¹⁵ Четырехфотонное смешение в фантомном волоконном эндоскопе

© Д.А. Балакин, А.В. Белинский ¶

МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет, 119991 Москва, Россия ¶ e-mail: belinsky@inbox.ru

Поступила в редакцию 19.09.2023 г. В окончательной редакции 19.09.2023 г. Принята к публикации 28.09.2023 г.

Описано схемное решение волоконного эндоскопа, позволяющего мониторинг труднодоступных полостей и других частично прозрачных и/или отражающих объектов, в которые есть возможность пропустить тонкий волоконный жгут.

Ключевые слова: квантовая оптика, фантомные изображения, запутанные состояния, бифотонные источники света, биофизика, медицинская физика.

DOI: 10.61011/OS.2023.09.56613.5575-23

1. Введение

Нелинейный процесс спонтанного четырехфотонного смешения имеет хорошие перспективы применения в квантовой фантомной оптике. Это сравнительно новое направление связано с использованием пространственно разделенных коррелированных световых пучков [1]. Объект исследования освещается одним пучком, после чего регистрируется собирающим датчиком. Другой световой пучок регистрируется матрицей фотодетекторов и записываются совпадения — одновременные срабатывания собирающего датчика и какого-либо фотодетектора. Это удобно не только с точки зрения пространственных предпочтений, но и дает ряд значимых преимуществ в подавлении шума и деликатности исследований [2]. Одновременное детектирование коррелированных фотонов уже давно применяется в задачах визуализации [3]. Фантомные изображения, формируемые при регистрации холостого фотона, не взаимодействующего с исследуемым образцом, обеспечивают высокую помехозащищенность вследствие отсечения схемой совпадений фоновых одиночных фотонов [4].

В недавних работах [5–8] показано, что с помощью встречного четырехфотонного смешения можно повысить качество фантомного изображения по сравнению с трехфотонным спонтанным параметрическим рассеянием (СПР) за счет улучшения дифракционного предела разрешения, обусловленного фазовым синхронизмом. Определенные успехи достигнуты и в фантомной поляриметрии [9–11]. Здесь мы опишем возможность использования встречного четырехфотонного смешения в эндоскопии.

В работе [12] уже предложен вариант фантомного волоконного эндоскопа, но без использования нелинейного четырехфотонного процесса. Там корреляция двух осветителей, одного — для объекта, а другого для матричного фотодетектора, достигалась за счет обычного линейного рассеяния в волокне в обе его стороны. Накачкой служили фемтосекундные импульсы. Линейное рассеяние не дает жесткой корреляции между разделенными световыми пучками, разлетающимися в противоположные стороны волокна. Дело в том, что обычное линейное рассеяние статистично, и для строгой корреляции нужно рассеять значительное число фотонов, чтобы в обе стороны разошлось их примерно одинаковое число. Но это не всегда приемлемо с точки зрения бережного отношения к объекту исследования, что особенно важно при работе с биологическими объектами, нуждающимися в деликатном обращении. Можно, конечно, ослабить пучок, освещающий объект, но тогда увеличится частота случайных совпадений другого пучка с фоновыми шумовыми фотонами. Оптимальным в этом смысле является режим с испусканием и счетом одиночных фотонов, что как раз и достигается в описываемой далее схеме, представленной на рис. 1, поскольку в процессе встречного четырехфотонного смешения рождаются пары фотонов, необходимо разлетающиеся в разные стороны волокна. При этом режим с испусканием и счетом одиночных фотонов позволяет уменьшить погрешность измерений за счет фильтрации фоновых одиночных фотонов.

Итак, жгут из многомодовых кварцевых волокон освещается в поперечном направлении двумя встречными пучками накачки, полученными из одного непрерывного лазера. Область освещения жгута, разумеется, должна быть открытой. В результате встречного четырехфотонного смешения рождаются фотонные пары, распространяющиеся в противоположные стороны жгута. Таким образом, достигается идеальная пространственная корреляция освещения на обоих краях жгута, к одному из которых вплотную подсоединена матрица фотодетекторов, а другой конец освещает исследуемый объект. Если он частично прозрачен и нас интересует его пространственный коэффициент пропускания, то за объектом устанавливается одиночный детектор,



Рис. 1. Схема волоконного эндоскопа. Встречные пучки накачки N_p и N_q освещают волоконный жгут, состоящий из кварцевых волокон. Пары фотонов N_s и N_i , генерируемые в результате встречного четырехфотонного смешения, разлетаются в противоположные концы жгута, освещая объект О и матрицу фотодетекторов ССD. Промежуточный проекционный объектив L формирует изображение торца жгута на поверхности объекта. Прошедший объект свет регистрируется интегрирующим фотодетектором BD. Сигнал с коррелятора С поступает в компьютер.



Рис. 2. Схема фокусировки параллельного оптической оси луча асферической поверхностью с используемыми обозначениями углов.

перекрывающий все поле зрения, т.е. освещаемое пятно. Если нам важно распределение коэффициента отражения, к жгуту многомодовых кварцевых волокон должны быть добавлены еще одно или несколько волокон, собирающие отраженное излучение. Работа с несколькими собирающими волокнами и несколькими однопиксельными датчиками, как показано в недавней работе [13], не только повышает чувствительность, но и дает более высокое качество изображения. Возможна также комбинированная регистрация и отраженного, и проходящего излучения. Регистрация одновременных фотоотсчетов с последующей компьютерной обработкой позволяет сформировать изображения объекта стандартными методами фантомной оптики.

Хорошо, если торец жгута можно вплотную придвинуть к объекту. Тогда нет необходимости в дополнительных оптических системах. Но если контактные измерения невозможны, придется ставить промежуточный проекционный объектив между жгутом и объектом, как это показано на рис. 1. Оптимальным является случай оборачивающей системы с линейным увеличением -1. Тогда можно использовать преимущества симметричной оптики, автоматически обнуляющей все нечетные аберрации [14,15]. В нашем монохроматическом случае это будут кома и дисторсия. Используя асферические поверхности, можно также полностью избавиться от сферической аберрации. Итак, в простейшем случаев в качестве проекционного объектива должна быть одиночная двояковыпуклая симметричная асферическая линза с параллельным ходом лучей внутри. В силу симметрии достаточно рассчитать лишь одну ее поверхность границу $s(\rho)$ раздела стекло-воздух, фокусирующую осевой параллельный пучок в одну осевую точку, где ρ — расстояние от оптической оси.

В соответствии с принятыми на рис. 2 обозначениями, согласно закону Снеллиуса, $\sin \alpha = -n \sin \psi$, n — показатель преломления. Учитывая, что $\alpha = \gamma - \psi$, получаем $\sin \psi \cos \gamma - \cos \psi \sin \gamma = n \sin \psi$. Разделив на $\cos \psi$, имеем $\tan \psi \cos \gamma - \sin \gamma = n \text{tg}\psi$. Выразим функции углов через ρ и $s(\rho)$:

$$-\mathsf{tg}\psi = s'(\rho),\tag{1}$$

$$\cos \gamma = \frac{f - s(\rho)}{\sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2}},$$
 (2)

$$\sin \gamma = \frac{\rho}{\sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2}}.$$
(3)

Здесь мы положили s(0) = 0, f — вершинное фокусное расстояние симметричной половины линзы. В итоге получается задача Коши:

$$\begin{cases} \rho = (-n\sqrt{(f - s(\rho))^2 + \rho^2} + f - s(\rho))s'(\rho), \\ s(0) = 0. \end{cases}$$
(4)

Ее решением для n > 1 будет

$$s(\rho) = \frac{-\sqrt{(n-1)(f^2(n-1) + \rho^2(n+1))} + f(n-1)}{n^2 - 1}.$$
(5)

Если исследуемый объект отделен от жгута не воздухом, а заполняющей промежуток жидкостью, между объективом и этой жидкостью придется установить стеклянный колпак в виде концентрического мениска с нулевой оптической силой, т.е. примерно равными радиусами. А промежуток между мениском и объективом должен быть заполнен, разумеется, воздухом. Тогда весь предыдущий расчет сохраняет силу.

Итак, в центре поля мы получаем практически идеальное изображение, ограниченное лишь дифракцией. Но в силу сравнительно большой числовой апертуры одномодового волокна влиянием дифракции на формирование изображения выходного торца жгута линзой можно пренебречь.

Что же будет по полю изображения? К сожалению, остается астигматизм и кривизна поля, принципиально неустранимые в одиночных тонких линзах [14,15].

Кривизну поля можно частично или полностью компенсировать вогнутым выходным торцом волоконного жгута, изображение которого транслируется на объект. Кроме того, объект совсем не обязан быть плоским, поэтому и изображение торца может иметь некоторую кривизну, а условия оптимального наблюдения можно регулировать продольными смещениями жгута. Наилучшим вариантом будет равная по модулю и противоположная по знакам кривизна вогнутости жгута и поверхности изображения, поскольку в этом случае сохранится полная симметрия проекционной системы с соответствующим преимуществом по нечетным аберрациям.

С астигматизмом все гораздо сложнее. Для его компенсации система не должна быть тонкой. Простейший случай симметричного анастигмата представляет собой две положительные линзы, между которыми в плоскости симметрии расположена апертурная диафрагма. Система обязательно не может быть тонкой, т.е. между линзами должен быть воздушный промежуток, сравнимый с фокусными расстояниями линз. Если необходима полная компенсация полевых аберраций, включая кривизну поля, то анастигмат становится еще длиннее, поскольку в него придется добавлять еще и отрицательные линзы. Такого усложнения системы можно избежать следующим образом. Зная импульсный отклик одиночной линзы по полю изображения или ее аппаратную функцию с учетом кривизны поля и астигматизма, попытаемся последующей компьютерной обработкой устранить неоднородное размытие изображения.

Кривизна поля без учета дифракции дает аппаратную функцию в виде круга при круговой апертуре линзы. Астигматизм превращает этот круг в эллипс. Обе аберрации растут как квадрат угла поля θ . Меридиональный фокус одиночной двояковыпуклой линзы расположен ближе к поверхности преломления, чем сагиттальный, т.е. меридиональные пучки фокусируются раньше, чем сагиттальные [16], следовательно, этот эллипс будет растянут в радиальном направлении. Это относится к случаю плоской поверхности изображения. Но сферическая аберрация на этой плоскости не нулевая, поскольку она полностью скомпенсирована на поверхности, определяемой кривизной поля. Итак, оптимальным с точки зрения аберраций является вариант с искривленной поверхностью изображения, находящейся посередине между меридиональными и сагиттальными фокусами. Аппаратная функция в этом случае будет кружком минимально возможного размера, определяемого астигматизмом. Распределение интенсивности в кружке равномерно, как указывалось выше, при вполне обоснованном пренебрежении дифракцией. Итак, радиус

кружка рассеяния $r = r_0 + k\theta^2$, где r_0 — радиус светящегося круга волокна, а k — постоянный коэффициент.

Для устранения неоднородного размытия, неустранимого в рамках традиционного способа формирования фантомных изображений, могут быть использованы различные методы обработки изображений, в частности, метод сжатых измерений [4,17,18] и метод редукции измерения [19]. В настоящей работе вслед за [4,13,20,21] применен метод редукции измерения как позволяющий использовать информацию о стохастических свойствах излучения, формирующего изображения.

В терминах теории измерительно-вычислительных систем [19] схема измерения может быть записана в виде $\xi = Af + \nu$, где ξ — измеренная корреляционная функция второго порядка как вектор, компонента ξ_i (i = 1, ..., K) которого есть корреляция показаний *i*го фотодетектора (всего их К) и собирающего датчика, f — распределение прозрачностной/отражающей способности объекта как М-мерный вектор, М – число пикселей объекта, оператор А моделирует преобразование f в средний результат измерения и равен NB^* , где N — среднее число фотонов, освещающих каждый пиксель объекта, матричный элемент В_{іі} оператора В равен условной вероятности того, что при условии регистрации фотона *і*-м фотодетектором сопряженный фотон будет взаимодействовать с і-м пикселем объекта, звездочка обозначает сопряженный оператор, v погрешность измерений, имеющая нулевое математическое ожидание. Если число фотонов, испущенных в каждый фотодетектор, имеет распределение Пуассона, то ковариационный оператор Σ_{ν} погрешности ν как случайного вектора — диагональный, а дисперсия *j*-й компоненты равна $N \sum_{i=1}^{M} B_{ij} f_i^2$. Оператор U, моделирующий идеальный измерительный прибор, равен единичному. A priori об объекте исследования известно следующее.

• Значения коэффициента пропускания/отражения лежат между 0 и 1, вследствие чего f лежит в параллелепипеде $[0, 1]^M$.

• Значения коэффициента пропускания/отражения близких точек объекта, как правило, близки.

Указанные условия и вид оператора *А* делают наиболее подходящим вариант метода редукции измерения, аналогичный рассмотренному в [20], в котором повторяются следующие действия.

1. При помощи итерационного метода Качмажа вычисляется результат линейной редукции $R_*\xi = A^-\xi$ (на первой итерации) или $R_*\xi = (\Sigma^{-1/2}A)^{-1/2}$ (на последующих итерациях), где – обозначает псевдообращение, ковариационный оператор Σ_{ν} выбирается соответствующим ранее полученной оценке вектора f, и на каждой внутренней итерации формируемая оценка \hat{f} вектора f проецируется на $[0, 1]^M$.

2. Вычисляется собственный базис измерительновычислительного преобразователя $[A, \Sigma_{\nu}, I]$ [19,21,22], который в данном случае состоит из собственных векторов оператора $A^* \Sigma_{\nu}^{-1} A$. Обозначим оператор перехода в



Рис. 3. Результаты численного моделирования формирования и обработки квантовых фантомных изображений при освещении в среднем 10 фотонами/пиксель: левый столбец — изображения объектов, средний столбец — формируемые фантомные изображения, правый столбец — результаты редукции измеренных фантомных изображений к виду, который они имели бы в отсутствие неоднородного размытия, вызванного астигматизмом. Характеристики качества: (*c*) PSNR = 20 dB, SSIM = 0.85, (*f*) PSNR = 16 dB, SSIM = 0.53, (*i*) PSNR = 17 dB, SSIM = 0.40, (*l*) PSNR = 20 dB, SSIM = 0.72.

этот базис T, а соответствующие собственным векторам собственные значения — ϵ_i^2 .

3. Формируется вектор и согласно следующему правилу. Если $(T\hat{f})_i^2\epsilon_i^2 < \tau$, то $u_i = (T\hat{f})_i$, иначе $u_i = 0$. Величина $\tau \ge 0$ есть параметр алгоритма, отражающий приемлемый для исследователя компромисс (при росте τ) между подавлением шума и искажением изображений, компоненты которых близки к 0.

4. Вычисляется новая оценка $\hat{f} = \Pi(T^*u)$, где Π — проектор на множество $[0, 1]^M$.

Указанные действия повторяются, пока изменение оценки в результате выполнения шагов 1-4 не станет достаточно малым. В рассматриваемой ситуации, поскольку ковариационный оператор погрешности диагонален, на шаге 1 изменения оценки фактически не происходит, т. е. достаточно повторять только шаги 2-4.

Результаты численного моделирования формирования фантомных изображений и их редукции к виду, в котором отсутствует вызванное остающимися аберрациями размытие, показаны на рис. 3–5. Приведены значения



Рис. 4. Результаты численного моделирования формирования и обработки квантовых фантомных изображений при освещении в среднем 30 фотонами/пиксель: левый столбец — изображения объектов, средний столбец — формируемые фантомные изображения, правый столбец — результаты редукции измеренных фантомных изображений к виду, который они имели бы в отсутствие неоднородного размытия, вызванного астигматизмом. Характеристики качества: (*c*) PSNR = 22 dB, SSIM = 0.86, (*f*) PSNR = 18 dB, SSIM = 0.65, (*i*) PSNR = 21 dB, SSIM = 0.53, (*l*) PSNR = 23 dB, SSIM = 0.81.

численных характеристик отличий — отношения пикового сигнала к шуму (PSNR) и индекса структурного сходства (SSIM). Видно, что для относительно простого объекта (a) увеличение среднего числа фотонов слабо сказывается на качестве результата редукции. Для более сложных объектов, особенно занимающих значительную часть поля зрения и вследствие частично сильно размываемых (g), это не так. Также видно, что более контрастные изображения (a, d) восстанавливаются лучше, чем менее контрастные (g, j), a. В последних более

контрастные детали начинают проявляться при меньшей интенсивности освещения.

Оценка соотношения сигнал/шум показала, что исследуемый метод обладает высокой устойчивостью к дробовому шуму и может быть использован с низкими потоками фотонов, что исключает фотоповреждение светочувствительных, например биологических, образцов.

Хотелось бы также обратить внимание на несомненные перспективы использования фантомных изображений в оптоволоконном варианте. Здесь их преимущества



Рис. 5. Результаты численного моделирования формирования и обработки квантовых фантомных изображений при освещении в среднем 100 фотонами/пиксель: левый столбец — изображения объектов, средний столбец — формируемые фантомные изображения, правый столбец — результаты редукции измеренных фантомных изображений к виду, который они имели бы в отсутствие неоднородного размытия, вызванного астигматизмом. Характеристики качества: (*c*) PSNR = 23 dB, SSI M= 0.87, (*f*) PSNR = 20 dB, SSI M = 0.72, (*i*) PSNR = 24 dB, SSI M = 0.69, (*l*) PSNR = 27 dB, SSI M = 0.88.

могут реализоваться в полном объеме, гарантируя как щадящий режим наблюдения исследуемых объектов, так и потенциальную возможность проникновения в труднодоступные для прямого наблюдения полости.

Обычные методики предполагают введение съемочных камер в организм человека. Но размеры камер не всегда приемлемы, особенно в педиатрии в силу небольших размеров детских органов. Волоконные жгуты могут быть весьма небольшого диаметра, порядка 1 mm, что решает проблему. Принципиально важно применение такого эндоскопа в детской хирургии, особенно неонатальной хирургии недоношенных новорожденных, поскольку размеры и строение органов недоношенных новорожденных и детей раннего возраста с врожденными патологиями отличаются не только малыми размерами, но и нарушением структуры и анатомической формы [23,24].

Ультратонкие эндоскопы необходимы не только для выполнения диагностических процедур, но и при мониторинге в реальном времени во время оперативного вмешательства. Перспективно также применение подобных систем при диагностических и хирургических эндоваскулярных процедурах [25].

Финансирование работы

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект № 21-12-00155).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- А.В. Белинский, Д.Н. Клышко. ЖЭТФ, **105** (3), 487 (1994).
 [A.V. Belinskii, D.N. Klyshko. J. Experiment. and Theor. Phys., **78** (3), 259 (1994)].
- [2] А. Гатти, Э. Брамбилла, М. Баке, Л.А. Луджиато. В: Квантовое изображение, под ред. М.И. Колобова (ориг.), А.С. Чиркина (пер.) (Физматлит, М., 2009), с. 96. [А. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, L. A. Lugiato. In: Quantum Imaging, ed. by M.I. Kolobov (Springer, 2007), p. 79].
- [3] T.B. Pittman, Y.H. Shih, D.V. Strekalov, A.V. Sergienko. Phys. Rev. A, 52 (5), R3429 (1995).
 DOI: 10.1103/physreva.52.r3429
- [4] P.A. Morris, R.S. Aspden, J.E.C. Bell, R.W. Boyd, M.J. Padgett. Nat. Commun., 6, 5913 (2015). DOI: 10.1038/ncomms6913
- [5] А.В. Белинский, Р. Сингх. ЖЭТФ, 159 (2), 258 (2021). DOI: 10.31857/S004445102102005X [A.V. Belinsky, R. Singh. J. Experimen. and Theor. Phys., 132, 212 (2021). DOI: 10.1134/S1063776121020011].
- [6] D.A. Balakin, A.V. Belinsky. Quantum Information Processing, 21 251 (2022). DOI: 10.1007/s11128-022-03602-w
- Д.А. Балакин, А.В. Белинский. ЖЭТФ, 160 (1), 35 (2021). DOI: 10.31857/S004445102107004X [D.A. Balakin, A.V. Belinsky. J. Experimen. and Theor. Phys., 133 (1), 26 (2021). DOI: 10.1134/S1063776121060091].
- [8] А.В. Белинский, В.В. Васильков. Опт. и спектр., 131 (1), 58 (2023). DOI: 10.21883/OS.2023.01.54538.4060-22
 [A.V. Belinsky, V.V. Vasilkov. Opt. Spectrosc., 131, 56 (2023). DOI: 10.21883/EOS.2023.01.55517.4060-22].
- [9] С.А. Магницкий, Д.П. Агапов, И.А. Беловолов, П.П. Гостев, Д.Н. Фроловцев, А.С. Чиркин. Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия, 6, 19(2021).
 [S.A. Magnitskiy, D.P. Agapov, I.A. Belovolov, P.P. Gostev, D.N. Frolovtsev, A.S. Chirkin. Moscow University Physics Bulletin, 76 (6), 424 (2021).
 DOI: 10.3103/s0027134921060060].
- [10] S. Magnitskiy, D. Agapov, A. Chirkin. Opt. Lett., 47 (4), 754 (2022). DOI: 10.1364/OL.387234
- [11] D. Agapov, S. Magnitskiy, A. Chirkin. EPJ Web of Conferences, 220, 03002 (2019).
 DOI: 10.1051/epjconf/201922003002
- [12] А.В. Белинский, П.П. Гостев, С.А. Магницкий, А.С. Чиркин. Письма в ЖЭТФ, 117, 207 (2023).
 DOI: 10.31857/S1234567823030059 [A.V. Belinsky, P.P. Gostev, S.A. Magnitskiy, A.S. Chirkin. JETP Lett., 117, 202 (2023). DOI: 10.1134/S0021364022602718].
- Д.А. Балакин, А.В. Белинский. ЖЭТФ, 164 (11), 1 (2023).
 DOI: 10.7868/S0044451000000000

- [14] Г.Г. Слюсарев. Методы расчета оптических систем (Машиностроение, Л., 1969).
- [15] Г.Г. Слюсарев. Расчет оптических систем (Машиностроение, Л., 1975).
- [16] Б.Г. Бегунов. Геометрическая оптика (Издательство МГУ, М., 1966).
- [17] G.M. Gibson, S.D. Johnson, M.J. Padgett. Opt. Express, 28 (19), 28190 (2020). DOI: 10.1364/oe.403195
- [18] E.J. Candes, T. Tao. IEEE Trans. Inf. Theory, 52 (12), 5406 (2006). DOI: 10.1109/tit.2006.885507
- [19] Ю.П. Пытьев. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем, 3 изд. (Физматлит, М., 2012).
- [20] Д.А. Балакин, А.В. Белинский. Квант. электрон., 49 (10), 967 (2019). [D.A. Balakin, A.V. Belinsky. Quantum Electronics, 49 (10), 967 (2019)].
- [21] Д.А. Балакин, Д.П. Агапов, П.П. Гостев, С.А. Магницкий, Д.Н. Фроловцев, А.С. Чиркин. ЖЭТФ, 162 (6), 811 (2022). DOI: 10.7868/S0044451000000000 [D.A. Balakin, D.P. Agapov, P.P. Gostev, S.A. Magnitskiy, D.N. Frolovtsev, A.S. Chirkin. JETP, 135 (6), 779 (2022). DOI: 10.1134/S1063776122120159].
- [22] D.A. Balakin, Yu.P. Pyt'ev. Pattern Recognition and Image Analysis, **31** (4), 601 (2021).
 - DOI: 10.1134/S1054661821040040
- [23] Г.И. Лукомский, Ю.Е. Березов. Эндоскопическая техника в хирургии (Медицина, М., 1967).
- [24] С.Я. Долецкий, В.П. Стрекаловский, Е.В. Климанская, О.А. Сурикова. Эндоскопия органов пищеварительного тракта у детей (Медицина, М., 1984).
- [25] И.В. Федоров, Б.И. Сигал, В.В. Одинцов. Эндоскопическая хирургия (Медицина, М., 2001).