

Переход от диффузионного к гидродинамическому режиму в аномальном эффекте Холла

© Д.С. Зограбян^{1,2}, М.М. Глазов³

¹ Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка, Россия

² Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия

³ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: glazov@coherent.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 18 октября 2023 г.

В окончательной редакции 18 октября 2023 г.

Принята к публикации 18 октября 2023 г.

Развита теория аномального эффекта Холла в проводящих каналах с двумерным электронным газом в случае, когда время межэлектронных столкновений значительно короче, чем транспортное время релаксации. Прослежен переход между диффузионным режимом транспорта, когда длина импульсной релаксации электронов заметно меньше, чем ширина канала, и гидродинамическим режимом, когда длина импульсной релаксации превышает ширину канала. Рассчитаны вклады аномальной скорости, сдвигов волновых пакетов и асимметричного рассеяния в аномальное холловское поле и напряжение. Показано, что аномальное холловское напряжение, вызванное асимметричным рассеянием, может обладать нетривиальной координатной зависимостью и менять знак в зависимости от конкретного механизма рассеяния.

Ключевые слова: аномальный эффект Холла, магнитотранспорт, спин-орбитальное взаимодействие, электрон-электронные столкновения, гидродинамика электронной жидкости, аномальная скорость, сдвиг волновых пакетов, асимметричное рассеяние.

DOI: 10.61011/FTT.2023.12.56777.231

1. Введение

В последние годы заметный интерес возрос к исследованию спинового и аномального эффектов Холла [1,2]. В этих явлениях ярко проявляются спиновые степени свободы носителей заряда и спин-орбитальное взаимодействие. Спиновый эффект Холла состоит в генерации потока спина перпендикулярно приложенному электрическому полю [3–6]. В многодолинных полупроводниках, например, в атомарно тонких дихалькогенидах переходных металлов возможен долинный эффект Холла, где носители в разных долинах распространяются в противоположные стороны [7,8]. В аномальном эффекте Холла спиновый поток конвертируется в электрический ток под действием внешнего магнитного поля. Это приводит к вкладам в холловское напряжение и постоянную Холла, не связанным с действием силы Лоренца на носители тока, а пропорциональным намагнитченности системы [9].

Микроскопические механизмы спинового и аномального эффектов Холла тесно связаны друг с другом и активно обсуждались в литературе в течение последнего полувека [10–19]. К настоящему времени твердо установлено, что имеется три основных механизма этих эффектов в немагнитных полупроводниках: (i) асимметричное рассеяние (skew scattering), (ii) сдвиги электронных волновых пакетов при рассеянии (side-jump) и (iii) аномальная скорость (anomalous

velocity), наведенная внешним электрическим полем [17]. Поскольку природа аномальной скорости и сдвигового вклада по существу одинакова и обусловлена действием на электрон либо внешнего поля, либо поля, создаваемого статическим дефектом или фононом, то в стационарных условиях часть сдвигового вклада компенсирует вклад аномальной скорости [1,8], ср. с [20].

К настоящему времени спиновый и аномальный эффекты Холла хорошо исследованы для диффузионного режима электронного транспорта. Эта стандартная ситуация для достаточно больших, макроскопических образцов, геометрические размеры которых превосходят как длину свободного пробега электронов l , обусловленную рассеянием носителей тока на дефектах решетки и фононах, так и длину спиновой релаксации l_s . Однако развитие нанотехнологий и прогресс в материаловедении позволяют создавать сверхчистые структуры с двумерным электронным газом, где длина свободного пробега превышает ширину проводящего канала $l \gg w$. При этом режимы электронного транспорта оказываются качественно иными по сравнению с диффузионным случаем. Ярким примером тому служит гидродинамическое течение электронов, недавно обнаруженное в сверхчистых электронных системах [21–28]. В таком режиме длина свободного пробега по отношению к межчастичным столкновениям l_{ee} мала по сравнению с шириной канала. Соответственно потеря импульса

носителей заряда происходит, в основном, при рассеянии на стенках, а межчастичные столкновения обеспечивают вязкость электронной жидкости. Это приводит к ряду нетривиальных эффектов в транспорте и магнито-транспорте электронов в сверхчистых системах [29–35], см. также обзоры [36,37].

В сверхчистых электронных каналах ожидается существенная модификация аномального эффекта Холла [38–43]. В недавних работах [42,44] в рамках кинетического уравнения для спиновой матрицы плотности была построена теория спинового и аномального эффектов Холла в сверхчистых каналах с двумерным электронным газом и исследованы вклады микроскопических механизмов в случае, когда релаксация импульса происходит на стенках проводящего канала, а поле действует на электроны по всей площади структуры. При этом отдельно рассматривались случаи баллистического транспорта, когда $l_{ee} \gg w$ (и межчастичные столкновения практически не играют роли), и гидродинамического транспорта, когда $l_{ee} \ll w \ll l$. Цель данной статьи проследить переход между гидродинамическим и диффузионным режимами электронного транспорта в аномальном эффекте Холла. Здесь мы будем рассматривать электронный газ с параболическим спектром и предполагать произвольным соотношение между l и l_{ee} , но считать, что $l_{ee} \ll w$, т.е. что электрон-электронные столкновения весьма эффективны.

В разд. 2 мы сформулируем модель эффекта в рамках метода спиновой матрицы плотности и приведем общий вид кинетического уравнения. В разд. 3 обсуждается нормальный эффект Холла при переходе из диффузионного режима в гидродинамический. Раздел 4 посвящен аномальному эффекту Холла, он содержит основные результаты работы. Итоги работы подведены в разд. 5.

2. Модель

Геометрия изучаемой системы представлена на рис. 1. Внешнее электрическое поле приложено вдоль оси канала с квазидвумерным электронным газом $\mathbf{E} \parallel y$ (в этом направлении канал предполагается неограниченным, электрический ток может течь вдоль y), ширина канала вдоль x равна w , внешнее магнитное поле приложено перпендикулярно плоскости двумерного электронного газа $\mathbf{B} \parallel z$. Рассеяние на стенках канала считается диффузным.

Транспорт электронов в канале будем описывать в рамках кинетического уравнения для спиновой матрицы плотности

$$\hat{\rho}_{\mathbf{p}} = f_{\mathbf{p}} \hat{I} + \mathbf{s}_{\mathbf{p}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (1)$$

где \mathbf{p} — импульс электрона, \hat{I} — единичная матрица размера 2×2 , $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ — вектор, составленный из матриц Паули, $f_{\mathbf{p}} = \text{Tr} \hat{\rho}_{\mathbf{p}} / 2$ — усредненная по спину функция распределения электронов, $\mathbf{s}_{\mathbf{p}} = \text{Tr} \{ \hat{\rho}_{\mathbf{p}} \hat{\boldsymbol{\sigma}} / 2 \}$ —

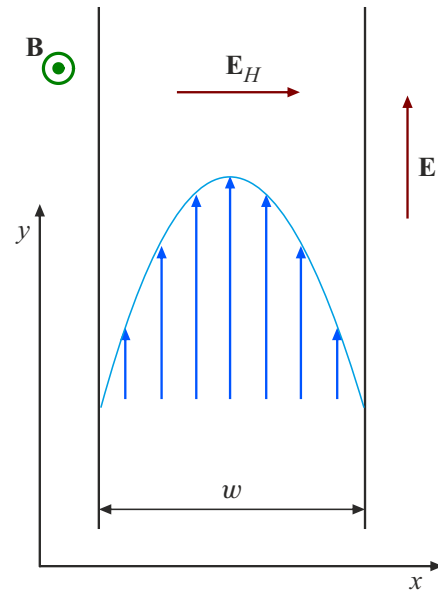


Рис. 1. Схематическое изображение исследуемой системы. Внешнее электрическое поле \mathbf{E} направлено вдоль оси канала y , внешнее магнитное поле \mathbf{B} направлено по нормали к структуре z . Как следствие возникает холловское поле \mathbf{E}_H , направленное вдоль x . Стрелки и параболическая огибающая изображают профиль тока в канале для гидродинамического режима.

спиновая часть функции распределения. Матрица плотности удовлетворяет кинетическому уравнению [44]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}} \hat{\rho}_{\mathbf{p}} + e(\mathbf{E} + \mathbf{E}_H) \frac{\partial \hat{\rho}_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \frac{\partial \hat{\rho}_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} \\ = -\frac{\hat{\rho}_{\mathbf{p}} - \overline{\hat{\rho}_{\mathbf{p}}}}{\tau} + \hat{Q}_{ee} \{ \hat{\rho}_{\mathbf{p}} \} + \hat{G}_{\mathbf{p}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}}$ — оператор скорости электрона (с учетом аномальных вкладов, приведенных ниже), \mathbf{E}_H — холловское поле, возникающее за счет перераспределения электронов, индуцированного эффектом Холла, $e < 0$ — заряд электрона, c — скорость света, $\overline{\hat{\rho}_{\mathbf{p}}} = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \hat{\rho}_{\mathbf{p}} d\varphi$ — усредненная по углам вектора \mathbf{p} матрица плотности, τ — время свободного пробега электрона по отношению к электрон-примесным и электрон-фононным столкновениям (время импульсной релаксации), $\hat{Q}_{ee} \{ \hat{\rho}_{\mathbf{p}} \}$ — интеграл электрон-электронных столкновений, $\hat{G}_{\mathbf{p}}$ — интеграл столкновений, отвечающий за генерацию аномального холловского тока. Здесь и далее $\partial/\partial \mathbf{r}$ и $\partial/\partial \mathbf{p}$ обозначают градиенты по пространственной координате и по импульсу. Ферми-жидкостными перенормировками пренебрегаем.

Кинетическое уравнение (2) следует дополнить граничными условиями. Для интересующего нас режима диффузного рассеяния на стенках канала эти условия

имеют вид

$$\hat{\rho}_p(\pm w/2) = \begin{cases} \text{const, } p_x > 0, & x = -w/2, \\ \text{const, } p_x < 0, & x = w/2, \end{cases} \quad (3)$$

где $p_x = p \cos \varphi$ — x -компонента импульса. Физический смысл граничного условия (3) состоит в том, что электроны после рассеяния на стенках имеют изотропную функцию распределения. Также считается, что стенки непроницаемы для электронов, $\sum_p \hat{v}_{p,x} \hat{\rho}_p = 0$.

Нас будет интересовать случай вырожденного электронного газа, где $T \lesssim \varepsilon_F$, где ε_F — энергия Ферми, а постоянная Больцмана здесь и далее положена равной единице. В этом случае удобно ввести проинтегрированные по энергии функции распределения частиц и спина, которые зависят только от угла между \mathbf{p} и осью x , а именно,

$$F_\varphi = \mathcal{D} \int_0^\infty f_p d\varepsilon, \quad S_\varphi = \mathcal{D} \int_0^\infty s_p d\varepsilon, \quad (4)$$

где $\mathcal{D} = m/(2\pi\hbar^2)$ — плотность состояний на одну проекцию спина, $\varepsilon = p^2/2m$ — спектр электронов, который для простоты считаем параболическим, m — их эффективная масса.

Так как холловское поле параллельно оси x (см. рис. 1), введем электростатический потенциал $\Phi(x)$ согласно

$$\mathbf{E}_H = -\frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \hat{\mathbf{x}}, \quad (5)$$

где $\hat{\mathbf{x}}$ — единичный вектор в направлении x . Этот потенциал можно включить в перенормированную функцию распределения, определив $\tilde{F}_\varphi(x)$ как

$$\tilde{F}_\varphi(x) = F_\varphi(x) + e\mathcal{D}\Phi(x). \quad (6)$$

В типичных условиях электрический ток, вызванный дисбалансом зарядов, значительно превышает диффузионный ток, обусловленный градиентом химического потенциала, поэтому [44,45]:

$$\mathbf{E}_H \approx -\frac{1}{e\mathcal{D}} \frac{\partial \tilde{F}_\varphi}{\partial x} \hat{\mathbf{x}}. \quad (7)$$

Наша цель — найти холловское поле в линейном по \mathbf{E} и \mathbf{B} приближении. Взяв след от уравнения (2) и проинтегрировав его по энергии с учетом замены (6), получим следующее кинетическое уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(v_x \tilde{F}_\varphi + v_a S_{z,\varphi}^0 \right) + \omega_c \frac{\partial \tilde{F}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{F}_\varphi - \overline{\tilde{F}_\varphi}}{\tau} \\ = Q_{ee} \{ \tilde{F}_\varphi \} + e\mathcal{D}E v_y + G_\varphi. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $v_x = v \cos \varphi$, $v_y = v \sin \varphi$ — компоненты скорости, где $v = \sqrt{2\varepsilon_F/m}$ — скорость Ферми, $\omega_c = -eB/mc$ — циклотронная частота, $v_a \propto E$ — аномальная часть скорости (см. разд. 4), а

$$S_{z,\varphi}^0 \equiv S_z^0 = -\frac{1}{2} \mathcal{D} g \mu_B B \quad (9)$$

равновесная спиновая поляризация в магнитном поле, g — g -фактор электрона, μ_B — магнетон Бора.

3. Нормальный эффект Холла

В этом разделе для иллюстрации общего подхода мы коротко обсудим кинетические уравнения на обычную и спиновую функции распределения и их решения без учета аномальных вкладов. Это позволит, в частности, описать нормальный эффект Холла, обусловленный действием силы Лоренца на электроны. Также мы проанализируем, как меняется холловское поле при переходе из диффузионного к гидродинамическому режиму транспорта.

A. Функция распределения и холловское поле

Кинетическое уравнение (8) в пренебрежении аномальными вкладами принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (v_x \tilde{F}_\varphi) + \omega_c \frac{\partial \tilde{F}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\tilde{F}_\varphi - \overline{\tilde{F}_\varphi}}{\tau} = Q_{ee} \{ \tilde{F}_\varphi \} + e\mathcal{D}E v_y. \quad (10)$$

Для описания электрон-электронных столкновений воспользуемся приближением времени релаксации, тогда интеграл межчастичных столкновений записывается как [37,42,44,46–48]:

$$Q_{ee} \{ \tilde{F}_\varphi \} = \frac{\tilde{F}_\varphi - \overline{\tilde{F}_\varphi} - \overline{\tilde{F}_\varphi^c} \cos \varphi - \overline{\tilde{F}_\varphi^s} \sin \varphi}{\tau_{ee}}, \quad (11)$$

где

$$\overline{\tilde{F}_\varphi^c} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{F}_\varphi \cos \varphi d\varphi, \quad \overline{\tilde{F}_\varphi^s} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{F}_\varphi \sin \varphi d\varphi. \quad (12)$$

Здесь τ_{ee} — эффективное время межэлектронных столкновений. Подчеркнем, что такой упрощенный вид интеграла электрон-электронных столкновений учитывает сохранение числа частиц (нулевой гармоники гармоники функции распределения) и импульса (первой гармоники функции распределения).

При выполнении интересующих нас условий: $l_{ee}/w \ll 1$, l/l_{ee} — произвольное, можно решать кинетическое уравнение, разложив интегральную функцию распределения по угловым гармоникам и оставив только гармоники до второго порядка, независимо от величины отношения l/l_{ee} . Считая магнитное поле слабым $\omega_c \tau_{ee} \ll 1$, будем искать решение уравнения (10) итерациями по магнитному полю. Положив $\mathbf{B} = 0$, запишем функцию распределения в виде

$$\delta \tilde{F}_\varphi(x) = \delta F_1(x) \sin \varphi + \delta F_2(x) \sin 2\varphi \propto E, \quad (13)$$

Подставляя разложение (13) и интеграл столкновений (11) в кинетическое уравнение (10), получаем уравнения на гармоники

$$\frac{l_1}{2} \frac{\partial \delta F_2}{\partial x} + \delta F_1 = eEl_1 \mathcal{D}, \quad (14a)$$

$$\frac{l_2}{2} \frac{\partial \delta F_1}{\partial x} + \delta F_2 = 0, \quad (14b)$$

где $l_{1,2} = v\tau_{1,2}$, причем $\tau_1 \equiv \tau$, $\tau_2 = (\tau^{-1} + \tau_{ee}^{-1})^{-1}$, соответственно, времена релаксации первой и второй угло-

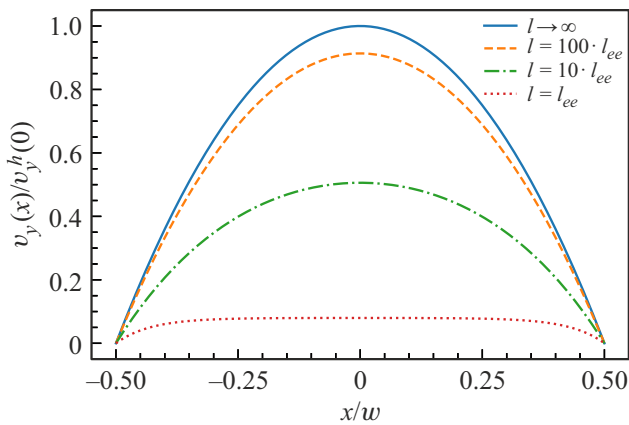


Рис. 2. Пространственное распределение скорости электронов $v_y \propto \delta F_1(x)$ в (13), рассчитанное по формулам (15) и (16) при различных отношениях l/l_{ee} , указанных на вставке. Скорость нормирована на максимальную скорость в гидродинамическом режиме (при $l \rightarrow \infty$) $v_y^h(0) = eE\mathcal{D}w^2/4\tau_{ee}$.

вых гармоник. Решая данную систему с учетом условия отсутствия тока на границе,¹ $\delta F_1(x = \pm w/2) = 0$, получим

$$\delta F_{1,2} = eE\mathcal{D}l_1\lambda_{1,2}(x), \quad (15)$$

где введены функции

$$\lambda_1(x) = l_1 \left(1 - \frac{\cosh(2x/\sqrt{l_1 l_2})}{\cosh(w/\sqrt{l_1 l_2})} \right), \quad (16a)$$

$$\lambda_2(x) = \sqrt{l_1 l_2} \frac{\sinh(2x/\sqrt{l_1 l_2})}{\cosh(w/\sqrt{l_1 l_2})}. \quad (16b)$$

В пределе $l \rightarrow \infty$, а точнее при $l_{ee} \gg w^2$, реализуется гидродинамический режим транспорта электронов и течение Пуазейля, характеризующееся параболической зависимостью скорости электронов от координаты (рис. 1). Напротив, в пределе $l \ll w$ реализуется диффузионный режим, и профиль течения становится плоским и не зависит от координаты (строго говоря, скорость обращается в нуль вблизи стенок на пренебрежимо малом масштабе $\sim l_{ee}$). Переход между этими режимами проиллюстрирован на рис. 2, где представлены рассчитанные согласно (15) и (16) профили скорости при различных соотношениях l/l_{ee} . Видно, что с уменьшением длины свободного пробега l уменьшается скорость электронов, а пространственное распределение скоростей качественно меняется: от параболического при $l \rightarrow \infty$, что соответствует течению Пуазейля, к плоскому при $l \rightarrow 0$, что соответствует диффузионному режиму.

Далее учтем магнитное поле и найдем поле Холла. Для этого подставим решение в электрическом поле (15) в член с ω_c в (10) и определим линейный по

¹ При $l_{ee} \ll w$ условие (3) сводится к требованию обращения в нуль скорости электронов на границе.

магнитному полю вклад в интегральную функцию распределения. Разложение этого магнитоиндуцированного вклада по угловым гармоникам будет следующим:

$$\Delta \tilde{F}_\varphi(x) = \Delta \tilde{F}_0(x) + \Delta F_1(x) \cos \varphi + \Delta F_2(x) \cos 2\varphi, \quad (17)$$

причем коэффициенты при угловых гармониках удовлетворяют уравнениям

$$\frac{v}{2} \frac{\partial \Delta F_1}{\partial x} = 0, \quad (18a)$$

$$v \frac{\partial \Delta \tilde{F}_0}{\partial x} + \frac{v}{2} \frac{\partial \Delta F_2}{\partial x} + \omega_c \delta F_1 + \frac{\Delta F_1}{\tau} = 0, \quad (18b)$$

$$\frac{v}{2} \frac{\partial \Delta F_1}{\partial x} + 2\omega_c \delta F_2 + \frac{\Delta F_2}{\tau_2} = 0. \quad (18c)$$

Решая эту систему уравнений и используя соотношение (7), получим выражение для холловского поля

$$E_H = E \cdot \omega_c \tau_2 \left(\frac{\lambda_1}{l_2} - \frac{\partial \lambda_2}{\partial x} \right), \quad (19)$$

где функции λ_1 , λ_2 введены в (16). На рис. 3,а показаны, рассчитанные по формуле (19), зависимости поля Холла $E_H(x)$ для различных соотношений l/l_{ee} . Панель (b) рис. 3 демонстрирует холловское напряжение, полученное интегрированием E_H в (19), при тех же значениях l/l_{ee} . В предельном случае диффузионного режима $E_H = \omega_c \tau_1 E$, а в гидродинамическом режиме, когда $l_{ee} \gg w^2$ холловское поле обладает нетривиальной координатной зависимостью в согласии с [49].

В. Спиновая функция распределения

Теперь перейдем к определению спиновой функции распределения $s_{z,p}$, которая необходима для дальнейшего расчета аномального эффекта Холла (ср. с [44]). Как и выше, для расчета спиновой функции распределения можно пренебречь аномальными вкладами в кинетическом уравнении и учесть лишь релаксацию спина к равновесному (9). Запишем кинетическое уравнение на спиновую функцию распределения, проинтегрированную по энергии, раскладывая ее, как и функцию распределения числа частиц, до второй угловой гармоники включительно

$$\cos \varphi \frac{\partial S_{z,\varphi}}{\partial x} + \frac{S_z^1 \sin \varphi}{\tau_1^s} + \frac{S_z^2 \sin 2\varphi}{\tau_2^s} = e\mathcal{D}E \frac{S_z^0}{N} \sin \varphi,$$

где S_z^1 , S_z^2 , соответственно, коэффициенты разложения при первой и второй гармониках, ср. с выражением (13), τ_1^s , τ_2^s — их времена релаксации, N — средняя плотность электронов системы.

Важно отметить, что времена релаксации спиновой функции распределения различны в разных магнитных полях. В случае малого магнитного поля, когда

$$|g\mu_B B| \ll T \ll \varepsilon_F, \quad (21a)$$

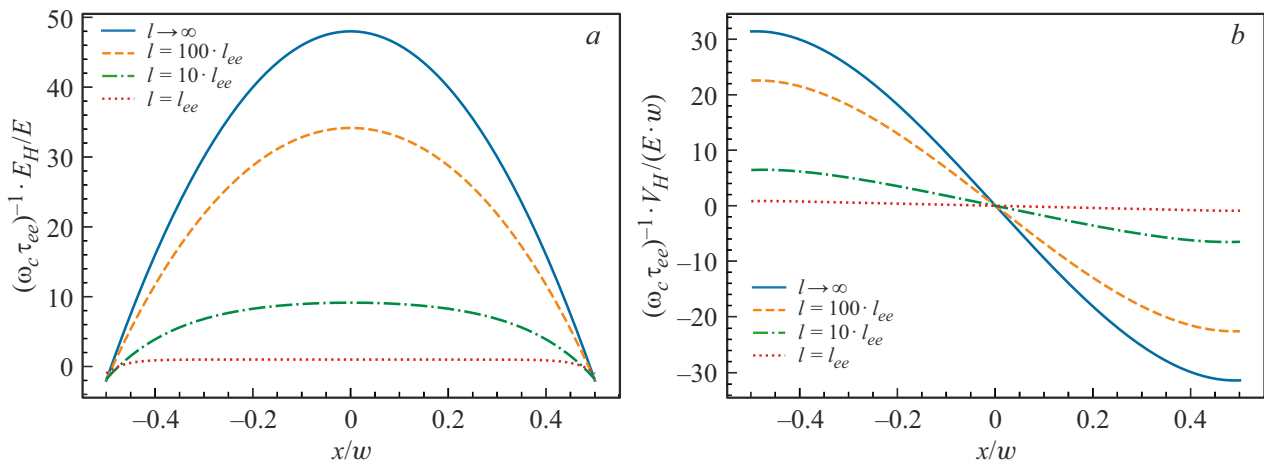


Рис. 3. Зависимость холловского поля (а) и напряжения (b) от координаты при переходе из диффузионного в гидродинамический режим для нормального эффекта Холла.

релаксация и первой, и второй гармоники происходит и из-за электрон-примесных, и из-за электрон-электронных столкновений, при этом $\tau_1^s = \tau_2^s = (\tau^{-1} + \tau_{ee}^{-1})^{-1}$ [50–53]. В таком режиме, как мы увидим далее, с точки зрения спиновой функции распределения всегда реализуется диффузионный режим, т.к. $l_{ee} \ll w$. Для умеренных магнитных полей, когда

$$T \ll |g\mu_B B| \ll \varepsilon_F, \tag{21b}$$

релаксация первой гармоники спиновой функции распределения при электрон-электронных столкновениях подавлена [54], т.к. столкновения между электронами с противоположными спинами становятся крайне неэффективными. В таком случае $\tau_1^s = \tau$ и $\tau_2^s = (\tau^{-1} + \tau_{ee}^{-1})^{-1}$.

Решения уравнения (20) вполне аналогично нахождению $\delta F_{1,2}$ из уравнений (14). По аналогии с (15) получаем

$$S_z^{1,2}(x) = \frac{S_0}{N} eE \mathcal{D} \lambda_{1,2}^s(x), \tag{22}$$

где функции $\lambda_{1,2}^s$ отличаются от функций $\lambda_{1,2}$ в (16) заменой длин релаксации $l_{1,2}$ на „спиновые“ $l_{1,2}^s = v\tau_{1,2}^s$.

В случае малого магнитного поля (21a) вторая гармоника (22) равна нулю везде, кроме узкой окрестности стенок размером l_1^s . Эта полоска не вносит заметный вклад в аномальный эффект Холла, поэтому в дальнейшем ее ролью мы пренебрегаем. Первая гармоника (22) в таком пределе не зависит от координаты. Этот результат соответствует диффузионному режиму спинового транспорта, несмотря на то, что $l \gg l_{ee}$.

В умеренных магнитных полях (21b) обе гармоники остаются и, вообще говоря, существенно зависят от координаты. В этом случае эволюция профиля S_z^1 при изменении отношения τ/τ_{ee} аналогична представленной на рис. 2 для пространственного распределения скоростей.

4. Аномальный эффект Холла

А. Модель

Как известно, аномальный эффект Холла обусловлен спин-орбитальным взаимодействием. Имеется три основных механизма эффекта [17]: аномальная скорость, сдвиги электронных волновых пакетов при рассеянии и асимметричное рассеяние электронов, которые мы и будем учитывать в дальнейшем. Следуя работам [8,42,44], где эти механизмы подробно обсуждаются, приведем выражения для соответствующих вкладов в кинетическое уравнение (8).

Начнем с механизмов, вклад которых не зависит от режима транспорта и координаты. Первый из них — *аномальная скорость (anomalous velocity)*, которая возникает в электрическом поле у спин-поляризованных электронов при наличии ненулевой кривизны Берри энергетических зон. Она имеет различный знак для электронов с разными проекциями спина и входит в оператор скорости в кинетическом уравнении (2) как

$$\hat{v}_{a,B} = \hat{\sigma}_z v_{a,B}, \quad v_{a,B} = -\frac{2\xi e}{\hbar} [\hat{z} \times \mathbf{E}], \tag{23}$$

где \hat{z} — единичная нормаль к структуре, а индекс B в $v_{a,B}$ означает, что это вклад в аномальную скорость из-за наличия кривизны Берри. Параметр ξ характеризует силу спин-орбитальной связи [8,42,44]. Соответствующий вклад в аномальную скорость в уравнении (8) можно представить в виде

$$v_{a,B} = \frac{2\xi e}{\hbar} E. \tag{24}$$

Второй независимый от координаты и режима транспорта вклад обусловлен аномальным распределением электронов, возникающем при их рассеянии на примесях или фононах с учетом асимметрии рассеяния, индуцированной сдвигами волновых пакетов: вклад *аномального*

распределения (*anomalous distribution*). Эффект аномального распределения вносит вклад в генерационное слагаемое в кинетическом уравнении (8):

$$G_{\varphi,adist} = G_{adist} \cos \varphi, \quad (25)$$

где

$$G_{adist} = -(1 + \nu) \frac{2\xi e}{l\hbar} ES_z^0, \quad (26)$$

и ν — параметр, зависящий от механизма рассеяния [8,44].

Сдвиги волновых пакетов при рассеянии приводят и к вкладу в аномальную скорость, называемому вкладом накопления сдвигов волновых пакетов (*side jump accumulation*). Соответствующая аномальная добавка к скорости в (8) зависит от координаты

$$v_{a,sj}(x) = -(1 + \nu) \frac{\lambda_1^s(x)}{l} \frac{\xi}{\hbar} eE, \quad (27)$$

где функция $\lambda_1^s(x)$ описывает пространственный профиль первой угловой гармоники спиновой функции распределения, см. уравнения (22) и (16a).

Последний механизм аномального эффекта Холла связан с *асимметричным рассеянием* (*skew scattering*) на примесях и фононах. Он вносит следующий вклад в генерационное слагаемое в (8):

$$G_{\varphi,sk}(x) = G_{sk} \cos \varphi, \quad (28)$$

где

$$G_{sk} = S_{imp} \frac{\tau^2}{\hbar} \frac{\lambda_1^s(x)}{l} \frac{\xi e}{l\hbar} E \frac{NS_z^0}{2}, \quad (29)$$

где коэффициент S_{imp} определяет степень асимметрии рассеяния. Выражение для S_{imp} согласно [8] (см. также [18]) включает в себя два вклада²

$$S_{imp} = \frac{2\pi U_v}{\tau} + \frac{8\nu\hbar}{N\tau^2}, \quad (30)$$

где в случае рассеяния на короткодействующих дефектах U_v — фурье-образ (мощность) потенциала одиночного дефекта. Первое и второе слагаемые в (30) соответствуют вкладу третьего порядка по потенциалу дефекта, и вкладу от когерентного рассеяния на парах дефектов [8,44]. Подчеркнем, что межэлектронные столкновения сохраняют импульс пары, поэтому они не могут сами по себе внести вклад в аномальный эффект Холла [44], но могут приводить к генерации спиновых токов [42].

Поскольку в малых магнитных полях нормальный и аномальный вклады в эффект Холла аддитивны, то аномальная часть функции распределения (отвечающая за аномальный эффект Холла) удовлетворяет следующему уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} [v_x \tilde{F}_\varphi + (v_{a,B} + v_{a,sj}) S_{z,\varphi}^0] + \frac{\tilde{F}_\varphi - \overline{\tilde{F}_\varphi}}{\tau} \\ = Q_{ee} \{ \tilde{F}_\varphi \} + (G_{adist} + G_{sk}) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (31)$$

² Выражение (30) исправляет опечатку, допущенную в формуле (26) из [42].

Это уравнение получается из (8) путем исключения вкладов, содержащих внешнее электрическое поле $e\mathcal{D}Ev_y$ и силу Лоренца $\omega_c \partial \tilde{F}_\varphi / \partial \varphi$. Как и в разделе 3 функцию распределения с учетом условия $l_{ee} \ll w$ можно разложить по трем угловым гармоникам

$$\tilde{F}_\varphi = \overline{\tilde{F}_\varphi} + F_1 \cos \varphi + F_2 \cos 2\varphi. \quad (32)$$

Коэффициенты при угловых гармониках удовлетворяют системе уравнений [ср. с (18)]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{2} F_1 + v_a S_z^0 \right) = 0, \quad (33a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\nu \left(\overline{\tilde{F}_\varphi} + \frac{F_2}{2} \right) \right] = -\frac{F_1}{\tau_1} + G, \quad (33b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu}{2} F_1 \right) + \frac{F_2}{\tau_2} = 0. \quad (33c)$$

Обобщая решение, полученное в [44] в гидродинамическом режиме, получаем с учетом соотношения (7) выражение для аномального вклада в холловское поле

$$E_{H,a} = -\frac{2S_z^0}{ev\mathcal{D}} \frac{v_a}{l_1} + \frac{l_2}{2ev\mathcal{D}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (v_a S_z^0) - \frac{G}{ev\mathcal{D}}. \quad (34)$$

где $v_a = v_{a,B} + v_{a,sj}$, $G = G_{adist} + G_{sk}$. Уравнение (34) — ключевой результат нашей работы, он обобщает формулы, полученные в [44], на случай произвольного соотношения между l и l_{ee} .

В. Анализ результатов

Проанализируем полученные результаты. Для этого мы рассмотрим последовательно два случая малых и умеренных магнитных полей, где выполнено условие (21a) или (21b) соответственно.

1. Малые магнитные поля

В случае малых магнитных полей, когда выполнено (21a), первая гармоника спиновой функции распределения эффективно релаксирует за счет межчастичных столкновений. Для распределения спинов в этом случае реализуется диффузионный режим независимо от соотношения между l и l_{ee} , а вклады всех механизмов аномального эффекта Холла оказываются независимыми от координаты. Величины $v_{a,sj}$ и $G_{\varphi,sk}$ принимают вид (44a) и (50a) из [44]. При $l \rightarrow \infty$ из (34) мы получаем для аномальных вкладов формулы (68a), (68b) и (68d) из [44]. При произвольном l/l_{ee} сумма всех вкладов будет следующей:

$$E_{H,a} = -\frac{S_z^0 E}{ev\mathcal{D}} \cdot \frac{2\xi e}{\hbar(l + l_{ee})} \left(1 - \nu + \frac{\pi U_v N}{2v\hbar} l_{ee} \right). \quad (35)$$

Напряжение Холла,

$$V_{H,a} = -\int_0^x E_{H,a}(x') dx',$$

[ср. с (5)] оказывается в этом случае линейной функцией координаты. Координатные зависимости отдельных

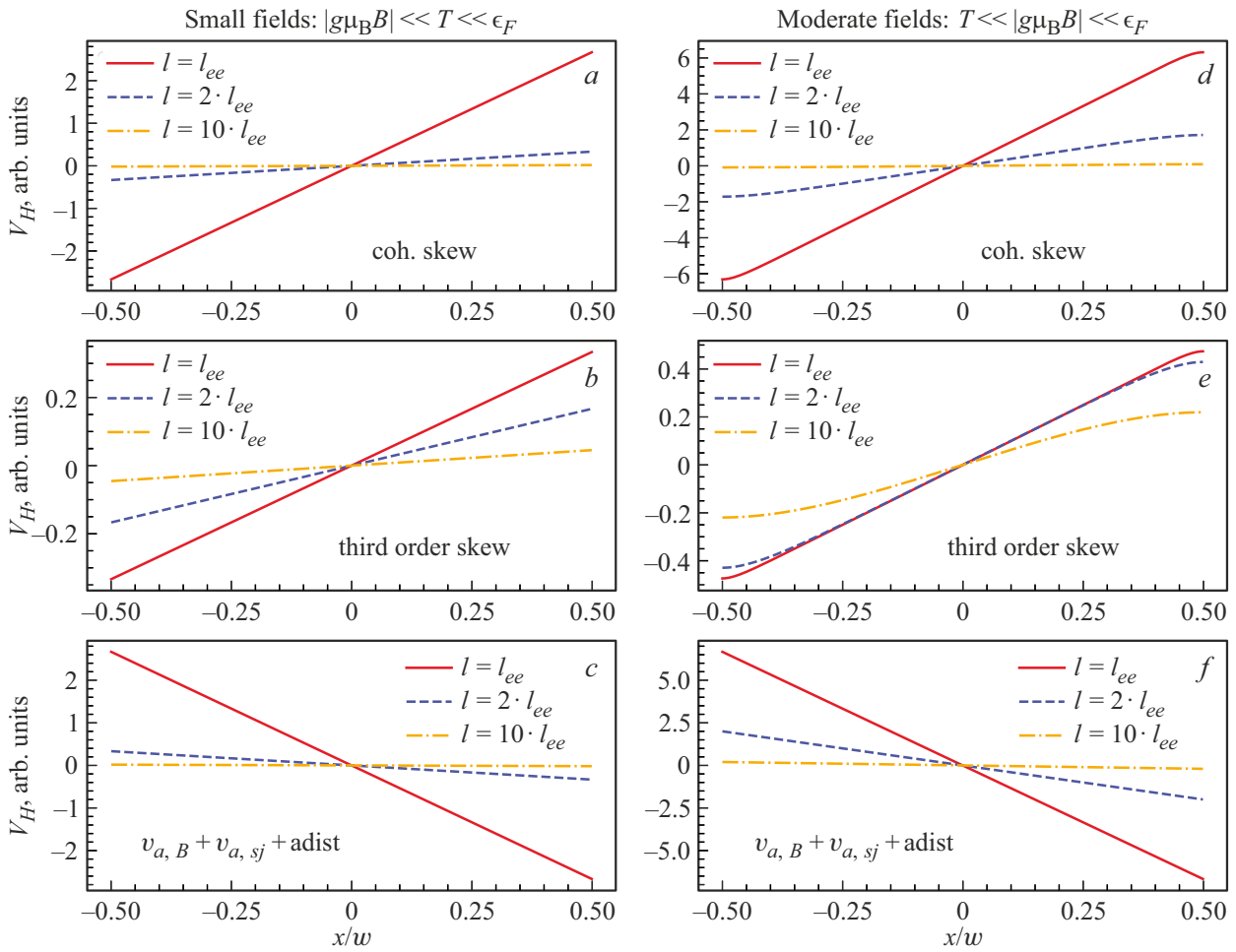


Рис. 4. Зависимости вкладов когерентного асимметричного рассеяния (a, d), асимметричного рассеяния третьего порядка (b, e) и аномальных вкладов (c, f) в аномальное холловское напряжение при разных соотношениях между l и l_{ee} в случае малых [панели (a–c)] и умеренных [панели (b–f)] магнитных полей, рассчитанные по формуле (34). В расчете $\nu = 1$, $\pi U_v N / \tau_{ee} \hbar = 1$, $w/l_{ee} = 5$.

вкладов в аномальное холловское напряжение приведены на панелях (a) и (b) рис. 4, соответственно, для когерентного рассеяния на парах примесей и рассеяния на примесях третьего порядка по потенциалу примесей. Сумма вкладов от остальных механизмов в холловское напряжение приведены рис. 4, c. В зависимости от основного механизма аномального эффекта Холла, знаков параметров ξ , ν и U_v аномальное холловское поле (35) может быть как сонаправленным, так и противоположным нормальному (19) и не меняет направления при переходе от предельного случая $l \rightarrow 0$ к предельному случаю $l \rightarrow \infty$ (при фиксированном l_{ee}).

2. Умеренные магнитные поля

В случае умеренных магнитных полей, когда выполнено условие (21b), столкновения электронов с противоположными спинами подавлены. При этом вклады от $v_{a,B}$ и G_{adist} такие же, как и в предыдущем случае, поскольку они не зависят от режима транспорта. В отличие от $v_{a,B}$,

аномальная скорость, связанная с накоплением сдвигов, $v_{a,sj}$, зависит от координаты. Однако, в сумме вкладов от первого и второго слагаемого в (34) координатная зависимость сокращается. Окончательно для суммы вкладов от аномальных скоростей и аномального распределения имеем

$$\tilde{E}_{H,a,B} + \tilde{E}_{H,a,sj} + \tilde{E}_{H,adist} = \frac{4ES_z^0}{ev\mathcal{D}} \frac{\xi e E}{\hbar l} \nu, \quad (36)$$

где штрихи означают, что выражения приведены для случая умеренных магнитных полей. Зависимость холловского напряжения, соответствующая полю в (36), приведена на панели (f) рис. 4. Отметим, что вклады асимметричного рассеяния, связанные как с когерентным рассеянием на парах дефектов, так и с асимметричным рассеянием третьего порядка на одиночных дефектах, обладают нетривиальной координатной зависимостью

$$\tilde{E}_{H,sk,coh} + \tilde{E}_{H,sk,III} = -\frac{ES_z^0}{ev\mathcal{D}} \frac{\xi e \lambda_1^s(x)}{\hbar l} \nu \left(4 + \frac{\pi U_v N l}{v \hbar \nu} \right), \quad (37)$$

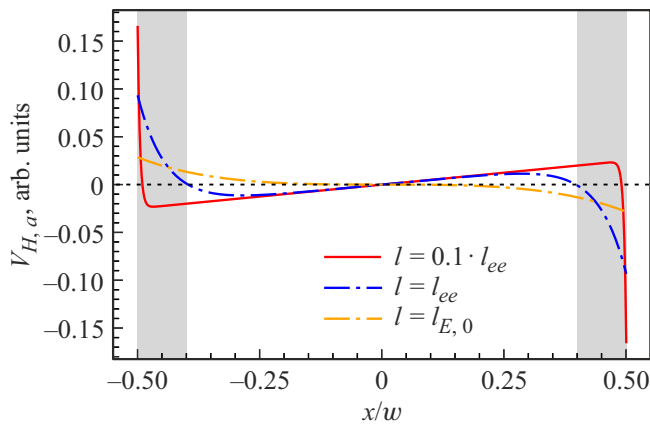


Рис. 5. Напряжение, найденное из полного поля Холла [сумма (36) и (37)], в зависимости от координаты в случае умеренных магнитных полей. Серые полосы указывают области шириной $\sim l_{ee}$ вблизи краев, где разложение (32) на три гармоники некорректно. При $l = 0.1 \cdot l_{ee}$ (красная кривая) напряжение монотонно и линейно растет в образце, что соответствует глубоко диффузному режиму (38). При $l = l_{ee}$ холловское напряжение — немонотонная функция координаты. При значении $l = l_{E,0}$ холловское поле в точке $x = 0$ зануляется и холловское напряжение опять становится монотонной функцией от координаты. При $l \gtrsim l_{E,0}$ остается монотонной функцией с кубической зависимостью от координаты. В расчете $\pi U_v N \tau_{ee} / v \hbar = 0.05$, $w / l_{ee} = 10$, при этих параметрах $l_{E,0} / l_{ee} \approx 19.941$.

описываемой функцией $\lambda_1^s(x)$. Соответствующие координатные зависимости холловского напряжения V_H , представленные на рис. 4, *d, e*), отклоняются от линейных при $l \gtrsim w^2 / l_{ee}$. В противоположном пределе они становятся линейными, как и ожидается в диффузионном режиме. В пределе $l \rightarrow 0$ (но в рамках применимости кинетического уравнения, т.е. когда $mv l / \hbar \gg 1$) первый вклад в (37) от когерентного рассеяния на парах примесей сокращает вклады от аномальных скоростей и аномального распределения (36). Это особенность рассеяния на короткодействующем потенциале, см. [8,18,55]. В итоге остается лишь вклад от асимметричного рассеяния третьего порядка по потенциалу примеси, который в глубоко диффузном пределе $l \ll l_{ee} \ll w$ теряет зависимость от l :

$$\tilde{E}_{H,a}^d = -\frac{ES_z^0}{ev\mathcal{D}} \frac{\xi e E}{\hbar} \cdot \frac{\pi U_v N}{v \hbar}. \quad (38)$$

Интересно отметить, что при переходе от $l \rightarrow 0$ к $l \rightarrow \infty$ при фиксированном l_{ee} и выполнении условия

$$\frac{\pi U_v N w^2}{8v \hbar l_{ee}} < 1,$$

направление холловского поля может меняться как функция координаты x . При этом зависимость напряжения $V_{H,a}$, обусловленного аномальным эффектом Холла, от координаты становится немонотонной, как это показано на рис. 5 в некотором интервале отношений l / l_{ee} .

Это связано с конкуренцией вкладов асимметричного рассеяния третьего порядка (второй член в (37)) и аномальных вкладов (36). Подчеркнем, что в узких прикраевых полосках (отмеченных серым на рис. 5) разложение функции распределения по трем угловым гармоникам оказывается недостаточным. Полный анализ роли таких прикраевых областей выходит за рамки данной статьи, предварительные оценки показывают, что эти узкие полоски действительно не вносят заметного вклада в аномальный эффект Холла.

Таким образом, наблюдение нелинейной и, тем более, немонотонной зависимости аномального вклада в напряжение Холла от координаты может служить свидетельством гидродинамического режима электронного транспорта, причем с подавленными столкновениями электронов с противоположными спинами (умеренные магнитные поля).

5. Заключение

В настоящей работе построена теория аномального эффекта Холла в канале, содержащем двумерный электронный газ, и прослежен переход между диффузионным и гидродинамическим режимами транспорта. Учтены все основные механизмы аномального эффекта Холла: аномальная скорость, эффект накопления сдвигов волновых пакетов, вклад аномального распределения и вклад от асимметричного рассеяния как на одиночных примесях, так и на парах примесей. Все эти механизмы вносят, вообще говоря, сопоставимые вклады в аномальное холловское поле и напряжение. В случае малых магнитных полей, когда зеемановское расщепление электронного спектра много меньше тепловой энергии электронов T , все аномальные вклады приводят к независимому от координаты полю Холла и линейной зависимости холловского напряжения от координаты при любом соотношении между длинами рассеяния на примесях l и межэлектронных столкновений l_{ee} . Напротив, вклад асимметричного рассеяния в холловское поле и напряжения обладает нетривиальной координатной зависимостью при $l_{ee} \lesssim l$ и умеренных магнитных полях, когда зеемановское расщепление превосходит температуру. В случае как малых, так и умеренных магнитных полей знак разности потенциалов на краях образца, обусловленный аномальными вкладами, может быть разным в зависимости от соотношений между параметрами системы. Рассмотренные эффекты сохраняются и в общем случае непараболической дисперсии электронов, однако конкретные выражения для вкладов различных механизмов в аномальный эффект Холла будут отличаться.

Экспериментально, аномальные вклады в холловское напряжение и поле можно выделить на фоне нормального эффекта Холла в образцах, содержащих магнитные примеси, где равновесная спиновая поляризация оказывается нелинейной функцией внешнего поля, или

с использованием метода электронного парамагнитного резонанса. Прикладывая слабое переменное магнитное в плоскости канала с частотой $|g\mu_B B|/\hbar$ можно деполяризовать носители тока и, тем самым, исключить аномальный вклад в эффект Холла.

Благодарности

Авторы благодарны К.К. Григорян за ценные обсуждения.

Финансирование работы

Работа поддержана грантом РФФИ 22-12-00211.

Список литературы

- [1] Spin physics in semiconductors / Ed. M.I. Dyakonov. 2nd ed. Springer Series in Solid-State Sciences 157. Springer International Publishing(2017).
- [2] Naoto Nagaosa, Jairo Sinova, Shigeki Onoda, A.H. MacDonald, N.P. Ong. *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1539 (2010).
- [3] М.И. Дьяконов, В.И. Перель. *Письма в ЖЭТФ* **13**, 206 (1971).
- [4] M.I. Dyakonov, V.I. Perel'. *Phys. Lett. A* **35A**, 459 (1971).
- [5] Y.K. Kato, R.C. Myers, A.C. Gossard, D.D. Awschalom. *Science* **306**, 1910 (2004).
- [6] J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, T. Jungwirth. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 47204 (2005).
- [7] D Xiao, Gui-Bin Liu, Wanxiang Feng, Xiaodong Xu, Wang Yao. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 196802 (2012).
- [8] M.M. Glazov, L.E. Golub. *Phys. Rev. B* **102**, 155302 (2020).
- [9] E.H. Hall. XXXVIII. On the new action of magnetism on a permanent electric current. *The London, Edinburgh, and Dublin Phil. Mag. J. Sci.* **5**, 157 (1881).
- [10] Robert Karplus, J.M. Luttinger. *Phys. Rev.* **95**, 1154 (1954).
- [11] J. Smit. *Physica* **21**, 877 (1955).
- [12] E.N. Adams, E.I. Blount. *J. Phys. Chem. Solids* **10**, 286 (1959).
- [13] L.E. Gurevich, I.N. Yassievich. *Sov. Phys. Solid State* **4**, 2091 (1963).
- [14] В.Н. Абакумов, И.Н. Яснеевич. *ЖЭТФ* **61**, 2571 (1971).
- [15] P. Nozieres, C. Lewiner. *J. Phys. France* **34**, 901 (1973).
- [16] N.A. Sinitsyn, A.H. MacDonald, T. Jungwirth, V.K. Dugaev, Jairo Sinova. *Phys. Rev. B* **75**, 045315 (2007).
- [17] N.A. Sinitsyn. *J. Phys.: Condens. Matter* **20**, 023201 (2007).
- [18] I.A. Ado, I.A. Dmitriev, P.M. Ostrovsky, M. Titov. *EPL* **111**, 37004 (2015).
- [19] Ayd n Cem Keser, Roberto Raimondi, Dimitrie Culcer. *Phys. Rev. Lett.* **123**, 126603 (2019).
- [20] V.I. Belinicher, E.L. Ivchenko, B.I. Sturman. *JETP* **56**, 359 (1982).
- [21] M.J.M. de Jong, L.W. Molenkamp. *Phys. Rev. B* **51**, 13389 (1995).
- [22] D.A. Bandurin, I. Torre, R. Krishna Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G.H. Auton, E. Khestanova, K.S. Novoselov, I.V. Grigorieva, L.A. Ponomarenko, A.K. Geim, M. Polini. *Science* **351**, 1055 (2016).
- [23] Jesse Crossno, Jing K. Shi, Ke Wang, Xiaomeng Liu, Achim Harzheim, Andrew Lucas, Subir Sachdev, Philip Kim, Takashi Taniguchi, Kenji Watanabe, Thomas A. Ohki, Kin Chung Fong. *Science* **351**, 1058 (2016).
- [24] Philip J.W. Moll, Pallavi Kushwaha, Nabhanila Nandi, Burkhard Schmidt, Andrew P. Mackenzie. *Science* **351**, 1061 (2016).
- [25] P.S. Alekseev. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 166601 (2016).
- [26] R. Krishna Kumar, D.A. Bandurin, F.M.D. Pellegrino, Y. Cao, A. Principi, H. Guo, G.H. Auton, M. Ben Shalom, L.A. Ponomarenko, G. Falkovich, K. Watanabe, T. Taniguchi, I.V. Grigorieva, L.S. Levitov, M. Polini, A.K. Geim. *Nature Phys.* **13**, 1182 (2017).
- [27] G.M. Gusev, A.D. Levin, E.V. Levinson, A.K. Bakarov. *AIP Advances* **8**, 025318 (2018).
- [28] Yu.A. Pusep, M.D. Teodoro, V. Laurindo, E.R. Cardozo de Oliveira, G.M. Gusev, A.K. Bakarov. *Phys. Rev. Lett.* **128**, 136801 (2022).
- [29] R.N. Gurzhi. *JETP* **17**, 521 (1963).
- [30] R.N. Gurzhi. *Sov. Phys. Usp.* **11**, 255 (1968).
- [31] A.V. Andreev, Steven A. Kivelson, B. Spivak. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 256804 (2011).
- [32] Iacopo Torre, Andrea Tomadin, Andre K. Geim, Marco Polini. *Phys. Rev. B* **92**, 165433 (2015).
- [33] L. Levitov, G. Falkovich. *Nature Phys.* **12**, 672 (2016).
- [34] Thomas Scaffidi, Nabhanila Nandi, Burkhard Schmidt, Andrew P. Mackenzie, Joel E. Moore. *Phys. Rev. Lett.* **118**, 226601 (2017).
- [35] S.S. Apostolov, D.A. Pesin, A. Levchenko. *Phys. Rev. B* **100**, 115401 (2019).
- [36] Boris N. Narozhny, Igor V. Gornyi, Alexander D. Mirlin, JJorg Schmalian. *Ann. Phys.* **529**, 1700043 (2017).
- [37] Boris N. Narozhny. *La Rivista del Nuovo Cimento* **45**, 661 (2022).
- [38] D.A. Pesin. *Phys. Rev. Lett.* **121**, 226601 (2018).
- [39] Hiroshi Funaki, Riki Toshio, Gen Tatara. *Phys. Rev. Res.* **3**, 033075 (2021).
- [40] Gen Tatara. *Phys. Rev. B* **104**, 184414 (2021).
- [41] Eddwi H. Hasdeo, Johan EkstrJom, Edvin G. Idrisov, Thomas L. Schmidt. *Phys. Rev. B* **103**, 125106 (2021).
- [42] M.M. Glazov. *2D Materials* **9**, 015027 (2022).
- [43] A.N. Afanasiev, P.S. Alekseev, A.A. Danilenko, A.A. Greshnov, M.A. Semina. *Phys. Rev. B* **106**, L041407 (2022).
- [44] K.K. Grigoryan, D.S. Zohrabyan, M.M. Glazov. *Phys. Rev. B* **107**, 035202 (2023). arXiv:2309.05401 [cond-mat.mes-hall].
- [45] P.S. Alekseev. *Phys. Rev. B* **98**, 165440 (2018).
- [46] P.S. Alekseev, M.A. Semina. *Phys. Rev. B* **100**, 125419 (2019).
- [47] P.S. Alekseev, M.A. Semina. *Phys. Rev. B* **98**, 165412 (2018).
- [48] Yu.O. Alekseev, A.P. Dmitriev. *Phys. Rev. B* **104**, 085434 (2021).
- [49] A.N. Afanasiev, P.S. Alekseev, A.A. Danilenko, A.P. Dmitriev, A.A. Greshnov, M.A. Semina. *Phys. Rev. B* **106**, 245415 (2022).
- [50] М.М. Глазов, Е.Л. Ивченко. *Письма в ЖЭТФ* **75**, 476 (2002).
- [51] Irene D'Amico, Giovanni Vignale. *Phys. Rev. B* **68**, 045307 (2003).
- [52] M.Q. Weng, M.W. Wu. *Phys. Rev. B* **68**, 75312 (2003).
- [53] М.М. Глазов, Е.Л. Ивченко. *ЖЭТФ* **126**, 1465 (2004).
- [54] П.С. Алексеев. *ФТП* **56**, 9, 866 (2022). <https://journals.ioffe.ru/articles/53407> [P.S. Alekseev. *Semiconductors* **56**, 650 (2022).]
- [55] M.M. Glazov, L.E. Golub. *Phys. Rev. Lett.* **125**, 157403 (2020).

Редактор Т.Н. Василевская