты показателей скейлинга проведены в диапазоне $2.0 \leq \lg n \leq 3.2$, где различия наклонов зависимостей (4) и (5) в двойном логарифмическом масштабе являются наиболее выраженными.

Вместе с тем следует отметить нелинейный характер указанных зависимостей, что приводит к различиям локальных показателей. При этом для обычного метода DCCA наиболее выраженные отличия проявляются в окрестности $\lg n = 2.5$, а для расширенного — в окрестности $\lg n = 2.0$ и при $\lg n > 3.0$. Это подчеркивает, что рассматриваемые подходы акцентируют внимание на разных особенностях структуры анализируемых сигналов и при проведении диагностических исследований могут дополнять друг друга, выявляя различия в экспериментальных данных в широком диапазоне масштабов.

Обратимся теперь к результатам статистического анализа для группы лабораторных животных, включающей восемь мышей. На рис. 2 приведены усредненные по группе зависимости (4) и (5) в двойном логарифмическом масштабе для электрокортикограмм за 10 min до (кривая 1) и через 10 min после (кривая 2) введения анестезии. Для метода DCCA они похожи на зависимости, представленные на вставке к рис. 1. Визуально можно выявить отличия наклонов в диапазоне больших значений $\lg n$ (рис. 2, a). Для расширенного метода отличия в наклонах визуально менее заметны (рис. 2, b), и для их выявления требуются расчеты. Вместе с тем можно отметить смещение самих зависимостей, вызванное анестезией, что может служить дополнительным диагностическим критерием. Оценки локальных наклонов усредненных зависимостей, выполненные в окне по $\lg n$ длиной 0.6, позволили выявить максимальные различия в окрестности $\lg n = 2.7$ для метода DCCA и в окрестности $\lg n = 1.9$ для расширенного метода. Это

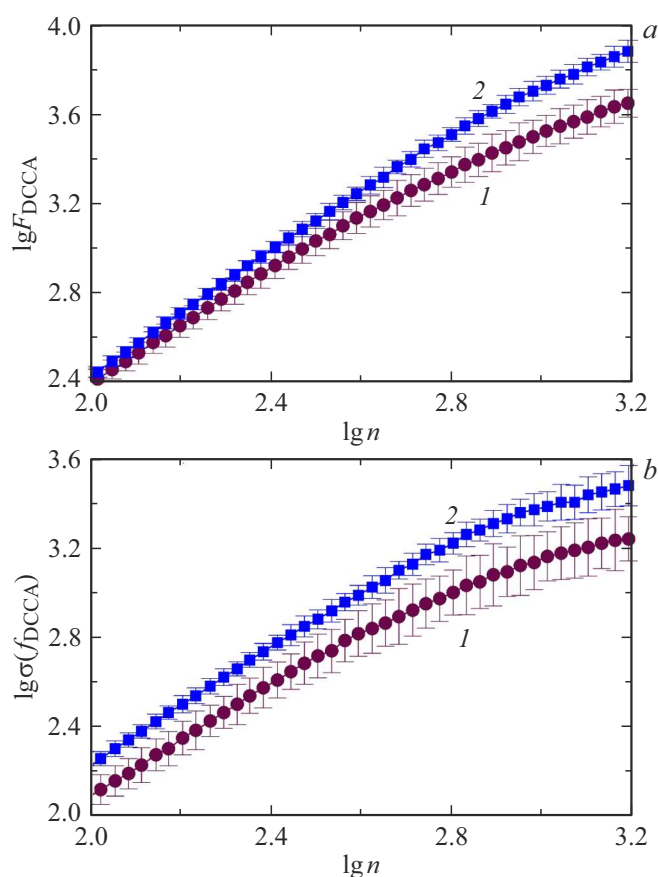


Рис. 2. Зависимости $F_{DCCA}(n)$ (a) и $\sigma[f_{DCCA}](n)$ (b), приведенные в двойном логарифмическом масштабе, усредненные по группе мышей. Приведены средние значения со стандартными отклонениями.

подтверждает выводы, сделанные для типичной записи (рис. 1), о взаимном дополнении двух подходов и возможности лучше выявлять изменения структуры сигналов с использованием расширения DCCA. В настоящей работе сигналы электрокортикограмм были выбраны как сложный пример для тестирования расширенного метода, который может применяться к процессам различной природы в динамике систем с меняющимися во времени характеристиками.

Настоящая статья не содержит каких-либо исследований с использованием животных в качестве объектов.

Благодарности

Автор благодарит О.В. Семякину-Глушковскую за предоставление экспериментальных данных.

Финансирование работы

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 24-22-00015).

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] G.L. Gerstein, J. Neurosci. Meth., **100**, 41 (2000). DOI: 10.1016/s0165-0270(00)00226-0
- [2] N. Akio, K. Miki, T. Chinami, E. Naoko, S. Taiki, K. Tetsuya, K. Ken, Phil. Trans. R. Soc. A, **379**, 20200249 (2021). DOI: 10.1098/rsta.2020.0249
- [3] F. Schmitt, D. Schertzer, S. Lovejoy, Y. Brunet, Europhys. Lett., **34**, 195 (1996). DOI: 10.1209/epl/i1996-00438-4
- [4] G. Xu, R.A. Antonia, S. Rajagopalan, Europhys. Lett., **79**, 44001 (2007). DOI: 10.1209/0295-5075/79/44001
- [5] J. Wang, P.-J. Shang, W.-J. Ge, Fractals, **20**, 271 (2012). DOI: 10.1142/S0218348X12500259
- [6] B. Podobnik, H.E. Stanley, Phys. Rev. Lett., **100**, 084102 (2008). DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.084102
- [7] X.-Y. Qian, Y.-M. Liu, Z.-Q. Jiang, B. Podobnik, W.-X. Zhou, H.E. Stanley, Phys. Rev. E, **91**, 062816 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevE.91.062816
- [8] C.-K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Chaos, **5**, 82 (1995). DOI: 10.1063/1.166141
- [9] N.S. Frolov, V.V. Grubov, V.A. Maksimenko, A. Lüttjohann, V.V. Makarov, A.N. Pavlov, E. Sitnikova, A.N. Pisarchik, J. Kurths, A.E. Hramov, Sci. Rep., **9**, 7243 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-43619-3
- [10] A.N. Pavlov, A.S. Abdurashitov, A.A. Koronovskii, Jr., O.N. Pavlova, O.V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul., **85**, 105232 (2020). DOI: 10.1016/j.cnsns.2020.105232
- [11] А.Н. Павлов, О.Н. Павлова, А.А. Короновский (мл.), Письма в ЖТФ, **46** (6), 47 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.06.49166.18136 [A.N. Pavlov, O.N. Pavlova, A.A. Koronovskii, Jr., Tech. Phys. Lett., **46**, 299 (2020). DOI: 10.1134/S1063785020030281].
- [12] О.Н. Павлова, А.Н. Павлов, Письма в ЖТФ, **47** (9), 52 (2021). DOI: 10.21883/PJTF.2021.09.50910.18653 [O.N. Pavlova, A.N. Pavlov, Tech. Phys. Lett., **47**, 463 (2021). DOI: 10.1134/S1063785021050126].