

## Метод $m$ -линий при рефлектометрии ультратонких слоев

© А.Б. Сотский,<sup>1</sup> Е.А. Чудаков,<sup>1</sup> А.В. Шилов,<sup>1</sup> Л.И. Сотская<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,  
212022 Могилев, Беларусь

<sup>2</sup> Белорусско-Российский университет,  
212000 Могилев, Беларусь  
e-mail: ab\_sotsky@mail.ru

Поступило в Редакцию 19 июля 2023 г.  
В окончательной редакции 5 октября 2023 г.  
Принято к публикации 23 октября 2023 г.

Получено решение векторной электродинамической задачи описания распределения интенсивности когерентного светового пучка, отраженного от плоскостойкой среды. Определены условия наблюдения  $m$ -линий в названном распределении при отражении гауссова пучка от ультратонкого (наноразмерного) слоя на подложке. Установлено, что контраст  $m$ -линий весьма чувствителен к толщине такого слоя. На этой основе предложен новый метод контроля толщины и показателя преломления ультратонких слоев. Его особенностями являются локальный контроль слоя, отсутствие опорного сигнала и отсутствие необходимости механического вращения образца, способствующие стабильности измерений. Выполнен анализ погрешностей метода. Представлены эксперименты по наблюдению и обработке  $m$ -линий при решении обратной оптической задачи для оксидных слоев на поверхности кремния. Результаты сопоставлены с данными многоугловой когерентной эллипсометрии.

**Ключевые слова:** рефлектометрия, ультратонкий слой,  $m$ -линия, обратная оптическая задача, мода Ценнека, сфокусированный световой пучок, оксидный слой на кремнии.

DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57082.185-23

### Введение

Оптические методы контроля характеристик ультратонких слоев востребованы в микроэлектронике и оптике. Среди них наиболее распространены методы спектрофотометрии [1,2] и спектральной эллипсометрии [3]. Однако в своем классическом варианте эти методы предполагают использование световых пучков с диаметром миллиметрового порядка, что затрудняет локальное зондирование слоев. Кроме того, их применение осложнено необходимостью нахождения дисперсии материалов структур. Последнее ограничение отсутствует в когерентных многоугловых эллипсометрии [4] и рефлектометрии [5,6]. Но обычно эти методы предполагают использование широких монохроматических пучков и механического вращения образца, которое негативно влияет на скорость измерений и вносит шумы в детектируемый сигнал. Наиболее интересен метод рефлектометрии в варианте, где осуществляется локальное зондирование слоев за счет использования сфокусированного короткофокусным объективом лазерного пучка [7]. При нормальном падении такого пучка на слой возможна обработка распределений интенсивности для отраженных от слоя волн  $s$ - и  $p$ -поляризации в широком диапазоне пространственных частот. Но для эффективного решения обратной оптической задачи об определении параметров слоя данные распределения должны содержать интерференционные полосы, что накладывает ограничение на минимальную толщину слоя [7]. Подход допускает обобщение на случай использования частично

когерентного излучения [8,9], не требует механического вращения образца и является экспрессным. Однако его практическое воплощение требует сложной оптической схемы [7–9]. К тому же обоснование его работы базируется на достаточно грубой плосковолновой модели [8,9]. Более простую приборную реализацию имеет метод локальной рефлектометрии ультратонких слоев, использующий сфокусированный лазерный пучок, падающий на слой под углами, близкими к углу Брюстера. В [10] рассмотрен и качественно обоснован вариант этого метода с регистрацией угловой зависимости интегрального коэффициента отражения от слоя гауссова пучка  $p$ -поляризации. Его недостатком является необходимость механического вращения образца.

В настоящей работе рассмотрен метод рефлектометрии слоя сфокусированным пучком, свободный от указанного ограничения. Его прототипом является метод волноводной спектроскопии слоев, основанный на анализе распределения интенсивности лазерного пучка, отраженного от призмного устройства связи при фиксированном угле падения [11]. Анализ проводится в пределах  $m$ -линии в виде двух максимумов и центрального минимума названного распределения, наблюдаемой при резонансном возбуждении волноводной моды слоя [11,12]. Однако классический метод волноводной спектроскопии является контактным, что приводит к искажающему влиянию на результаты измерений призмы связи. Кроме того, эффективное возбуждение волноводных мод требует протяженной (миллиметрового

порядка) области оптического контакта призмы связи с исследуемой структурой, что исключает возможность локальной диагностики слоев. Ниже показано, что указанные ограничения можно преодолеть, используя бесконтактный вариант волноводной спектроскопии, не требующий использования призмы связи. В нем локальное зондирование слоя осуществляется за счет возбуждения в структуре мод Ценнека ТМ либо ТЕ поляризации лазерным пучком, сфокусированным непосредственно на поверхность слоя. Ось пучка составляет угол с нормалью к этой поверхности, близкий к углу нулевого отражения плоской волны. При определенных условиях распределение интенсивности отраженного от слоя пучка имеет, как и в стандартной волноводной спектроскопии, вид  $m$ -линии. Контур  $m$ -линии, измеряемый матрицей фотоприемников, экстремально чувствителен к характеристикам слоя. Обработка контура осуществляется методом наименьших квадратов без использования опорного сигнала и без механического вращения образца. Целевая функция строится на основе решения векторной электродинамической задачи об отражении ограниченного когерентного светового пучка от плоскостной среды. Получены оценки погрешностей решения обратной оптической задачи об определении параметров оксидных слоев на поверхности кремния. Выполнена экспериментальная проверка предлагаемого метода для оксидных слоев различной толщины.

## 1. Математическая модель бесконтактной волноводной спектроскопии слоя

Оптическая схема бесконтактной волноводной спектроскопии слоя представлена на рис. 1, а. Падающий линейно поляризованный лазерный пучок фокусируется короткофокусной линзой  $O$  на поверхность исследуемого слоя толщины  $d$ , находящегося на подложке. Структура слой–подложка считается немагнитной и описывается относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon(y)$ . В однородной области  $y > 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_a$ , где  $\varepsilon_a$  — вещественная константа. При  $y < 0$  функция  $\varepsilon(y)$  может быть комплексной. Ось пучка составляет угол  $\theta$  с нормалью к слою. Распределение интенсивности отраженного пучка  $S(x, y')$  регистрируется матрицей фотоприемников  $\Phi$ , ортогональной оси пучка и расположенной на расстоянии  $D$  по оси пучка от поверхности слоя.

Расчет функции  $S(x, y')$ , имеющей смысл компоненты вектора Пойнтинга, нормальной плоскости матрицы  $\Phi$ , выполним методом, представляющим собой модификацию подхода, использованного в [12] при обосновании техники стандартной волноводной спектроскопии.

При рассмотрении отражения когерентного светового пучка с временным множителем  $\exp(i\omega t)$  (далее этот множитель опущен) от слоистой среды в схеме рис. 1, а электромагнитное поле будем искать в виде интегралов

Фурье по пространственным частотам  $k_x$  и  $k_y$ :

$$\begin{cases} \mathbf{E}(x, y, z) \\ \mathbf{H}(x, y, z) \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(-ik_x x - ik_z z) \times \begin{cases} \hat{\mathbf{E}}(k_x, k_z, y) \\ \hat{\mathbf{H}}(k_x, k_z, y) \end{cases}.$$

Это поле представимо суперпозицией волн  $s$ - и  $p$ -поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}^{(s)} + \mathbf{E}^{(p)}, & \hat{\mathbf{E}} &= \hat{\mathbf{E}}^{(s)} + \hat{\mathbf{E}}^{(p)}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}^{(s)} + \mathbf{H}^{(p)}, & \hat{\mathbf{H}} &= \hat{\mathbf{H}}^{(s)} + \hat{\mathbf{H}}^{(p)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для волн  $s$ -поляризации

$$\hat{E}_y^{(s)} \equiv 0, \quad \hat{E}_z^{(s)} = -\frac{k_x}{k_z} \hat{E}_x^{(s)}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_x^{(s)} &= \frac{k_x}{k_z} \hat{H}_z^{(s)}, & \hat{H}_y^{(s)} &= \frac{1}{\omega \mu_0} \frac{k_x^{(2)} + k_z^2}{k_z} \hat{E}_x^{(s)}, \\ \hat{H}_z^{(s)} &= \frac{1}{i\omega \mu_0} \frac{d\hat{E}_x^{(s)}}{dy}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{d^2}{dy^2} \hat{E}_x^{(s)} + [k_0^2 \varepsilon(y) - k_x^2 - k_z^2] \hat{E}_x^{(s)} = 0, \quad (4)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda$  и  $\mu_0$  — волновое число и магнитная проницаемость вакуума.

В однородной области  $y > 0$ , где  $\varepsilon = \varepsilon_a$ , решение уравнения (4) имеет вид

$$\hat{E}_x^{(s)} = e_i \exp(ik_y^{(a)} y) + e_r \exp(-ik_y^{(a)} y), \quad (5)$$

где

$$e_{i,r} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(ik_x x + ik_z z) E_{i,rx}^{(s)}(x, 0, z),$$

$k_y^{(a)} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_a - k_x^2 - k_z^2}$ ,  $E_{ix}^{(s)}(x, 0, z)$  и  $E_{rx}^{(s)}(x, 0, z)$  — распределения компонент падающего и отраженного поля  $s$ -поляризации на поверхности слоя  $y = 0$ . В однородной области  $y < -d$ , где  $\varepsilon = \varepsilon_s$ , в соответствии с условием излучения Зоммерфельда,

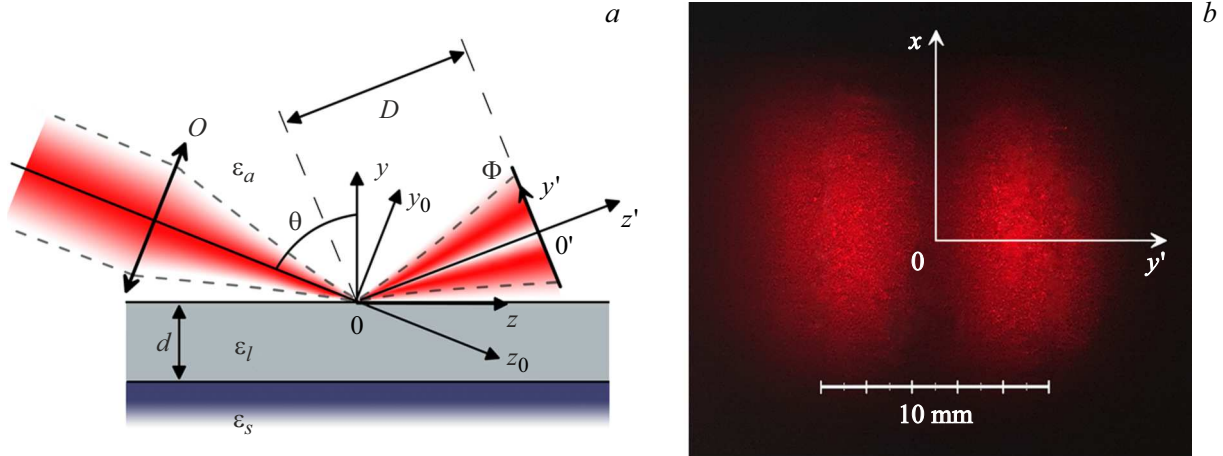
$$\hat{E}_x^{(s)} = e_t \exp(ik_y^{(s)} y), \quad (6)$$

где  $k_y^{(s)} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s - k_x^2 - k_z^2}$ ,  $\text{Re} k_y^{(s)} \geq 0$ ,

$$e_t = \frac{2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(ik_x x + ik_z z) E_x^{(s)}(x, -d, z),$$

$E_x^{(s)}(x, -d, z)$  — распределение компоненты прошедшего сквозь слой поля на его нижней границе. В пределах слоя  $-d \leq y \leq 0$

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_x^{(s)}(y) \\ \hat{E}_x^{(s)'}(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11}^{(s)}(y) & L_{12}^{(s)}(y) \\ L_{21}^{(s)}(y) & L_{22}^{(s)}(y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_t \\ ik_y^{(s)} e_t \end{pmatrix}, \quad (7)$$



**Рис. 1.** *a* — оптическая схема бесконтактной волноводной спектроскопии и системы координат, использованные при расчетах: собственная система координат падающего пучка  $Ox_0y_0z_0$ , система координат структуры слой–подложка  $Oxyz$  и система координат  $O'x'y'z'$  матрицы фотоприемников  $\Phi$ ; *b* — фотография распределения интенсивности отраженного лазерного пучка со структурой  $m$ -линий в плоскости матрицы фотоприемников  $\Phi$ .

где  $\hat{E}_x^{(s)'} = d\hat{E}_x^{(s)}/dy$ ,  $\mathbf{L}^{(s)}(y)$  — матрица фундаментального решения уравнения (4) [13].

В силу (5)–(7) и вытекающего из (4) условия непрерывности функций  $\hat{E}_x^{(s)}(y)$  и  $\hat{E}_x^{(s)'}(y)$ , коэффициенты отражения от слоя плоских волн, составляющих падающий пучок, равны

$$r_s(k_x, k_z) = \frac{e_r}{e_i} = \frac{ik_y^{(a)}[L_{11}^{(s)}(0) + ik_y^{(s)}L_{12}^{(s)}(0)] - L_{21}^{(s)}(0) - ik_y^{(s)}L_{22}^{(s)}(0)}{ik_y^{(a)}[L_{11}^{(s)}(0) + ik_y^{(s)}L_{12}^{(s)}(0)] + L_{21}^{(s)}(0) + ik_y^{(s)}L_{22}^{(s)}(0)}. \quad (8)$$

В случае произвольной зависимости  $\varepsilon(y)$  матрица  $\mathbf{L}^{(s)}(y)$  может быть рассчитана численно методом Рунге–Кутты [2, 14]. Для модели однородного слоя, когда  $\varepsilon = \varepsilon_l = \text{const}$ , при  $-d \leq y \leq 0$  в (11) имеем [2]:

$$L_{11}^{(s)}(0) = L_{22}^{(s)}(0) = \cos(\sigma d), \quad L_{12}^{(s)}(0) = \sin(\sigma d)/\sigma, \\ L_{21}^{(s)}(0) = -\sigma \sin(\sigma d), \quad (9)$$

где  $\sigma = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_l - k_x^2 - k_z^2}$ .

Для волн  $p$ -поляризации  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(p)}$ ,  $\hat{\mathbf{E}} = \hat{\mathbf{E}}^{(p)}$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{(p)}$ ,  $\hat{\mathbf{H}} = \hat{\mathbf{H}}^{(p)}$ ,

$$H_y^{(p)} \equiv 0, \quad \hat{H}_z^{(p)} = -\frac{k_x}{k_z} \hat{H}_x^{(p)}, \quad (10)$$

$$\hat{E}_x^{(p)} = \frac{k_x}{k_z} \hat{E}_z^{(p)}, \quad \hat{E}_y^{(p)} = -\frac{k_x^2 + k_z^2}{i\omega \varepsilon \varepsilon_0 k_z} \hat{H}_x^{(p)},$$

$$\hat{E}_z^{(p)} = -\frac{1}{i\omega \varepsilon \varepsilon_0} \frac{d}{dy} \hat{H}_x^{(p)}, \quad (11)$$

$$\varepsilon \frac{d}{dy} \frac{1}{\varepsilon} \frac{d}{dy} \hat{H}_x^{(p)} + [k_0^2 \varepsilon(y) - k_x^2 - k_z^2] \hat{H}_x^{(p)} = 0, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума. При  $y > 0$

$$\hat{H}_x^{(p)} = h_i \exp(ik_y^{(a)}y) + h_r \exp(-ik_y^{(a)}y), \quad (13)$$

$$h_{i,r} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(ik_x x + ik_z z) H_{i,rx}^{(p)}(x, 0, z), \quad (14)$$

где  $H_{ix}^{(p)}(x, 0, z)$  и  $H_{rx}^{(p)}(x, 0, z)$  — распределения компонент падающего и отраженного поля  $p$ -поляризации на поверхности слоя  $y = 0$ . Аналогами выражений (6)–(9) являются

$$\hat{H}_x^{(p)} = h_i \exp(ik_y^{(s)}y),$$

$$h_i = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(ik_x x + ik_z z) H_x^{(p)}(x, -d, z),$$

$$\begin{pmatrix} \hat{H}_x^{(p)}(y) \\ \hat{H}_x^{(p)'}(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11}^{(p)}(y) & L_{12}^{(p)}(y) \\ L_{21}^{(p)}(y) & L_{22}^{(p)}(y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_i \\ h_i ik_y^{(s)}/\varepsilon_s \end{pmatrix},$$

$$r_p(k_x, k_z) = \frac{h_r}{h_i} - \{ (ik_y^{(a)}/\varepsilon_a) [L_{11}^{(p)}(0) + (ik_y^{(s)}/\varepsilon_s) L_{12}^{(p)}(0)] - L_{21}^{(p)}(0) - (ik_y^{(s)}/\varepsilon_s) L_{22}^{(p)}(0) \} / \{ (ik_y^{(a)}/\varepsilon_a) [L_{11}^{(p)}(0) + (ik_y^{(s)}/\varepsilon_s) L_{12}^{(p)}(0)] + L_{21}^{(p)}(0) + (ik_y^{(s)}/\varepsilon_s) L_{22}^{(p)}(0) \}. \quad (15)$$

$$L_{11}^{(p)}(0) = L_{22}^{(p)}(0) = \cos(\sigma d), \quad L_{12}^{(p)}(0) = \varepsilon_l \sin(\sigma d)/\sigma, \\ L_{21}^{(p)}(0) = -\sigma \sin(\sigma d)/\varepsilon_l, \quad (16)$$

Искомая функция  $S(x, y')$  имеет вид

$$S(x, y') = 0.5 \text{Re} [ (E_{rz} H_{rx}^* - E_{rx} H_{rz}^*) \cos \theta + (E_{rx} H_{ry}^* - E_{ry} H_{rx}^*) \sin \theta ], \quad (17)$$

где звездочка означает комплексное сопряжение, и фигурируют векторы отраженного от структуры поля

$$\begin{cases} \mathbf{E}_r \\ \mathbf{H}_r \end{cases} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \exp(-ik_x x - ik_z z - ik_y^{(a)} y) \begin{cases} \hat{\mathbf{E}}_r \\ \hat{\mathbf{H}}_r \end{cases}, \quad (18)$$

вычисляемые при

$$y = D \cos \theta + y' \sin \theta, \quad z = D \sin \theta - y' \cos \theta. \quad (19)$$

Согласно (1)–(3), (8), (10), (11), (15):

$$\begin{aligned} \hat{E}_{rx} &= h_i \frac{r_p k_x k_y^{(a)}}{k_z \omega \varepsilon_0 \varepsilon_a} + e_i r_s, & \hat{E}_{ry} &= -h_i \frac{r_p (k_x^2 + k_z^2)}{k_z \omega \varepsilon_0 \varepsilon_a}, \\ \hat{E}_{rz} &= h_i \frac{r_p k_y^{(a)}}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_a} - e_i \frac{r_s k_x}{k_z}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{rx} &= h_i r_p - e_i \frac{r_s k_x k_y^{(a)}}{k_z \omega \mu_0}, & \hat{H}_{ry} &= e_i \frac{r_s (k_x^2 + k_z^2)}{k_z \omega \mu_0}, \\ \hat{H}_{rz} &= -e_i \frac{r_s k_y^{(a)}}{\omega \mu_0} - h_i \frac{r_p k_x}{k_z}. \end{aligned} \quad (21)$$

Входящие в (20), (21) функции  $e_i(k_x, k_z)$ ,  $h_i(k_x, k_z)$  могут быть выражены через компоненты электрического поля падающего пучка  $E_{xi}(x, 0, z)$ ,  $E_{yoi}(x, 0, z)$  в его собственной системе координат  $Ox_0y_0z_0$  (рис. 1, а):

$$\begin{aligned} e_i &= \hat{E}_{xi} \frac{k_z [(k_x^2 + k_z^2) \sin \theta + k_y^{(a)} \cos \theta]}{(k_x^2 + k_z^2)(k_z \sin \theta + k_y^{(a)} \cos \theta)} \\ &\quad - \hat{E}_{yoi} \frac{k_x k_y^{(a)} k_z}{(k_x^2 + k_z^2)(k_z \sin \theta + k_y^{(a)} \cos \theta)}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} h_i &= -\hat{E}_{xi} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_a k_x k_z \cos \theta}{(k_x^2 + k_z^2)(k_z \sin \theta + k_y^{(a)} \cos \theta)} \\ &\quad - \hat{E}_{yoi} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_a k_z^2}{(k_x^2 + k_z^2)(k_z \sin \theta + k_y^{(a)} \cos \theta)}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{E}_{xi} \\ \hat{E}_{yoi} \end{cases} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dz \\ &\times \exp(ik_x x + ik_z z) \begin{cases} E_{xi}(x, 0, z) \\ E_{yoi}(x, 0, z) \end{cases}. \end{aligned} \quad (24)$$

Пусть структура возбуждается гауссовым пучком, амплитудный радиус которого в перетяжке, находящейся в плоскости  $z_0 = 0$ , равен  $w$ . Электрическое поле пучка в данной плоскости линейно поляризовано. Направление его колебаний составляет угол  $\alpha$  с плоскостью падения

$x = 0$ . Воспользуемся моделью [15]:

$$\begin{cases} E_{xi}(x, 0, z) \\ E_{yoi}(x, 0, z) \end{cases} = A \exp \left[ -\left(\frac{x}{w}\right)^2 - \left(\frac{z \cos \theta}{w}\right)^2 - ik_0 n_a z \sin \theta \right] \begin{cases} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{cases}, \quad (25)$$

где  $A$  — амплитуда пучка,  $n_a = \sqrt{\varepsilon_a}$ . Тогда в соответствии с (24), (25):

$$\begin{aligned} \begin{cases} \hat{E}_{xi} \\ \hat{E}_{yoi} \end{cases} &= \frac{Aw^2}{4\pi \cos \theta} \exp \left\{ -\left(\frac{k_x w}{2}\right)^2 - \left[\frac{(k_z - k_0 n_a \sin \theta)w}{2 \cos \theta}\right]^2 \right\} \begin{cases} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{cases}. \end{aligned} \quad (26)$$

Согласно (17)–(23), (26), нахождение функции  $S(x, y')$  сводится к вычислению шести однотипных интегралов

$$\begin{aligned} I(x, y') &= \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp \left\{ -\left(\frac{\xi k_0 w}{2}\right)^2 - \left[\frac{(\zeta - n_a \sin \theta)k_0 w}{2 \cos \theta}\right]^2 - ik_0(\xi x + \zeta z + \eta y) \right\} F(\xi, \zeta), \end{aligned} \quad (27)$$

где  $\xi = k_x/k_0$ ,  $\zeta = k_z/k_0$ ,  $\eta = \sqrt{\varepsilon_a - \xi^2 - \zeta^2}$ ,  $\text{Re} \eta > 0$ . Явный вид функции  $F(\xi, \zeta)$  для каждой из компонент поля  $\mathbf{E}_r$ ,  $\mathbf{H}_r$  очевиден из (20)–(23), (26).

С позиций волноводной спектроскопии слоя основной интерес представляет исследование функции  $S(x, y')$  при  $x = 0$ , когда она может иметь структуру  $m$ -линии [11]. Но ввиду естественных условий  $k_0 D \gg 1$ , а значит и  $k_0 y \gg 1$ ,  $k_0 z \gg 1$  (см. (19)), прямой численный расчет  $I(0, y')$  и  $S(0, y')$  затруднен быстрыми колебаниями экспоненциальной функции в (27). Частично преодолеть эту проблему позволяет деформация контура интегрирования во внутреннем интеграле в (27) к контуру наибо́льшего спуска. В стандартной волноводной спектроскопии формирование  $m$ -линии объясняется близостью седловой точки контура наибо́льшего спуска к полюсам функций  $r_s(k_x, k_z)$ ,  $r_p(k_x, k_z)$ , расположенным в нулях дисперсионных уравнений для вытекающих в призму связи мод структуры [12]. В бесконтактной волноводной спектроскопии призма связи и такие полюсы отсутствуют. В результате осложнений при указанной деформации не возникает, и выражение (27) приводится к виду

$$I(0, y') = \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \exp[f(\zeta)] \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(-\tau^2) \frac{d\xi}{d\tau} F(\xi, \zeta), \quad (28)$$

где

$$f(\zeta) = - \left[ \frac{(\zeta - n_a \sin \theta) k_0 w}{2 \cos \theta} \right]^2 - ik_0 \zeta z - ik_0 k y, \quad (29)$$

$$\xi = \frac{2\tau}{k_0} \sqrt{\frac{2ikk_0y + \tau^2}{2y^2 + w^2q + \sqrt{(2y^2 + w^2q)^2 - w^4(q^2 + k^2k_0^2y^2)}}},$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{4\tau(4q - \xi^2k_0^2w^2)}{\xi[8k_0^2y^2 + k^2w^2(4q - \xi^2k_0^2w^2)]},$$

$$q = ikk_0y + \tau^2, \quad k = \sqrt{\varepsilon_a - \zeta^2}.$$

Формула (28) является строгой и позволяет выполнить численный расчет значений  $I(0, y')$  за время порядка минуты. Но во внешнем интеграле в (28) быстрые колебания экспоненциальной функции до конца не устранены, что делает представление (28) малоприменимым при решении гораздо более объемной, чем однократный расчет функции  $I(0, y')$ , обратной оптической задачи об определении параметров слоя.

Для дальнейшего упрощения расчетов применим метод перевала [16] последовательно к внутреннему и внешнему интегралам в (28). В результате приходим к аналитическому приближению

$$I(0, y') = - \frac{4\pi k^2 \cos \theta \exp[f(\zeta_s)] F(0, \zeta_s)}{\sqrt{(2ik_0y - k_0^2w^2k)(2ik_0y\varepsilon_a \cos^2 \theta - k_0^2w^2k^3)}} \times [1 + O(k_0D)^{-1}], \quad (30)$$

где  $k = \sqrt{\varepsilon_a - \zeta_s^2}$ ,  $\zeta_s$  — корень уравнения

$$ik_0(\zeta_s y - kz) 2 \cos^2 \theta - k(\zeta_s - n_a \sin \theta) k_0^2 w^2 = 0. \quad (31)$$

В представленных ниже расчетах численное решение уравнения (31) получено методом контурного интегрирования [12].

В приближении (30) функция  $S(0, y')$  имеет вид, пригодный для решения обратной оптической задачи:

$$S(0, y') = |A|^2 w^4 k_0^5 (2\omega\mu_0)^{-1} \bar{S}(y'), \quad (32)$$

$$\bar{S}(y') = \frac{k^4 \exp\{2\text{Re}[f(\zeta_s)]\} \text{Re}(G \sin^2 \alpha |r_s|^2 + \varepsilon_a G^{-1} \cos^2 \alpha |r_p|^2)}{|(2ik_0y - k_0^2w^2k)(2ik_0y\varepsilon_a \cos^2 \theta - k_0^2w^2k^3)|}, \quad (33)$$

где  $G = \xi_s \sin \theta + k \cos \theta$ ;  $r_s$  и  $r_p$  вычисляются при  $k_x = 0$ ,  $k_z = k_0 \xi_s$ . Согласно (32), (33), при  $\alpha = 0$  функция  $S(0, y')$  формируется волнами  $p$ -, а при  $\alpha = \pi/2$  волнами  $s$ -поляризации.

О структуре  $m$ -линии в распределении интенсивности гауссова пучка в плоскости матрицы фотоприемников после его отражения от ультратонкого слоя позволяет судить рис. 2. Здесь

$$S_n(y') = S(0, y') / \max_{y'} [S(0, y')].$$

**Таблица 1.** С-критерий наблюдения  $m$ -линии для различных толщин слоя SiO<sub>2</sub> и радиусов пучка

$d, \text{nm}$	$w, \mu\text{m}$	$R$	$\partial^2 R / \partial \theta^2$	$C$
4	2	0.0013	7.38	0.07
4	5	0.0013	7.38	0.44
4	8	0.0013	7.38	1.12
0	5	$5.8 \cdot 10^{-6}$	7.45	0.002
1	5	$1.2 \cdot 10^{-4}$	7.44	0.039
7	5	0.0038	7.27	1.27
8	5	0.0048	7.23	1.65
8.2	2.09	0.0051	7.22	0.30
950	2.09	0.022	33.75	0.28

Расчеты выполнены для однородного слоя SiO<sub>2</sub> на кремниевой подложке. Используются значения  $\alpha = 0$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ,  $n_a = 1.0003$ ,  $D = 5 \text{ cm}$ , справочные данные  $\varepsilon_l = 1.457^2$ ,  $\varepsilon_s = (3.878 - i0.02)^2$  [17] и псевдобрюстеровский угол падения для волн  $p$ -поляризации

$$\theta = \theta_B = \arctg \sqrt{\text{Re}(\varepsilon_s / \varepsilon_a)} = 75.54^\circ. \quad (34)$$

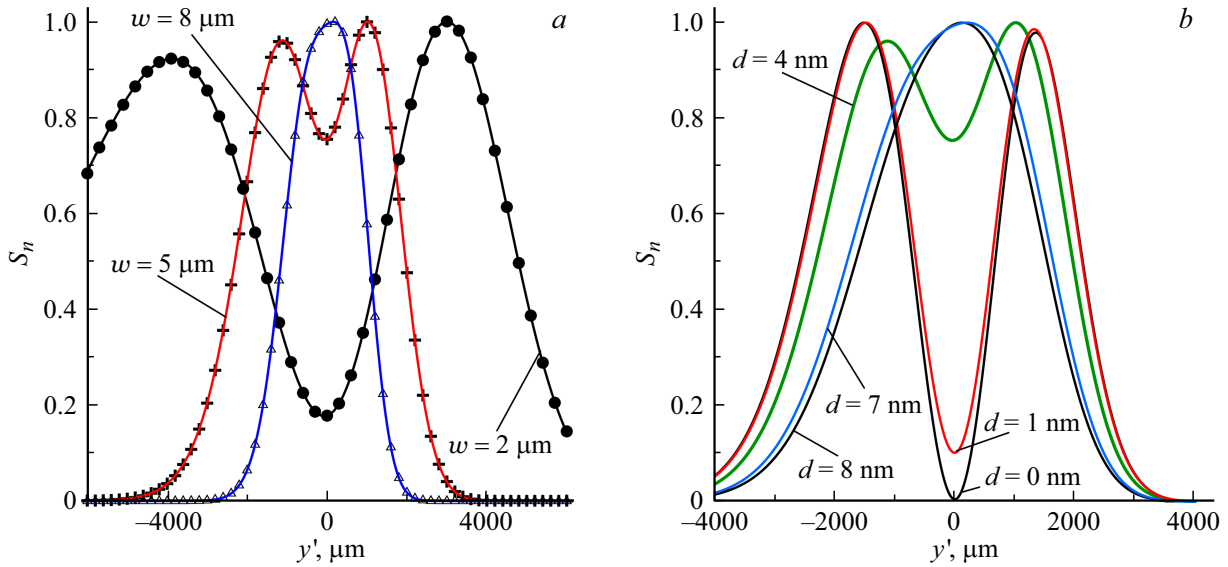
На рис. 2, *a* сопоставлены функции  $S_n(y')$ , рассчитанные в приближении (32) (сплошные кривые) и по точным формулам (17), (28) (дискретные значки) при различных радиусах пучка. Сплошные кривые и значки визуально совпадают, что свидетельствует о приемлемой точности приближения (32). На этом основании оно использовано во всех дальнейших расчетах. Еще из рис. 2, *a* следует, что вид  $m$ -линии для конкретной структуры существенно зависит от радиуса пучка  $w$ , причем по мере увеличения  $w$  контраст  $m$ -линии убывает вплоть до ее полного исчезновения.

На рис. 2, *b* представлены контуры  $m$ -линии, соответствующие различным толщинам слоя SiO<sub>2</sub> при фиксированном радиусе зондирующего пучка. Здесь можно отметить чрезвычайно высокую чувствительность контраста  $m$ -линии к толщине слоя  $d$  при  $d \leq 4 \text{ nm}$ . Однако при  $d \geq 7 \text{ nm}$  пропадают как сама  $m$ -линия, так и существенная чувствительность нормированного распределения интенсивности отраженного пучка к толщине слоя. Таким образом, бесконтактная волноводная спектроскопия ультратонких слоев эффективна при условии наблюдения  $m$ -линии в распределении интенсивности отраженного пучка.

Численное исследование ряда структур показало, что для реализации  $m$ -линии следует использовать линейно поляризованный падающий пучок, а угол его падения  $\theta$  — выбирать из условия достижения минимума плосковолновой отражательной способности структуры слой-подложка  $R(\theta)$ , где

$$R(\theta) = |r_p(0, k_0 n_a \sin \theta)|^2 \quad \text{при} \quad \alpha = 0,$$

$$R(\theta) = |r_s(0, k_0 n_a \sin \theta)|^2 \quad \text{при} \quad \alpha = \pi/2.$$



**Рис. 2.** Структура  $m$ -линий при волноводной спектроскопии ультратонких слоев:  $a$  — слой  $\text{SiO}_2$  толщины  $d = 4$  нм и различные радиусы пучка  $w$ ;  $b$  — слой  $\text{SiO}_2$  различной толщины,  $w = 5$   $\mu\text{m}$ .

Для оценки остальных условий получения  $m$ -линии учтем, что она наблюдается в параксиальной области дальней зоны наблюдения при  $|y'| \ll D$ ,  $k_0 w^2 \ll D$  (рис. 2). В этом случае приближенное решение уравнения (31) имеет вид  $\xi_s = n_a(\sin \theta - y' \cos \theta/D)$ , и в соответствии с (29), (32):

$$S_n(y') \sim \exp(-\varepsilon_a k_0^2 w^2 \eta) [R(\theta) + \eta \partial^2 R / \partial \theta^2], \quad (35)$$

где  $\eta = y'^2 / (2D^2)$ . При получении (35) использовано разложение Тейлора функции  $R(\theta)$  в окрестности ее минимума с точностью до двух главных членов. Дифференцирование функции (35) приводит к следующим условиям наблюдения  $m$ -линии:  $\partial R / \partial \theta = 0$ ,

$$C = \frac{\varepsilon_a k_0^2 w^2 R}{\partial^2 R / \partial \theta^2} < 1, \quad (36)$$

где функция  $R(\theta)$  и ее производные берутся в точке ее минимума, т.е.  $\partial^2 R / \partial \theta^2 > 0$ .

Корректность критерия (36) применительно к рассмотренным выше структурам иллюстрирует табл. 1 (строки 2–8). Как следует из табл. 1, условие (36) согласуется с формой всех графиков на рис. 2.

Согласно (36),  $m$ -линии легко получить при условиях, близких к условиям возбуждения мод Ценнека, т.е. когда  $R \rightarrow 0$  [18,19]. Для слабо поглощающих слоев такие условия могут быть установлены аналитически по схеме, рассмотренной в [18].

В случае  $\alpha = 0$  (отражение волн  $p$ -поляризации)  $R(\theta) \rightarrow 0$  при  $\theta = \theta_B$ ,

$$d = 0.5q\lambda / \sqrt{\text{Re} \varepsilon_l - \varepsilon_a \sin^2 \theta_B}, \quad q = 0, 1, \dots, \quad (37)$$

где  $\theta$  дается формулой (34), а также при

$$\theta = \theta_B = \arcsin \sqrt{0.5a \left( \sqrt{1 - 4b/a^2} - 1 \right) / \varepsilon_a}, \quad (38)$$

$$a = \text{Re} \left[ \frac{\varepsilon_l^4 (\varepsilon_a + \varepsilon_s) - 2\varepsilon_l \varepsilon_a^2 \varepsilon_s^2}{\varepsilon_a^2 \varepsilon_s^2 - \varepsilon_l^4} \right],$$

$$b = \text{Re} \left[ \frac{\varepsilon_l^2 \varepsilon_a \varepsilon_s}{\varepsilon_a \varepsilon_s + \varepsilon_l^2} \right],$$

$$d = 0.25(2q + 1)\lambda / \sqrt{\text{Re} \varepsilon_l - \varepsilon_a^2 \sin^2 \theta_B}, \quad q = 0.1, \dots, \quad (39)$$

если

$$\text{Re}(\varepsilon_l - \sqrt{\varepsilon_a \varepsilon_s}) \geq 0. \quad (40)$$

В случае  $\alpha = \pi/2$  (отражение волн  $s$ -поляризации)  $R(\theta) \rightarrow 0$  при условиях (39),

$$\text{Re}(\varepsilon_l - \sqrt{\varepsilon_a \varepsilon_s}) \leq 0, \quad (41)$$

$$\theta = \theta_B = \arcsin \sqrt{\text{Re} \left[ (\varepsilon_l^2 / \varepsilon_a - \varepsilon_s) / (2\varepsilon_l - \varepsilon_a - \varepsilon_s) \right]}. \quad (42)$$

Для указанных выше констант материалов и длины волны неравенство (40) нарушено, а (41) выполнено. Поэтому, согласно (34), (37), в случае отражения от слоя  $\text{SiO}_2$  на кремнии световых пучков  $p$ -поляризации  $m$ -линии будут иметь место при

$$\theta \approx 75.5^\circ, \quad d \approx 0, 291, 581, 872, 1163 \text{ nm}, \dots \quad (43)$$

Аналогичные значения для пучков  $s$ -поляризации находим из (39), (42):

$$\theta \approx 70.9^\circ, \quad d \approx 143, 428, 713, 999, 1284 \text{ nm}, \dots \quad (44)$$

В соответствии с (36) наблюдение  $m$ -линий возможно и при менее глубоких минимумах зависимости  $R(\theta)$ , нежели почти нулевые, как при выполнении условий (34), (37)–(39), (42), в случае использования пучков достаточно малого радиуса (см. разд. 3).

## 2. Погрешности решения обратной оптической задачи

Пусть имеются экспериментальные данные для функции

$$S_j = S(0, y'_j) / \max[S(0, y'_j)],$$

где  $y'_j = j\Delta y'$ ,  $j = 0, \pm 1, \dots, \pm L$ . Параметры слоя  $p_k$  ( $k = \overline{2, N}$ ) будем определять из условия минимума целевой функции

$$F(p_1, p_2, \dots, p_N) = \sum_{j=-L}^L \left[ S_j - S_j^{(m)}(p_1, p_2, \dots, p_N) \right]^2, \quad (45)$$

где  $S_j^{(m)} = p_1 \bar{S}(y'_j)$  — теоретические значения, полученные в рамках модели (32), (33),  $p_1$  — нормировочная постоянная,  $p_2 = d$ ,  $p_3 = n_l = \text{Re}\sqrt{\varepsilon_l}$ ,  $p_4 = k_l = -\text{Im}\sqrt{\varepsilon_l}$ . Параметры  $p_k$  удовлетворяют системе нелинейных уравнений

$$\sum_{j=-L}^L \frac{\partial S_j^{(m)}}{\partial p_i} \left[ S_j - S_j^{(m)}(p_1, p_2, \dots, p_N) \right] = 0 \quad (i = \overline{1, N}). \quad (46)$$

В (45), (46) значения задаются с экспериментальными погрешностями  $\delta S_j$ . В результате возникают погрешности параметров  $\delta p_k$ . Согласно (46), в линейном относительно погрешностей приближении

$$\delta p_k = \sum_{j=-L}^L \delta S_j \sum_{i=1}^N M_{ki}^{-1} \frac{\partial S_j^{(m)}}{\partial p_i}, \quad (47)$$

где  $M^{-1}$  — матрица, обратная матрице  $M$  с элементами

$$M_{ik} = \sum_{j=-L}^L \frac{\partial S_j^{(m)}}{\partial p_i} \frac{\partial S_j^{(m)}}{\partial p_k}. \quad (48)$$

Коэффициенты  $\partial S_j^{(m)} / \partial p_i$  в (47), (48) вычисляются либо при точных значениях  $p_k$ , либо при  $p_k$ , полученных в результате минимизации функции (45). При  $i = \overline{2, N}$  эти коэффициенты пропорциональны производным

$$\partial |r_{p,s}|^2 / \partial p_i = 2\text{Re}(r_{p,s}^* \partial r_{p,s} / \partial p_i), \quad (49)$$

которые легко рассчитать аналитически на основании (8), (9), (15), (16).

В реальном эксперименте, где при измерении  $S_j$  имеют место коррелированные при разных номерах  $j$  погрешности округления, вызванные аналого-цифровым преобразованием, а также систематические погрешности, связанные с юстировкой оптической схемы, наиболее корректной является оценка модулей погрешностей (47) сверху:

$$|\delta p_k| \leq \max |\delta S_j| E_k, \quad (50)$$

где  $\max |\delta S_j|$  — максимальный модуль погрешности  $\delta S_j$ ,

$$E_k = \sum_{j=-L}^L \left| \sum_{i=1}^N M_{ki}^{-1} \frac{\partial S_j^{(m)}}{\partial p_i} \right| \quad (51)$$

— коэффициент погрешности определения параметра  $p_k$  [20].

Известно, что обратные оптические задачи об одновременном восстановлении трех параметров  $d, n_l, k_l$  ( $N = 4$ ), либо двух параметров  $d, n_l$  ( $N = 3$ ) ультратонких слоев являются плохо обусловленными, поэтому при исследовании таких слоев часто ограничиваются определением их толщин  $d$  ( $N = 2$ ), считая  $n_l$  и  $k_l$  заданными константами [7,8,21–23]. В таком случае представляет интерес оценка производных  $\partial d / \partial n_l$ ,  $\partial d / \partial k_l$ , характеризующих чувствительность восстанавливаемой толщины слоя к погрешностям априорного задания  $n_l$  и  $k_l$ . Аналогично (47) имеем

$$\partial d / \partial p_k = (M_{21}M_{1k} - M_{11}M_{2k})(M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12})^{-1} \quad (k = 3, 4). \quad (52)$$

Для оценки эффективности использования  $m$ -линий представляет интерес сравнение величин (51), (52) с аналогичными величинами, имеющими место в случае стандартной когерентной рефлектометрии слоев, где осуществляется обработка угловых зависимостей отражательных способностей слоя  $R(\theta)$  для волн  $p$ -, либо  $s$ -поляризации. В последнем случае имеют место формулы, аналогичные (45)–(48), но в них вместо  $S_j$  фигурируют экспериментальные данные для  $R(\theta_j)$ , а вместо  $S_j^{(m)}$  теоретические данные для  $|r_p(\theta_j)|^2$ , либо  $|r_s(\theta_j)|^2$  [20]. Подобное сравнение представлено в табл. 2. При расчетах использованы указанные выше значения длины волны и констант материалов.

В табл. 2 обозначение „ $m$ -линия“ относится к результатам, полученным путем обработки  $m$ -линий в интервалах изменения  $y'$ , указанных на рис. 2,  $b$  и рис. 4 при  $\Delta y' \leq 20 \mu\text{m}$ . Конкретный выбор  $\Delta y'$  из указанного диапазона на табличные данные не влиял, что объясняется возможностью замены сумм по  $j$  в (48) и (51) интегралами, когда  $\Delta y' \rightarrow 0$ . При  $d = 4 \text{ nm}$  использованы  $w = 5 \mu\text{m}$ ,  $D = 5 \text{ cm}$ ,  $\theta = 75.54^\circ$ ; при  $d = 8.2 \text{ nm}$  —  $w = 2.09 \mu\text{m}$ ,  $D = 5 \text{ cm}$ ,  $\theta = 75.7^\circ$ ; при  $d = 950 \text{ nm}$  —  $w = 2.09 \mu\text{m}$ ,  $D = 7 \text{ cm}$ ,  $\theta = 61.21^\circ$ . Два последних набора констант соответствуют экспериментальным данным, представленным в разд. 3.

Обозначение „ $R$ “ в табл. 2 относится к результатам стандартной когерентной рефлектометрии слоев, которые получены в результате сканирования интервала  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  с шагом  $\Delta\theta \leq 0.02^\circ$ .

Как видно из табл. 2, техника  $m$ -линий уступает по точности результатов стандартной рефлектометрии (имеет более высокие коэффициенты ошибок) только при попытках одновременного определения трех параметров ультратонкого слоя  $d, n_l, k_l$  ( $N = 4$ , случаи  $d = 4$

**Таблица 2.** Коэффициенты погрешностей (51) и чувствительности (52) для слоев SiO<sub>2</sub> различной толщины

$d, \text{nm}$	Поляризация	Мода	$N$	$E_2, \text{nm}$	$E_3$	$E_4$	$\partial d/\partial n_i, \text{nm}$	$\partial d/\partial k_i, \text{nm}$
4	$p$ -	$m$ -линия	4	297 740	74 389	2454	—	—
			3	183	46	—	—	
			2	10	—	—	-4	0.6
		R	4	18 000	4079	152	—	—
			3	11 000	2424	—	—	—
			2	1600	—	—	-5	-9
8.2	$p$ -	$m$ -линия	4	41 595	5037	327	—	—
			3	180	22	—	—	—
			2	19	—	—	-8	3
		R	4	9700	1074	78	—	—
			3	5900	612	—	—	—
			2	840	—	—	-9	-8
950	$s$ -	$m$ -линия	4	327	5	0.21	—	—
			3	29	0.37	—	—	—
			2	17	—	—	64	-7
		R	4	1200	1.2	0.17	—	—
			3	1200	1.2	—	—	—
			2	200	—	—	-960	-90

и 8.2 nm). Но при оценке погрешности измерения отражательной способности слоя  $\max |\delta R \theta_j| \leq 0.0005$  [10], в соответствии с (50) и табл. 2 (мода R,  $N = 4$ ), имеем  $|\delta p_2| = |\delta d| \leq 9 \text{ nm}$  при  $d = 4 \text{ nm}$  и  $|\delta d| \leq 4.9 \text{ nm}$  при  $d = 8.2 \text{ nm}$ . Таким образом, в варианте  $N = 4$  обе рассмотренных техники рефлектометрии могут привести к неприемлемым погрешностям определения толщин наноразмерных слоев. В то же время, согласно табл. 2, при  $N = 3$  и 2 метод  $m$ -линий характеризуется коэффициентами ошибок  $E_2$  и  $E_3$ , которые на 1–3 порядка меньше аналогичных коэффициентов при стандартной рефлектометрии.

Еще из табл. 2 следует, что погрешность априорного задания показателя преломления ультратонкого слоя  $\Delta n_i$  слабо влияет на погрешность определения толщины слоя. Так,  $|\Delta n_i| = 0.1$  индуцирует модуль относительного отклонения толщины слоя порядка 10% как при  $d = 4 \text{ nm}$ , так и при  $d = 8.2 \text{ nm}$ .

Отметим также, что в реальных экспериментах погрешности  $\delta S_j$  неизвестны. В такой ситуации имеется возможность минимизации  $|\delta p_k|$  за счет выбора условий эксперимента, обеспечивающих минимумы коэффициентов ошибок (51) [20].

Например, для слоя SiO<sub>2</sub> толщины  $d = 4 \text{ nm}$  численное отыскание минимума функции  $E_2(\theta, w, \Delta Y)$  при  $N = 2$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $D = 5 \text{ cm}$  дает, что  $E_{2\text{min}} = 9.0 \text{ nm}$  до-

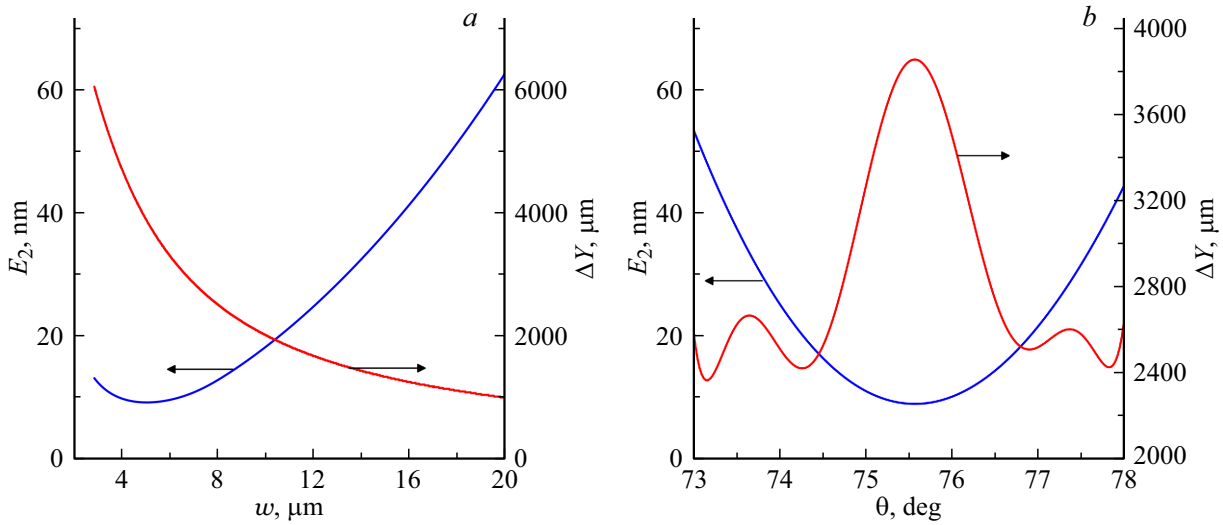
стигается при оптимальных  $\theta = 75.58^\circ$ ,  $w = 5.01 \mu\text{m}$ ,  $\Delta Y = 3840 \mu\text{m}$  (здесь  $\Delta Y = 2L\Delta y'$  — полная протяженность экспериментального диапазона  $y'$ ). О поведении функции  $E_2(\theta, w, \Delta Y)$  вблизи ее минимума позволяет судить рис. 3.

Существование оптимальных  $\Delta Y$  на рис. 3 объясняется тем, что чрезмерное увеличение  $\Delta Y$  практически не дает новой информации толщине слоя, но повышает роль экспериментальных погрешностей [20]. Наличие же оптимальных  $w$  (рис. 3, *a*) и  $\theta$  (рис. 3, *b*), отвечающих минимуму  $E_2$ , связано с реализацией контрастной  $m$ -линии.

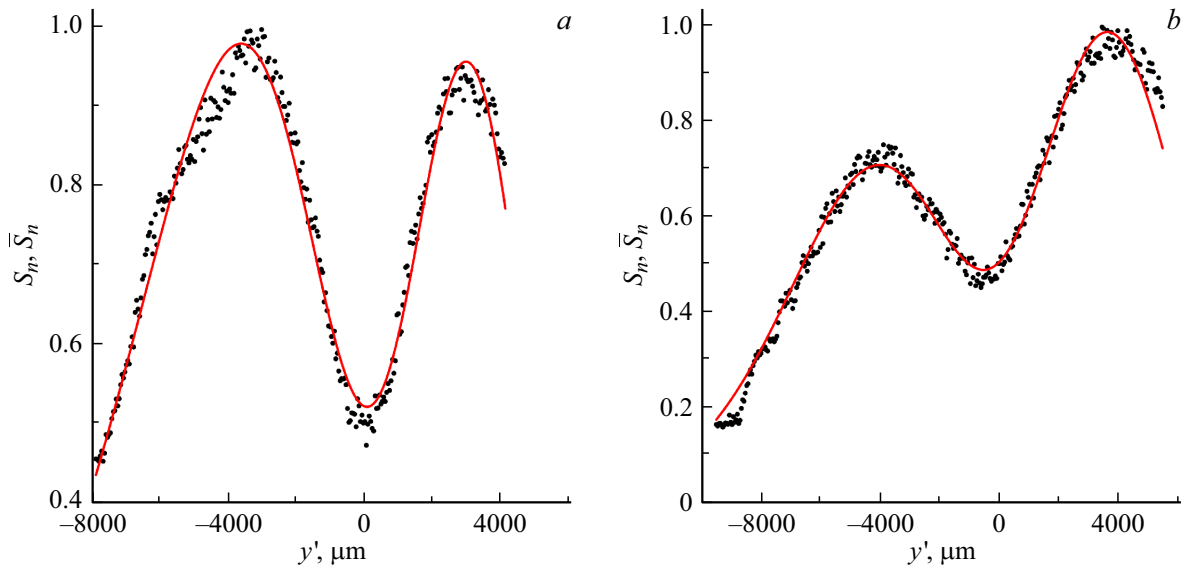
### 3. Эксперимент

С целью тестирования метода  $m$ -линий выполнены эксперименты для оксидных слоев различной толщины на поверхности кремния. Использованы два образца, полученные отжигом полированных пластин кремния в атмосфере кислорода в течение 15 (образец I) и 90 min (образец II), которые были исследованы ранее в [24] методом когерентной многоугловой эллипсометрии на длине волны  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ . Источником излучения служил одномодовый He–Ne-лазер с указанной длиной волны и с круговой поляризацией выходного пучка. Поляризация пучка на входе линзы  $O$  (рис. 1, *a*), задавалась





**Рис. 3.** Минимальное значение и соответствующий аргумент функции  $E_2(\Delta Y)$  в зависимости от  $w$  при  $\theta = 75.58^\circ$  (a) и в зависимости от  $\theta$  при  $w = 5.01 \mu\text{m}$  (b).



**Рис. 4.** a — теоретические (сплошные кривые) и экспериментальные (дискретные точки) контуры  $m$ -линий для образца I при  $\theta = 75.7^\circ$ ,  $D = 5 \text{ cm}$ , b — аналогичные данные для образца II при  $\theta = 61.21^\circ$ ,  $D = 7 \text{ cm}$ .

с помощью линейного поляризатора. Использовалась линза из ПММА с фокусным расстоянием 6.5 mm. Радиус сфокусированного пучка в перетяжке  $w = 2.05 \mu\text{m}$  был определен предварительно из распределения интенсивности дальнего поля пучка. Фотометрирование интенсивности осуществлялось линейкой фотоприемников Hamamatsu S13496 с расстоянием между соседними пикселями  $7 \mu\text{m}$ . Далее перетяжка пучка на выходе линзы совмещалась с поверхностью исследуемого слоя. Образец поворачивался до получения распределения интенсивности отраженного пучка в плоскости  $\Phi$  (рис. 1, a) в виде, подобном представленному на рис. 1, b. Первоначально это распределение наблюдалось на матовой поверхности с помощью смартфона Samsung Galaxy S10.

Затем данная поверхность заменялась входной плоскостью линейки фотоприемников, ориентированной вдоль плоскости падения пучка, и измерялось распределение интенсивности  $S(0, y'_j)$ . Расстояние между поверхностью образца и линейкой фотоприемников  $D$  (рис. 1, a) составляло 5 и 7 cm для образцов I и II соответственно. Угол падения пучка на образец контролировался гониометром ГС-5.

Для образца I распределения интенсивности отраженного пучка со структурой  $m$ -линии (рис. 1, b) удалось наблюдать только при  $\alpha = 0$  (пучок  $p$ -поляризации) в окрестности угла падения пучка  $\theta = 75.7^\circ$ , близкого к углу Брюстера. Для образца II подобные распределения были получены только при  $\alpha = \pi/2$

(пучок  $s$ -поляризации) в окрестности угла падения  $\theta = 61.21^\circ$ . Теоретические полученные в результате отыскания минимумов функции (45) градиентным методом ( $\bar{S}_n(y') = p_1 \bar{S}(y')$ ) и экспериментальные распределения интенсивности со структурой  $m$ -линий представлены на рис. 4.

При расчетах использована модель однородного оксидного слоя с двумя варьируемыми параметрами  $d$  и  $n_l$  (в (45)  $N = 3$ ). Для слоя I в результате решения обратной оптической задачи получены  $d = 8.2 \text{ nm}$ ,  $n_l = 1.463$ , для слоя II —  $d = 950 \text{ nm}$ ,  $n_l = 1.458$ . Эти данные удовлетворительно согласуются с  $d = 8.8 \text{ nm}$ ,  $n_l = 1.453$  для слоя I и с  $d = 940 \text{ nm}$ ,  $n_l = 1.46$  для слоя II, установленными методом многоугловой когерентной эллипсометрии в [24]. Можно предположить, что некоторое расхождение нынешних и предварительно полученных данных вызвано непостоянством толщины оксидов по поверхности образцов. Здесь уместно отметить, что в наших измерениях площадь зондируемой области на поверхности слоя  $2w^2/\cos\theta$  составляла  $34 \mu\text{m}^2$  для образца I и  $17.5 \mu\text{m}^2$  для образца II.

Заметим также, что в согласии с данными (43) и (44) для слоя I наблюдение  $m$ -линии возможно только при использовании пучка  $p$ -поляризации, падающего под углом, близким к углу Брюстера. Для слоя II ближайшим к его толщине  $950 \text{ nm}$  является значение  $d = 999 \text{ nm}$  из набора (44), что объясняет возможность обнаружения  $m$ -линии только при использовании пучка  $s$ -поляризации. Но нужный угол падения такого пучка  $\theta = 61.21^\circ$  заметно отличается от указанного в (44)  $\theta = 70.9^\circ$ . Это связано с резкой зависимостью угла минимального отражения волн  $s$ -поляризации от толщины слоя. Выполнение критерия наблюдения  $m$ -линий (36) для слоев I и II иллюстрируют две последних строки табл. 1.

## Заключение

Получено решение векторной электродинамической задачи об описании распределения интенсивности когерентного светового пучка, отраженного от плоскостройной среды. На его основе определены условия наблюдения  $m$ -линий в названном распределении при отражении пучка от ультратонкого диэлектрического слоя на подложке. Структура этих  $m$ -линий аналогична структуре  $m$ -линий, имеющих место при стандартной волноводной спектроскопии слоев, использующей призмное возбуждения волноводных мод. Однако их наблюдение, будучи связанным с возбуждением мод Ценнека  $p$ -, либо  $s$ -поляризации, обходится без призмы связи. Установлено, что контраст  $m$ -линий весьма чувствителен к толщине ультратонкого слоя. На этой основе предложен новый метод контроля толщины и показателя преломления ультратонких слоев. Его особенностями являются локальный контроль поверхности, отсутствие опорного сигнала и отсутствие необходимости механического вращения

образца (помимо юстировки оптической схемы), способствующие стабильности измерений. Выполнен анализ коэффициентов погрешностей метода. Их сравнение с коэффициентами погрешностей стандартного метода когерентной плосковолновой рефлектометрии подтвердило эффективность развитого подхода. Представлены эксперименты по наблюдению и обработке  $m$ -линий при решении обратной оптической задачи для оксидных слоев на поверхности кремния. Результаты определения показателей преломления и толщин слоев находятся в удовлетворительном согласии с данными многоугловой когерентной эллипсометрии.

## Финансирование работы

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь „1.15 Фотоника и электроника для инноваций“.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] A.V. Tikhonravov, T.V. Amotchkina, M.K. Trubetskov, R.J. Francis, V. Janitski, J. Sancho-Parramon, H. Zorc, V. Pervak. *Appl. Opt.*, **51** (2), 245 (2012). DOI: 10.1364/ao.51.000245
- [2] А.Б. Сотский, С.С. Михеев, Н.И. Стаськов, Л.И. Сотская. *Опт. и спектр.*, **128** (8), 1133 (2020). DOI: 10.21883/OS.2020.08.49711.79-20
- [3] D.E. Aspnes. *Thin Solid Films*, **571**, 334 (2014). DOI: 10.1016/j.tsf.2014.03.056
- [4] Л.А. Федюхин, А.В. Горчаков, Е.А. Колосовский. *Опт. и спектр.*, **128** (2), 266 (2020). DOI: 10.21883/OS.2020.02.48975.219-19
- [5] Д.И. Биленко, А.А. Сагайдачный, В.В. Галушка, В.П. Полянская. *ЖТФ*, **80** (10), 89 (2010). [D.I. Bilenko, A.A. Sagaidachnyi, V.V. Galushka, V.P. Polyanskaya. *Tech. Phys.*, **55** (10), 1478 (2010). DOI: 10.1134/S1063784210100130]
- [6] И.М. Алиев, С.П. Зинченко, А.П. Ковтун, Г.Н. Толмачев, А.В. Павленко. *ЖТФ*, **85** (10), 145 (2015).
- [7] A. Rosencwaig, J. Opsal, D.L. Willenborg, S.M. Kelso, J.T. Fanton. *Appl. Phys. Lett.*, **60** (11), 1301 (1992). DOI: 10.1063/1.107323
- [8] C. Garam, K. Mingyu, K. Jinyong, J.P. Heui. *Opt. Express*, **28**, 26908 (2020). DOI: 10.1364/OE.405204
- [9] J. Wang, L. Peng, F. Zhai, D. Tang, F. Gao, X. Zhang, R. Chen, L. Zhou, X. Jiang. *Opt. Express*, **31**, 6552 (2023). DOI: 10.1364/OE.481389
- [10] D.C. Holmes, R.P. Johnson. *Proc. SPIE*, **2337**, 176 (1994). DOI:10.1117/12.186643
- [11] A.V. Khomchenko. *Waveguide Spectroscopy of Thin Films* (Academic Press, Amsterdam, 2005)
- [12] А.Б. Сотский. *Теория оптических волноводных элементов* (УО „МГУ им. А.А. Кулешова“, Могилев, 2011)
- [13] Э. Камке. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. (Наука, М., 1951)

- [14] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике*. (Наука, Москва, 1977).
- [15] R. Ulrich. *J. Opt. Soc. Am.*, **20** (10), 1337 (1970).  
DOI: 10.1364/JOSA.60.001337
- [16] В.И. Смирнов. *Курс высшей математики*, т. 3, ч. 2 (БХВ-Петербург, СПб, 2010)
- [17] E.D. Palik. *Handbook of Optical Constants of Solids* (Academic press, Orlando, 1985)
- [18] А.Б. Сотский, С.С. Михеев, М.М. Назаров. Докл. НАН Беларуси, **63** (6), 672 (2019).  
DOI: 10.29235/1561-8323-2019-63-6-672-679
- [19] А.Б. Сотский, М.М. Назаров, С.С. Михеев, Л.И. Сотская. *ЖТФ*, **91** (2), 315 (2020).  
DOI: 10.21883/JTF.2021.02.50368.199-20
- [20] А.Б. Сотский, Л.М. Штейнгарт, С.О. Парашков, Л.И. Сотская. *Известия РАН. Сер. физ.*, **80** (4), 465 (2016).  
DOI: 10.7868/S036767651604030X
- [21] A. Piegari, E. Masetti. *Thin Solid Films*, **124**, 249 (1985).  
DOI: 10.1016/0040-6090(85)90273-1
- [22] D. Bing, Y. Wang, J. Bai, R. Du, G. Wu, L. Liu. *Opt. Commun.*, **406**, 128 (2018).  
DOI: 10.1016/j.optcom.2017.06.012
- [23] Y. Ghim, H. Rhee. *Opt. Lett.*, **44**, 5418 (2019).  
DOI: 10.1364/OL.44.005418
- [24] Н.И. Стаськов, Л.И. Сотская. *ЖПС*, **84** (5), 703 (2017).  
[N.I. Staskov, L.I. Sotskaya. *J. Appl. Spectr.*, **84**, 764 (2017).  
DOI: 10.1007/s10812-017-0542-z]