

09

Определение показателей преломления слоев фотонного кристалла из анодного оксида алюминия

© М.В. Пятнов,^{1,2} М.М. Соколов,² И.А. Киселев,² Р.Г. Бикбаев,^{1,2} П.С. Панкин,^{1,2} И.Р. Волкова,^{1,3}
В.А. Гуняков,¹ М.Н. Волочаев,¹ И.И. Рыжков,^{2,4} С.Я. Ветров,^{1,2} И.В. Тимофеев,^{1,2} В.Ф. Шабанов^{1,3}

¹ Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН — обособленное подразделение Федерального исследовательского центра Красноярский научный центр СО РАН,

660036 Красноярск, Россия

² Сибирский федеральный университет,

660041 Красноярск, Россия

³ Федеральный исследовательский центр „Красноярский научный центр СО РАН“,

660036 Красноярск, Россия

⁴ Институт вычислительного моделирования СО РАН,

660036 Красноярск, Россия

e-mail: MaksPyatnov@yandex.ru

Поступило в Редакцию 31 августа 2023 г.

В окончательной редакции 29 октября 2023 г.

Принято к публикации 29 октября 2023 г.

Методом анодирования алюминиевой фольги изготовлены образцы фотонных кристаллов с различным количеством периодов структуры. Используя угловую зависимость спектров пропускания, данные просвечивающей электронной микроскопии и численное моделирование, определены показатели преломления слоев фотонных кристаллов. Определена структура образцов, толщина слоев и их пористость. Теория эффективной среды в приближениях Бруггемана, Максвелл-Гарнетта, Монека, Ландау-Лившица/Луенга, Лоренца-Лоренца, дель Рио-Циммермана-Дайва, а также комплексного показателя преломления применена для определения показателей преломления слоев. Все приближения показали близкие значения, что говорит о возможности их использования для описания гетерогенных диэлектрических сред.

Ключевые слова: фотонный кристалл, оксид алюминия, пористый материал, фотонная запрещенная зона, анодирование, эффективный показатель преломления.

DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57083.218-23

Введение

Фотонные кристаллы (ФК) уже давно зарекомендовали себя в качестве элемента устройств микроэлектроники и оптоэлектроники [1]. Особенностью таких структур является периодическая модуляция показателя преломления в пространстве, что приводит к возникновению фотонных запрещенных зон, т.е. спектральных областей, в которых распространение фотонов через структуру запрещено в одном, в двух или во всех трех направлениях. ФК применяются в качестве волноводов, резонаторов, сенсоров и пр. [2].

Традиционными способами получения ФК являются: самосборка, травление, фотолитография, голографические методы и др. [3]. Другим широко используемым способом создания ФК является анодирование металлической фольги Al [4–7], Ti [8], Nb [9], Ta [10]. Пространственная модуляция показателя преломления при анодировании достигается за счет изменения пористости оксида вдоль нормали к поверхности пленки.

Метод позволяет получать анодный ФК с различными параметрами: пористостью, толщинами и количеством слоев, микроструктурой. Большая вариативность достигается благодаря тому, что процесс анодирования можно

точно контролировать, меняя характеристики тока или напряжения анодирования, температуру и концентрацию электролита, чистоту и вид используемых материалов, способ полировки образца (химический, механический). Все это позволяет получить ФК с определенным видом запрещенной зоны. По сравнению с другими указанными материалами преимущества анодного оксида алюминия заключаются в его механической, термической и химической стабильности [11–14].

Благодаря возможности гибкой настройки зонной структуры и сильной локализации света в образце на частотах собственных мод ФК из анодного оксида алюминия используются в качестве оптических фильтров [15–19], датчиков [20–23], лазеров и усилителей люминесценции [24,25].

В рамках настоящей работы нами были изготовлены несколько ФК из анодного оксида алюминия, содержащих различное количество периодов. Была проанализирована структура ФК и их спектральные свойства при нормальном и наклонном падении. Используя метод трансфер матрицы, были определены значения эффективных показателей преломления слоев ФК. С помощью анализа просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ) изображений ФК была определена пори-

стость их слоев. Используя несколько различных приближений эффективной среды, были получены значения эффективных показателей преломления слоев ФК.

1. Образцы и методика эксперимента

Для получения ФК использовалась алюминиевая фольга чистоты 99.99% и толщиной $500 \mu\text{m}$. Образцы обезжиривались в изопропиловом спирте, а затем в этаноле. Перед анодированием была проведена электрохимическая полировка алюминия в растворе хромового ангидрида (185 g/l) и ортофосфорной кислоты (1480 g/l) при $T = 80^\circ\text{C}$ и плотности тока $j = 1.0 \text{ A/cm}^2$ до получения зеркальной поверхности. Процесс анодирования алюминиевой фольги осуществлялся в двухэлектродной электрохимической ячейке в 1.0 M растворе H_2SO_4 на участке, ограниченном уплотнительным кольцом. Площадь анодирования составляла $S = 7.07 \text{ cm}^2$. Температура электролита во время анодирования поддерживалась на уровне $2 \pm 1^\circ\text{C}$, при этом электролит перемешивался с помощью мешалки. Профиль тока задавался в виде прямоугольного сигнала [26]. Плотность тока переключалась с $j_1 = 0.41 \text{ mA/cm}^2$ до $j_2 = 2.27 \text{ mA/cm}^2$ в течение одной стадии. Временная продолжительность каждой стадии определялась временем протекания заряда величины Q . Заряд первой стадии $Q_1 = 1.56 \text{ C}$. На каждой последующей стадии заряд снижался на 0.1% , с целью компенсации эффекта химического травления верхних пористых оксидных слоев в кислотном электролите [26]. Время первой стадии с силой тока $I_1 = 2.9 \text{ mA}$ составляло 538 s , второй с силой тока $I_2 = 16.05 \text{ mA}$ — 97 s . Рис. 1 показывает параметры тока, поддерживаемые для получения образца. В рамках одного цикла напряжение изменялось от 6.7 до 22 V .

Были выращены несколько образцов с различным количеством периодов N равным $20, 30, 50, 90$. После анодирования пористые оксидные пленки неоднократно промывались в деионизованной воде и были высушены

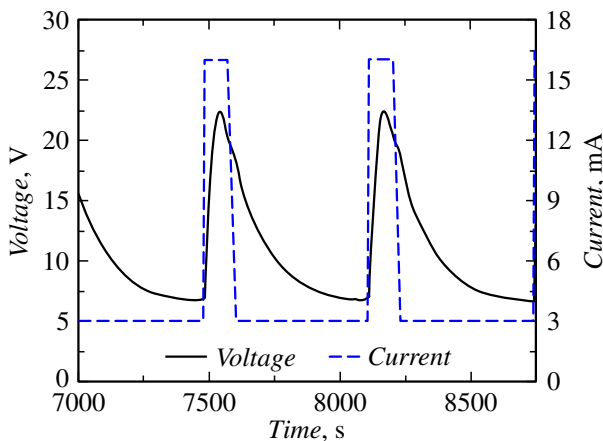


Рис. 1. Зависимость силы тока, подаваемого на образец, и зарегистрированного напряжения от времени в интервале от 7000 до 8750 s .

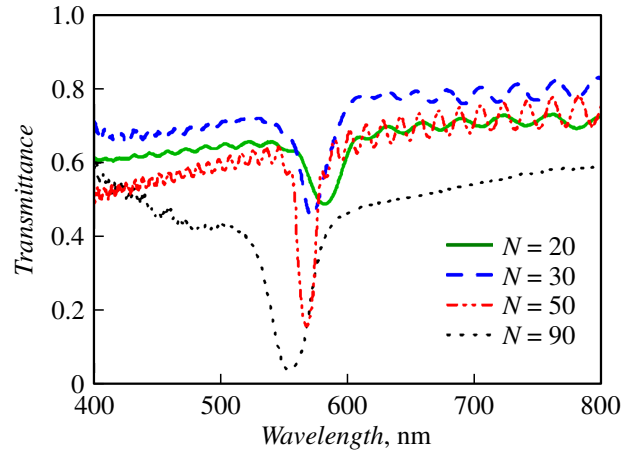


Рис. 2. Измеренные спектры пропускания ФК из анодного оксида алюминия с различным количеством периодов N .

на воздухе. Остаточный алюминиевый субстрат стравливался в водном растворе хлорида меди (0.25 M) и соляной кислоты ($5 \text{ vol.}\%$).

Морфология ФК из пористого анодного оксида алюминия была исследована с помощью просвечивающего электронного микроскопа HT7700 (Hitachi). Спектральные свойства образцов были проанализированы с помощью спектрометра Ocean FX UV-VIS в диапазоне $500\text{--}800 \text{ nm}$ при нормальном и угловом падении.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Угловые зависимости спектров пропускания

На рис. 2 показаны измеренные спектры пропускания полученных образцов с различным количеством периодов N при нормальном падении света. В спектрах наблюдается ярко выраженный провал, соответствующий фотонной запрещенной зоне. Увеличение количества периодов приводит не только к уменьшению коэффициента пропускания на длинах волн, соответствующих стоп-зоне, но и к сдвигу минимума пропускания в коротковолновую область [27]. Это явление обусловлено химическим травлением пористой структуры анодного ФК в кислотном электролите, что приводит к большей пористости образцов с большим N из-за большего времени, необходимого для их синтеза. С ростом пористости эффективный показатель преломления слоев ФК снижается [28], из-за чего происходит синий сдвиг фотонной запрещенной зоны [29]. При близости показателей преломления слоев ФК $n_1 \approx n_2$ спектральное положение фотонной запрещенной зоны удовлетворяет закону Брэгга-Снелла [30]:

$$m\lambda = 2d\sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_{\text{air}}^2} \sin^2 \theta, \quad (1)$$

где λ — длина волны центра запрещенной зоны, m — порядок зоны, d — период структуры, θ — угол падения,

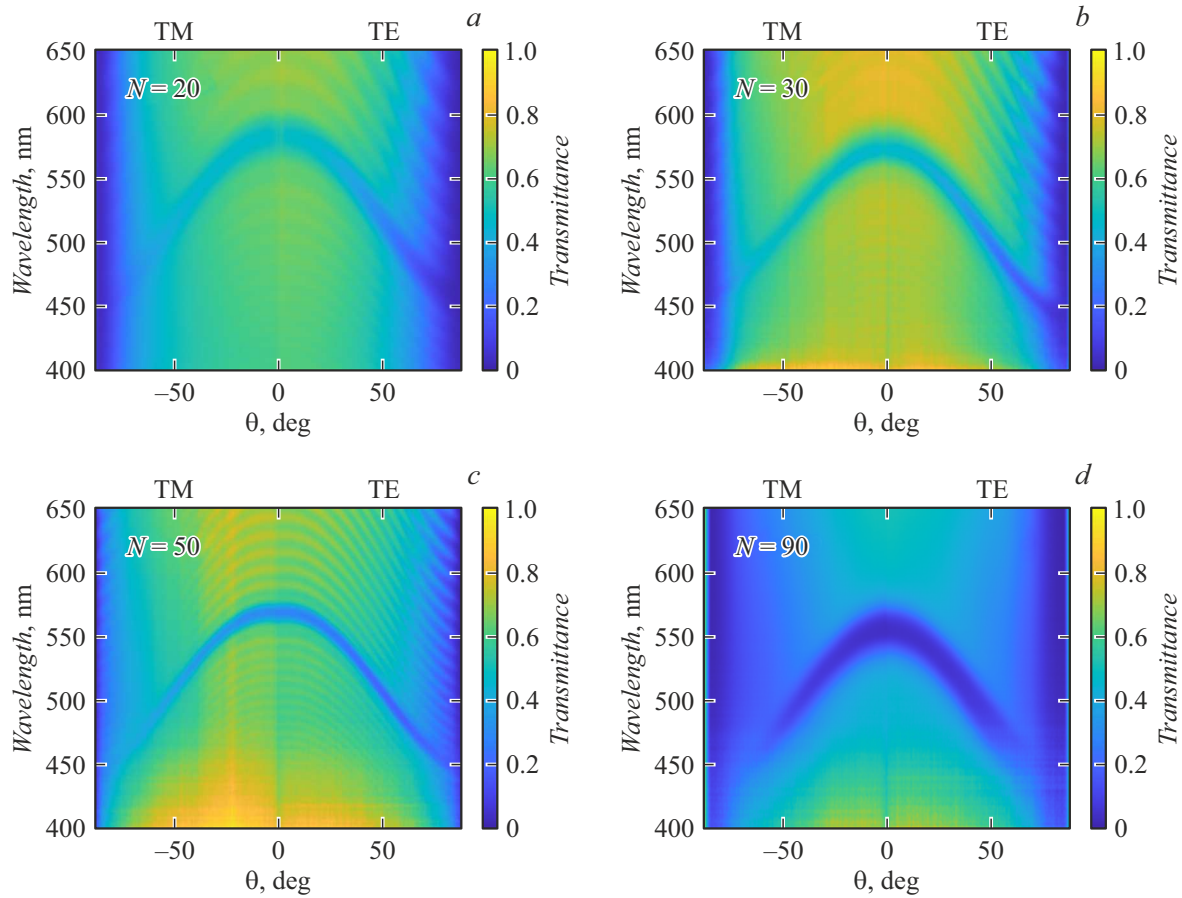


Рис. 3. Измеренные угловые зависимости спектров пропускания фотонных кристаллов из анодного оксида алюминия с различным количеством периодов N . Положительные значения углов соответствуют ТЕ линейной поляризации падающего света, отрицательные значения углов соответствуют ТМ линейной поляризации падающего света. $N = 20$ (a), 30 (b), 50 (c), 90 (d).

n_{eff} — эффективный показатель преломления ФК, n_{air} — показатель преломления окружающей среды.

Эффективный показатель преломления ФК и показатели преломления n_1 и n_2 слоев связаны друг с другом и толщинами слоев d_1 и d_2 как:

$$n_{\text{eff}}^2 = \frac{d_1}{d_1 + d_2} n_1^2 + \frac{d_2}{d_1 + d_2} n_2^2. \quad (2)$$

Соотношение (1) является частным случаем более общей формулы, выражающей закон Брэгга-Снелла [31]:

$$\frac{\lambda}{2} m = d_1 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{air}}^2 \sin^2 \theta} + d_2 \sqrt{n_2^2 - n_{\text{air}}^2 \sin^2 \theta}. \quad (3)$$

Ширина запрещенной зоны $\Delta\lambda$ и λ связаны с показателями преломления слоев ФК n_1 и n_2 соотношением [32]:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{4}{\pi m} \frac{|n_1 - n_2|}{n_1 + n_2}. \quad (4)$$

На рис. 3 показана измеренная угловая зависимость спектра пропускания изготовленных образцов ФК с разным количеством периодов структуры. Используя соотношения (3) и (4), были вычислены величины

Таблица 1. Толщины слоев d_1 и d_2 , их показатели преломления n_1, n_2 , найденные из угловых зависимостей спектров пропускания по соотношениям (3) и (4) и эффективные показатели преломления ФК n_{eff} , согласно (2), для образцов с различным количеством периодов N

N	d_1 , nm	d_2 , nm	n_1	n_2	n_{eff}
20	83	89	1.65	1.73	1.69
30	114	68	1.59	1.52	1.56
50	86	94	1.54	1.60	1.57
90	107	59	1.54	1.46	1.51

периодов ФК и их эффективные показатели преломления (табл. 1). Полученные значения n_{eff} близки к известным из литературы [27,33].

Рис. 4 показывает рассчитанную методом трансфер-матрицы угловую зависимость спектров пропускания образца с $N = 50$ и параметрами, соответствующими табл. 1 (3 строка). Мнимая часть показателей преломления была взята в виде $0.018i$ для обоих слоев. При моделировании не учитывалась дисперсия материалов ФК

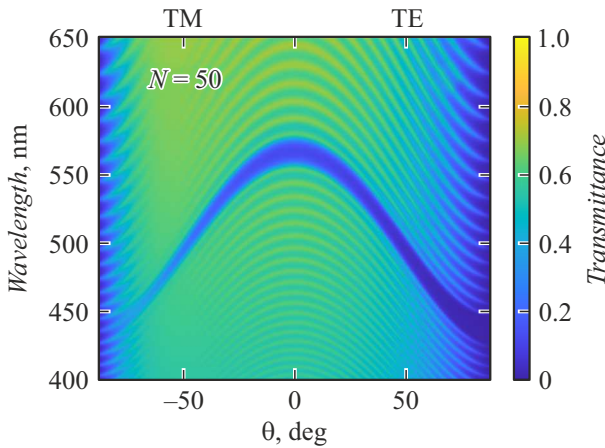


Рис. 4. Рассчитанная угловая зависимость спектров пропускания образца с $N = 50$. Параметры ФК: $d_1 = 86$ nm, $n_1 = 1.54 + 0.018i$, $d_2 = 94$ nm, $n_2 = 1.6 + 0.018i$.

и неоднородность образца. Необходимо отметить, что с течением времени наблюдается деградация образцов, что выражается в уменьшении величины пропускания в центре стоп-зоны, но не изменении ее положения. Рассчитанный спектр дает качественное согласие с измеренным, ср. с рис. 3, с.

2.2. Данные ПЭМ

В процессе роста кристалла происходит ветвление пор (рис. 5). По данным ПЭМ изображений полученный образец имеет слоистую структуру, высокопористые слои чередуются с низкопористыми, за счет чего создается периодическая модуляция показателя преломления. Известно, что напряжение, а не плотность тока, является параметром управления структурой при циклическом анодировании [27].

Определение толщин слоев и вычисление пористости ФК было выполнено путем графического анализа данных с помощью открытого программного обеспечения ImageJ [33]. Его принцип работы основан на анализе контраста оттенков серого цвета на изображении. Отношение количества пикселей, цвет которых лежит внутри определенного интервала к общему количеству пикселей изображения, дает искомую пористость. Используя ПЭМ изображения ФК с $N = 50$ были получены значения толщин d_1 и d_2 и пористостей f слоев, которые оказались равны $d_1 = (95 \pm 10)$ nm, $f_1 = (26 \pm 5)\%$ для высокопористого слоя и $d_2 = (110 \pm 10)$ nm, $f_2 = (36 \pm 5)\%$ для низкопористого. Отметим, что значение периода структуры $d = d_1 + d_2 = (205 \pm 10)$ nm оказалось больше значения, полученного из угловой зависимости спектров пропускания $d = 180$ nm. Причина этого может заключаться в значительном искривлении пор по мере роста кристалла в процессе анодирования, а также в величине погреш-

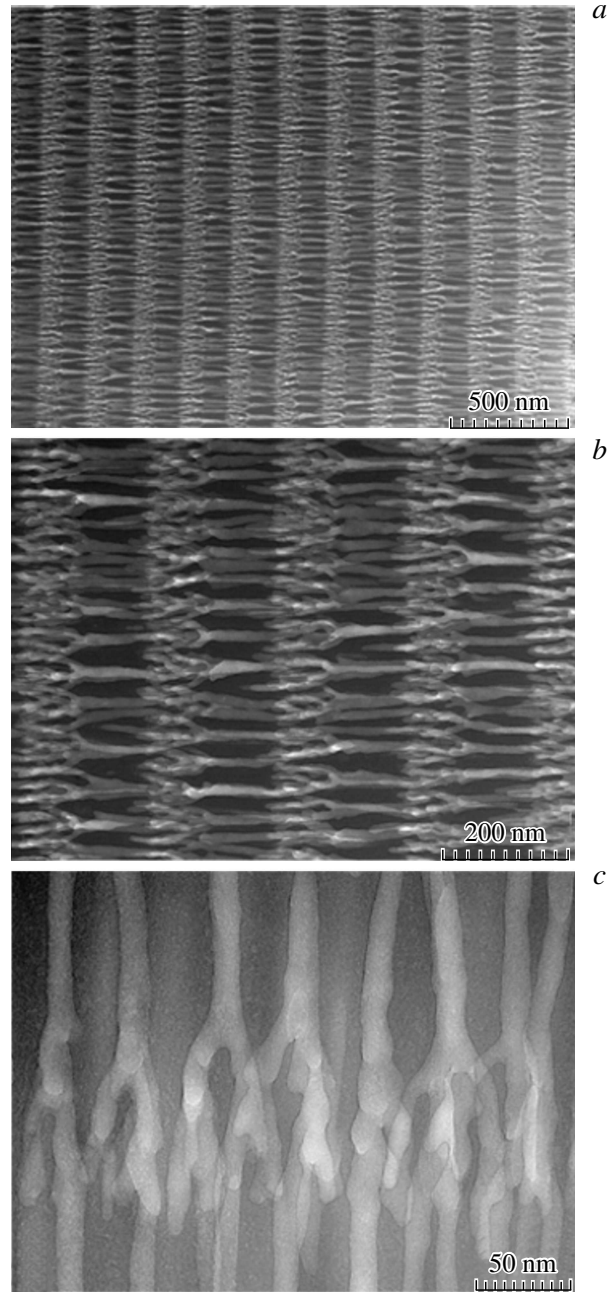


Рис. 5. ПЭМ изображения поперечного сечения ФК с количеством периодов $N = 50$ (a). Изображения образца с низким (a) средним (b) и высоким (c) увеличением. Поры и оксид алюминия показаны светло-серым и темно-серым цветами соответственно.

ности электронного микроскопа, которая составляет около 10%.

Существуют различные методы описания оптических свойств фотонных кристаллов на основе приближения эффективной среды [34], среди которых подход Бруггемана (5) [35], Максвелл-Гарнетта (6) [36,37], Ландау-Лившица/Луенга (7) [38], Монеке (8) [39,40], Лоренца-Лоренца (9) [41], дель Рио-Циммермана-Дайва dRZW (10) [42], метод комплексного показателя

Таблица 2. Сравнение эффективных показателей преломления n_1 и n_2 слоев ФК для различных методов эффективной среды

Метод эффективной среды	n_1	n_2
Бруггеман	1.56	1.48
Максвелл Гарнетт	1.57	1.49
Ландау–Лившиц /Луенг	1.56	1.48
Монке	1.56	1.48
Лоренц–Лоренц	1.53	1.44
dRZW	1.52	1.44
Комплексный показатель преломления	1.57	1.49

преломления (11). Каждая из теорий описывает эффективную диэлектрическую проницаемость гетерогенной двухкомпонентной среды, содержащей включения различной формы и объемной доли компонентов.

Используя полученные значения пористости для образца, содержащего $N = 50$ периодов, были рассчитаны значения эффективных показателей преломления слоев ФК (табл. 2). В качестве показателей преломления материалов сред были взяты $n_m = 1.77$ для Al_2O_3 и $n_p = 1$ для воздуха.

$$f \left(\frac{n_p^2 - n^2}{n_p^2 + 2n^2} \right) + (1 - f) \left(\frac{n_m^2 - n^2}{n_m^2 + 2n^2} \right) = 0, \quad (5)$$

$$n = n_m \sqrt{\frac{f}{\frac{1-f}{3} + \frac{n_m^2}{(n_p^2 - n_m^2)}}}, \quad (6)$$

$$n = (fn_p^{2/3} + (1-f)n_m^{2/3})^{3/2}, \quad (7)$$

$$n = \sqrt{\frac{2(fn_p^2 + (1-f)n_m^2)^2 + (n_p n_m)^2}{(1+f)n_p^2 + (2-f)n_m^2}}, \quad (8)$$

$$n = \sqrt{\frac{2 \left(f \frac{(n_p^2 - 1)}{n_p^2 + 2} + (1-f) \frac{(n_m^2 - 1)}{n_m^2 + 2} \right) + 1}{1 - \left(f \frac{(n_p^2 - 1)}{n_p^2 + 2} + (1-f) \frac{(n_m^2 - 1)}{n_m^2 + 2} \right)}}, \quad (9)$$

$$n = n_m \frac{1 + f \left(\sqrt{\frac{n_p}{n_m}} - 1 \right)}{1 + f \left(\sqrt{\frac{n_p}{n_m}} + 1 \right)}, \quad (10)$$

$$n = fn_p + (1-f)n_m. \quad (11)$$

Все использованные подходы дают близкие значения, отличающиеся во втором знаке, что в целом говорит о хорошей применимости метода эффективной среды при рассмотрении диэлектрических гетерогенных сред, к которым относятся ФК из анодного оксида алюминия. В то же время следует отметить, что каждая из формулы эффективной среды имеет свои ограничения применимости. Так формула Максвелл–Гарнетта выводится в допущении малой концентрации одного из компонентов

нанокомпозита. Формула Бруггемана, напротив, предполагает близкие концентрации компонентов. Обе упомянутые формулы выводятся в приближении неограниченного в пространстве композита, поэтому их применение к тонким слоям фотонного кристалла вносит дополнительную погрешность, связанную с тем, что сфера Лоренца, окружающая точку с искомым показателем преломления, выходит за пределы однородного слоя. Наибольшее отклонение наблюдается у метода dRZW, который базируется на теореме взаимности Келлера для эффективной проводимости композитного материала [43].

Заключение

Таким образом, был изготовлен ряд образцов фотонных кристаллов из оксида алюминия с использованием прямоугольного профиля временной динамики анодного тока. Изучено влияние количества периодов структуры на спектральные свойства образцов. Используя угловую зависимость спектров пропускания ФК и ПЭМ изготовленных образцов, были определены их структура, толщины слоев и пористость. Для нахождения показателей преломления слоев кристалла была использована теория эффективной среды в приближениях Бруггемана, Максвелл–Гарнетта, Монке, Ландау–Лившица/Луенга, Лоренца–Лоренца, dRZW. Методом матрицы переноса произведено численное моделирование спектров пропускания ФК. Перечисленные приближения показали близкие значения, что говорит о возможности их использования для описания гетерогенных диэлектрических сред.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности № 22-22-20078, <https://rscf.ru/project/22-22-20078/>.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J.D. Joannopoulos, P.R. Villeneuve, Sh. Fan. Solid State Commun., **102** (2-3), 165 (1997). DOI: 10.1016/S0038-1098(96)00716-8
- [2] X. Lv, B. Zhong, Y. Huang, Z. Xing, H. Wang, W. Guo, X. Chang, Z. Zhang. Chin. J. Mech. Eng., **36**, 39 (2023). DOI: 10.1186/s10033-023-00836-2
- [3] А.А. Елисеев, А.В. Лукашин. *Функциональные наноматериалы* (Физматлит, М., 2010)
- [4] C.S. Law, S.Y. Lim, A.D. Abell, N.H. Voelcker, A. Santos. Nanomaterials, **8** (10), 788 (2018). DOI: 10.3390/nano8100788

- [5] G. Shang, D. Bi, V.S. Gorelik, G. Fei, L. Zhang. *Mat. Tod. Comm.*, **34**, 105052 (2023). DOI: 10.1016/j.mtcomm.2022.105052
- [6] G.D. Sulka, K. Hnida. *Nanotechnology*, **23**, 075303 (2012).
- [7] S.E. Kushnir, T.Y. Pchelyakova, K.S. Napolskii. *J. Mater. Chem. C*, **6**, 12192 (2018). DOI: 10.1039/C8TC04246B
- [8] P. Roy, S. Berger, P. Schmuki. *Angewandte Chemie International Edition*, **50** (13), 2904 (2011). DOI: 10.1002/anie.201001374
- [9] A. Mozalev, R.M. Vázquez, C. Bittencourt, D. Cossement, F. Gispert-Guirado, E. Llobet, H. Habazaki. *J. Mater. Chem. C*, **2**, 4847 (2014). DOI: 10.1039/C4TC00349G
- [10] I. Sieber, H. Hildebrand, A. Friedrich, P. Schmuki. *J. Electroceram.*, **16** (1), 35 (2006). DOI: 10.1007/s10832-006-4351-7
- [11] K.V. Chernyakova, E.N. Muratova, I.A. Vrublevsky, N.V. Lushpa. *J. Phys.: Conf. Ser.*, **2086**, 012025 (2021). DOI: 10.1088/1742-6596/2086/1/012025
- [12] Y. Suzuki, K. Kawahara, T. Kikuchi, R.O. Suzuki, S. Natsui. *J. Electrochem. Soc.*, **166**, C261 (2019). DOI: 10.1149/2.0221912jes
- [13] T. Shimizu, K. Matsuura, H. Furue, K. Matsuzak. *J. Eur. Ceram. Soc.*, **33** (15–16), 3429 (2013). DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2013.07.001
- [14] M. Sarraf, B. Nasiri-Fabrizi, A. Dabbagh, W.J. Basirun, N.L. Sukiman. *Ceram. Int.*, **46** (6), 7306 (2020). DOI: 10.1016/j.ceramint.2019.11.227
- [15] G.L. Shang, G.T. Fei, Y. Zhang, P. Yan, S.H. Xu, H.M. Ouyang, L. De Zhang. *Sci. Rep.*, **4** (1), 3601 (2014). DOI: 10.1038/srep03601
- [16] A. Santos, C.S. Law, D.W.C. Lei, T. Pereira, D. Losic. *Nanoscale*, **8** (43), 18360 (2016).
- [17] C.S. Law, Sukarno, A. Santos. *Nanoscale*, **9** (22), 7541 (2017). DOI: 10.1039/C7NR02115A
- [18] G. Macias, J. Ferre-Borrull, J. Pallares, L.F. Marsal. *Nanoscale Res. Lett.*, **9** (1), 315 (2014). DOI: 10.1186/1556-276X-9-315
- [19] A.R. Gómez, L.K. Acosta, J. Ferré-Borrull, A. Santos, L.F. Marsal. *ACS Appl. Nano Mat.*, **6** (7), 5274 (2023). DOI: 10.1021/acsanm.2c05356
- [20] Y. Li, C. Yan, X. Chen, Y. Lei, B.-C. Ye. *Sensor, Actuat. B-Chem.*, **350**, 130835 (2022). DOI: 10.1016/j.snb.2021.130835
- [21] I. Garrido-Cano, L. Pla, S. Santiago-Felipe, S. Simon, B. Ortega, B. Bermejo, A. Lluch, J.M. Cejalvo, P. Eroles, R. Martinez-Manez. *ACS Sens.*, **6** (3), 1022 (2021). DOI: 10.1021/acssensors.0c02222
- [22] U. Malinovskis, A. Dutovs, R. Poplausks, D. Jevdokimovs, O. Graniel, M. Bechelany, I. Muiznieks, D. Erts, J. Prikulis. *Coatings*, **11** (7), 756 (2021). DOI: 10.3390/coatings11070756
- [23] M. Ashurov, V. Gorelik, K. Napolskii, S. Klimonsky. *Phot. Sens.*, **10**, 147 (2020). <https://doi.org/10.1007/s13320-019-0569-2>
- [24] H. Masuda, M. Yamada, F. Matsumoto, S. Yokoyama, S. Mashiko, M. Nakao, K. Nishio. *Adv. Mater.*, **18** (2), 213 (2006). DOI: 10.1002/adma.200401940
- [25] W. Yang, B. Wang, A. Sun, J. Liu, G. Xu. *Mater. Lett.*, **178**, 197 (2016). DOI: 10.1016/j.matlet.2016.05.001
- [26] L. Yisen, C. Yi, L. Zhiyuan, H. Xing, L. Yi. *Electr. Comm.*, **13**, 1336 (2011). DOI: 10.1016/j.elecom.2011.08.008
- [27] S.E. Kushnir, K.S. Napolskii. *Mat. Des.*, **144**, 140–150 (2018). DOI: 10.1016/j.matdes.2018.02.012
- [28] T.C. Choy. *Effective Medium Theory: Principles and Applications* (Clarendon Press, Oxford, 1999)
- [29] A. Santos, V.S. Balderrama, M. Alba, P. Formentín, J. Ferre-Borrull, J. Pallarés, L.F. Marsal. *Adv. Mater.*, **24** (8), 1050 (2012). DOI: 10.1002/adma.201104490
- [30] В.С. Горелик, М.М. Яшин, Д. Би, Г. Тао Феи. *Опт. и спектр.*, **124**, 171 (2018). DOI: 10.21883/OS.2018.02.45519.177-17
- [31] А. Ярив, П. Юх. *Оптические волны в кристаллах*, пер. с англ. (Мир, М., 1987)
- [32] A. Hierro-Rodriguez, P. Rocha-Rodrigues, F. Valdés-Bango, J.M. Alameda, P.A.S. Jorge, J.L. Santos, J.P. Araujo, J.M. Teixeira, A. Guerreiro. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **48**, 455105 (2015). DOI: 10.1088/0022-3727/48/45/455105
- [33] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://imagej.nih.gov/ij/index.html>
- [34] Л.А. Апресян, Д.В. Власов, Д.А. Задорин, В.И. Красовский. *ЖТФ*, **87**, 10 (2017). DOI: 10.21883/JTF.2017.01.44011.1841
- [35] D.A. Bruggeman. *Ann. Phys.*, **24**, 636 (1935).
- [36] J.C. Maxwell-Garnett. *Phil. Trans. R Soc. Lond.*, **203**, 385 (1904).
- [37] S.Ya. Vetrov, A.Yu. Avdeeva, M.V. Pyatnov, I.V. Timofeev. *Комп. опт.*, **44** (3), 319 (2020). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-637
- [38] J. Monecke. *J. Phys: Condens. Matter*, **6**, 907 (1994). DOI: 10.1088/0953-8984/6/4/010
- [39] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред* (Физматлит, М., 2005)
- [40] H. Looyenga. *Physica*, **31** (3), 401 (1965). DOI: 10.1016/0031-8914(65)90045-5
- [41] B. Ersfeld, B. Felderhof. *Phys. Rev. E*, **57**, 1118 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevE.57.1118
- [42] D. Estrada-Wiese, J.A. del Rio. *Rev. Mex. Fis.*, **64**, 72 (2018). DOI: 10.31349/RevMexFis.64.72
- [43] J.A. del Rio, R.W. Zimmerman, R.A. Dawe. *Sol. St. Comm.*, **106**, 183 (1998). DOI: 10.1016/S0038-1098(98)00051-9