

06

## Использование модели полевой ионизации для описания импульсного пробоя твердых диэлектриков

© Ю.Э. Адамьян, С.И. Кривошеев, С.Г. Магазинов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
195251 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: wiradam@rambler.ru

Поступило в Редакцию 11 апреля 2023 г.  
В окончательной редакции 14 декабря 2023 г.  
Принято к публикации 18 декабря 2023 г.

Предложена оценочная методика расчета вольт-секундных характеристик пробоя твердых диэлектриков на основе модели полевой ионизации. Приведена процедура оценки радиуса головки стримера в зависимости от напряжения и геометрических характеристик системы. Продемонстрировано соответствие данных, получаемых по оценочным формулам, результатам модельного трехмерного конечно-элементного численного расчета. Для некоторых полимерных материалов определены параметры модели полевой ионизации. Показано удовлетворительное соответствие получаемых в оценочном расчете и экспериментально наблюдаемых вольт-секундных характеристик при наносекундных временах пробоя.

**Ключевые слова:** полевая ионизация, вольт-секундная характеристика, импульсная прочность диэлектрика, носитель заряда.

DOI: 10.61011/JTF.2024.02.57076.85-23

### Введение

При наносекундном импульсном пробое диэлектриков характеристики разряда существенным образом зависят от геометрии электродов. Наибольшее количество экспериментальных результатов в данной области получено в геометрии „острие-плоскость“. Это во многом связано с простотой реализации и более низкими разрядными напряжениями по сравнению с пробоем в поле, близком к однородному.

Для большинства полимерных диэлектриков имеет место эффект полярности острия, при прочих равных условиях напряжение пробоя при положительном острие значительно ниже, чем при отрицательном. Для объяснения данного эффекта предлагаются различные механизмы [1,2]. В работе [2] рассматривается двухстадийный процесс, связанный с захватом электронов ловушками. При положительной полярности острия основным источником ионизации может выступить туннельный эффект Зенеровского типа [2,3]. Он может иметь преобладающее значение в условиях весьма высокой напряженности электрического поля в окрестностях острия (для кратковременных процессов характерна напряженность порядка 109 В/м). Для инженерного описания основных характеристик импульсного пробоя в условиях сильно неоднородного поля актуальной является задача адаптации существующих физических моделей к условиям расчета с приемлемым уровнем затрат вычислительных ресурсов. При этом необходимо количественное соответствие получаемых результатов данным экспериментов на уровне точности экспериментальных данных. В работе [4] предложена модель полевой

ионизации макромолекул диэлектрика, учитывающая эффект дебаевского экранирования. Накопление носителей положительного заряда снижает потенциал ионизации молекул, что приводит к резкому ускорению развития разряда при достижении критической концентрации дырок. В неоднородном поле пороговый скачок скорости генерации носителей заряда может рассматриваться как фазовый переход, приводящий к формированию волны ионизации [5]. С учетом сказанного выше можно использовать данную модель для описания импульсного пробоя полимерного диэлектрика в геометрии „положительное острие — плоскость“, когда время запаздывания пробоя определяется скоростью движения фронта ионизации в головке стримера. Простота реализации данной модели и малое количество входящих в нее параметров дает возможность на ее основе разработать инженерный способ описания вольт-секундных характеристик (ВСХ) полимерных диэлектриков, не требующий значительных вычислительных затрат при решении конкретной задачи.

### 1. Описание расчетной модели

Модель импульсного пробоя полимерных диэлектриков, предложенная в работах [4,6,7], допускает сравнительно простую реализацию в системах конечно-элементного моделирования, таких, как ANSYS или COMSOL Multiphysics. При этом необходимо задать основные параметры, специфические для данного материала. Скорость нарастания концентрации носителей заряда определяется прозрачностью потенциального барьера  $D_{HL} = \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m}}{3e\hbar} \cdot \frac{\Delta^{3/2}}{E}\right)$ , зависящей от локального значения напряженности электрического поля  $E$

и высоты потенциального барьера  $\Delta$ . Последняя величина рассчитывается с учетом ее снижения  $\Delta I$  за счет дебаевского экранирования  $\Delta = E_g - \Delta I(p)$ , где  $E_g$  — ширина энергетической щели,  $p$  — концентрация носителей заряда. Под шириной энергетической щели в данном случае понимается  $E_g = |E_{\text{НОМО}} - E_{\text{ЛУМО}}|$  где  $E_{\text{НОМО}}$  и  $E_{\text{ЛУМО}}$  — энергии уровней НОМО и ЛУМО при туннельном переходе электрона с уровня высшей занятой орбитали макромолекулы (НОМО) на низшую свободную орбиталь (ЛУМО) соседней молекулы. Константа скорости туннельной ионизации  $k_{HL}(p)$  определяется формулой  $k_{HL}(p) = v_0 D_{HL}$ .

Скорость накопления носителей заряда в пренебрежении рекомбинацией определяется решением дифференциального уравнения  $\frac{dp}{dt} = k_{HL}(p) \cdot (M_0 - p)$ , где  $M_0$  — начальная концентрация способных ионизоваться фрагментов макромолекул  $10^{27} \text{ м}^{-3}$ . Подстановка в последнее выражение формулы для прозрачности потенциального барьера позволяет в явном виде получить зависимость скорости генерации носителей заряда от их концентрации и напряженности электрического поля:

$$\frac{dp}{dt} = v_0 \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m}}{3e\hbar} \times \frac{\left(E_g - e^2 \cdot \left(4\pi\epsilon_0 \cdot \sqrt{\epsilon_0 kT/\epsilon^2 p}\right)^{-1}\right)^{3/2}}{E}\right) (M_0 - p). \quad (1)$$

Процесс потери изоляционных свойств считается завершенным при достижении концентрации носителей заряда  $p_{\text{кр}} \sim 2 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$  [7].

Входящая в формулу (1) величина частотного фактора по версии авторов модели составляет  $v_0 \sim 10^{16} \text{ с}^{-1}$  и может интерпретироваться как частота столкновений электрона с барьером. При этом проведенные авторами расчеты демонстрируют весьма существенное различие экспериментальной и расчетной зависимости времени пробоя от скорости нарастания напряжения. Очевидно, что в реальных диэлектриках распределение энергетических потенциалов в силу наличия дефектов может существенно отличаться от характерного для идеального диэлектрика. Полученные экспериментально зависимости импульсной электрической прочности от длительности приложения электрического поля (ВСХ) реальных диэлектриков позволяют подобрать параметры модели полевой ионизации  $v_0$  и  $E_g$ , сохраняющей при этом прогностические возможности описания процесса электрического пробоя в различных темпоральных и пространственных режимах воздействия сильного электрического поля [8]. Выбор значения частотного фактора  $v_0$ , соответствующего экспериментальным данным, можно прокомментировать следующим образом. При напряженности поля, значительно превышающей статическую пробивную, прозрачность потенциального барьера  $D_{HL}$  должна быть порядка единицы. В этом случае в соответ-

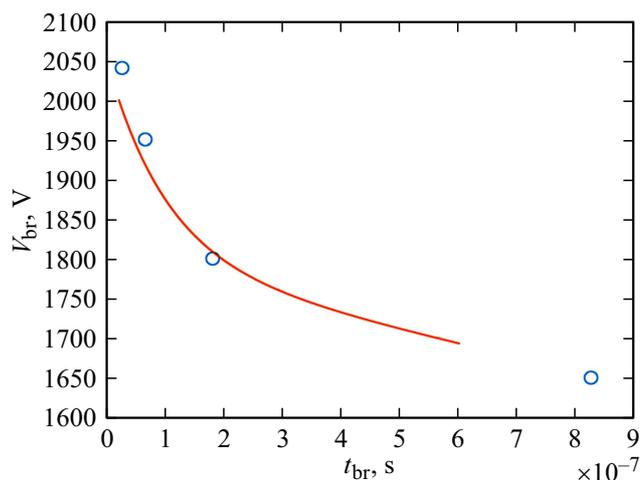
ствии с формулой (1)  $\frac{dp}{dt} \approx \frac{p_{\text{кр}}}{\tau} \approx v_0 \cdot M_0$ , где  $\tau$  — время пробоя. Экстраполяция экспериментальных данных [7] для ПЭТФ в область электрических полей  $E > 10^9 \text{ В/м}$  приводит к оценочному значению  $\tau \approx 10^{-12} \text{ с}$  и соответственно частотного фактора  $v_0 \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Дальнейшие расчеты подтверждают качественное соответствие этой оценки экспериментальным результатам. Столь существенное отклонение значения частотного фактора от исходного теоретического значения будет обсуждаться ниже.

При наносекундном пробое дрейфовая скорость носителей заряда значительно ниже скорости волны ионизации [5] с учетом того, что подвижность дырок, согласно известным оценкам,  $\mu \sim 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  [9]. Пренебрежение дрейфом позволяет интегрировать данную модель в полевую задачу COMSOL Multiphysics с использованием физического интерфейса обыкновенных дифференциальных уравнений (ODE). Это сильно снижает требования к вычислительным ресурсам и делает решение задачи достаточно устойчивым.

Решение в осесимметричной 2D-модели достигается сравнительно просто в геометрии поля, близкой к однородной, и позволяет провести подбор параметров модели  $v_0$  и  $E_g$  с учетом экспериментальных данных [8]. Однако при описании экспериментов с неоднородным полем (острие — плоскость) возникает сложность, заключающаяся в том, что использование осесимметричной 2D-модели приводит к неустойчивости вычислений, связанной с возможным случайным отклонением траектории стримера от прямолинейной. В этом случае канал стримера с точки зрения осесимметричной модели превращается в полую трубку, что сопровождается резким падением напряженности поля в его головке и „остановке“ движения, которая не имеет реального физического смысла. Подобного рода проблемы в некоторых работах решаются введением искусственной диффузии [10], что делает результаты расчетов менее убедительными. Применение же 3D-моделей приводит к очень большим вычислительным сложностям, неприемлемым при инженерных расчетах. Тем не менее 3D-моделирование может быть очень полезным для выявления отдельных закономерностей, характерных для наносекундного пробоя диэлектриков.

## 2. Результаты численных расчетов в поле, близком к однородному

Расчеты пробоя ПЭТФ в геометрии электродов, соответствующей однородному полю, для линейно нарастающего напряжения проводились в соответствии с условиями экспериментов работы [7]. Целью расчетов был подбор коэффициентов модели  $v_0$  и  $E_g$  в соответствии с экспериментальной ВСХ. Критерием пробоя было достижение критической концентрации носителей заряда на всем протяжении линии, соединяющей электроды. Как следует из экспериментальных данных [2,11], пробой



**Рис. 1.** Результаты моделирования ВСХ пробоя пленки полиэтилентерефталата (сплошная кривая), экспериментальные данные работы [7] (○).

в поле, изначально близком к однородному, носит стримерный характер, что не учитывается в проведенных двумерных расчетах. Однако можно предположить, что стримерная стадия в данной геометрии является относительно короткой во времени по сравнению с временем накопления носителей заряда в объеме межэлектродного пространства, поскольку распространение стримера происходит в предварительно ионизованной среде.

Выбранные значения  $\nu_0 = 4.2 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$  и  $E_g = 3.9 \text{ eV}$  несколько отличаются от ранее опубликованных [8], что связано с более строгим учетом геометрии электродов и структуры электрического поля в COMSOL-модели по сравнению с одномерным расчетом. Полученная по данным расчетов ВСХ (рис. 1) хорошо описывает экспериментальные данные в диапазоне времен 10–1000 ns.

Физический смысл параметров модели  $\nu_0$  и  $E_g$  и их отличие от теоретических значений применительно к условиям экспериментов будет обсуждаться ниже.

### 3. Основные результаты численного моделирования в геометрии „острие — плоскость“

Оценочный расчет ВСХ разрядного промежутка в принятой нами постановке подразумевает формулировку нескольких основных соотношений, построенных как на основе общепринятых формул, так и на использовании некоторых допущений, относящихся к используемой геометрии и модели ионизации.

Задача расчета — получение данных об основных характеристиках пробоя диэлектрика в модельной конфигурации для выяснения закономерностей, связывающих радиус и скорость стримера с геометрией разрядного промежутка и параметрами импульса напряжения. В данном случае речь не идет о моделировании условий

конкретного эксперимента, хотя сохранены основные особенности рассматриваемого класса экспериментов: высокие напряженности и сильно неоднородное поле. С учетом поставленной задачи тестовая геометрия расчетной области выбиралась по результатам пробных расчетов для получения достаточно высокого пространственного разрешения сетки при удовлетворительной сходимости и однозначности результатов расчета.

Описание конечно-элементного модельного расчета динамики стримера в геометрии „острие — плоскость“ приведено в Приложении. Там же приводится оценка влияния на результат принятых упрощений.

В отличие от опубликованных COMSOL-моделей, использующих для расчета распространения стримера в газовой среде модуль „плазма“ [12], моделирование проводилось в упрощенной постановке, с использованием физических интерфейсов обыкновенных дифференциальных уравнений (ODE) и Electric Currents. В соответствии со сказанным выше движение среды не рассматривалось. В модуле ODE определялась концентрация носителей заряда, в модуле Electric Currents определялось распределение потенциала в объеме. Проводимость среды в зоне ионизации определялась с учетом концентрации и подвижности носителей заряда. При достижении критической концентрации носителей проводимость среды искусственным образом увеличивалась до заданного значения, которое являлось варьируемым параметром.

Использованы параметры модели полевой ионизации ПЭТФ, подобранные при моделировании пробоя в однородном поле.

Такая постановка позволяет резко снизить сложность расчета и реализовать его в 3D-постановке без преодоления значительных вычислительных трудностей. По результатам численного моделирования в тестовой конфигурации можно сделать следующие выводы:

- сопоставление результатов расчетов для различных значений проводимостей канала стримера показывает достаточно слабую зависимость скорости распространения области ионизации от проводимости. Для модельного расчета при изменении проводимости от 5 до 100 S/m средняя скорость головки стримера меняется от  $5 \cdot 10^4$  до  $1.2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ;
- радиус головки стримера остается практически неизменным и в условиях модельного расчета имеет порядок  $1 \mu\text{m}$ ;
- характерный радиальный размер области ионизации близок к половине радиуса канала стримера, продольный — (0.1–0.2), что не противоречит имеющимся результатам более детальных расчетов параметров стримера [13,14].

### 4. Оценочные соотношения для ВСХ

Определение радиуса стримера является ключевым моментом для оценочных расчетов ВСХ в наносекунд-

ной области. В то же время не существует единого подхода к решению этого вопроса [14,15].

В контексте поставленной задачи для получения простой оценки ожидаемого радиуса стримера могут быть применены следующие соображения. Исходя из принципа непрерывности тока, можно сопоставить его компоненты по участкам контура разряда.

В зоне перед стримером протекает емкостный ток  $i_c$ , формируемый за счет движения головки стримера со скоростью  $u_{str}$  при постоянном напряжении  $V$ .

$$i_c = V \frac{dC}{dt} = V \frac{dC}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = V \frac{dC}{dx} u_{str}, \quad (2)$$

где  $C$  — емкость стримера.

Скорость распространения стримера в соответствии с [5] может быть оценена как

$$u_{str} \approx \frac{w}{\Delta p} \delta_E, \quad (3)$$

где  $\delta_E$  — характерный размер области неоднородности поля, в которой происходит ионизация,  $\Delta p$  — изменение концентрации носителей заряда,  $w$  — скорость генерации носителей заряда (здесь сохранено обозначение из цитируемой работы, в терминах настоящей работы  $w \equiv \frac{dp}{dt}$ ). Тогда  $\frac{w}{\Delta p} \approx \frac{1}{t_{cr}}$ . Принимая величину  $\delta_E$ , равной продольному размеру зоны ионизации  $h_i$ , получим

$$u_{str} \approx \frac{h_i}{t_{cr}}. \quad (4)$$

Заряд  $q_c$ , переносимый через контур за время  $t_{cr}$ , составит

$$q_c = i_c t_{cr} \approx V \frac{dC}{dx} h_i. \quad (5)$$

Заряд  $q_g$ , генерируемый за время  $t_{cr}$  в области ионизации, может быть оценен как произведение плотности заряда  $e p_{cr}$  на объем слоя толщиной  $h_i$  и радиусом зоны ионизации  $r_i$ :

$$q_g = e p_{cr} \pi r_i^2 h_i. \quad (6)$$

Исходя из предположения о постоянстве заряда в головке стримера, получим соотношение для определения радиуса зоны ионизации  $r_i$ :

$$V \frac{dC}{dx} \approx e p_{cr} \pi r_i^2. \quad (7)$$

Отсюда

$$r_i \approx \sqrt{\frac{V \frac{dC}{dx}}{\pi e p_{cr}}}. \quad (8)$$

В соответствии с данными численного расчета радиус стримера имеет примерно вдвое большую величину:

$$r_{str} \approx 2 \sqrt{\frac{V \frac{dC}{dx}}{\pi e p_{cr}}}. \quad (9)$$

Поскольку входящая в (9) производная  $dC/dx$  является функцией искомого радиуса, однозначное его определение может быть получено совместным решением

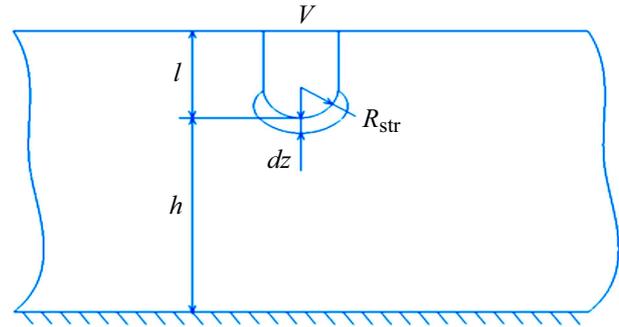


Рис. 2. К определению радиуса стримера.

уравнения (9) и уравнения, определяющего зависимость  $dC/dx$  от радиуса стримера, его длины и межэлектродного расстояния. Данная зависимость может быть получена с использованием формулы [16]:

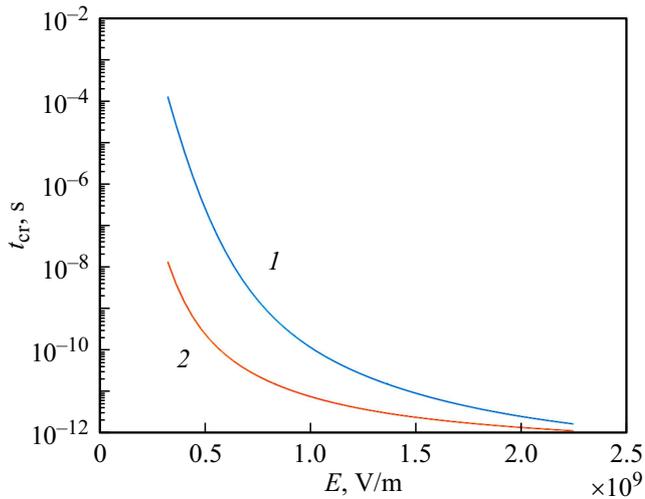
$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{l}{r_{str}} - D}, \quad (10)$$

где параметр  $D$  зависит от отношения  $h/l$  (рис. 2). Более точный результат можно получить численным решением электростатической задачи, в которой использована геометрия расчетной области предыдущего раздела, а стример моделируется цилиндрическим стержнем с радиусом закругления  $r_{str}$ . Решение уравнения (9) с использованием зависимости  $dC/dx(r_{str}, h, l)$  позволяет получить значение радиуса при заданных напряжении и геометрии разрядного промежутка. Полученное вышеуказанным способом значение радиуса хорошо согласуется с данными численного моделирования развития стримера в тестовой геометрии.

Оценка скорости распространения стримера основана на расчете времени  $t_{cr}$  достижения критического значения концентрации дырок  $p_{cr} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$  в зависимости от напряженности поля  $E$ . Время  $t_{cr}$  определялось интегрированием уравнения (1) с помощью стандартной процедуры Matlab ode45. Полученные зависимости  $t_{cr}(E)$  для модели ПЭТФ и ПММА приведены на рис. 3. Согласно им, существенное замедление процесса ионизации наблюдается при значениях напряженности, близких статическому пробое. При напряженности порядка  $2 \cdot 10^9 \text{ V/m}$  критическое время для ПЭТФ  $t_{cr} \sim 10^{-11} \text{ s}$ , в то время как параметры модели полевой ионизации из работы [7] приводят к нереально малым значениям  $t_{cr} \sim 10^{-14} \text{ s}$ .

Параметры модели ПММА для пробоя в однородном поле подбирались по данным [17], имеющими ограниченный характер, и были скорректированы в соответствии с [18] для улучшения соответствия всей совокупности экспериментальных данных (см. разд. 5). Используемые экспериментальные ВСХ ПММА удовлетворительно описываются при  $\nu_0 = 8 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$  и  $E_g = 2.37 \text{ eV}$ .

Напряженность поля в головке стримера, необходимая для определения  $t_{cr}$ , вычисляется по формуле (11) [18] с



**Рис. 3.** Связь напряженности поля  $E$  и  $t_{cr}$  для модели ПЭТФ (1) и ПММА (2).

учетом поправки на уменьшение напряженности вследствие конечной толщины зоны ионизации  $\eta \sim 0.8$  [14]:

$$E = \frac{2V\eta}{r_{str} \ln\left(\frac{2h}{r_{str}}\right)}. \quad (11)$$

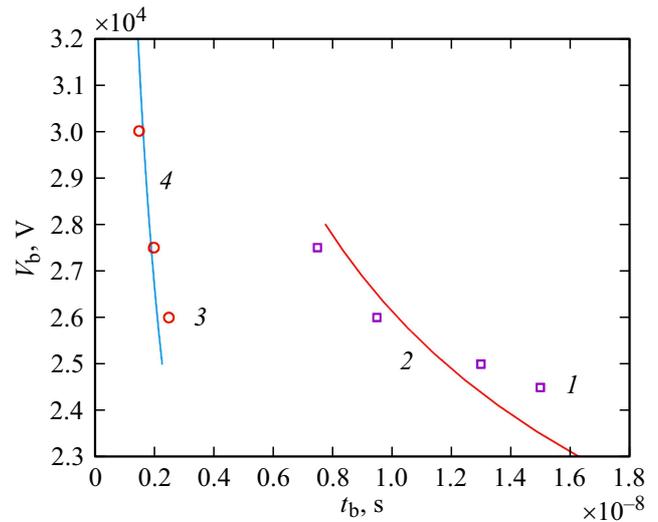
Таким образом, процедура оценочного расчета параметров пробоя в заданной геометрии при заданном напряжении сводится к следующим шагам:

- 1) проводится расчет  $dC/dx(r_{str}, h, l)$  для заданных  $h$  и  $l$  для набора значений  $r_{str}$ . Среднее значение по всем положениям головки стримера является функцией радиуса  $dC/dx = f(r_{str})$  (7);
- 2) совместно решая (9) и (10), получаем значение  $r_{str}$ ;
- 3) по формуле (11) определяем напряженность поля в головке стримера;
- 4) определяем соответствующую величину  $t_{cr}$  в соответствии с зависимостью рис. 3;
- 5) по формуле (4) вычисляем скорость стримера, и, далее, время пробоя в соответствии с длиной межэлектродного промежутка.

## 5. Сравнение оценок с экспериментальными данными

Для проверки применимости вышеприведенного подхода к описанию экспериментальных данных по пробоям твердых диэлектриков оценим вид ВСХ ПЭТФ по данным [19] для ПЭТФ и ПММА (рис. 4).

Оцененный по формулам (9), (10) радиус стримера составляет от 6 до 7  $\mu\text{m}$  для соответствующих геометрий опыта. Полученные по результатам оценочного расчета ВСХ промежутка „острие — плоскость“ качественно согласуются с данными работы [19]. С учетом значительного разброса экспериментальных данных и приближенного характера расчета соответствие может быть признано удовлетворительным.



**Рис. 4.** Экспериментальные (1) и расчетные (2) ВСХ для ПЭТФ толщиной 480  $\mu\text{m}$  и для ПММА толщиной 400  $\mu\text{m}$  (соответственно (3) и (4)) в геометрии „острие — плоскость“ по результатам оценочного расчета.

## 6. Обсуждение результатов

В рамках сопоставления расчетов, проведенных на основе модели полевой ионизации, с результатами экспериментов разных авторов возникает вопрос о значительном отличии значения частотного фактора  $\nu_0 \sim 10^8 - 10^9 \text{ s}^{-1}$  от теоретических оценок. Так, при использовании значения  $\nu_{0\text{theor}} \sim 10^{16} \text{ s}^{-1}$ , зависимость пробивной напряженности от времени практически отсутствует в условиях всех цитированных экспериментов, что противоречит экспериментальным данным.

Различию теоретических значений от подобранных по соответствию с экспериментом можно предложить следующее качественное объяснение. Ввиду чрезвычайно сильной зависимости прозрачности потенциального барьера от напряженности внешнего электрического поля, в реальном неоднородном диэлектрике интенсивный процесс полевой ионизации при приложении поля может начинаться для ограниченной части молекул диэлектрика. Способствовать этому могут дефекты структуры или наличие примесей, понижающие порог ионизации. Соответственно, скорость ионизации можно оценить как  $dp/dt \sim \nu_{0\text{theor}} D_{HL}(M_{eq} - p)$ , где  $M_{eq} \ll M_o$  — число макромолекул, соответствующих группе частиц с пониженным порогом ионизации. С учетом того что во всех рассматриваемых режимах  $p \ll M_o$ , можно примерно оценить соотношение применяемого в расчетах и теоретического значений частотного фактора как  $\frac{\nu_0}{\nu_{0\text{theor}}} \sim \frac{M_{eq}}{M_o}$ .

Это предположение коррелирует на качественном уровне с соотношением между значением  $E_g = 3.9 \text{ eV}$ , полученным при описании результатов экспериментов

для ПЭТФ, с шириной энергетической щели 6 eV, приводимой авторами [7].

Можно также предположить, что имеет место механизм изменения в электрическом поле не только высоты, но и ширины потенциального барьера [20]. Учет в дальнейшем этого фактора может привести к более строгому описанию импульсного пробоя полимерных диэлектриков.

По поводу принятых в оценочной модели упрощений можно сказать следующее.

При расчете критического времени генерации носителей заряда не учитывалась их релаксация, связанная с проводимостью среды. Проводимость плазмы в головке стримера, согласно оценке работы [5], может быть рассчитана как  $\sigma_0 \cong (e\varepsilon\varepsilon_0\mu w)^{1/2}$ , где  $w$  — скорость генерации носителей заряда. Из рис. 4, *b* видно, что скорость генерации носителей заряда на фронте ионизации составляет около  $5 \cdot 10^{34} \text{ s}^{-1}$ . При использовании этого значения получаем  $\sigma_0 \sim 0.05 \text{ S/m}$ . Соответственно, время релаксации Максвелла  $\tau_M \approx \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma}$  имеет порядок  $5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$ , что на порядок больше критического времени для рассмотренных случаев. Неучет релаксации заряда ограничивает применение модели диапазоном времен пробоя  $\tau < \frac{h}{r_{str}}\tau_M \sim 50 \text{ ns}$  [11].

При оценке напряженности поля головки стримера не учитывалось влияние объемного заряда в области генерации носителей. В отличие от разряда в газовой среде, где это влияние является определяющим, в рамках модели полевой ионизации переход среды в высокопроводящее состояние происходит скачком при достижении критической плотности носителей заряда. Проведенное численное решение электростатической задачи в геометрии, соответствующей вышеприведенным расчетам, с введением в область генерации объемного заряда с плотностью  $e\rho_{cr}$  (такая оценка является завышенной) демонстрирует увеличение напряженности поля примерно на 10% по сравнению со случаем неучета объемного заряда. Таким образом, данное упрощение в использованной постановке не приводит к критическим ошибкам в полученных результатах.

В оценочных расчетах влияние проводимости канала стримера не учитывалось. Из модельных численных расчетов видно, что скорость стримера увеличивается с увеличением проводимости достаточно мало (см. (4)). При продвижении стримера растущее сопротивление канала должно приводить к падению напряжения на его головке и, как следствие, уменьшению скорости. Возможным объяснением малости влияния этого фактора является компенсирующее действие роста напряженности с уменьшением радиуса, который, как следует из формулы (2), связан со снижением напряжения. Поэтому неопределенность в значении проводимости канала не влияет существенным образом на оценочные значения времени пробоя.

## Заключение

На основании реализации модели полевой ионизации в конечно-элементной среде COMSOL подобраны параметры  $E_g$  и  $v_0$  диэлектриков, удовлетворительно описывающие ВСХ, соответствующие пробую в однородном поле.

С использованием данных параметров проведены модельные трехмерные расчеты в конфигурации „острие — плоскость“ с целью выявления качественных закономерностей пробоя, которые затруднительно получить из экспериментальных результатов.

Упрощения, основанные на результатах модельных расчетов, позволяют предложить метод оценки основных параметров пробоя, базирующийся на определении характерного времени генерации носителей заряда.

Предложена формула для определения радиуса стримера, основанная на балансе заряда системы.

Скорость стримера определяется на основании критического времени формирования объемного заряда в области его головки и размера области ионизации.

Результаты оценочных расчетов ВСХ пробоя ПЭТФ и ПММА в геометрии „острие — плоскость“ удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

## Приложение

### Конечно-элементный расчет в геометрии „острие — плоскость“

Представлено краткое описание конечно-элементного расчета пробоя пленки ПЭТФ в среде COMSOL Multiphysics в геометрии „острие — плоскость“ в 3D-постановке. Расчетная область представляла собой 45-градусный цилиндрический сектор, на боковых гранях которого задается условие равенства нулю нормальной компоненты тока (рис. 5). Острие выполнено в виде эллипсоида с радиусом закругления  $3 \mu\text{m}$ . Расстояние

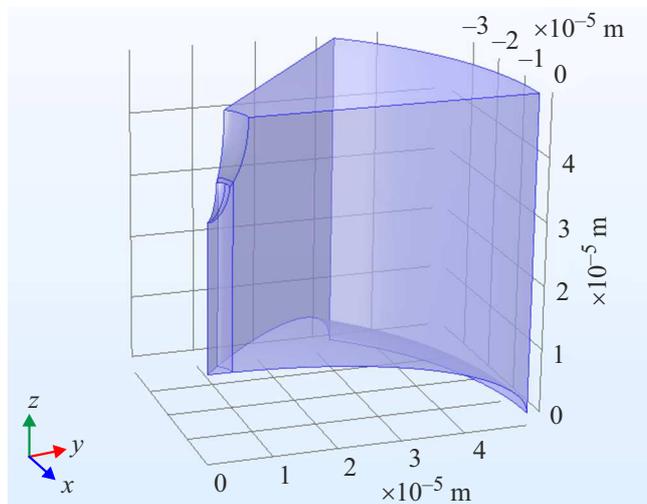
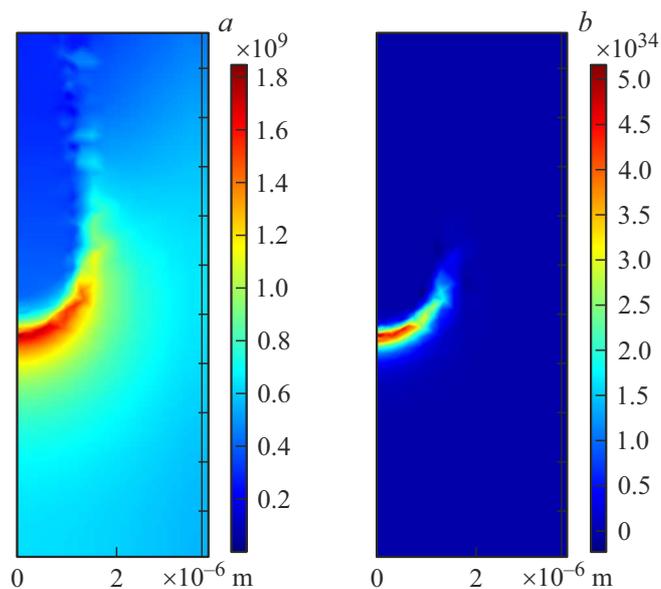


Рис. 5. Геометрия расчетной области модельной задачи.



**Рис. 6.** Пример пространственного распределения напряженности поля (*a*) и скорости генерации носителей заряда в окрестностях головки стримера (*b*).

между электродами  $d = 22.5 \mu\text{m}$ . К острию прикладывался импульс напряжения, близкий к прямоугольному, амплитудой  $U_m = 10 \text{ kV}$  с постоянной времени экспоненциального нарастания фронта  $0.1 \text{ ns}$ .

Моделирование проводилось в упрощенной постановке с использованием физических интерфейсов обыкновенных дифференциальных уравнений (ODE) и Electric Currents. Влияние объемного заряда головки стримера на напряженность поля не учитывается. О том, насколько это допущение влияет на интегральные характеристики процесса см. ниже. Так же следует отметить, что при моделировании пробоя проводимость сформировавшейся в результате движения стримера плазмы не может быть рассчитана в рамках модели полевой ионизации. Таким образом, возникает еще одна проблема, связанная с определением проводимости плазмы канала стримера степени ее влияния на характеристики процесса. В расчете, результаты которого представлены ниже, значение проводимости было принято равным  $10^2 \text{ S/m}$ . Этот выбор основывается на следующей грубой оценке. Согласно данным [21], подвижность носителей в канале пробоя имеет порядок  $\mu_k = 10^{-6} \text{ m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ . С учетом этого представленное выше значение проводимости получается при условии, что плотность материала в канале близка к плотности твердого тела, и материал ионизован полностью  $\sigma = \mu_k M_0 e$ . Для определения того, насколько результаты чувствительны к значению проводимости, проведены расчеты при вариации данного параметра. Результаты демонстрируют достаточно слабую зависимость скорости распространения области ионизации от проводимости. При изменении проводимости от  $5$  до  $100 \text{ S/m}$  средняя скорость головки стримера меняется от  $5 \cdot 10^4$  до  $1.2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ .

Хотя на начальной стадии вычислений, как правило, формируются несколько ответвляющихся каналов, во всех вариантах расчета можно выделить основной, наиболее быстро распространяющийся канал стримера, для которого с определенной степенью точности могут быть получены главные параметры: радиус, скорость распространения, напряженность поля в головке стримера.

На рис. 6 приведен пример пространственного распределения напряженности поля и скорости генерации носителей заряда в окрестностях головки стримера. Радиальный размер области, в которой происходит генерация основной части носителей заряда, составляет примерно половину радиуса стримера, продольный —  $(0.1-0.2)$ .

Степень влияния напряженности поля, создаваемого некомпенсированным объемным зарядом в головке стримера, может быть оценена по критической концентрации носителей и размерам области их генерации. Численное решение электростатической задачи в геометрии, соответствующей вышеприведенным расчетам с введением в область генерации объемного заряда с плотностью  $\rho_{\text{ср}}(r)$  (такая оценка является завышенной), демонстрирует увеличение напряженности поля примерно на  $10\%$  по сравнению со случаем неучета объемного заряда. Таким образом, данное упрощение не приводит к критическим ошибкам в полученных результатах.

## Благодарности

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого ([www.spbstu.ru](http://www.spbstu.ru)).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов

## Список литературы

- [1] В.С. Королев, Н.М. Торбин. Известия Томского политех. ун-та. Инжиниринг георесурсов, **184**, 121 (1970).
- [2] J.C. Devins, S.J. Rzed, R.J. Schwabe. J. Appl. Phys., **52** (7), 4531 (1981).
- [3] C. Zener. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, **145** (855), 523 (1934)
- [4] В.А. Закревский, Н.Т. Сударь. ФТТ, **55** (7), 1298 (2013). [V.A. Zakrevskii, N.T. Sudar. Physics Solid State, **55** (7), 1395 (2013).]
- [5] Н.И. Кускова. ЖТФ, **71** (2), 51 (2001).
- [6] В.А. Закревский, В.А. Пахотин, Н.Т. Сударь. ЖТФ, **87** (2), 249 (2017). [V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin, N.T. Sudar. Tech. Phys., **62** (2), 276 (2017).]
- [7] В.А. Закревский, В.А. Пахотин, Н.Т. Сударь. ЖТФ, **89** (1), 120 (2019). [V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin, N.T. Sudar. Tech. Phys., **63**, 1814 (2019).]

- [8] Ю.Э. Адамьян, С.И. Кривошеев, С.Г. Магазинов. Письма в ЖТФ, **47** (5), 48 (2021).
- [9] M. Sato, A. Kumada, K. Hidaka, T. Hirano, F. Satol. *Determination of Hole Mobility in Polyethylene: First Principle Calculation Based on Marcus Theory*. 2015 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), IEEE, 2015, p. 10–13.
- [10] J.G. Hwang, M. Zahn, L.A.A. Pettersson. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, **19** (1), 162 (2012).
- [11] L. Zhao, J.C. Su, C.L. Liu. AIP Advances, **10** (3), 035206 (2020).
- [12] Z. Zhao, X. Wei, Sh. Song, L. Cui, L. Zhang. Plasma Sci. Technol., **22** (4), 045403 (2020).
- [13] D. Bessières, J. Paillol, A. Bourdon, P. Ségur, E. Marode. J. Phys. D: Appl. Phys., **40** (21), 6559 (2007).
- [14] Н.Г. Лехтинен. Известия вузов. Радиофизика, **64** (1), 12 (2021).
- [15] G.A. Dawson, W.P. Winn. Zeitschrift für Physik, **183** (2), 159 (1965).
- [16] Ю.Я. Иоссель, Э.С. Кочанов, М.Г. Струнский. *Расчет электрической емкости* (Энергоиздат, ЛО, Л., 1981)
- [17] А.В. Астафуров, А.А. Воробьев, Г.А. Воробьев, К.М. Кевролева. Известия Томского политех. ун-та. Инжиниринг георесурсов, **94**, 16 (1958).
- [18] Ю.П. Райзер. *Физика газового разряда* (Наука, М., 1987), с. 511.
- [19] I. Kitani, K. Arii. IEEE Transactions on Electrical Insulation, **2**, 134 (1981).
- [20] А.И. Слуцкер, Т.М. Велиев, И.К. Алиева, В.А. Алекперов, Ю.И. Поликарпов, Д.Д. Каров. ФТТ, **58** (9), 1826 (2016).
- [21] И.Ф. Пунанов, И.С. Жидков, С.О. Чолах. *Высоковольтный наносекундный пробой конденсированных сред: учебное пособие* (Изд-во Уральского ун-та, Екатеринбург, 2018)