Многофотонный эффект Франца–Келдыша в ленте графена кресельного типа

© Б.С. Монозон [1], Т.А. Федорова [1,¶], P. Schmelcher [2]

[1] Санкт Петербургский морской технический университет,
190121 Санкт-Петербург, Россия
[2] Zentrum für Optishe Quantentechnologien, The Hamburg Centre for Ultrafast Imaging,
2607 Hamburg, Germany

¶ E-mail: fedorova.tan@gmail.com

Поступила в Редакцию 7 мая 2023 г.
В окончательной редакции 21 июня 2023 г.
Принята к публикации 30 октября 2023 г.

Аналитически рассматривается состояние электрона в ленте графена кресельного типа в электрическом поле, образованном суперпозицией периодического во времени сильного поля световой волны и слабого по сравнению с ним постоянного электрического поля. Поля поляризованы параллельно оси ленты. В модели Дирака исследуются электронные переходы между состояниями электронной и дырочной подзон размерного квантования. Показано, что вероятность межподзонного многофотонного перехода, вычисленная в резонансном приближении, осциллирует со временем с частотой Раби, зависящей от параметров ленты и сильного периодического поля. Амплитуда осцилляций существенно модулируется слабой постоянной составляющей как ниже, так и выше частотного порога перехода (эффект Франца–Келдыша).

Ключевые слова: графен, лента, эффект Франца–Келдыша.

DOI: 10.61011/FTP.2023.07.56790.4996C

Рассматриваемая задача восходит к середине прошлого века, когда Швингером был предсказан распад квантово-электродинамического (КЭД) вакуума с рождением электрон-позитронной пары в постоянном электрическом поле $\geq F_C^{(v)}$, превышающем критическое поле пробоя вакуума $F_C^{(v)} \sim 10^{18}$ В/м. Некоторое приближение к значениям $F_C^{(v)}$ было сделано уже в наше время с помощью использования переменного электрического поля [1].

В настоящее время лента графенового слоя, которая была недавно получена экспериментально, играет важную роль модели для изучения в лабораторных условиях проблемы взаимодействия КЭД вакуума с электромагнитным полем. Основу такой модели составляет общий для ленты и вакуума релятивистский закон дисперсии. Наряду с этим, для ленты графена, например, шириной $d = 2$ нм критическое постоянное поле оказывается лишь $F_c^{(g)} = 2 \cdot 10^8$ В/м. Далее изучаются межподзонные осцилляции Раби в кресельной ленте графена в электрическом поле $F(t) = F_0 \cos\omega t + F_1$, являющемся суперпозицией сильного электрического поля световой волны с амплитудой F_0 и частотой ω и слабого постоянного поля $F_1 \ll F_0$. Основное внимание уделяется влиянию постоянного поля F_1 на частотный спектр осцилляций Раби (эффект Франца–Келдыша) [2]. Со времени своего открытия этот эффект интенсивно изучался в объемных полупроводниках, в том числе и с участием экситонов, в полимерах и перовскитах, а в дальнейшем и в низкоразмерных полупроводниковых структурах. Большое количество статей посвящено эффекту Франца–Келдыша в квантовых ямах, нитях, точках и сверхрешетках, в слое и ленте графена (см. работы [3,4]). Комбинированный эффект в присутствии постоянного и переменного электрического поля в ленте графена к настоящему времени в литературе не представлен. Так как задача об электронных состояниях в кресельной ленте графена в переменном во времени сильном электрическом поле достаточно подробно рассмотрена в работе [5], в дальнейшем мы будем следовать лишь общей процедуре ее решения. Лента шириной d располагается в плоскости $x - y$, а электрическое поле считается поляризованным вдоль y-оси ленты. Спектр энергии свободного электрона в графеновой ленте с полупроводниковым законом дисперсии представляет собой последовательность одномерных подзон [5]:

$$\pm E_N(k) = \left(\varepsilon_N^2 + \hbar^2 v_{\mathrm{F}}^2 k^2\right)^{1/2};$$

$$\varepsilon_N = \left|N - \frac{1}{3}\right| \frac{\pi\hbar v_{\mathrm{F}}}{d}; \quad N = 0,\ \pm 1,\ \pm 2, \cdots, \qquad (1)$$

где ε_N и $\hbar k$ — энергия размерного квантованного поперечного x-движения электрона и его продольный импульс, $v_{\mathrm{F}} = 10^6$ м/с — скорость Ферми электрона в графене. В модели Дирака волновая функция продольного движения электрона в A и B подрешетках графена $\vec{u}(u_{\mathrm{A}}(y,t), u_{\mathrm{B}}(y,t))$ в электрическом поле $F(t)$ удовлетворяет уравнению [5]

$$\left[\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - eF(t)y\right)I + \varepsilon_N\sigma_x - i\hbar v_{\mathrm{F}}\frac{\partial}{\partial y}\sigma_y\right]\vec{u}(y,t) = 0, \quad (2)$$

в котором I и $\vec{\sigma}$ — единичная матрица и матрицы Паули. Перейдем к k представлению с функцией $\vec{\eta}(k,t) = [\eta_1(k,t),\ \eta_2(k,t)]$ вместе с преобразованием

Фолди–Вутхайзена с помощью унитарного оператора U^+, явный вид которого приведен в работе [5]:

$$\vec{u}(y,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{iq(k,t)y}U^+(k,t)\vec{\eta}(k,t)dk, \qquad (3)$$

где

$$\eta_{1,2}(k,t)=\exp\left\{\pm 2i\int\limits_0^t\Omega_N(k\tau)d\tau\right\}g_{1,2}(k,t),$$

$$\Omega_N^2(k,t)=\omega_N^2+v_F^2q^2(k,t);$$

$$q(k,t)=\frac{e}{\hbar}\int\limits_0^t F(\tau)d\tau+k; \quad \omega_N=\frac{\varepsilon_N}{\hbar}.$$

Подставляя функцию $\vec{u}(y,t)$ (3) в уравнение (2), получим систему уравнений для коэффициентов $g_{1,2}(k,t)$:

$$i\dot{g}_{1,2}(k,t)=-R_N(k,t)\exp\left\{\pm 2i\int\limits_0^t\Omega_N(k,\tau)d\tau\right\}g_{2,1}(k,t);$$

$$R_N(k,t)=\frac{\omega_N v_F}{2\hbar\Omega_N^2}eF(t). \qquad (4)$$

Дальнейшее рассмотрение удобно вести с использованием координатной функции

$$\vec{\psi}(y,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}e^{iq(k,t)y}\vec{\eta}(k,t)dk. \qquad (5)$$

Если в уравнениях (4) пренебречь действием оператора межподзонного перехода R_N, то решения этих уравнений $a_{1,2}(k)$ вместе с формулами (3) и (5) определят внутризонную волновую функцию $\vec{\psi}^{(0)}[\psi_1^{(0)},\ \psi_2^{(0)}]$. Вследствие периодичности электрического поля

$$F(t)=F\left(t+\frac{2\pi}{\omega}\right)$$

внутризонная функция должна удовлетворять условию

$$\vec{\psi}^{(0)}\left(y,\ t+\frac{2\pi}{\omega}\right)=\exp\left\{-i\varepsilon_N\frac{2\pi}{\omega}\right\}\vec{\psi}^{(0)}(y,t)$$

с квазиэнергией ε_N. Это условие приводит к коэффициентам

$$a_{1,2}(k)=C\exp\left\{-\frac{i}{eF_1}\left[-\varepsilon_N k\pm\left(\Delta_N k+\frac{\hbar^2}{2m_N}\frac{k^3}{3}\right)\right]\right\},$$

$$C=\left[\frac{\hbar}{2\pi eF_1}\sqrt{\frac{2(|\varepsilon_N|-\Delta_N}{m}}\right]^{1/4}, \qquad (6)$$

где

$$\frac{\hbar^2}{2m_N}=\frac{s_N E\left(\sqrt{1-s_N^2}\right)\hbar^2 v_F^2}{\pi\varepsilon_N}; \quad \Delta_N=\frac{2\varepsilon_N E\left(\sqrt{1-s_N^2}\right)}{\pi s_N};$$

$$s_N^2=(1-\gamma_N^{-2})^{-1}; \quad \gamma_N=\frac{\omega\varepsilon_N}{ev_F F_0}.$$

В этой формуле $m_N(\gamma_N)$ и $\Delta_N(\gamma_N)$ — эффективная масса и экстремум N-й подзоны с учетом влияния поля F_0, γ_N — параметр Келдыша [1], C — нормировочный коэффициент, определяемый предельным переходом полученных далее результатов к случаю $F_1=0$ [5].

Слабость постоянного электрического поля $F_1 \ll F_0$ позволяет пренебречь его влиянием на частоты Ω_N и R_N и выделить в экспоненциальном факторе уравнения (4) квазиэнергию перехода

$$\tilde{\varepsilon}_N(k)=\frac{\hbar\omega}{\pi}\int\limits_{-\frac{\pi}{\omega}}^{+\frac{\pi}{\omega}}\Omega_N(k,t)dt$$

$$\exp\left\{2i\int\limits_0^t\Omega_N(k,\tau)d\tau\right\}=\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\tilde{\varepsilon}_N(k)t\right\}S_N(k,t);$$

$$S_N(k,t)=S_N(k,t+T);$$

$$S_N(k,t)R_N(k,t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}e^{-il\omega t}A_l(k,\omega);$$

$$A_l(k,\omega)=\frac{\omega}{2\pi}\int\limits_{\frac{-\pi}{\omega}}^{\frac{-\pi}{\omega}}S_N(k,t)R_N(k,t)e^{il\omega t}dt.$$

Далее при решении системы уравнений (4), следуя результатам работы [5], используется резонансное приближение

$$\omega_l \ll \omega \quad \left(\omega_l=\frac{\tilde{\varepsilon}_N}{\hbar}-l\omega, \quad l=1,\ 2,\ \ldots\right),$$

с начальными условиями $\overline{g_{1,2}}(k,0)=a_{1,2}(k)$, в которых функции $a_1(k)\ll a_2(k)$ определены уравнениями (6) для начального состояния в валентной зоне ($\varepsilon_N<0$), а $\bar{g}_{1,2}(k,t)$ — усредненные по периоду $\frac{2\pi}{\omega}$ значения функций $g_{1,2}(k,t)$ вблизи значения t. В результате получаем

$$\bar{g}_1(k,t)=e^{\frac{i\omega_l t}{2}}$$
$$\times\left[i\left(A_l a_2(k)-\frac{\omega_l}{2}a_1(k)\right)\frac{\sin\Gamma_l t}{\Gamma_l}+a_1\cos\Gamma_l t\right];$$

$$\Gamma_l^2=\left(\frac{\omega_l}{2}\right)^2+A_l^2;$$

$$\bar{g}_2(k,t)=e^{-\frac{i\omega_l t}{2}}$$
$$\times\left[i\left(A_l^* a_1(k)+\frac{\omega_l}{2}a_2(k)\right)\frac{\sin\Gamma_l t}{\Gamma_l}+a_2\cos\Gamma_l t\right] \qquad (7)$$

$$A_l(\omega,k)=\frac{\omega}{2\pi}\int\limits_{-\frac{\pi}{\omega}}^{+\frac{\pi}{\omega}}\exp\left\{-i\varepsilon_N(k)\frac{t}{\hbar}+2i\int\limits_0^t\Omega_N(k\tau)d\tau\right\}$$
$$\times R_N(k,t)e^{il\omega t}dt.$$

В дальнейшем будем использовать соотношение $\tilde{\varepsilon}_N = 2\varepsilon_N$, следующее из явного вида квазиэнергии перехода $\tilde{\varepsilon}_N$ [5] и из формулы (6) для слабого электрического поля F_1. Коэффициент перехода из валентной подзоны ($\varepsilon_N = -|\varepsilon_N| < 0$) в подзону проводимости ($\varepsilon_N > 0$) может быть вычислен как

$$c(\varepsilon_N, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{\psi}_{\varepsilon_N}(y, t)\vec{\psi}^{(0)*}_{\varepsilon_N}(y, t)dy, \tag{8}$$

где $\vec{\psi}_{\varepsilon_N}$ — двухподзонная, а $\vec{\psi}^{(0)}_{\varepsilon_N}$ — внутриподзонная функции, определенные формулой (5), в которой следует взять коэффициенты $\eta_{1,2}(k, t)$ (3) с решениями $\bar{g}_{1,2}(k, t)$ (7) и $a_{1,2}(k)$ (6) ($\varepsilon_N > 0,\ a_1 \gg a_2$) для функций $\vec{\psi}_{\varepsilon_N}$ и $\vec{\psi}^{(0)*}_{\varepsilon_N}$ соответственно. Оставляя в формуле (8) лишь произведение $a_2a_1^*$ „больших" коэффициентов a_2 в функции $\vec{\psi}_{\varepsilon_N}$ и a_1^* в функции $\vec{\psi}^{(0)*}_{\varepsilon_N}$, после несложных вычислений получим

$$c(\varepsilon_N, t) = ie^{\frac{i\omega_l t}{2}} A_l(\omega, k)2\sqrt{\pi} \times \frac{\sin\Gamma_l t}{\Gamma_l} C^2\left(\frac{2\mu_N G_N}{\hbar^2}\right)^{1/2} Ai\left(\frac{-\beta_N}{G_N}\right), \tag{9}$$

где

$$\beta_N = l\hbar\omega - 2\Delta_N + \hbar\omega_l, \quad G_N = \left(\frac{\hbar^2 e^2 F_1^2}{2\mu_N}\right)^{1/3},$$

$\mu_N = \frac{m_N}{2}$ — приведенная масса зон, $Ai\left(\frac{-\beta_N}{G_N}\right)$ — функция Эйри. В слабом электрическом поле можно считать $A_l(\omega, k) \approx A_l(\omega, 0)$ [5], где

$$A_l(\omega, 0) = \frac{\omega}{3}\exp\left\{-\frac{l}{s_N}\left[K(s_N) - E(s_N)\right]\right\}\sin^2\frac{l\pi}{2}, \quad l = 1,\ 3,\ 5\ldots, \tag{10}$$

а $K(s_N)$ и $E(s_N)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

При условии точного резонанса ω_l=0, Γ_l=A_l, β_N=β_{0N} $= l\hbar\omega - 2\Delta_N$ дифференциальная вероятность разрешенного нечетнофотонного межподзонного N-перехода $w_N l(t) = |c(\varepsilon_N, t)|^2$ приобретает вид осцилляций Раби

$$w_{Nl}(\omega,\ F_1;\ t) = \mathscr{P}_{Nl}(\omega,\ F_1)\sin^2(|A_l(\omega, 0)|t) \tag{11}$$

с частотой

$$\Omega^R_{Nl}(\omega, F_0) = 2|A_l(\omega, 0)|$$

и амплитудой

$$\mathscr{P}_{Nl}(\omega, F_1) = 2\left(\frac{\beta_{0N}}{G_N}\right)^{1/2} Ai^2\left(-\frac{\beta_{0N}}{G_N}\right).$$

Частота Раби $\Omega^R_{Nl}(\omega, F_0)$ возрастает с ростом амплитуды электрического поля F_0 и ширины ленты d [5]. Постоянное электрическое поле F_1 существенно влияет на амплитуду осцилляций $\mathscr{P}_{Nl}(\omega, F_1)$. Выше края перехода $\beta_{0N} > 0$ амплитуда становится осциллирующей функцией смещения β_{0N} с периодом $2.78G_N$, в то время как ниже края $\beta_{0N} < 0$ вероятность перехода $\sim \mathscr{P}_{Nl}$ убывает как $\exp\left\{-\frac{4}{3}\left(\frac{\beta_{0N}}{G_N}\right)^{3/2}\right\}$. В отсутствие постоянного поля F_1 амплитуда $\mathscr{P}_{Nl}(\omega, 0)$ выше и ниже края $\beta_{0N} = 0$ становится равной $\mathscr{P}_{Nl} = 1$ и $\mathscr{P}_{Nl} = 0$ [5]. В поле F_1 эффективный край перехода смещается в длинноволновую сторону на величину $\Delta\beta^{(-)}_{0N} = -1.60G_N$, а основной осцилляционный пик сдвигается в область коротких волн на расстояние $\Delta\beta^{(+)}_{0N} = 1.02G_N$. В многофотонном пределе $\gamma_N \gg 1$ энергия $G_N \sim (F_1^2 d)^{1/3}$. Оценки, сделанные для основного межподзонного перехода $N = 0$ в ленте шириной $d = 2$ нм под влиянием излучения микрометрового диапазона с полем $F_0 = 360$ кВ/см и частотой $\omega = 3.3 \cdot 10^{14}\,\text{с}^{-1}$ ($\lambda = 5.7$ мкм, $l = 3$, $\gamma_0 = 3$), дают для частоты Раби $\Omega^R_{Nl} = 2.54 \cdot 10^{12}\,\text{с}^{-1}$. В поле $F_1 = 40$ кВ/см характерная энергия $G_N = 12.5$ мэВ. В работе [6] рассчитывалось время релаксации при рассеянии электронов на фононах τ_{ph} в ленте графена в широком диапазоне ширин и при различных температурах. Обсуждаемому выше случаю соответствует при температуре $T = 30$ K время $\tau_{\text{ph}} = 1.03 \cdot 10^{-11}$ с. Параметр, определяющий влияние фононного механизма подавления осцилляций Раби, оказывается равным $\Omega^R_{Nl}\tau_{\text{ph}} \approx 26$ и свидетельствует о том, что осцилляции Раби в кресельной ленте графена при относительно низких температурах вполне наблюдаемы в лабораторных условиях. Разумеется, кроме рассеяния на фононах, следует иметь в виду и рассеяние на дефектах, основными из которых являются заряженные примеси, хаотические напряжения и резонансные рассеиватели. Их влияние может быть эффективно сокращено как понижением температуры, так и путем быстро прогрессирующей технологии изготовления основанных на графене структур [7].

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] H. Taya. Phys. Rev. D, **99**, 056006 (2019). https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.056006

[2] Л.В. Келдыш. ЖЭТФ, **34**, 1138 (1958).

[3] R.E. Putnam, jr., M.E. Raikh. Solid State Commun., **353**, 114861 (2022).

[4] Y. Zhou, M.W. Wu. Phys. Rev. B, **83**, 245436 (2011).

[5] B.S. Monozon, P.S. Schmelcher. Rev. B, **105**, 115435 (2022). https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.11543

[6] A. Betti, G. Fiori, G. Iannaccone. 2010 Int. Electron Devices Meeting (San Francisco, CA, USA, 2010) p. 32.2.1 DOI: 10.1109/IEDM.2010.5703462

[7] Z.H. Ni, L.A. Ponomarenko, R.R. Nair, R. Yang, S. Anissimova, I.V. Grigorieva, F. Schedin, P. Blake, Z.X. Shen, E.H. Hill, K.S. Novoselov, A.K. Geim. Nano Lett., **10**, 3868 (2010).

Редактор А.Н. Смирнов

Multiphoton Franz–Keldysh effect in an armchair graphene nanoribbon

B.S. Monozon[1], *T.A. Fedorova*[1], *P. Schmelcher*[2]

[1] St. Petersburg Marine Technical University,
190121 St. Petersburg, Russia
[2] Zentrum fur Optishe Quanten technologien,
The Hamburg Centre for Ultrafast Imaging,
2607 Hamburg, Germany

Abstract We investigate the electron state in an armchair graphene nanoribbon exposed to the time-periodic strong electric field of intense light wave and constant in time weak electric field both polarized to the ribbon axis. The Dirac approach is taken for the investigation of the electron transitions between the size quantized electron and hole subbands. It is shown that the probability of an intersubband multiphoton transition, calculated in the resonant approximation, oscillates in time with the Rabi frequency, which in turn depends on the ribbon parameters and strong periodic electric field magnitude. The oscillations' magnitude is modified significantly by the weak electric field both, below and above the frequency threshold (Franz-Keldysh effect).