

14,13

## Влияние предварительной термической обработки на динамические прочностные характеристики цементных растворов

© Л.А. Игушева<sup>1</sup>, Ю.В. Петров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Институт проблем машиноведения РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: igusheva15@gmail.com

Поступила в Редакцию 7 февраля 2024 г.

В окончательной редакции 7 февраля 2024 г.

Принята к публикации 15 февраля 2024 г.

Динамическое разрушение предварительно термически обработанных цементных растворов анализируется с точки зрения структурно-временного подхода, основанного на понятии инкубационного времени разрушения. Построены скоростные зависимости вязкости разрушения и прочности на сжатие стандартного цементного раствора и раствора с примесью сульфата бария с учетом влияния термической обработки. На основе известных экспериментальных данных произведена оценка значений инкубационных времен. Согласно теоретическому расчету показаны эффект инверсии прочности на сжатие и эффект инверсии трещиностойкости.

**Ключевые слова:** цемент, инкубационное время, динамическая трещиностойкость, динамическая прочность на сжатие, температурное воздействие.

DOI: 10.61011/FTT.2024.03.57491.21

### 1. Введение

Цемент является одним из основных составляющих и наиболее часто применяемых материалов для строительства. Цемент употребляется при изготовлении бетона, строительного кладочного раствора, штукатурки, стяжки и вместе с железобетоном составляет более половины всех производимых человечеством материалов [1]. От физико-механических свойств цементного раствора напрямую зависит безопасность конструкций, зданий и сооружений, поэтому изучение прочностных характеристик цементных растворов является важнейшей задачей.

В результате различных внешних факторов как техногенного, так и природного характера здания и сооружения подвергаются действию высоких температур. Термическое воздействие происходит при пожарах, а также в процессах добычи геотермальной энергии и захоронения радиоактивных отходов. Кроме того, критически важные конструкции (туннели, шахты, ядерные реакторы) могут подвергаться высокоскоростным нагрузкам — взрывам и ударам, вызванным авариями, терактами, землетрясениями, добывающими работами, т.е. совместному воздействию температуры и ударных нагрузок. В связи с этим построение математических моделей, позволяющих рассчитывать значения динамической прочности и динамической трещиностойкости строительных материалов, необходимо для определения несущей способности конструкций, а также для восстановления конструкций, поврежденных под действием высоких температур.

Экспериментальные исследования показали, что прочностные характеристики бетонов и цементных растворов, как правило, снижаются с ростом температуры предварительной обработки [2–5]. В случае статических нагрузок прочность на сжатие и трещиностойкость материалов являются постоянными материала и могут быть измерены в ходе стандартных экспериментальных испытаний [6,7]. При высокоскоростных нагрузках прочностные характеристики изменяются в зависимости от вида внешних воздействий (амплитуда, форма импульса, скорость нагружения) [8,9]. Таким образом, при расчетах динамической прочности и трещиностойкости материалов недостаточно использовать критерии классической теории прочности.

Перспективным для описания реакции материалов на динамические нагрузки является структурно-временной подход, основным инструментом которого является критерий инкубационного времени разрушения (ИВР) [10]. Данный подход позволяет учитывать специфические для высокоскоростных нагрузок явления: зависимость прочности материала от параметров внешнего воздействия [11] и эффект задержки разрушения [12]. Структурно-временной подход был успешно использован для предсказания разрушения материалов, подвергнутых различным дополнительным внешним воздействиям, таким как температура [13] и влагонасыщенность [14].

В настоящей работе на основе критерия ИВР построены зависимости динамической прочности на сжатие от скорости нагружения и зависимости динамической вязкости разрушения от скорости изменения коэффици-

ента интенсивности напряжений для обычного цементного раствора и раствора с примесью сульфата бария. Полученные результаты верифицированы известными экспериментальными данными.

## 2. Критерий инкубационного времени разрушения

Процесс разрушения в материале протекает во времени, и критерий ИВР, в отличие от критериев разрушения классической теории прочности, позволяет это учитывать. Перед разрушением материала на макроуровне как для высокоскоростных, так и для статических нагрузок происходят подготовительные релаксационные процессы, предваряющие макроразрушение образца и связанные с образованием повреждений на микроуровне. Продолжительность этих процессов называется инкубационным временем  $\tau$  — это фундаментальное свойство материала, характеризующее реакцию материала на высокоскоростные нагрузки.

Критерий ИВР [15–18] в общем виде представляется следующим условием:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left( \frac{F(t')}{F_s} \right)^\alpha dt' \leq 1, \quad (1)$$

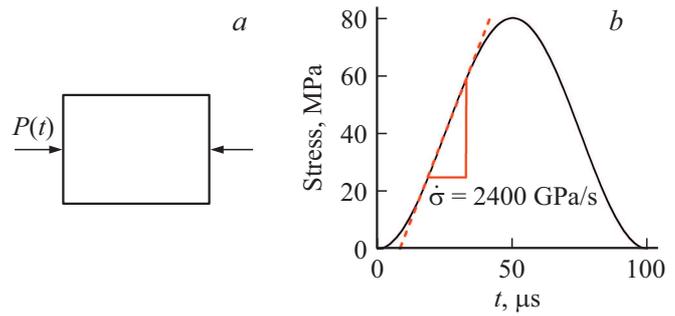
где  $F(t)$  — интенсивность локального силового поля;  $F_s$  — предел локального силового поля для случая статического нагружения;  $\tau$  — инкубационное время;  $\alpha$  — безразмерный параметр, отражающий реакцию материала на величину напряженности силового поля (при рассмотрении задачи в упругой постановке  $\alpha = 1$ ). В момент времени  $t_*$ , когда выполняется равенство в условии (1), происходит разрушение материала.

Отличительной особенностью данного подхода является возможность его применения как для статических, так и для динамических нагрузок; он позволяет описать разрушения материала для всего диапазона возможных скоростей нагружения. Для случая статического нагружения критерий инкубационного времени разрушения превращается в классический критерий теории прочности.

Критерий ИВР применим как для вычисления прочности изначально бездефектных материалов, так и для определения трещиностойкости образцов с предварительно нанесенными разрезами.

## 3. Динамическая прочность на сжатие

Рассмотрим динамическую прочность на сжатие двух отличающихся по составу цементных растворов, основываясь на экспериментальных данных, представленных в [19]. Первый раствор состоит из песка, цемента, воды и сульфата бария с массовыми долями 0.62, 0.25, 0.07 и 0.06 соответственно, второй состоит только из песка, цемента и воды с массовыми долями 0.48, 0.37 и 0.15.



**Рис. 1.** *a* — схема эксперимента на динамическую прочность на сжатие цилиндрического образца; *b* — график зависимости напряжения от времени в эксперименте на динамическую прочность на сжатие, определение скорости нагружения.

Обычный цементный раствор повсеместно применяется в строительстве в силу своей дешевизны и простоты использования, тогда как баритовые бетоны и цементы являются радиационно-защитными материалами [20–22]. Цементный раствор и бетон с примесью сульфата бария применяются в строительстве специальных особо важных сооружений, таких как атомные электростанции, ядерные реакторы, военные объекты. Данные материалы также рекомендованы к использованию при строительстве медицинских учреждений — для защиты медицинского персонала и пациентов от радиоактивного излучения. Баритовые цементные растворы обладают высокой жаропрочностью и могут использоваться при высоких температурах на протяжении длительного периода времени [20,23,24].

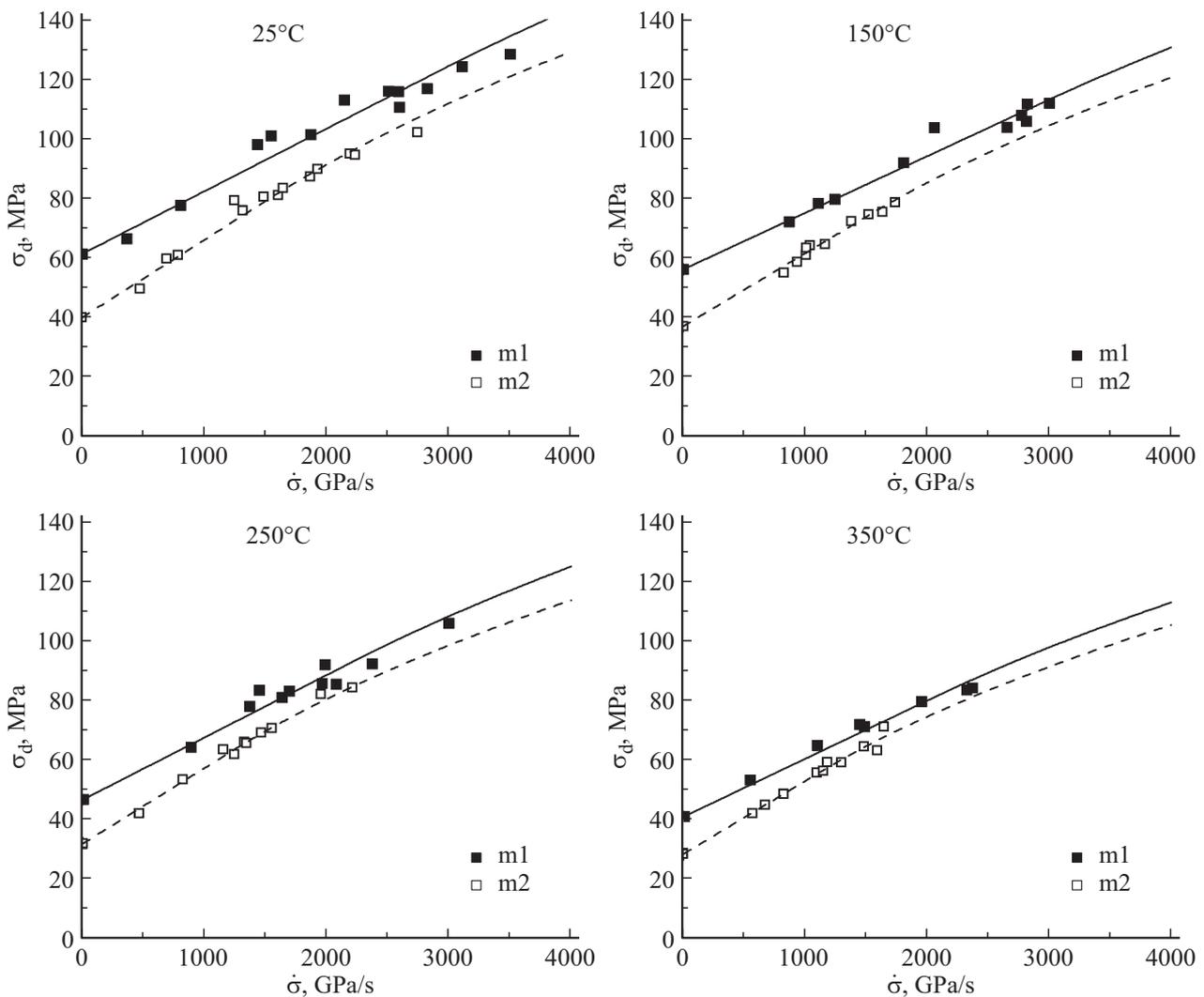
Для определения динамической прочности на сжатие в работе [19] используется система разрезных стержней Гопкинсона. Перед испытаниями цилиндрические образцы цементного раствора подвергаются предварительному нагреву до температуры 150, 250, 350, 450, 600 и 850°C, затем эксперименты на динамическое разрушение происходят при комнатной температуре 25°C. Схема эксперимента для определения динамической прочности на сжатие цилиндрического образца цементного раствора представлена на рис. 1, *a*. Эксперименты проводились с разными скоростями нагружения.

Критерий ИВР для определения прочности на сжатие материала записывается в следующем виде

$$\frac{1}{\tau_\sigma} \int_{t-\tau_\sigma}^t \sigma(s) ds \leq \sigma_s, \quad (2)$$

где  $\sigma_s$  — предел прочности на сжатие для случая статического нагружения,  $\tau_\sigma$  — инкубационное время разрушения при сжатии. Время разрушения  $t_*$  определяется как момент, в который достигается равенство в выражении (2).

Согласно данным, полученным в работе [19], напряжения в образце линейно зависят от времени на некотором интервале нагружения; разрушение происходит также на



**Рис. 2.** Скоростные зависимости динамической прочности на сжатие цементных растворов при температурах 25–350°C (сплошные линии — расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии — расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [19] (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор).

этапе роста напряжений. Таким образом, зависимость напряжений от времени для расчетов выражается следующей формулой

$$\sigma(t) = \dot{\sigma}tH(t), \tag{3}$$

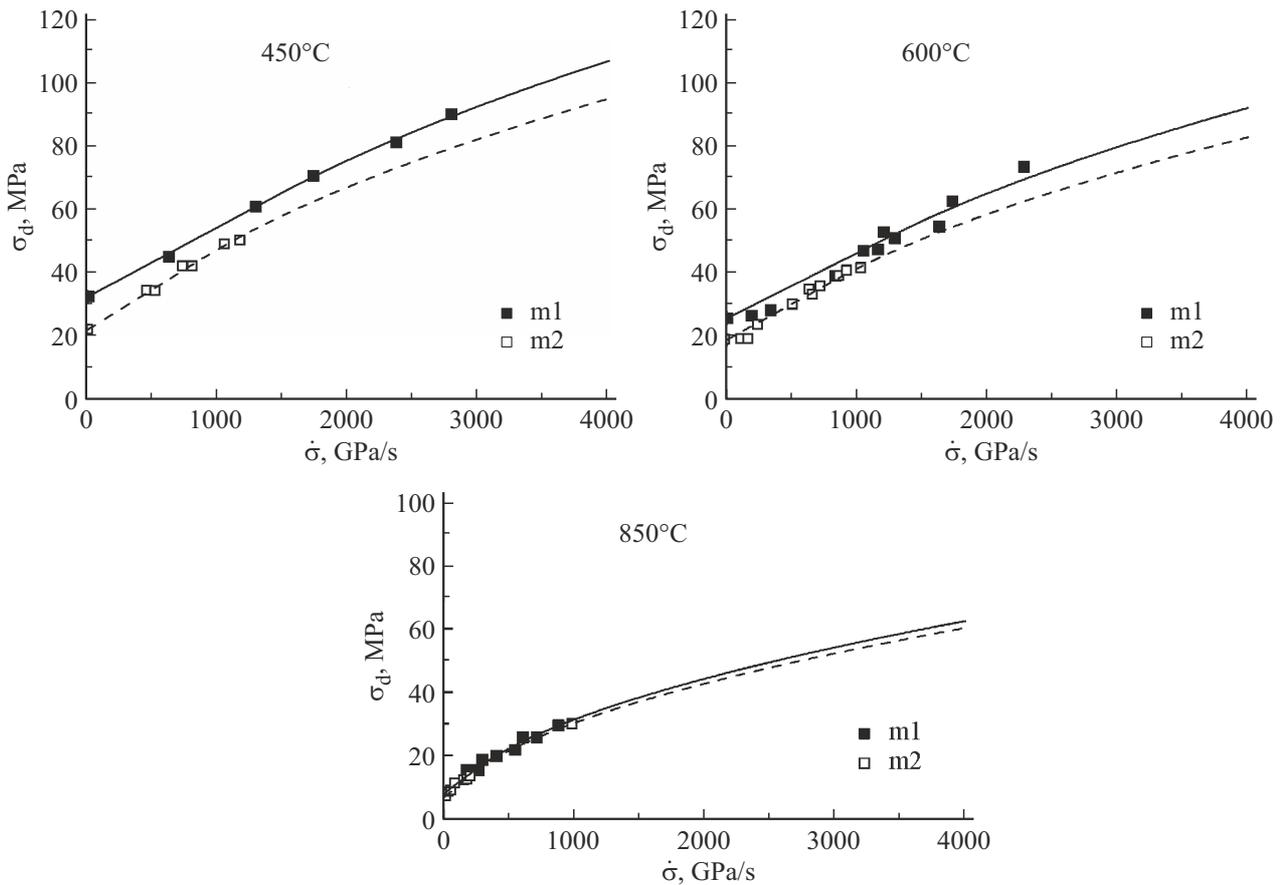
где  $\dot{\sigma}$  — скорость возрастания напряжений,  $H(t)$  — функция Хевисайда.

Скорость нагружения равняется тангенсу угла наклона касательной к линейному участку графика зависимости напряжения от времени (рис. 1, b). Применяя критерий ИВР (2) для нахождения зависимостей динамической прочности на сжатие  $\sigma_d$  от скорости возрастания напряжений  $\dot{\sigma}$ , получаем следующее выражение:

$$\sigma_d(\dot{\sigma}) = \begin{cases} \sigma_s + \frac{\tau_\sigma}{2} \dot{\sigma}, & \frac{\sigma_s}{\dot{\sigma}} \geq \frac{\tau_\sigma}{2}, \\ \sqrt{2\sigma_s \tau_\sigma \dot{\sigma}}, & \frac{\sigma_s}{\dot{\sigma}} < \frac{\tau_\sigma}{2}. \end{cases} \tag{4}$$

Для построения теоретических кривых (4) необходимо определить две константы материала: статическую прочность на сжатие  $\sigma_s$  и значение инкубационного времени  $\tau_\sigma$ . Значения  $\sigma_s$  представлены в работе [19],  $\tau_\sigma$  определяется методом наименьших квадратов по экспериментальным данным [19]. В табл. 1 представлены значения  $\sigma_s$  и  $\tau_\sigma$ .

На рис. 2 и 3 показаны зависимости прочности на сжатие двух цементных растворов от скорости изменения напряжений при различных температурах предварительной обработки. Теоретические кривые (4) качественно соответствуют экспериментальным результатам, описанным в работе [19]. Полученные результаты показывают, что с ростом температуры предварительной обработки наблюдается снижение прочности на сжатие для обоих цементных растворов. Для всех температур прочность на сжатие увеличивается с ростом скорости нагружения. Баритовый цементный раствор обладает большей проч-



**Рис. 3.** Скоростные зависимости динамической прочности на сжатие цементных растворов при температурах 450–850°C (сплошные линии — расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии — расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [19] (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор).

**Таблица 1.** Сводная таблица значений статического предела прочности на сжатие и инкубационного времени разрушения для цементных растворов (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор)

		$T, ^\circ\text{C}$							
		25	150	250	350	450	600	850	
m1	$\tau_\sigma, \mu\text{s}$	42	38	42	39	44	41	62	
	$\sigma_s, \text{MPa}$	61.41	56.19	46.34	40.55	32.44	25.49	7.72	
m2	$\tau_\sigma, \mu\text{s}$	52	49	51	49	51	45	69	
	$\sigma_s, \text{MPa}$	40.12	37.12	31.56	28.1	22.09	18.78	6.46	

ностью на сжатие по сравнению с обычным цементным раствором при равных значениях температуры предварительной обработки, причем чем выше температура предварительной обработки, тем меньше становится разница прочности на сжатие между двумя цементными растворами.

При сравнении двух растворов наблюдается эффект инверсии прочности на сжатие (рис. 4). При различных значениях температуры предварительной обработки баритовый цементный раствор обладает большей прочно-

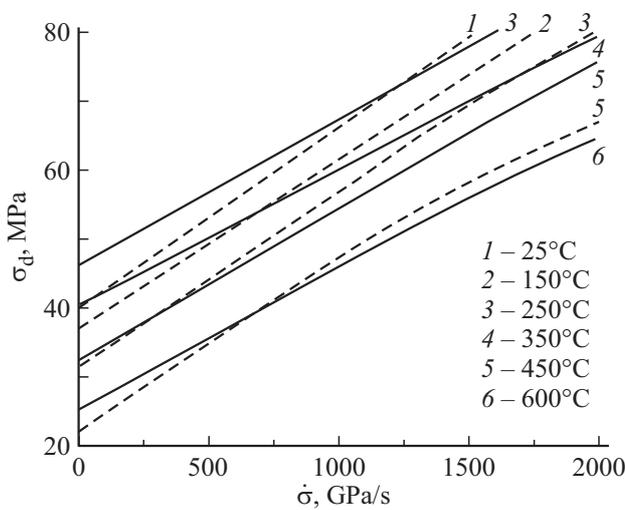
стью на сжатие при внешних воздействиях с небольшой скоростью нагружения, однако становится менее прочным при высокоскоростных воздействиях по сравнению с обычным цементным раствором. Точка пересечения скоростных кривых прочности на сжатие на рис. 4 соответствует переходной скорости нагружения, при которой происходит инверсия прочности на сжатие. В табл. 2 представлена сравнительная характеристика прочностных свойств двух цементных растворов, обработанных при различных температурах.

#### 4. Динамическая трещиностойкость

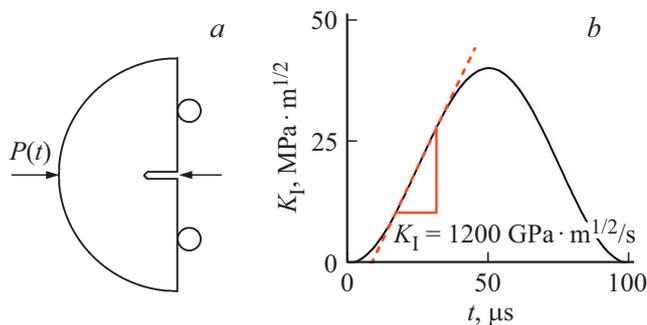
Рассмотрим эффект влияния предварительной температурной обработки на динамическую трещиностойкость двух цементных растворов (с примесью сульфата бария и без примесей), используя экспериментальные данные [25]. Составы растворов идентичны представленным в предыдущем разделе. В работе [25] с использованием разрезных стержней Гопкинсона произведены испытания на трехточечный изгиб полукруглых образцов с вырезом (рис. 5, а) для определения динамической трещиностойкости. Образцы подвергаются предва-

**Таблица 2.** Сравнительная характеристика прочности на сжатие двух цементных растворов (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор)

Цементный раствор, обладающий большей прочностью на сжатие при медленных нагрузках; температура обработки, °C	Цементный раствор, обладающий большей прочностью на сжатие при высокоскоростных нагрузках; температура обработки, °C	Скорость нагружения, при которой происходит инверсия прочности на сжатие, GPa/s
m1; 250	m2; 25	1216
m1; 350	m2; 25	67
m1; 350	m2; 150	714
m1; 350	m2; 250	1481
m1; 450	m2; 250	233
m1; 600	m2; 450	667



**Рис. 4.** Инверсия кривых динамической прочности на сжатие цементных растворов (сплошные линии — баритовый цементный раствор, пунктирные линии — обычный цементный раствор).



**Рис. 5.** a — схема эксперимента на трехточечный изгиб полукруглого образца с надрезом, b — определение скорости интенсивности напряжений.

рительному нагреву до температур 150, 250, 350, 450 и 600°C, после этого проводятся испытания при температуре 25°C. В эксперименте разрушение происходит по

моду I: берега трещины перемещаются перпендикулярно плоскости распространения трещины в образце.

Для расчета динамической вязкости разрушения цементных растворов используется критерий ИВР, который представляется следующим условием:

$$\frac{1}{\tau_K} \int_{t-\tau_K}^t K_I(t') dt' \leq K_{Is}, \tag{5}$$

где  $K_{Is}$  — предельное значение коэффициента интенсивности напряжений моды I разрушения для случая статического нагружения,  $\tau_K$  — инкубационное время разрушения, соответствующее условию для определения вязкости разрушения. В момент времени, когда в выражении (5) выполняется равенство, трещина в образце начинает распространяться.

В работе [25] динамическая вязкость разрушения определяется как максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений в образце за всю историю нагружения. Скорость изменения коэффициента интенсивности напряжений равняется тангенсу угла наклона касательной к линейному участку графика зависимости коэффициента интенсивности напряжений от времени (рис. 5, b). В работе [25] показано, что существует промежуток времени, в течение которого нагружающая сила меняется по линейному закону, поэтому для теоретических вычислений считается, что зависимость силы от времени выражается следующим выражением:  $P(t) = \dot{P}tH(t)$ , где  $\dot{P}$  — скорость роста силы,  $H(t)$  — функция Хевисайда.

В экспериментах на трехточечный изгиб полукруглого образца с надрезом зависимость коэффициента интенсивности напряжений от внешней силы представляется в следующем виде [26]:

$$K_I(t) = \frac{P(t)S}{BR^{3/2}} Y\left(\frac{a}{R}\right), \tag{6}$$

где  $P(t)$  — внешняя сила,  $R$  — радиус образца,  $B$  — толщина образца,  $S$  — расстояние между двумя опорными штифтами,  $Y(a/R)$  — безразмерная функция, зависящая от геометрии образца, которая может быть вычислена

**Таблица 3.** Сводная таблица значений статического предела коэффициента интенсивности напряжений и инкубационного времени разрушения для цементных растворов (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор)

	$T, ^\circ\text{C}$	25	150	250	350	450	600
m1	$\tau_K, \mu\text{s}$	94	93	116	126	117	128
	$K_{Is}, \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$	1.11	0.94	0.78	0.67	0.48	0.36
m2	$\tau_K, \mu\text{s}$	95	106	103	125	134	153
	$K_{Is}, \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$	0.92	0.7	0.6	0.51	0.4	0.23

с помощью пакета прикладных программ (например, ANSYS) [26,27]. Таким образом, коэффициент интенсивности напряжений линейно зависит от внешней силы, действующей на образец [28]. Подставляя формулу для выражения силы в (6), получаем следующее выражение для определения коэффициента интенсивности напряжений

$$K_I(t) = \dot{K}_I t H(t), \quad (7)$$

где  $\dot{K}_I$  — скорость изменения коэффициента интенсивности напряжений.

Подставляя выражение (7) в критерий ИВР (5), получаем формулу для определения динамического коэффициента интенсивности напряжений  $K_{Id}$  в зависимости от скорости изменения коэффициента интенсивности напряжений  $\dot{K}_I$ :

$$K_{Id}(\dot{K}_I) = \begin{cases} K_{Is} + \frac{\tau_K}{2} \dot{K}_I, & \frac{K_{Is}}{\dot{K}_I} \geq \frac{\tau_K}{2}, \\ \sqrt{2K_{Is}\tau_K \dot{K}_I}, & \frac{K_{Is}}{\dot{K}_I} < \frac{\tau_K}{2}. \end{cases} \quad (8)$$

На рис. 6 представлено сравнение теоретического расчета динамической вязкости разрушения баритового цементного раствора и цементного раствора без примесей (8) с экспериментальными результатами, представленными в работе [25]. Инкубационное время определяется методом наименьших квадратов по экспериментальным данным, статический предел коэффициента интенсивности напряжений определен в работе [25] (табл. 3).

Полученные расчетные данные качественно описывают тенденции изменения вязкости разрушения при варьировании скорости нагружения, а также позволяют учитывать влияние предварительной температурной обработки. Оба раствора показывают схожую реакцию на увеличение скорости нагружения и рост температуры предварительной обработки. Динамическая вязкость разрушения растет с увеличением скорости нагружения при всех значениях температуры обработки. Динамическая вязкость разрушения баритового цементного раствора выше по сравнению с цементным раствором без примесей при одинаковых значениях температурной обработки для всех значений скорости нагружения, причем чем

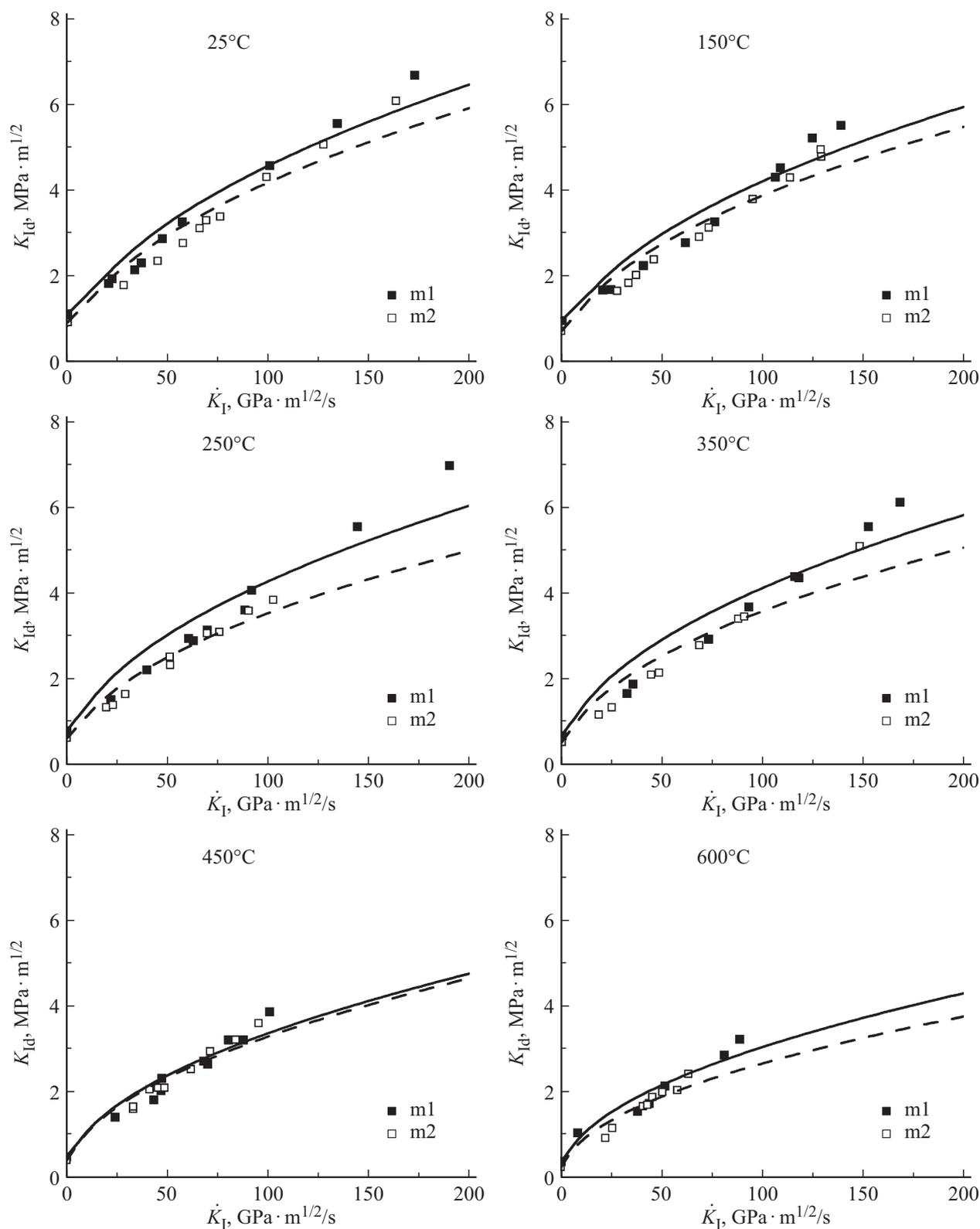
выше скорость нагружения, тем значительнее становится разница между значениями динамической вязкости разрушения. С ростом значения температуры предварительного нагрева растворов наблюдается снижение вязкости разрушения для обоих растворов.

В рассматриваемом случае также наблюдается эффект инверсии вязкости разрушения (рис. 7) при сравнении характеристик растворов, предварительно нагретых до различных температур. Аналогично прочности на сжатие вязкость разрушения одного раствора, обработанного при одной температуре, выше, чем у второго раствора, обработанного при другой температуре, при медленных нагрузках; в то же время для динамических нагрузок большую вязкость разрушения демонстрирует второй раствор. Точка пересечения скоростных зависимостей вязкости разрушения является точкой инверсии трещиностойкости. Сводная таблица сравнения динамической и статической трещиностойкости растворов, обработанных при различных температурах, приведена в табл. 4.

Стоит отметить, что один и тот же цементный раствор, обработанный при разных температурах, демонстрирует эффект инверсии трещиностойкости. Например, при скорости изменения коэффициента интенсивности напряжений, меньшей  $14.8 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{1/2}/\text{s}$ , большей трещиностойкостью обладает баритовый цементный раствор, обработанный при температуре  $150^\circ\text{C}$ , по сравнению с баритовым цементным раствором, обработанным при температуре  $250^\circ\text{C}$ . Когда скорость изменения коэффициента интенсивности напряжений становится выше  $14.8 \text{ GPa} \cdot \text{m}^{1/2}/\text{s}$ , большая трещиностойкость соответствует баритовому цементному раствору, обработанному при температуре  $250^\circ\text{C}$ .

## 5. Сравнение инкубационных времен разрушения

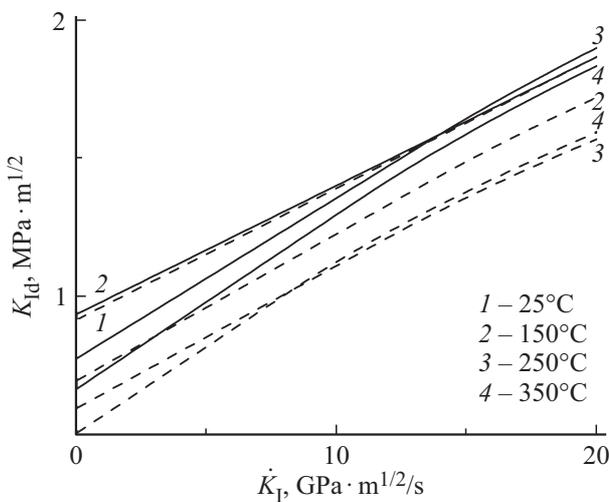
В табл. 1 и 3 представлена зависимость ИВР от температуры предварительной обработки для двух цементных растворов. Оказывается, инкубационное время, соответствующее условию для определения вязкости разрушения  $\tau_K$ , примерно в два раза выше инкубационного времени, соответствующего условию для определения прочности на сжатие  $\tau_\sigma$  — как для баритового цементного раствора, так и для цементного раствора без примесей. Инкубационное время как для испытаний на прочность на сжатие, так и для испытаний для определения трещиностойкости для цементного раствора с примесью сульфата бария в среднем ниже инкубационного времени разрушения для цементного раствора без примесей при одинаковых температурах обработки. Зависимости инкубационного времени разрушения от температуры предварительного нагрева для цементного раствора с примесью сульфата бария и для обычного цементного раствора носят схожий характер. При термической обработке обоих растворов в диапазоне



**Рис. 6.** Скоростные зависимости динамической вязкости разрушения цементных растворов при различных температурах (сплошная линия — расчет для баритового цементного раствора, пунктирные линии — расчет для обычного цементного раствора), экспериментальные данные [25] (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор).

**Таблица 4.** Сравнительная характеристика трещиностойкости цементных растворов (m1 — баритовый цементный раствор, m2 — обычный цементный раствор)

Цементный раствор, обладающий большей трещиностойкостью при медленных нагрузках; температура обработки, °С	Цементный раствор, обладающий большей трещиностойкостью при высокоскоростных нагрузках; температура обработки, °С	Скорость нагружения, при которой происходит инверсия трещиностойкости, $\text{GPa} \cdot \text{m}^{1/2}/\text{s}$
m1; 150	m1; 250	14.8
m2; 25	m1; 250	13.3
m2; 150	m1; 350	3.1
m2; 250	m2; 350	8.4



**Рис. 7.** Инверсия кривых динамической вязкости разрушения цементных растворов (сплошные линии — баритовый цементный раствор, пунктирные линии — обычный цементный раствор).

температур от 150 до 600°C инкубационное время, соответствующее условию для определения прочности на сжатие  $\tau_{\sigma}$ , практически не изменяется, его значение незначительно отличается от значения инкубационного времени термически не обработанного цементного раствора. При нагреве образцов до температуры 850°C значение инкубационного времени разрушения  $\tau_{\sigma}$  стремительно возрастает для обоих растворов. Инкубационное время разрушения, соответствующее условию для определения динамической трещиностойкости  $\tau_k$ , в среднем возрастает с ростом температуры.

## 6. Заключение

Исследованы динамическая прочность на сжатие и динамическая трещиностойкость баритового цементного раствора и раствора без примесей, предварительно подвергнутых термической обработке. Для описания разрушения материалов использован критерий инкубационного времени разрушения. Показано, что данный подход

позволяет качественно описать поведение материалов как при высокоскоростных, так и при квазистатических нагрузках.

Динамическая прочность на сжатие и вязкость разрушения баритового цементного раствора выше, чем у раствора без примесей для всех значений температурной обработки. С ростом температуры прочностные свойства обоих растворов снижаются. При увеличении скорости нагружения значения динамической прочности и вязкости разрушения термически обработанных цементных растворов возрастают.

Произведено сравнение прочности на сжатие и вязкости разрушения двух цементных растворов, обработанных при различных температурах; показано, что в зависимости от скорости нагружения один раствор может быть более прочным при квазистатических нагрузках и в то же время менее прочным при ударных нагрузках.

Выявлено, что предварительный нагрев образцов до температур ниже 600°C практически не оказывает влияния на значение ИВР, соответствующее условию для определения прочности на сжатие цементных растворов, однако при дальнейшем нагреве образцов наблюдается быстрый рост ИВР. Тогда как инкубационное время, соответствующее условию для определения трещиностойкости, в среднем возрастает с ростом температуры.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что структурно-временной подход позволяет предсказывать разрушения цементных растворов в широком диапазоне скоростных воздействий с учетом влияния предварительной термической обработки, опираясь на минимальный набор характеристик материала: ИВР, статический предел прочности на сжатие и предельное значение коэффициента интенсивности напряжений для случая статического нагружения.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2022-1114 от 30 июня 2022 г.). Разделы 2, 3, 5 выполнены Ю.В. Петровым при поддержке Российского научного фонда (№ 22-11-00091).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] K.L. Scrivener. *Indian Concr. J.* **88**, 7, 11 (2014).
- [2] M.S. Cülfik, T. Özturan. *Cem. Concr. Res.* **32**, 5, 809 (2002).
- [3] J. Xiao, G. König. *Fire Saf. J.* **39**, 1, 89 (2004).
- [4] H.L. Malhotra. *Mag. Concr. Res.* **8**, 23, 85 (1956).
- [5] S.Y.N. Chan, G.-F. Peng, J.K.W. Chan. *Mater. Struct.* **29**, 10, 616 (1996).
- [6] Y. Zhou, J. Gao, Z. Sun, W. Qu. *Constr. Build. Mater.* **98**, 137 (2015).
- [7] C.H. Popelar, C.E. Anderson Jr, A. Nagy. *Exp. Mech.* **40**, 4, 401 (2000).
- [8] R. Cai, J. Mao, H. Qi, J. Qu, Q. Guo. *Theor. Appl. Fract. Mech.* **128**, 104098 (2023).
- [9] Z.P. Bazant, R. Gettu. *ACI Mater. J.* **89**, 5, 456 (1992).
- [10] Y.V. Petrov, B.L. Karihaloo, V.V. Bratov, A.M. Bragov. *Int. J. Eng. Sci.* **61**, 3 (2012).
- [11] H. Qiu, Z. Zhu, M. Wang, F. Wang, Y. Ma, L. Lang, P. Ying. *Eng. Fract. Mech.* **228**, 106798 (2020).
- [12] N.V. Mikhailova, I.V. Smirnov, V.V. Balandin, V.VI. Balandin, A.M. Bragov, Y.V. Petrov. *Int. J. Impact Eng.* **164**, 104194 (2022).
- [13] N.F. Morozov, Y.V. Petrov. *Eur. J. Mech. A* **25**, 4, 670 (2006).
- [14] N.S. Selyutina, Y.V. Petrov. *Eng. Fract. Mech.* **225**, 106265 (2020).
- [15] Ю.В. Петров. Докл. АН СССР **321**, 1, 66 (1991).
- [16] Ю.В. Петров. ФТТ **38**, 11, 3385 (1996). [Y.V. Petrov. *Phys. Solid State* **38**, 11, 1876 (1996)].
- [17] Ю.В. Петров, А.А. Уткин. Физ.-хим. мех. матер. **25**, 2, 38 (1989). [Y.V. Petrov, A.A. Utkin. *Mater. Sci.* **25**, 2, 153 (1989)].
- [18] Y.V. Petrov, N.F. Morozov. *J. Appl. Mech.* **61**, 3, 710 (1994).
- [19] W. Yao, H.-W. Liu, Y. Xu, K. Xia, J. Zhu. *Constr. Build. Mater.* **136**, 139 (2017).
- [20] K. Sakr, E. El-Hakim. *Cem. Concr. Res.* **35**, 3, 590 (2005).
- [21] T.-C. Ling, C.-S. Poon, W.-S. Lam, T.-P. Chan, K.K.-L. Fung. *Mater. Struct.* **46**, 7, 1133 (2013).
- [22] H. Binici. *Int. J. Mater. Res.* **101**, 8, 1052 (2010).
- [23] M.C.R. Farage, J. Sercombe, C. Gallé. *Cem. Concr. Res.* **33**, 7, 1047 (2003).
- [24] B.M. Luccioni, M.I. Figueroa, R.F. Danesi. *Eng. Struct.* **25**, 6, 729 (2003).
- [25] W. Yao, Y. Xu, H.W. Liu, K. Xia. *Eng. Fract. Mech.* **169**, 74 (2017).
- [26] Y.X. Zhou, K. Xia, X.B. Li, H.B. Li, G.W. Ma, J. Zhao, Z.L. Zhou, F. Dai. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **49**, 105 (2012).
- [27] F. Dai, R. Chen, K. Xia. *Exp. Mech.* **50**, 6, 783 (2010).
- [28] I.L. Lim, I.W. Johnston, S.K. Choi. *Eng. Fract. Mech.* **44**, 3, 363 (1993).

Редактор Е.В. Толстякова