#### 06

# Разделение каналов генерации гармоник атомом в интенсивном инфракрасном поле и аттосекундном импульсе

© Т.С. Саранцева<sup>1,2</sup>, А.А. Романов<sup>1,3</sup>, А.А. Силаев<sup>1,3</sup>, Н.В. Введенский<sup>1,3</sup>, М.В. Фролов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия <sup>2</sup> Воронежский государственный университет,

394018 Воронеж, Россия

<sup>3</sup> Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,

603950 Нижний Новгород, Россия

e-mail: sartan86@gmail.com

Поступила в редакцию 11.12.2023 г. В окончательной редакции 09.01.2024 г. Принята к публикации 16.01.2024 г.

> Исследована генерация высоких гармоник (ГВГ) в двухцветовом поле, низкочастотная и высокочастотная компоненты которого линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Предложен способ разделения каналов ГВГ, индуцированных высокочастотным и низкочастотным полями, основанный на измерении выхода гармоник с фиксированной поляризацией. Анализируется влияние симметрии начального состояния на эффективность разделения каналов.

> **Ключевые слова:** генерация высоких гармоник, двухкомпонентное лазерное поле, сверхкороткие лазерные импульсы, аттосекундные импульсы, индуцированные вакуумным ультрафиолетовым излучением процессы, поляризационная фильтрация.

DOI: 10.61011/OS.2024.01.57551.17-24

Генерация высоких гармоник (ГВГ) атомными системами в интенсивных низкочастотных лазерных полях инфракрасного (ИК) диапазона является одним из ключевых явлений аттосекундной физики. Особенность этого процесса заключается в возникновении в спектре высоких гармоник платообразной структуры, энергия отсечки которой простирается на ультрафиолетовый диапазон [1-3], что позволяет использовать процесс ГВГ для получения сверхкоротких импульсов аттосекундной длительности [4-6]. Механизм возникновения высокоэнергитических ГВГ-фотонов можно объяснить в рамках трехшаговой модели перерассеяния, согласно которой три этапа ГВГ включают в себя туннельную ионизацию, движение ионизованного электрона вдоль замкнутой траектории и его рекомбинацию в исходное состояние с испусканием высокоэнергетического фотона гармоники [7]. В последнее десятилетие наблюдается значительный интерес к исследованию влияния сверхкоротких импульсов с центральной частотой в вакуумной ультрафиолетовой (ВУФ) области на процесс ГВГ и другие фотопроцессы в сильном лазерном поле [8-11]. Энергия ВУФ-фотона оказывается достаточной для прямой ионизации атомной мишени, что приводит к возникновению нового канала ГВГ, для которого туннельный механизм высвобождения электрона из родительского иона на первом шаге заменяется ВУФ-индуцированной ионизацией. Этот канал ГВГ имеет ряд преимуществ по сравнению с ИК-индуцированным каналом. В частности, изменение временной задержки между ИК и ВУФ

импульсами определяет момент ионизации электрона и дальнейшую траекторию его движения, что позволяет контролировать свойства испускаемых гармоник [12,13].

Важной задачей при исследовании ГВГ в двухкомпонентном поле, включающем ИК и ВУФ импульсы, является разделение сигнала от ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов ГВГ. В случае коллинеарной геометрии эта задача может быть решена путем уменьшения интенсивности ИК поля. Действительно, вероятность туннельной ионизации экспоненциально спадает при уменьшении интенсивности, что приводит к подавлению процесса ГВГ в ИК-индуцированном канале. В то же время уменьшение интенсивности ИК поля приводит к уменьшению протяженности платообразных структур в ИК-индуцированном и ВУФ-индуцированном каналах. Частично уменьшение энергии отсечки плато может быть скомпенсировано увеличением длины волны ИК поля, что также приводит к уменьшению выхода гармоник в обоих каналах [14,15]. По этой причине актуальным становится поиск альтернативных путей разделения вкладов ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов в полном выходе ГВГ. В недавней работе [16] был предложен способ разделения каналов, основанный на использовании двухкомпонентного поля с взаимно ортогональной поляризацией компонент. Было показано, что в случае ортогональной геометрии гармоники в ИК-индуцированном и ВУФ-индуцированном каналах будут поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях, что позволяет выделить вклад ВУФ- индуцированной ГВГ путем измерения выхода гармоник с фиксированной поляризацией. Настоящая работа посвящена исследованию влияния симметрии начального состояния атомной мишени на эффективность предложенного в работе [16] способа разделения каналов. В работе использованы атомные единицы.

Рассмотрим взаимодействие неполяризованного атома с потенциалом ионизации  $I_p = \kappa^2/2$  с двухкомпонентным полем, содержащем низкочастотную ИК и высокочастотную ВУФ компоненты, линейно поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях,

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{e}_{x} F_{\mathrm{IR}} f_{\mathrm{IR}}(t) \cos(\omega_{\mathrm{IR}} t) + \mathbf{e}_{y} F_{\mathrm{XUV}} f_{\mathrm{XUV}}(t-\tau) \cos(\omega_{\mathrm{XUV}}(t-\tau)),$$
(1)

где  $F_{\rm IR/XUV}$ ,  $\omega_{\rm IR/XUV}$  и  $f_{\rm IR/XUV}(t)$  — напряженность, центральная частота и огибающая ИК (IR) или ВУФ (XUV) импульсов соответственно. Параметр  $\tau$  определяет временную задержку между ИК и ВУФ импульсами. Параметры выбраны таким образом, что параметр Келдыша для ИК импульса меньше единицы,  $\gamma_{\rm IR} = \omega_{\rm IR} \kappa / F_{\rm IR} < 1$ , и взаимодействие с ИК компонентой описывается квазиклассически; для ВУФ импульса  $\gamma_{\rm XUV} = \omega_{\rm XUV} \kappa / F_{\rm XUV} > 1$ , и его воздействие может быть описано в рамках теории возмущений.

В отсутствие поля неполяризованная атомная система не обладает дипольным моментом. Однако под воздействием поля (1) в системе наводится дипольный момент, фурье-образ которого  $\mathbf{d}(\Omega)$  полностью определяет амплитуду для гармоники с частотой  $\Omega$  и вектором поляризации  $\mathbf{e}_h$ :

$$\mathscr{A}(\Omega) = \mathbf{e}_h^* \cdot \mathbf{d}(\Omega). \tag{2}$$

В широком интервале частот  $\Omega$ , соответствующих области основного высокоэнергетического плато, основной вклад в полный выход ГВГ дают ИК-индуцированный и ВУФ-индуцированный каналы. Соответственно полный наведенный дипольный момент определяется суммой двух слагаемых:

$$\mathbf{d}(\Omega) = \mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1,\tag{3}$$

где  $\mathbf{D}_0$  описывает ИК-индуцированный процесс, соответствующий нулевому порядку теории возмущений по напряженности электрического поля ВУФ импульса, а  $\mathbf{D}_1$  описывает ВУФ-индуцированный процесс с поглощением единственного ВУФ фотона на этапе ионизации. Из соображений симметрии векторы  $\mathbf{D}_0$  и  $\mathbf{D}_1$  могут быть составлены из основных векторов, присутствующих в задаче, а именно из векторов поляризации ИК и ВУФ импульсов  $\mathbf{e}_{IR} = \mathbf{e}_x$  и  $\mathbf{e}_{XUV} = \mathbf{e}_y$ . В нулевом порядке теории возмущений по напряженности ВУФ импульса выражение для наведенного дипольного момента может содержать неограниченное число векторов  $\mathbf{e}_{IR}$ :

$$\mathbf{D}_0 = a_0 \mathbf{e}_{\mathrm{IR}},\tag{4}$$

где  $a_0$  некоторый *t*-четный скаляр. Поляризация гармоник в ИК-индуцированном канале совпадает с поляризацией ИК поля. В первом порядке теории возмущений по напряженности ВУФ импульса наведенный полем дипольный момент должен дополнительно содержать один вектор поляризации ВУФ поля, и общее выражение для вектора **D**<sub>1</sub> может быть записано в виде

$$\mathbf{D}_1 = a_1 \mathbf{e}_{\text{XUV}} + b_1 (\mathbf{e}_{\text{IR}} \cdot \mathbf{e}_{\text{XUV}}) \mathbf{e}_{\text{IR}}, \qquad (5)$$

где  $a_1$  и  $b_1$  — также *t*-четные скаляры. Однако для поля вида (1) скалярное произведение ( $\mathbf{e}_{IR} \cdot \mathbf{e}_{XUV}$ ) обращается в ноль, и вектор  $\mathbf{D}_1$  оказывается пропорциональным вектору поляризации ВУФ поля. Таким образом, гармоники в ВУФ-индуцированном канале оказываются поляризованы в направлении, перпендикулярном вектору поляризации гармоник в ИК-индуцированном канале, что может быть использовано для разделения вкладов ИК-индуцированного и ВУФ-индуцированного каналов. Следует отметить, что общие соображения симметрии справедливы для любого неполяризованного атома независимо от значения орбитального момента валентного электрона.

Метод разделения каналов на основе измерения выхода гармоник с фиксированной поляризацией был впервые предложен в работе [16] для атомной системы с внешним р-электроном. В настоящей работе нами рассчитаны спектры ГВГ для двух модельных атомных систем, имеющих внешние оболочки s и р. В качестве атомной системы с валентным рэлектроном был выбран атом неона с потенциалом ионизации  $I_p = 22.3 \,\text{eV}$ . Форма атомного потенциала была получена путем решения системы стационарных уравнений Кона-Шэма [17]. Для моделирования атомной системы с валентным электроном *s* использовался кулоновский потенциал U(r) = -Z/r с эффективным зарядовым числом Z = 1.28, что обеспечило совпадение потенциала ионизации модельной атомной системы с потенциалом ионизации неона. В ходе решения нестационарного уравнения Шредингера было исследовано взаимодействие указанных атомных систем с двухкомпонентным импульсом. ИК компонента имеет интенсивность  $I_{\rm IR} = c F_{\rm IR}^2 / (8\pi) = 4 \cdot 10^{14} \, {\rm W/cm^2}$ , центральную частоту  $\omega_{IR} = 1 \text{ eV}$  и огибающую

$$f_{\mathrm{IR}}(t) = \begin{cases} \sin^2(\pi t/\mathscr{T}_{\mathrm{IR}}), & t \in [0, \mathscr{T}_{\mathrm{IR}}], \\ 0, & t \notin [0, \mathscr{T}_{\mathrm{IR}}], \end{cases}$$
(6)

где  $\mathscr{T}_{\rm IR} = 20$  fs. Вакуумная ультрафиолетовая компонента аттосекундного импульса имеет интенсивность  $I_{\rm XUV} = c F_{\rm XUV}^2/(8\pi) = 4 \cdot 10^{13}$  W/cm<sup>2</sup>, центральную частоту  $\omega_{\rm XUV} = 30$  eV и огибающую вида

$$f_{\rm XUV}(t) = \exp\left(-2\ln(2)t^2/\mathscr{T}_{\rm XUV}^2\right),\tag{7}$$

где  $\mathscr{T}_{\rm XUV} = 0.55$  fs. Временная задержка между ИК и ВУФ импульсами составляет  $\tau = 8.3$  fs. Зависимость



**Рис. 1.** Зависимость выхода высоких гармоник, поляризованных вдоль векторов поляризации ИК поля (a) и ВУФ импульса (b), от энергии фотона. Жирная голубая линия: результат для атома Ne с валентным *p*-электроном; тонкая черная линия: результат для модельной системы с валентным *s*-электроном. Вертикальные штриховые линии указывают положение отсечки плато. Параметры двухкомпонентного импульса указаны в тексте.

выхода высоких гармоник с фиксированной поляризацией от энергии фотона представлена на рис. 1: на панелях (а)/(b) представлены результаты для гармоник, поляризованных вдоль вектора поляризации ИК/ВУФ импульсов. Видно, что положение отсечки плато и форма осцилляций отличаются для гармоник, поляризованных вдоль осей ОХ и ОУ соответственно. Численные расчеты также показывают, что выход гармоник, поляризованных вдоль направления поляризации ИК поля, слабо зависит от параметров ВУФ импульса, в то время как выход гармоник, поляризованных в перпендикулярном направлении, прямо пропорционален интенсивности  $I_{\rm XUV}$ . Это позволяет сделать вывод о том, что гармоники с вектором поляризации  $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_x$  соответствуют ИКиндуцированному каналу, а гармоники с вектором поляризации  $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_v$  — ВУФ-индуцированному каналу ГВГ. Как видно из рис. 1 симметрия начального состояния слабо влияет на выход гармоник в ИК-индуцированном канале, но оказывается критичной для процесса ГВГ в ВУФ-индуцированном канале. Для системы с валентным *s*-электроном ГВГ в ВУФ-индуцированном канале подавлена на несколько порядков по сравнению со случаем начального р-состояния.

Наблюдаемое в численных расчетах влияние симметрии начального состояния на процесс ГВГ в ВУФиндуцированном канале можно объяснить в рамках адиабатического подхода к описанию процессов в интенсивном низкочастотном лазерном поле [18]. Указанный подход позволяет получить выражение для амплитуд основных фотопроцессов в интенсивных ИК полях в замкнутом аналитическим виде, а также развить аппарат теории возмущений для учета влияния высокочастотного ВУФ импульса. В рамках адиабатического подхода амплитуда генерации гармоник полностью определяется временами  $t'_i$  и  $t_i$ , которые могут быть интерпретированы как времена начала и окончания движения электрона в интенсивном ИК поле на этапе распространения. Для нахождения этих времен следует записать закон сохранения энергии в момент ионизации и рекомбинации

$$\mathbf{K}^{2}(t'_{j};t_{j},t'_{j}) = 2\left(\omega_{\mathrm{XUV}} - I_{p}\right), \qquad (8a)$$

$$\mathbf{K}^{2}(t_{j}t_{j},t_{j}') = 2\left(\Omega - I_{p}\right), \qquad (8b)$$

где  $\mathbf{K}(t;t_j,t_j')$  представляет собой мгновенное (в момент времени t) значение импульса электрона при движении вдоль замкнутой траектории:

$$\mathbf{K}(\tau';t,t') = \mathbf{e}_x K(\tau';t,t'), \qquad (9a)$$

$$K(\tau';t,t') = A_{\rm IR}(\tau') - \frac{1}{t-t'} \int_{t'}^{t} A_{\rm IR}(\tau'') d\tau'', \qquad (9b)$$

$$A_{\rm IR}(t) = -\int^t F_{\rm IR}(\tau') d\tau'. \qquad (9c)$$

Наведенный двухкомпонентным полем дипольный момент, определяющий амплитуду ГВГ в ВУФ-индуцированном канале, может быть записан в следующем виде [16,17]:

$$\mathbf{D}_{1} = F_{\text{XUV}} \sum_{j} (\mathbf{d}_{l,q}(\mathbf{K}'_{j}) \cdot \mathbf{e}_{\text{XUV}}) \mathbf{g}(t_{j}, t'_{j}), \qquad (10)$$

где  $\mathbf{K}'_{j} \equiv \mathbf{K}(t'_{j};t_{j},t'_{j})$  — импульс электрона в момент ионизации,  $\mathbf{d}_{l,q}$  — дипольный матричный элемент, описывающий переход из связанного состояния  $\psi_{l,q}(\mathbf{r}) = \varphi_{l}(r)f_{l,q}(\hat{\mathbf{r}})$  в состояние непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{K}'_{j}}^{(+)}(\mathbf{r})$ , имеющее асимптотику расходящейся сферической волны на больших расстояниях,

$$\mathbf{d}_{l,q}(\mathbf{k}) = \langle \psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) | \mathbf{r} | \varphi_{l,q}(\mathbf{r}) \rangle.$$
(11)

Вектор  $\mathbf{g}(t_j, t_j')$  описывает этапы распространения и рекомбинации электрона и определяет поляризацию испускаемых гармоник. Явный вид указанного множителя может быть найден в работах [16,18].

Если атомная система имеет оптически активный *s*-электрон, то  $\psi_{l,q}(\mathbf{r}) = \varphi_0(r)Y_{0,0}(\hat{\mathbf{r}})$ , и интегрирование по угловым переменным в матричном элементе (11) приводит к следующему результату:

$$\mathbf{d}_{0,0}(\mathbf{k}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{k}}{k} \mathcal{D}_{0,1}(k), \qquad (12)$$

где  $\mathscr{D}_{0,1}(k)$  представляет собой радиальный матричный элемент:

$$\mathscr{D}_{l,l'}(k) = \langle R_{k,l'} | r | \varphi_l \rangle, \tag{13}$$

$$\psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} R_{k,l}(r) Y_{l,m}^{*}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{l,m}(\hat{\mathbf{r}}).$$
(14)

В рамках трехшаговой модели ГВГ электрон должен вернуться к родительскому остову. Для случая двухкомпонентного поля с ортогональной поляризацией компонент (1) движение электрона в континууме определяется только низкочастотной компонентой, и импульс электрона должен быть направлен параллельно вектору поляризации ИК поля. Таким образом,  $\mathbf{d}_{0,0}(\mathbf{K}'_j) = d_{0,0}(\mathbf{K}'_j)\mathbf{e}_{\mathrm{IR}}$ , и скалярное произведение в выражении (10) обращается в ноль. Это приводит к тому, что в рамках адиабатического приближения ВУФ-индуцированный процесс ГВГ запрещен правилами дипольного отбора, и ГВГ в указанном канале определяется малыми поправками к результатам, получаемым в рамках адиабатического приближения.

Если атомная система имеет валентный *p*-электрон, то связанное состояние является трехкратно вырожденным по магнитному квантовому числу. При взаимодействии с лазерным импульсом вида (1) вырождение снимается полностью, и образуются три изолированных подуровня, для которых угловая часть волновой функции имеет вид

$$f_{1,0}(\hat{\mathbf{r}}) = Y_{10}(\hat{\mathbf{r}}), \tag{15a}$$

$$f_{1,\pm 1}(\hat{\mathbf{r}}) = i^{\frac{3\mp 1}{2}} \frac{Y_{1,1}(\hat{\mathbf{r}}) \pm Y_{1,-1}(\hat{\mathbf{r}})}{\sqrt{2}}.$$
 (15b)

При этом основной вклад в ГВГ в двухкомпонентном поле с ортогональной поляризацией компонент вносят подуровни с  $q = \pm 1$ . Выполняя интегрирование по угловым переменным для указанных состояний, получаем следующий результат:

$$\mathbf{d}_{1,+1}(\mathbf{K}'_{j}) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \left[ \frac{D_{1,0}(K'_{j}) - D_{1,2}(K'_{j})}{3} \mathbf{e}_{y} + D_{1,2}(K'_{j}) \frac{(\mathbf{K}'_{j} \cdot \mathbf{e}_{y})}{K'_{j}^{2}} \mathbf{K}'_{j} \right],$$

$$\mathbf{d}_{j} = \sqrt{\frac{3}{3}} \left[ D_{1,0}(K'_{j}) - D_{1,2}(K'_{j}) \mathbf{e}_{y} \right]$$
(16a)

$$\mathbf{I}_{1,-1}(\mathbf{K}'_j) = \sqrt{\frac{4\pi}{4\pi}} \left[ \frac{1}{3} \mathbf{e}_x + D_{1,2}(K'_j) \frac{(\mathbf{K}'_j \cdot \mathbf{e}_x)}{K'_j^2} \mathbf{K}'_j \right].$$
(16b)

Учитывая, что  $\mathbf{K}'_{j} = K'_{j}\mathbf{e}_{x}$ , дипольный матричный элемент  $\mathbf{d}_{1,+1}/\mathbf{d}_{1,-1}$  направлен вдоль вектора поляризации ВУФ/ИК импульса. Для начального состояния с q = -1, которое вносит основной вклад в ГВГ в однокомпонентном ИК поле, генерация гармоник в ВУФ-индуцированном канале подавлена как и в случае начального *s*-состояния. Однако состояние с q = +1 дает



**Рис. 2.** Зависимость выхода высоких гармоник, поляризованных вдоль векторов поляризации ИК поля (a) и ВУФ импульса (b), от энергии фотона. Жирная голубая линия: результат для состояния с q = +1; тонкая черная линия: результат для для состояния с q = -1. Вертикальные штриховые линии указывают положение отсечки плато. Параметры поля те же, что и для рис. 1.

основной вклад в генерацию гармоник, поляризованных вдоль направления  $\mathbf{e}_{v}$ . Вероятность ГВГ в данном канале сопоставима с вероятностью ГВГ в ИКиндуцированном канале для состояния с q = -1. На рис. 2 представлены парциальные выходы высоких гармоник, поляризованных вдоль направления поляризации ИК (a) и ВУФ (b) импульсов, для состояний с  $q = \pm 1$ . Видно, что основной вклад в формирование гармоник с вектором поляризации  $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_{\mathrm{IR}}$ , возникающих в результате ИК-индуцированного процесса ГВГ, вносит состояние с q = -1. В то же время выход гармоник с поляризацией  $\mathbf{e}_h = \mathbf{e}_{\text{XUV}}$ , возникающих в результате ВУФ-индуцированного процесса, главным образом определяется вкладом состояния с q = +1. Следует отметить, что гармоники в ВУФ-индуцированном и ИКиндуцированном каналах имеют близкие интенсивности, что может быть использовано для управления поляризацией вторичного излучения для атомных систем с валентным *р*-электроном в двухкомпонентном лазерном поле с ортогональной геометрией [16].

В заключении отметим, что в настоящей работе было исследовано влияние симметрии начального состояния на процесс ГВГ атомной системой в двухкомпонентном импульсе, ИК и ВУФ компоненты которого линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Основываясь на адиабатическом приближении для описания ГВГ, показано, что процесс генерации гармоник с поглощением ВУФ фотона на этапе ионизации оказывается подавленным для случая начального s-состояния оптически активного электрона. В то же время для случая трехкратно вырожденного начального р-состояния ВУФ-индуцированный процесс оказывается возможным для одного из трех магнитных подуровней, что позволяет существенно увеличить интенсивность ГВГ в ВУФ-индуцированном канале. Отметим, что для описания макроскопических спектров ГВГ реальными атомными системами необходимо учитывать эффекты распространения гармоник в среде [19,20]. Описание макроскопических эффектов выходит за рамки настоящей работы, так как они не приводят к изменению роли симметрии начального состояния в процессе ГВГ.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 22-12-00223).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- T. Popmintchev, M.-C. Chen, P. Arpin, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn. Nat. Photon., 4 (3), 822 (2010). DOI: 10.1038/nphoton.2010.25
- [2] T. Popmintchev, M.-C. Chen, D. Popmintchev, P. Arpin, S. Brown, S. Ališauskas, G. Andriukaitis, T. Balčiunas, O.D. Mücke, A. Pugzlys, A. Baltuška, B. Shim, S.E. Schrauth, A. Gaeta, C. Hernández-García, L. Plaja, A. Becker, A. Jaron-Becker, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn. Science, **336** (6086), 1287 (2012). DOI: 10.1126/science.1218497
- [3] D. Popmintchev, B.R. Galloway, M.-C. Chen, F. Dollar, C.A. Mancuso, A. Hankla, L. Miaja-Avila, G. O'Neil, J.M. Shaw, G. Fan, S. Ališauskas, G. Andriukaitis, T. Balčiunas, O.D. Mücke, A. Pugzlys, A. Baltuška, H.C. Kapteyn, T. Popmintchev, M.M. Murnane. Phys. Rev. Lett., **120** (9), 093002 (2018) DOI: 10.1103/PhysRevLett.120.093002
- [4] P. Agostini, L.F. DiMauro. Rep. Prog. Phys., 67 (6), 813 (2004). DOI: 10.1088/0034-4885/67/6/R01
- [5] P.B. Corkum, F. Krausz. Nat. Phys., 3 (6), 381 (2007).
   DOI: 10.1038/nphys620
- [6] F. Krausz, M. Ivanov. Rev. Mod. Phys., 81 (1), 163 (2009).
   DOI: 10.1103/RevModPhys.81.163
- [7] P.B. Corkum. Phys. Rev. Lett., 71 (13), 1994 (1993).
   DOI: 10.1103/PhysRevLett.71.1994
- [8] G. Gademann, F. Kelkensberg, W.K. Siu, P. Johnsson, M.B. Gaarde, K.J. Schafer, M.J.J. Vrakking. New J. Phys., 13 (3), 033002 (2011). DOI: 10.1088/1367-2630/13/3/033002
- [9] D. Azoury, M. Krüger, G. Orenstein, H.R. Larsson, S. Bauch,
   B.D. Bruner, N. Dudovich. Nat. Comm., 8 (1), 1453 (2017).
   DOI: 10.1038/s41467-017-01723-w

- D. Kiesewetter, R.R. Jones, A. Camper, S.B. Schoun, P. Agostini, L.F. DiMauro. Nature Physics, 14 (1), 68 (2018). DOI: 10.1038/nphys4279
- [11] M. Krüger, D. Azoury, B.D. Bruner, N. Dudovich. Appl. Sci., 9 (3), 378 (2019). DOI: 10.3390/app9030378
- [12] K.J. Schafer, M.B. Gaarde, A. Heinrich, J. Biegert, U. Keller. Phys. Rev. Lett., 92 (2), 023003 (2004).
   DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.023003
- J. Biegert, A. Heinrich, C.P. Hauri, W. Kornelis, P. Schlup, M.P. Anscombe, M.B. Gaarde, K.J. Schafer, U. Keller. J. Mod. Opt., 53 (1-2), 87 (2006).
   DOI: 10.1080/09500340500167669
- [14] J. Tate, T. Auguste, H.G. Muller, P. Saliéres, P. Agostini, L.F. DiMauro. Phys. Rev. Lett., 98 (1), 013901 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.013901
- [15] M.V. Frolov, N.L. Manakov, W.-H. Xiong, L.-Y. Peng, J. Burgdörfer, A.F. Starace. Phys. Rev. A, 92 (2), 023409 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevA.92.023409
- T.S. Sarantseva, A.A. Romanov, A.A. Silaev, N.V. Vvedenskii, M.V. Frolov. Phys. Rev. A, **107** (2), 023113 (2023).
   DOI: 10.1103/PhysRevA.107.023113
- [17] A.A. Romanov, A.A. Silaev, M.V. Frolov, N.V. Vvedenskii.
   Phys. Rev. A, **101** (1), 013435 (2020).
   DOI: 10.1103/PhysRevA.101.013435
- [18] A.V. Flegel, N.L. Manakov, I.V. Breev, M.V. Frolov. Phys. Rev. A, **104** (3), 033109 (2021).
   DOI: 10.1103/PhysRevA.104.033109
- [19] P. Saliéres, A. L'Huillier, M. Lewenstein. Phys. Rev. Lett., 74 (19), 3776 (1995). DOI: 10.1103/PhysRevLett.74.3776
- [20] M.B. Gaarde, J.L. Tate, K.J. Schafer. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 41 (13), 132001 (2008).
   DOI: 10.1088/0953-4075/41/13/132001