

Убегающие электроны в газовом диоде с клиновидным катодом

© Н.М. Зубарев,^{1,2} О.В. Зубарева,¹ М.И. Яландин^{1,2}

¹Институт электрофизики УрО РАН,
620016 Екатеринбург, Россия

²Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: nick@ier.uran.ru

Поступило в Редакцию 2 июня 2023 г.

В окончательной редакции 10 июля 2023 г.

Принято к публикации 16 июля 2023 г.

Исследованы особенности убегания электронов в газовом диоде с клиновидным катодом, обеспечивающим резко неоднородное распределение электрического поля в межэлектродном промежутке. Показано, что характер и условия убегания качественно различаются для клиньев со сравнительно большими и малыми углами раствора, т.е. фактически для различной степени неоднородности поля. В первом случае переход в режим убегания определяется поведением электронов в непосредственной близости от места их старта — вершины клиновидного катода. Для клина, приближающегося по форме к лезвию (угол раствора менее 30°), относительный вклад силы торможения электронов в газе нарастает с удалением от катода, и ключевую роль в анализе условий убегания начинает играть их поведение на периферии — около анода. Также обсуждено влияние внешнего магнитного поля на геометрию ионизованной области вблизи вершины клина, стартова из которой, электроны становятся убегающими.

Ключевые слова: убегающие электроны, субнаносекундный пробой газа, резко неоднородное электрическое поле, ведущее магнитное поле.

DOI: 10.21883/JTF.2023.09.56216.142-23

Введение

Свободные электроны в газе или плазме способны непрерывно ускоряться при приложении достаточно сильного внешнего электрического поля [1–3]. Наличие таких — убегающих — электронов (УЭ) в газовых разрядах было установлено экспериментально: см., например, [4–16]. В лабораторных условиях они набирают энергию в десятки-сотни килоэлектронвольт [10,12,13,17–20] и даже выше [21]. Скорость УЭ становится сопоставимой со скоростью света, в результате чего они пересекают газовый промежуток длиной в единицы-десятки миллиметров за десятки-сотни пикосекунд. За эти времена УЭ осуществляют предварительную ионизацию промежутка, инициируя тем самым его пробой в субнаносекундном временном диапазоне [19,22–26] (см. также [6,16,27–33]). Отметим, что энергия УЭ может превышать энергию, соответствующую приложенному к промежутку напряжению. Впервые о регистрации таких „аномальных“ электронов сообщалось в работе [8]. Это явление было подробно экспериментально и теоретически исследовано для катодов различной геометрии, например, в работах [18,19,22,24,34].

В условиях однородного электрического поля массовый переход свободных электронов в режим убегания происходит, когда его напряженность E превышает некоторое пороговое значение E_c , зависящее от сорта газа и его плотности (давления) [3,6,28,35].

Здесь имеется в виду ситуация, когда электроны могут стать убегающими независимо от их начальной энергии. В частности, убегают низкоэнергетические тепловые электроны, вследствие чего такой режим часто называют „холодным“ или „тепловым“ убеганием — см., например, [36]. Согласно [28,29], для атмосферного воздуха при давлении 760 Торг и температуре 300 К можно взять $E_c \approx 270$ кВ/см (в работах [35–39] даются и другие оценки для критического поля в диапазоне 220–450 кВ/см). Пороговый характер убегания электронов обусловлен немонотонностью зависимости силы трения (торможения) электронов в газе от их кинетической энергии ε . Для низких энергий сила трения растет с увеличением ε , достигая некоторого максимума F_{\max} при энергии ε_c порядка 100 эВ. Для воздуха максимум приходится на энергию $\varepsilon_c \approx 110$ эВ [35,40] (отметим, что в литературе приводятся и другие значения, например, 150 эВ в [28,29]). Для энергий, больших ε_c , но не достигающих релятивистских значений в единицы мегаэлектронвольт, сила трения уменьшается с ростом ε из-за падения сечения взаимодействия быстрых электронов с частицами газа. Как следствие, если на электрон действует внешняя сила, превышающая по абсолютному значению F_{\max} , то он будет неограниченно ускоряться — убежать. Критерием „холодного“ убегания электронов в однородном поле является $E > E_c \equiv F_{\max}/e$ (здесь e — элементарный заряд) или $U > E_c D$ в терминах приложенной к промежутку длиной D разности потенциалов U .

В лабораторных экспериментах с УЭ распределение электрического поля зачастую является резко неоднородным — его напряженность в промежутке меняется более чем на порядок. Это обусловлено применением заостренных катодов [20,24,41–46], обеспечивающих локальное усиление поля у острия до значений, необходимых для инициирования автоэмиссионных процессов и, как следствие, появления в газе первичных свободных электронов. Кроме того, с практической точки зрения гораздо проще обеспечить реализацию условий для перехода электронов в режим убегания в сравнительно малой прикатодной области, чем во всем зазоре, когда потребовались бы значительно большие напряжения. Электрон, набравший достаточно высокую энергию в области усиленного поля вблизи заостренного катода, может продолжить убегать в периферийной области со сравнительно низким полем вследствие достаточно быстрого, по закону $\varepsilon^{-1} \ln \varepsilon$ [47], снижения силы трения с ростом ε . Так, для примера в однородном поле для воздушного зазора длиной 20 мм для „холодного“ убегания электронов требуется достаточно высокое с практической точки зрения значение приложенной разности потенциалов, как минимум, $E_c D = 540 \text{ kV}$. В неоднородном поле, обусловленном использованием трубчатого кромочного катода с радиусом кромки $200 \mu\text{m}$, при той же длине зазора УЭ регистрировались при гораздо более низких значениях напряжения — 84 kV [41]. Это соответствует среднему полю в промежутке 42 kV/cm , что заведомо меньше порогового значения E_c . При этом поле у кромки катода оценивалось величиной $500\text{--}600 \text{ kV/cm}$, т.е. превышало E_c . Обратим внимание на то, что условие $E > E_c$ у кромки катода является лишь необходимым, но не достаточным условием убегания. В противном случае генерация УЭ могла бы происходить при сколь угодно малых (но конечных) приложенных к промежутку напряжений в случае использования катода с достаточно малым для выполнения этого условия радиусом кривизны острия, что, конечно, не имеет физического смысла. В серии работ [44,48,49] целенаправленно исследовались условия убегания электронов в воздушном промежутке „трубчатый кромочный катод — плоский анод“ в зависимости от радиуса скругления кромки катода. На основе аналитического и численного исследований динамики УЭ был сделан вывод о том, что в условиях резко неоднородного поля более сильным по сравнению с условием $E > E_c$ оказывается условие превышения напряжением U некоторого порога U_c , зависящего как от параметров газа, так и от геометрии промежутка. Действительно, в экспериментах [44] с воздушным зазором 7.5 mm УЭ наблюдались только при $U > 40\text{--}44 \text{ kV}$, несмотря на значительное превышение напряженностью поля значения E_c на кромке катода, заостренной до предельно малых значений радиуса скругления $5\text{--}50 \mu\text{m}$.

В настоящей работе мы рассмотрим динамику и условия убегания электронов, стартующих с кромки клиновидного катода с произвольным углом раствора. Это

позволит нам изучить, как меняется характер убегания электронов при вариации степени неоднородности распределения электрического поля. Напряженность поля спадает с расстоянием r от кромки клина по степенному закону, $E \propto r^{\gamma-1}$, где показатель γ зависит от угла раствора и относится к диапазону $1/2 \leq \gamma \leq 1$ (см. разд. 1). Верхний предел этого интервала ($\gamma = 1$) соответствует тривиальному случаю однородного поля, $E = \text{const}$, реализующемуся для клина с углом 180° , т.е. для плоского катода. Нижний предел ($\gamma = 1/2$) — случай резко неоднородного поля $E \propto 1/\sqrt{r}$, реализующемуся для лезвийного катода (клин с нулевым углом раствора) и родственного ему трубчатого острокромочного катода [49,50].

В результате нашего рассмотрения будет показано, что поведение УЭ в электрическом поле клиновидного катода с относительно большими (превышающими $\sim 30^\circ$) углами раствора, в целом аналогично поведению электронов в однородном поле. Возможность их перехода в режим убегания и последующее ускорение во всем газовом промежутке целиком определяется локальным распределением электрического поля в области, откуда они стартуют. Для острого клина, угол раствора которого меньше $\sim 30^\circ$ (отметим, что значение угла логарифмически слабо зависит от размера системы, см. разд. 5), локальные процессы вблизи катодной кромки перестают играть определяющую роль, и условия убегания принимают нелокальный характер. Электрон, перешедший в режим убегания в прикатодной области, может начать тормозиться и в итоге стать тепловым на периферии, в области слабого электрического поля. В такой ситуации при анализе возможности непрерывного ускорения электрона во всем газовом промежутке ключевую роль начинает играть баланс действующих на него сил в прианодной области. При этом нелокальность рассматриваемых процессов проявляется в том, что сила торможения электрона вблизи анода зависит от того, с какой кинетической энергией он его достигнет, а для определения этой энергии необходимо учитывать всю предысторию его движения.

Также в связи с недавними экспериментами [20,51] по управлению потоками УЭ в воздушных зазорах посредством внешнего ведущего магнитного поля в работе обсуждается его влияние на геометрию области убегания электронов вблизи вершины клина (ионизованной области, стартуя из которой, электроны будут убегать). Демонстрируется, что эта область начинает заметно деформироваться (уменьшаться) при значениях магнитной индукции в единицы тесла.

1. Постановка задачи, результаты численных расчетов условий убегания

Исследуем особенности убегания электронов в газовом диоде в условиях неоднородного электрического

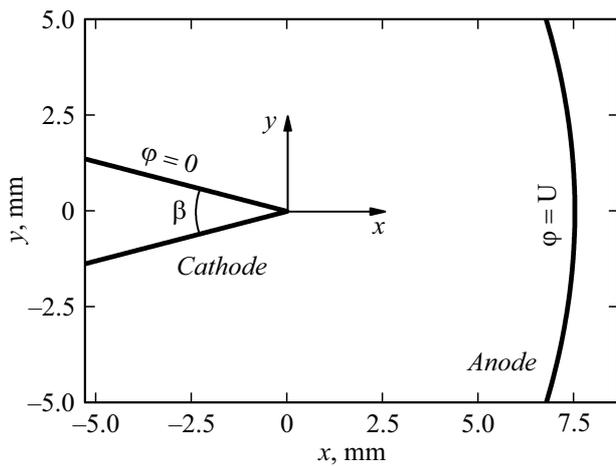


Рис. 1. Геометрия межэлектродного промежутка для $\beta = 30^\circ$ и $D = 7.5 \text{ mm}$

поля, обусловленного использованием клиновидного катода. Рассмотрим катод в форме идеального (с нулевым радиусом скругления кромки) клина с углом раствора β (рис. 1). Начало координат совпадает с вершиной клина; ось x лежит в плоскости симметрии системы, а ось y перпендикулярна ей. Поскольку УЭ генерируются на начальной стадии развития пробоя, а их количество при пороговых для убегания условиях минимально, можно считать, что они пересекают промежуток тогда, когда распределение электрического поля еще не искажено объемным электрическим зарядом. Тогда потенциал электрического поля (φ) будет удовлетворять уравнению Лапласа, которое удобно записать с использованием полярных координат с началом в вершине клина:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + r^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + r^{-2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0.$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от острия, а $\theta = \arctan(y/x)$ — отсчитываемый от оси x угол. Решение для φ находится разделением переменных — подстановкой $\varphi = A(r)B(\theta)$, где A и B — неизвестные функции, а φ_0 — потенциал катода, который без потери общности можно принять равным нулю (потенциал анода при этом будет положительным). Получим с учетом симметрии задачи относительно плоскости $y = 0$:

$$\varphi(r, \theta) = U(r/D)^\gamma \cos(\gamma\theta), \quad (1)$$

где D — межэлектродное расстояние, $U > 0$ — приложенная к межэлектродному промежутку постоянная разность потенциалов, γ — некоторая положительная (в противном случае потенциал не будет обращаться в нуль в вершине клина $r = 0$) константа. Таким образом, реализуется степенная зависимость потенциала от расстояния до кромки клина $\varphi \propto r^\gamma$, в которой степень неоднородности распределения поля в промежутке характеризуется показателем γ .

Потребуем теперь выполнения условия эквипотенциальности граней клина: $\varphi|_{\theta=\pm\pi\mp\beta/2} = 0$. Подстановка сюда выражения (1) приводит к простому тригонометрическому уравнению $\cos(\pi\gamma - \beta\gamma/2) = 0$, решение которого дает следующую связь между показателем γ и углом раствора клина β :

$$\gamma = \frac{\pi}{2\pi - \beta}. \quad (2)$$

Для допустимого диапазона углов раствора клина $0 \leq \beta \leq \pi$ оно дает следующий диапазон значений: $1/2 \leq \gamma \leq 1$ (графически связь γ и β показана на (рис. 2). Верхняя граница этого диапазона ($\gamma = 1$) соответствует развернутому углу 180° . В этом случае катод — плоский, а электрическое поле — однородное. Нижняя граница ($\gamma = 1/2$) соответствует бесконечно тонкому клину, $\beta = 0^\circ$, т.е. лезвийному катоду. Электрическое поле спадает с удалением от кромки лезвия по корневому закону $E \propto 1/\sqrt{r}$.

Из общих соображений понятно, что наиболее выгодным для убегания электронов является направление x . Поэтому для исследования условий убегания — определения минимального значения напряжения, при котором убегают стартующие с вершины клина электроны — достаточно рассмотреть одномерную задачу о движении свободных электронов по оси симметрии x (в этом случае $\theta = 0$ и $r \equiv x$). Согласно (1), потенциал электрического поля φ и абсолютное значение напряженности электрического поля E даются выражениями

$$\varphi(x) = \frac{Ux^\gamma}{D^\gamma}, \quad E(x) = \left| \frac{d\varphi}{dx} \right| = \frac{\gamma Ux^{\gamma-1}}{D^\gamma} \quad (3)$$

т.е. $\varphi \propto x^\gamma$ и $E \propto x^{\gamma-1}$. В силу отрицательности показателя степени $\gamma - 1$ для E (за исключением тривиального случая $\gamma = 1$), поле усиливается в области малых x (формально, $E \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow 0$), что необходимо как

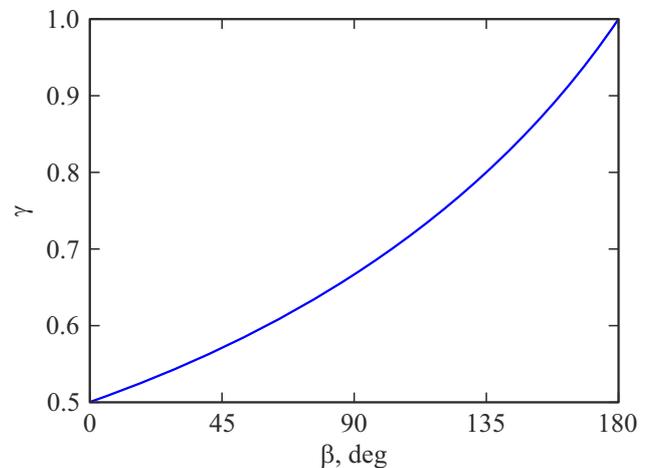


Рис. 2. Зависимость показателя неоднородности поля γ от угла раствора клиновидного катода β .

для инициирования полевой эмиссии первичных свободных электронов, так и для их перехода в режим убегания.

Уравнение одномерного движения электрона, стартующего с катода с нулевой скоростью, удобно записать в терминах его кинетической энергии $\varepsilon(x)$ [6,28]:

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = f(x, \varepsilon), \quad \varepsilon(0) = 0, \quad (4)$$

где $f = eE(x) - F(\varepsilon)$ — действующая на электрон суммарная сила. Первое слагаемое (eE) соответствует силе, действующей на частицу со стороны электрического поля. Второе слагаемое (F) — силе трения (торможения) электрона в газе, для определения которой мы будем использовать нерелятивистскую формулу Бете [35,47], представимую в компактной форме

$$F(\varepsilon) = \frac{eE_c \varepsilon_c}{\varepsilon} \ln \frac{2.718\varepsilon}{\varepsilon_c} \quad (5)$$

при использовании величин E_c и ε_c (здесь 2.718 — основание натурального логарифма). Отметим, что при численных расчетах в области сравнительно малых энергий $\varepsilon < 0.72\varepsilon_c \approx 79.2 \text{ eV}$ мы будем вместо формулы (5) использовать аппроксимацию $F \propto \sqrt{\varepsilon}$. Она соответствует дрейфу электрона с фиксированной подвижностью. В области высоких энергий применимость формулы (5) ограничена условием $\varepsilon < mc^2 \approx 510 \text{ keV}$, где m — масса покоя электрона, c — скорость света. Понятно, что описание движения электрона в рамках компактных уравнений (4) и (5) является значительным упрощением; актуальные данные по сечениям взаимодействия электронов со средой можно найти, например, в базе данных NIST.

Предполагается, что УЭ должен непрерывно ускоряться во всем межэлектродном промежутке. Тогда условием убегания является

$$f > 0, \quad 0 \leq x \leq D, \quad (6)$$

а пороговым для убегания значением приложенной разности потенциалов U будет ее минимальное значение U_c , при котором (6) выполняется.

На рис. 3 красной сплошной линией (в онлайн версии) представлены результаты численного исследования пороговых условий убегания для $D = 7.5 \text{ mm}$ (такая длина промежутка соответствует экспериментам [44]), $\varepsilon_c = 110 \text{ eV}$ и $E_c = 270 \text{ kV/cm}$ (данные значения соответствуют атмосферному воздуху при давлении 760 Torr и температуре 300 K [28,29,40]). Уравнение (4) решалось для показателей неоднородности поля γ во всем допустимом диапазоне значений $1/2 \leq \gamma \leq 1$. В результате варьирования напряжения U вычислялся порог U_c , ниже которого электрон переставал убегать. Для $\gamma = 1$ (случай однородного поля), как и следовало ожидать, U_c максимально и равно $E_c D = 202.5 \text{ kV}$. Локальное усиление электрического поля вблизи острия при $\gamma < 1$ облегчает переход свободного электрона в режим убегания и, как

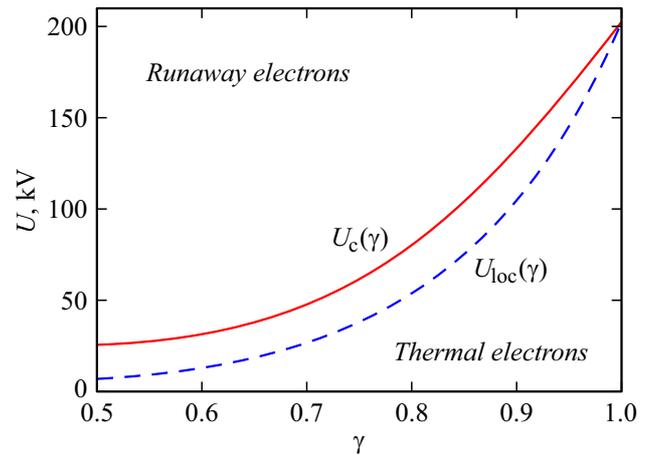


Рис. 3. Пороговое для убегания электронов напряжение в зависимости от показателя неоднородности поля γ (газ — атмосферный воздух при давлении 760 Torr и температуре 300 K, $D = 7.5 \text{ mm}$): U_c — численный расчет, U_{loc} — локальный критерий (7).

следствие, приводит к снижению U_c . При увеличении степени неоднородности поля (т.е. с уменьшением значения показателя γ) значение U_c монотонно падает, достигая минимума $\approx 25.8 \text{ kV}$ при $\gamma = 1/2$.

2. Локальный критерий убегания

Будем называть локальным критерий, для которого ключевым для перехода электрона в режим убегания является его динамика в области, откуда он стартует. В нашем случае это окрестность вершины клиновидного катода. Предполагается, что если электрон не стал тепловым в этой области, то он будет убегать и в остальной части промежутка. Так, в слабо-неоднородном поле ($dE/dx \ll U/D^2$) условием убегания электрона, стартующего из некоторой точки x_0 , является неравенство $E(x_0) > E_c$, т.е. условие убегания явно носит локальный характер — все определяет распределение поля в месте старта. В интересующем нас случае резко неоднородного поля такой критерий теряет значимость: величина $E(0)$ формально обращается в бесконечность при $\gamma < 1$.

Можно предложить более адекватный, но при этом остающийся локальным, критерий, основанный на требовании, что условие $E > E_c$ должно выполняться в точке x_c , в которой электрон набирает энергию ε_c и, согласно формуле (5), сила трения максимальна. Положение этой точки в вакуумном приближении (т.е. при пренебрежении потерями энергии в столкновениях с молекулами газа) определяется из уравнения $\varepsilon_c = e\varphi(x_c)$. Порог убегания — величина U_{loc} в терминах приложенного к промежутку напряжения — находится тогда из условия $E(x_c) = E_c$. С учетом распределений поля и потенциала (3) получим систему уравнений с

двумя неизвестными U_{loc} и x_c :

$$\varepsilon_c = \frac{eU_{loc}x_c^\gamma}{D^\gamma}, \quad \frac{\gamma U_{loc}x_c^{\gamma-1}}{D^\gamma} = E_c.$$

Находим из нее

$$U_{loc} = \left(\frac{\varepsilon_c}{e}\right)^{1-\gamma} \left(\frac{E_c D}{\gamma}\right)^\gamma, \quad x_c = \frac{\gamma \varepsilon_c}{e E_c}. \quad (7)$$

Локальным критерием убегания

$$U > U_{loc}(\gamma) \quad (8)$$

позволяет считать то, что в рассматриваемых условиях при $1/2 \leq \gamma \leq 1$ будет $x_c \approx 2 - 4 \mu\text{m}$, т.е. точка $x = x_c$ находится в непосредственной близости от катода.

Соответствующая (7) зависимость U_{loc} от γ показана на рис. 3 синей штриховой линией (в онлайн версии). Видно, что локальный критерий убегания (7), (8) является точным в тривиальном случае однородного поля $\gamma = 1$, когда $U_{loc} = U_c = E_c D = 202.5 \text{ kV}$. Он дает приемлемую точность (т.е. $U_{loc} \approx U_c$) для приближающихся к единице значениях показателя γ , т.е. для случая слабо-неоднородного распределения электрического поля в промежутке (клин с большим углом раствора β). При этом из рисунка очевидно, что критерий (7), (8) неприменим для близких к $1/2$ значений γ (клин с малым β). Так, $U_{loc}(0.5) \approx 6.7 \text{ kV}$, что почти в четыре раза меньше рассчитанного численно значения $U_c(0.5) \approx 25.8 \text{ kV}$. Это означает, что в случае резко неоднородного поля критерий убегания не носит локального характера, и определять порог убегания будут процессы и вблизи катода, и на периферии. Мы обсудим причины такого поведения электронов в разд. 3 и 4.

3. Причины ограничений в применимости локального критерия убегания

Обсудим движение электрона в пространстве, не ограниченном анодом, т.е. когда его энергия может неограниченно расти со временем. Сравним действующие на электрон силы eE и F при $x \rightarrow \infty$. Предположим, что здесь $eE \gg F$, т.е. электрон на периферии движется как в вакууме, а набираемая им энергия будет определяться пройденной разностью потенциалов: $\varepsilon(x) \approx e\varphi(x)$. В таком случае $\varepsilon \propto x^\gamma$, что позволяет оценить силу трения (5) как $F \propto x^{-\gamma} \ln x$. Сравнивая эту силу с электрической $eE \propto x^{\gamma-1}$, обнаруживаем, что наше предположение о доминировании eE над F справедливо при $1/2 < \gamma \leq 1$ и нарушается за счет наличия в (5) логарифмического множителя в единственной точке $\gamma = 1/2$, соответствующей нулевому углу раствора клина (лезвийный катод). Это означает, что если электрон перешел в режим убегания вблизи катода, то он продолжит убегать на периферии при $1/2 < \gamma \leq 1$. При $\gamma = 1/2$ в пределе $x \rightarrow \infty$ сила трения F будет

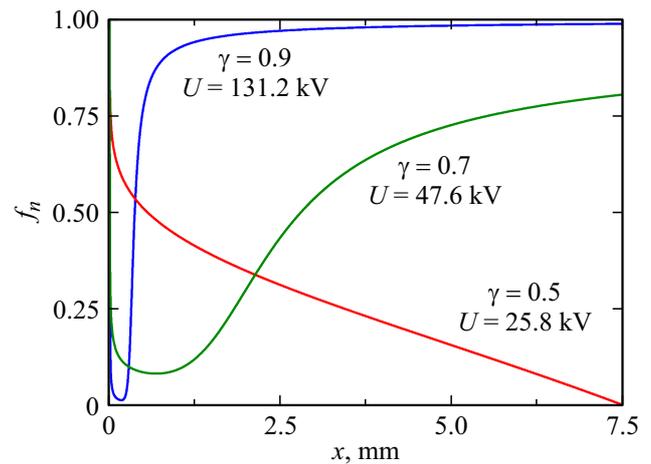


Рис. 4. Распределения действующей на УЭ приведенной силы f_n в межэлектродном промежутке для $\gamma = 0.5, 0.7, 0.9$ при околопороговых значениях напряжения $U \approx 25.8, 47.6, 131.2 \text{ kV}$ соответственно (газ — атмосферный воздух при давлении 760 Торг и температуре 300 К, $D = 7.5 \text{ mm}$).

доминировать над электрической силой eE . Электрон начнет терять энергию и неизбежно станет тепловым.

Таким образом, динамика электронов качественно различается для случаев $\gamma = 1/2$ и $\gamma > 1/2$. Однако эти различия проявляются в пределе $x \rightarrow \infty$. В реальной же ситуации, когда траектория электрона ограничена промежутком $0 \leq x \leq D$, следует ожидать плавного перехода между этими случаями при уменьшении значения показателя γ , а ответ на вопрос об условиях и характере убегания электронов требует более детального анализа.

4. Два режима убегания электронов

Чтобы проиллюстрировать различия в динамике УЭ при разных γ , приведем характерные распределения действующей на электрон суммарной силы f в межэлектродном промежутке $0 \leq x \leq D$ при минимальном превышении напряжением U порога U_c . Удобно ввести безразмерную приведенную (нормированную на eE) силу

$$f_n \equiv f/(eE) = 1 - F/(eE),$$

которая для УЭ всегда находится в интервале $0 < f_n < 1$. На рис. 4 показаны зависимости $f_n(x)$ для $\gamma = 0.5, 0.7, 0.9$. Они подтверждают наше предположение о различном характере поведения УЭ для различных частей допустимого диапазона γ . Для больших γ (т.е. $\gamma = 0.7$ и 0.9 на рис. 4) внутри промежутка имеется выраженный минимум приведенной силы f_n , в котором ее значение приближается к нулю. При уменьшении напряжения ниже порога U_c сила стала бы отрицательной; в такой ситуации электрон стал бы терять энергию, т.е. перестал быть убегющим. Выше порога величина f_n в минимуме положительна. Электрон непрерывно набира-

ет энергию в промежутке, а также формально в области за анодом $x > D$.

Для сравнительно малых γ (т.е. $\gamma = 0.5$ на рис. 4) наблюдается качественно иная картина. Приведенная сила монотонно снижается на всем интервале $0 \leq x \leq D$, достигая минимального — нулевого — значения на аноде $x = D$. Это означает, что электрон набирает максимальную энергию на аноде, а за ним формально начинает ее терять.

Таким образом, можно выделить два режима убегания электронов. Первый режим — когда порог убегания обусловлен наличием минимума силы f_n внутри промежутка (случай $\gamma = 0.7, 0.9$ на рис. 4). При преодолении этого „узкого“ места электрон продолжит убегать в оставшейся части промежутка. Второй режим — когда минимальное (для порога убегания — нулевое) значение приведенной силы приходится на анод (случай $\gamma = 0.5$ на рис. 4). В первом режиме электрон убегает при любых $x \geq 0$; во втором режиме — только внутри межэлектродного промежутка $0 \leq x \leq D$. Ниже мы аналитически сформулируем и проанализируем условия убегания для обоих режимов.

5. Нелокальные условия убегания

Проведенный выше анализ свидетельствует о том, что локальный критерий убегания $U > U_{loc}$, основанный на анализе поведения электрона в месте его старта — окрестности вершины клиновидного катода, — не работает для близких к $1/2$ значениям показателя γ , т.е. при малых углах раствора клина (рис. 2). Это связано с тем, что, как видно из рис. 4, относительный вклад силы трения в суммарную действующую на электрон силу увеличивается при его движении к аноду. В такой ситуации порог убегания не будет определяться его динамикой вблизи катода, как это полагалось при формулировке локального критерия убегания (7), (8).

Выведем в настоящем разделе необходимый нелокальный (т.е. учитывающий движение электрона во всем промежутке) критерий убегания. Во избежание путаницы обратим внимание, что анализируемый критерий не имеет отношения к также носящему нелокальный характер условию отсутствия таунсендовского размножения электронов $\alpha_i D \leq 1$ (здесь α_i — коэффициент размножения), который авторы [52] предложили использовать в качестве критерия убегания. Для вывода критерия будем использовать метод последовательных приближений.

В первом, вакуумном, приближении пренебрежем силой трения F . Энергия электрона тогда будет определяться пройденной им разностью потенциалов: $\varepsilon_{vac}(x) = e\varphi(x)$. В следующем приближении мы уже учтем влияние силы трения, но для ее вычисления будем использовать энергию электрона, найденную на предыдущем шаге, т.е. ε_{vac} . Действующая на электрон суммарная сила приближенно рассчитывается как

$f(x, \varepsilon_{vac}(x))$. Понятно, что всегда справедливо неравенство $\varepsilon_{vac}(x) \geq \varepsilon(x)$. Согласно формуле Бете (5), сила трения монотонно спадает с ростом ε при $\varepsilon > \varepsilon_c$, тогда $F(\varepsilon_{vac}(x)) < F(\varepsilon(x))$ и $f(x, \varepsilon_{vac}(x)) > f(x, \varepsilon(x))$. Это означает, что в используемом приближении мы переоцениваем действующую на электрон суммарную силу. Следовательно, получаемый на его основе критерий убегания будет занижать пороговое значение напряжения; он будет необходимым, но не достаточным.

Итак, по аналогии с (6) необходимым нелокальным условием убегания является

$$f(x, \varepsilon_{vac}(x)) = eE(x) - F(e\varphi(x)) > 0, \quad 0 \leq x \leq D \quad (9)$$

а пороговым для убегания значением приложенной разности потенциалов U будет минимальное значение U_{nl} , при котором неравенство (9) выполняется. Подставляя выражения (3) в (9), получим после несложных преобразований

$$\frac{\gamma e U^2 x^{2\gamma-1}}{\varepsilon_c E_c D^{2\gamma}} - \ln \left(\frac{2.718 e U x^\gamma}{\varepsilon_c D^\gamma} \right) > 0.$$

Для анализа этого выражения важно, что его левая часть имеет минимум при некотором $x = x_{min}$. Он находится из условия, что производная левой части по x обращается в нуль, т.е.

$$\frac{\gamma(2\gamma - 1)eU^2 x_{min}^{2\gamma-2}}{\varepsilon_c E_c D^{2\gamma}} - \frac{\gamma}{x_{min}} = 0.$$

Отсюда находим

$$x_{min} = \left[\frac{\varepsilon_c E_c D^{2\gamma}}{(2\gamma - 1)eU^2} \right]^{\frac{1}{2\gamma-1}}. \quad (10)$$

В тривиальном случае однородного электрического поля ($\gamma = 1, \beta = 180^\circ$), когда точным значением порогового напряжения является $E_c D$, формула (10) дает $x_{min} = \varepsilon_c / (eE_c) \approx 4 \mu\text{m}$, т.е. минимум находится в непосредственной близости от катода. Это в точности совпадает с аналогичным случаем $\gamma = 1$ для локального критерия убегания — см. (7).

В противоположном пределе $\gamma \rightarrow 1/2$ из (10) следует, что $x_{min} \rightarrow \infty$ (для такого вывода важно, что U — конечно). Это означает, что при близких к $1/2$ значениях γ минимум выходит за рамки области $0 \leq x \leq D$, в которой должно выполняться условие (9).

Из этого анализа можно заключить, что в зависимости от значения γ следует различать два типа критерия убегания. Для первого типа минимум (10) попадает в межэлектродный промежуток $0 < x_{min} < D$, а для второго он оказывается вне его, $x_{min} \geq D$.

В первом случае после прохождения „узкого“ места, в котором величина силы трения F приближается к величине электрической силы eE , электрон заведомо будет убегать в оставшейся части промежутка. Тогда

для формулировки условия убегания достаточно рассмотреть его поведение в единственной точке x_{\min} . Электрон будет убегать, если в ней сила f положительна. Пороговое для убегания значение напряженности U_{nl1} (если быть точным — его оценка снизу) соответствует обращению силы в нуль:

$$f(x_{\min}, \varepsilon_{\text{vac}}(x_{\min})) = 0, \quad (11)$$

или, что то же самое, паре условий $f = 0$ и $df/dx = 0$, одновременно определяющих величины x_{\min} и U_{nl1} . Подставляя (10) в (11) и разрешая получившееся выражение относительно U , получим искомым нелокальный критерий убегания первого типа:

$$U > U_{nl1}(\gamma), \quad U_{nl1} = \left(\frac{\varepsilon_c}{2.718e} \right)^{1-\gamma} \left(\frac{E_c D}{2\gamma - 1} \right)^\gamma. \quad (12)$$

Используя (10) и (12), находим положение минимума силы f для порога убегания

$$x_{\min} = \frac{(2\gamma - 1)\varepsilon_c}{eE_c} \exp\left(\frac{2 - 2\gamma}{2\gamma - 1}\right).$$

С помощью этого выражения легко найти пороговое значение γ_c показателя γ , ниже которого первый критерий убегания (12) не применим. Порог соответствует ситуации, когда положение минимума силы попадает на анод, т.е. $x_{\min} = D$ (в более общем виде, порог γ_c определяется из условий $f|_{x=D} = 0$ и $df/dx|_{x=D} = 0$). Получим для γ_c следующее трансцендентное уравнение:

$$(2\gamma_c - 1) \exp\left(\frac{2 - 2\gamma_c}{2\gamma_c - 1}\right) = \frac{eE_c D}{\varepsilon_c}. \quad (13)$$

Из него видно, что γ_c логарифмически слабо зависит от безразмерного комплекса $eE_c D/\varepsilon_c$ или, если учесть, что критическое поле E_c пропорционально давлению газа p [6,35,37] от произведения pD . Так, при изменении значения $eE_c D/\varepsilon_c$ в широком диапазоне от 800 до 8000 (при этом межэлектродное расстояние D меняется от 3 mm до 3 cm) значение γ_c меняется (снижается) лишь незначительно, от 0.55 до 0.54. Согласно (2), соответствующее пороговое значение угла раствора клина при этом меняется от 33° до 27° . Для рассматриваемого в настоящей работе примера ($D = 7.5$ mm, $E_c = 270$ kV/cm, $\varepsilon_c = 110$ eV) имеем для правой части (13): $eE_c D/\varepsilon_c \approx 1840$. Решением (13) тогда будет $\gamma_c \approx 0.546$. Этому значению показателя соответствует следующий пороговый угол раствора клина: $\beta_c \approx 30^\circ$ (изображенная на рис. 1 конфигурация катода соответствует именно этому значению угла). С учетом слабости зависимости γ_c и β_c от размера системы, указанные значения (0.546 и 30° соответственно) можно считать универсальными. Таким образом, критерий (12) применим для $\gamma_c \leq \gamma \leq 1$, т.е. для случая слабо-неоднородного электрического поля. Такой диапазон значений показателя γ соответствует клиновидному катоду со сравнительно большими углами раствора $30^\circ < \beta \leq 180^\circ$.

Во втором случае минимум (10) либо находится вне межэлектродного промежутка, $x_{\min} > D$, либо отсутствует вовсе (частный случай $\gamma = 1/2$). Приведенная сила f_n тогда монотонно убывает в промежутке с удалением от катода и минимальна на аноде $x = D$. Тогда для убегания электрона достаточно, чтобы сила была положительна на аноде, т.е. $f|_{x=D} > 0$. Пороговое значение напряжения U_{nl2} соответствует обращению силы в нуль:

$$f(D, \varepsilon_{\text{vac}}(D)) = 0.$$

Получим отсюда нелокальный критерий убегания второго типа:

$$U > U_{nl2}(\gamma), \quad (14)$$

где порог U_{nl2} определяется трансцендентным уравнением

$$\frac{\gamma e U_{nl2}^2}{\varepsilon_c E_c D} = \ln\left(\frac{2.718 e U_{nl2}}{\varepsilon_c}\right). \quad (15)$$

В достаточно широком диапазоне параметров для определения U_{nl2} можно использовать аппроксимацию

$$U_{nl2} \approx \left(\frac{\varepsilon_c E_c D}{\gamma e} \left(1.95 + 0.5 \ln \frac{e E_c D}{\gamma \varepsilon_c} \right) \right)^{1/2}.$$

Критерий (14), (15) применим для $0.5 \leq \gamma \leq \gamma_c \approx 0.546$, т.е. для случая резко неоднородного электрического поля. Этот диапазон значений показателя γ соответствует клиновидным катодам с малыми углами раствора $0^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$.

Итак, необходимым нелокальным условием убегания является

$$U > U_{nl}(\gamma), \quad U_{nl}(\gamma) = \begin{cases} U_{nl2}(\gamma), & 1/2 \leq \gamma \leq \gamma_c, \\ U_{nl1}(\gamma), & \gamma_c < \gamma \leq 1, \end{cases} \quad (16)$$

где величины U_{nl1} и U_{nl2} определяются выражениями (12) и (15). Соответствующая (16) зависимость порогового напряжения U_{nl} от показателя γ показана на рис. 5 сплошной зеленой линией (в онлайн версии). Для сравнения приведены зависимости $U_c(\gamma)$ (красная штриховая линия (в онлайн версии)) и $U_{loc}(\gamma)$ (синяя пунктирная линия (в онлайн версии)), продемонстрированные ранее на рис. 3. Видно, что учет нелокальных эффектов позволил заметно увеличить точность аналитического критерия убегания в области малых, приближающихся к $1/2$, значений показателя γ по сравнению с локальным критерием. Так, в частности, $U_{nl}(0.5) \approx 16.4$ kV, что гораздо ближе к рассчитанному численно значению $U_c \approx 25.8$ kV, чем давал локальный критерий, $U_{loc}(0.5) \approx 6.7$ kV (см. вставку на рис. 5, на которой с увеличением дан диапазон $0.5 \leq \gamma \leq 0.6$).

В значительной части области $\gamma_c < \gamma \leq 1$, как видно из рис. 5, нелокальный критерий убегания достаточно слабо отличается от локального критерия, т.е. $U_{nl} \approx U_{loc}$. Это можно связать с малостью отношения x_{\min}/D при достаточно больших γ . Так, например, при $0.59 \leq \gamma \leq 1$ будет $x_{\min}/D < 0.01$. Резкий рост x_{\min} до значения D

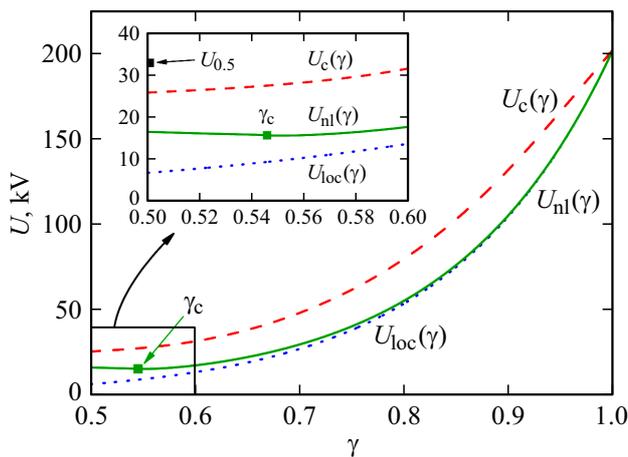


Рис. 5. Сплошная зеленая линия (в онлайн версии) — пороговое для убегания электронов напряжение U_{n1} в зависимости от показателя γ согласно нелокальному критерию (16) (газ — атмосферный воздух при давлении 760 Торр и температуре 300 К, $D = 7.5$ mm); зеленой точкой отмечена граница $\gamma = \gamma_c \approx 0.546$ применимости формул (12) и (15), определяющих величины U_{n1} и U_{n2} . Для сравнения показаны результаты численного расчета порогового напряжения $U_c(\gamma)$ (красная штриховая линия (в онлайн версии)) и соответствующая локальному критерию убегания (7), (8) зависимость $U_{loc}(\gamma)$ (синяя пунктирная линия (в онлайн версии)). На вставке — увеличенная область сравнительно малых γ , черной точкой показана аналитическая оценка $U_{0.5} \approx 32.7$ kV [44,48] порогового значения напряжения для $\gamma = 0.5$.

происходит лишь в непосредственной близости от граничного значения показателя $\gamma = \gamma_c$. Это означает, что, несмотря на использованный при нахождении зависимости $U_{n1}(\gamma)$ нелокальный подход, сам критерий убегания при $0.59 \leq \gamma \leq 1$ фактически носит локальный характер. Переход свободного электрона в режим убегания определяется процессами в непосредственной близости от катода, как и для более грубого критерия (7), (8).

Обсудим отдельно условия убегания для $\gamma = 1/2$. Этот выделенный случай, соответствующий рассмотрению лезвийного катода, рассматривался нами в [44,48,49]. Прогресс в его анализе был связан с выявленной возможностью точного решения уравнения движения свободного электрона для больших ϵ , когда можно пренебречь слабой логарифмической зависимостью от энергии в формуле Бете (5) и считать $F \propto 1/\epsilon$. Пороговое значение напряжения $U_{0.5}$ для этого случая, согласно [44,48], может быть оценено из трансцендентного уравнения

$$\frac{eU_{0.5}^2}{8\epsilon_c E_c D} = \ln \left(\frac{2.718eU_{0.5}}{2\epsilon_c} \right), \quad (17)$$

отличающегося от (15) коэффициентами. Для используемых в настоящей работе значений величин D , E_c , ϵ_c формула (17) дает $U_{0.5} \approx 32.7$ kV (черный квадрат на вставке рис. 5), что несколько превышает рассчитанное численно значение ≈ 25.8 kV. Причиной такого

расхождения является то, что в [44,48] анализировалось асимптотическое поведение электрона при $x \rightarrow \infty$, т.е. фактически за анодом. В численных расчетах разд. 1 мы, что более корректно, рассматривали убегание электрона в заданном промежутке $0 \leq x \leq D$.

6. Область убегания; влияние магнитного поля

Выше мы анализировали пороговые условия убегания электронов и потому ограничивались рассмотрением частиц, стартующих с вершины клина: их переход в режим убегания наиболее вероятен. Рассмотрим теперь случай, когда при заданном γ приложенное напряжение превышает порог убегания, $U > U_c$. В такой ситуации убежать смогут электроны, стартующие не только непосредственно с вершины клина, но и из некоторой окружающей вершину области пространства. Рассмотрим геометрию такой области, которую мы для краткости будем называть областью убегания, а также в связи с недавними работами [20,51] ее деформацию под влиянием внешнего однородного магнитного поля B , направленного вдоль оси x .

Определим сначала конфигурацию области пространства у вершины клина, в которой абсолютное значение напряженности электрического поля превышает порог убегания, т.е. $E > E_c$. Ее граница задается равенством $E > E_c$. Из (1) находим

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta}\right)^2} = \frac{\gamma U r^{\gamma-1}}{D^\gamma}.$$

Отсюда следует, что в плоскости $\{x, y\}$ граница представляет собой окружность радиусом

$$r_c = \left(\frac{\gamma U}{E_c D^\gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}.$$

Поскольку условие $E > E_c$ является необходимым локальным условием убегания электронов, искомая область убегания попадает внутрь круга $r < r_c$, т.е. r_c дает верхнюю оценку ее масштаба.

Рассмотрим наиболее важный для приложений случай $\gamma = 1/2$, когда угол раствора клина равен нулю и катод представляет собой лезвие (рис. 6). В этом случае

$$r_c = \frac{U^2}{4E_c^2 D}. \quad (18)$$

Возьмем для определенности значение напряжения $U = 50$ kV, что примерно в два раза превышает порог убегания (напомним, что для $\gamma = 1/2$ это примерно 25.8 kV). Получим $r_c \approx 114 \mu\text{m}$. Отметим, что эта оценка согласуется с рассчитанными в [19,24] размерами прикатодной области, в которой происходит размножение свободных электронов в результате процессов ударной

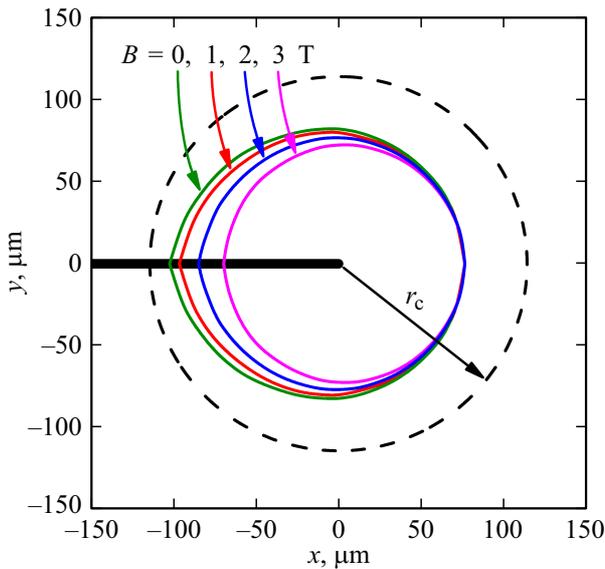


Рис. 6. Области убегания в окрестности вершины лезвийного катода для $B = 0, 1, 2, 3$ Т ($U = 50$ кВ, $D = 7.5$ мм, газ — атмосферный воздух при давлении 760 Торг и температуре 300 К). Штриховой линией показана область (круг радиусом $r_c \approx 114$ $\mu\text{м}$), в которой напряженность электрического поля превышает порог E_c .

ионизации молекул газа и их последующий переход в режим убегания.

На рис. 6 сплошными цветными линиями показана геометрия областей убегания для $B = 0, 1, 2, 3$ Т. Они определялись на основе численных расчетов трехмерной динамики свободных электронов, запускаемых из различных точек в окрестности вершины лезвия и движущихся под действием силы Лоренца и силы трения (торможения) в газе. Эти области, как и ожидалось, попадают внутрь окружности $r = r_c$ (черная штриховая линия), где выполняется необходимое локальное условие убегания $E > E_c$. Видно также, что области убегания деформируются (уменьшаются) с ростом B вследствие замагничивания электронов, которое препятствует набору ими энергии в условиях скрещенных электрического и магнитного полей. Такая ситуация реализуется, например, при старте электронов с боковых граней катода.

Оценим характерные значения магнитной индукции, при которых магнитное поле начинает оказывать существенное влияние на УЭ. Помимо масштаба r_c , при наличии магнитного поля возникает дополнительный масштаб — ларморовский радиус (гирорадиус) $r_g = mu/(eB)$, где $u = \sqrt{2\varepsilon/m}$ — характерная скорость электрона (считаем его нерелятивистским), m — его масса. Понятно, что при строгом анализе движения электрона следует разделять поперечную и продольную по отношению к направлению вектора B компоненты скорости; однако для качественных оценок достаточно ограничиться использованием абсолютного значения скорости.

Очевидно, что относительно слабое магнитное поле, для которого ларморовский радиус r_g много больше r_c , практически не будет влиять на конфигурацию области убегания. Она начинает заметно деформироваться, если ларморовский радиус r_g меньше r_c . Пороговое значение B_c магнитной индукции определим из условия $r_g = r_c$, которое с учетом определения ларморовского радиуса и формулы (18) для r_c дает

$$\frac{\sqrt{2m\varepsilon}}{eB_c} = \frac{U^2}{4E_c^2 D}.$$

Энергию электрона в области убегания оценим в вакуумном приближении по масштабу r_c : $\varepsilon \approx eU\sqrt{r_c/D}$. Находим в итоге

$$B_c \approx \frac{4m^{1/2}E_c^{3/2}D^{1/2}}{e^{1/2}U}.$$

Для рассматриваемых нами параметров $B_c \approx 2.3$ Т, что согласуется с результатами численных расчетов геометрии областей убегания, продемонстрированных на рис. 6. Существенные изменения формы областей убегания возникают при близких к B_c значениях магнитной индукции. Важно, что B_c попадает в диапазон значений 1–5 Т, используемых для управления потоками УЭ в [20,51]. Это говорит о необходимости учета деформации области убегания электронов под влиянием магнитного поля в экспериментальных условиях.

Заключение

В работе был проведен анализ условий убегания электронов в газовом диоде с катодом, представляющим собой идеальный (с нулевым радиусом кривизны кромки) клин с углом раствора в диапазоне $0 \leq \beta \leq 180^\circ$. При такой конфигурации катода распределение электрического поля в межэлектродном промежутке — существенно неоднородное. Напряженность поля удовлетворяет скейлингу $E \propto r^{\gamma-1}$ с $0.5 \leq \gamma < 1$, что обеспечивает формальное обращение E в бесконечность при $r \rightarrow 0$.

На примере воздушного промежутка длиной 7.5 мм было показано, что характер убегания электронов качественно различается для катодов со сравнительно большими ($\beta_c \leq \beta < 180^\circ$; $\beta_c \approx 30^\circ$) и малыми ($0 \leq \beta \leq \beta_c$) углами раствора. В первом случае, когда распределение электрического поля можно условно считать слабо-неоднородным, переход электронов в режим убегания определяется их поведением вблизи вершины клина, откуда они стартуют. Здесь достигает максимума относительный вклад силы трения в общую действующую на УЭ силу. Такая ситуация в целом аналогична возникающей для однородного поля. Во втором случае — случае резко неоднородного поля — относительный вклад силы трения нарастает с удалением от катода, и „узким“ местом, определяющим возможность убегания электронов, оказывается уже не прикатодная, а прианодная часть промежутка.

Выявленные различия в поведении электронов при различной степени неоднородности электрического поля приводят к различным условиям убегания, (12) и (14), (15), применимым для углов $\beta_c \leq \beta \leq \pi$ и соответственно $0 \leq \beta \leq \beta_c$. Сравнение этих условий с результатами численных расчетов продемонстрировало качественное согласие, см. графики U_{nl} и U_c на рис. 5. Отметим, что пороговое значение угла раствора β_c весьма слабо (логарифмически) зависит от безразмерного комплекса $eE_c D / \varepsilon_c$. Так, при увеличении $eE_c D / \varepsilon_c$ на порядок от 800 до 8000 угол меняется сравнительно слабо: он уменьшается с 33° до 27° . Это позволяет считать оценку $\beta_c \approx 30^\circ$, соответствующую подробно рассмотренному нами случаю с $eE_c D / \varepsilon_c \approx 1840$, достаточно универсальной.

Также в работе исследовалось влияние внешнего магнитного поля на геометрию области убегания вблизи вершины клина. Было показано, что она начинает заметно деформироваться (сжиматься) при значениях магнитной индукции в единицы тесла, когда ларморовский радиус для УЭ становится сравнимым с масштабом области закритического ($E > E_c$) поля вблизи острия. Именно такие поля ($B = 1 - 5$ Т) использовались для управления потоками УЭ в недавних экспериментах [20,51]. Отмеченное сжатие области убегания адекватно описывает наблюдаемую в эксперименте [20] тенденцию снижения тока УЭ с ростом магнитного поля, поскольку полный ток зависит от площади границы ионизированной области.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00053, <https://rscf.ru/project/23-19-00053/>.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] C.T.R. Wilson. Proc. Phys. Soc. London, **37**, 32D (1924).
- [2] H. Dreicer. Phys. Rev., **115**, 238 (1959). DOI: 10.1103/PhysRev.115.238
- [3] А.В. Гуревич. ЖЭТФ, **39** (5), 1296 (1960). [A.V. Gurevich. Sov. Phys. JETP, **12**, 904 (1960). <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/12/5/p904?a=list>]
- [4] S. Frankel, V. Highland, T. Sloan, O. Van Dyck, W. Wales. Nucl. Instrum. Methods, **44**, 345 (1966).
- [5] Ю.Л. Станкевич, В.Г. Калинин. ДАН СССР, **177** (1), 72 (1967). [Yu.L. Stankevich, N.S. Kalinin. Sov. Phys. Dokl., **12**, 1042 (1968).]
- [6] Г.А. Месяц, Ю.И. Бычков, В.В. Кремнев. УФН, **107** (6), 201 (1972). DOI: 10.3367/UFNr.0107.197206b.0201 [G.A. Mesyats, Yu.I. Bychkov, V.V. Kremnev. Sov. Phys. Usp., **15** (3), 282 (1972). DOI: 10.1070/PU1972v015n03ABEH004969]
- [7] В.В. Кремнев, Ю.А. Курбатов. ЖТФ, **42** (4), 795 (1972). [V.V. Kremnev, Yu.A. Kurbatov. Sov. Phys. Tech. Phys., **17**, 626 (1972).]
- [8] Л.В. Тарасова, Л.Н. Худякова, Т.В. Лойко, В.А. Цукерман. ЖТФ, **44** (3) 564 (1974). [L.V. Tarasova, L.N. Khudyakova, T.V. Loiko, V.A. Tsukerman. Sov. Phys. Tech. Phys., **19**, 351 (1974).]
- [9] П.А. Бохан, Г.В. Колбычев. Письма в ЖТФ, **6** (7), 418 (1980). [P.A. Bokhan, G.V. Kolbychev. Sov. Tech. Phys. Lett., **6**, 418 (1980).]
- [10] В.Ф. Тарасенко, В.Г. Шпак, С.А. Шунайлов, М.И. Яландин, В.М. Орловский, С.Б. Алексеев. Письма в ЖТФ, **29** (21), 1 (2003). [V.F. Tarasenko, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, V.M. Orlovskii, S.B. Alekseev. Tech. Phys. Lett., **29**, 879 (2003). DOI: 10.1134/1.1631351]
- [11] Н.А. Ашурбеков, К.О. Иминов, В.С. Кобзева, О.В. Кобзев. Письма в ЖТФ, **33** (12), 47 (2007). [N.A. Ashurbekov, K.O. Iminov, V.S. Kobzeva, O.V. Kobzev. Phys. Lett., **33**, 517 (2007). DOI: 10.1134/S1063785007060211]
- [12] G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov. IEEE Trans. Plasma Sci., **36**, 2497 (2008). DOI: 10.1109/TPS.2008.2005884
- [13] Y. Akishev, G. Aponin, V. Karalnik, A. Petryakov, N. Trushkin. J. Phys. D: Appl. Phys., **51**, 394003 (2018). DOI: 10.1088/1361-6463/aad704
- [14] T. Shao, R. Wang, C. Zhang, P. Yan. High Voltage, **3** (1), 14 (2018). DOI: 10.1049/hve.2016.0014
- [15] S.N. Ivanov, V.V. Lisenkov. J. Appl. Phys., **124**, 103304 (2018). DOI: 10.1063/1.5024974
- [16] V. Tarasenko. Plasma Sources Sci. Technol., **29**, 034001 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/ab5c57
- [17] В.Ф. Тарасенко, Е.Х. Бакшт, Д.В. Белоplotов, А.Г. Бураченко, И.Д. Костыря, М.И. Ломаев, Д.В. Рыбка, Д.А. Сорокин. Письма в ЖЭТФ, **102** (6), 388 (2015). DOI: 10.7868/S0370274X1518006X [V.F. Tarasenko, E.K. Bakst, D.V. Beloplotov, A.G. Burachenko, I.D. Kostyrya, M.I. Lomaev, D.V. Rybka, D.A. Sorokin. JETP Lett., **102**, 350 (2015). DOI: 10.1134/S0021364015180149]
- [18] A. Kozyrev, V. Kozhevnikov, M. Lomaev, D. Sorokin, N. Semeniuk, V. Tarasenko. Europhys. Lett., **114**, 45001 (2016). DOI: 10.1209/0295-5075/114/45001
- [19] N.M. Zubarev, V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, G.A. Mesyats, N.S. Semeniuk, K.A. Sharypov, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin. Plasma Sources Sci. Technol., **29**, 125008 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/abc414
- [20] G.A. Mesyats, E.A. Osipenko, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, N.M. Zubarev. IEEE Electron Device Lett., **43**, 627 (2022). DOI: 10.1109/LED.2022.3155173
- [21] G.A. Mesyats, M.S. Pedos, S.N. Rukin, V.V. Rostov, I.V. Romanchenko, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.R. Ul'masculov, M.I. Yalandin. Appl. Phys. Lett., **112**, 163501 (2018). DOI: 10.1063/1.5025751
- [22] В.Ю. Кожевников, А.В. Козырев, Н.С. Семенюк. Изв. вузов. Физика, **60** (8), 148 (2017). [V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, N.S. Semeniuk. Rus. Phys. J., **60**, 1425 (2017). DOI: 10.1007/s11182-017-1232-2]
- [23] G.V. Naidis, V.F. Tarasenko, N.Yu. Babaeva, M.I. Lomaev. Plasma Sources Sci. Technol., **27**, 013001 (2018). DOI: 10.1088/1361-6595/aaa072

- [24] G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, N.M. Zubarev, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.R. Ulmaskulov, O.V. Zubareva, A.V. Kozyrev, N.S. Semeniuk. *Appl. Phys. Lett.*, **116**, 063501 (2020). DOI: 10.1063/1.5143486
- [25] S.N. Ivanov, V.V. Lisenkov, Yu.I. Mamontov. *Plasma Sources Sci. Technol.*, **30**, 075021 (2021). DOI: 10.1088/1361-6595/abf31f
- [26] S.N. Ivanov. *Plasma Sources Sci. Technol.*, **31**, 055001 (2022). DOI: 10.1088/1361-6595/ac6693
- [27] E. Kunhardt, W. Byszewski. *Phys. Rev. A*, **21** (6), 2069 (1980). DOI: 10.1103/PhysRevA.21.2069
- [28] Л.П. Бабич, Т.В. Лойко, В.А. Цукерман. *УФН*, **160** (7), 49 (1990). DOI: 10.3367/UFNR.0160.199007b.0049 [L.P. Babich, T.V. Loiko, V.A. Tsukerman. *Sov. Phys. Usp.*, **33** (7), 521 (1990). DOI: 10.1070/PU1990v033n07ABEH002606]
- [29] L.P. Babich. *High-Energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases* (Futurepast, Arlington, TX, USA, 2003)
- [30] D. Levko, S. Yatom, V. Vekselman, J.Z. Gleizer, V.Tz. Gurovich, Ya.E. Krasik. *J. Appl. Phys.*, **111**, 013303 (2012). DOI: 10.1063/1.3675527
- [31] S. Yatom, A. Shlapakovski, L. Beilin, E. Stambulchik, S. Tskhai, Ye. Krasik. *Plasma Sources Sci. Technol.*, **25**, 064001 (2016). DOI: 10.1088/0963-0252/25/6/064001
- [32] E.V. Oreshkin, S.A. Barenholts, S.A. Chaikovskiy, V.I. Oreshkin. *Phys. Plasmas*, **22**, 123505 (2015). DOI: 10.1063/1.4936826
- [33] Г.А. Месяц, Ю.И. Мамонтов, И.В. Васенина. *Кр. сообщ. по физике ФИАН*, **10**, 47 (2022). [G.A. Mesyats, Yu.I. Mamontov, I.V. Vasenina. *Bull. Lebedev Phys. Institute*, **49**, 336 (2022). DOI: 10.3103/S1068335622100074]
- [34] E.H. Baksht, A.G. Burachenko, V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, I.D. Kostyrya, V.F. Tarasenko. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **43**, 305201 (2010). DOI: 10.1088/0022-3727/43/30/305201
- [35] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц. *Физика импульсного пробоя газов* (Наука, М., 1991)
- [36] J.R. Dwyer, D.M. Smith, S.A. Cummer. *Space Sci. Rev.*, **173**, 133 (2012). DOI: 10.1007/s11214-012-9894-0
- [37] Г.А. Месяц. *УФН*, **176**, 1069 (2006). DOI: 10.3367/UFNR.0176.200610d.1069 [G.A. Mesyats. *Phys. Usp.*, **49**, 1045 (2006). DOI: 10.1070/PU2006v049n10ABEH006118]
- [38] В.В. Лисенков, С.Н. Иванов, Ю.И. Мамонтов, И.Н. Тихонов. *ЖТФ*, **88** (12), 1912 (2018). DOI: 10.21883/JTF.2018.12.46798.68-18 [V.V. Lisenkov, S.N. Ivanov, Yu.I. Mamontov, I.N. Tikhonov. *Tech. Phys.*, **63** (12), 1872 (2018). DOI: 10.1134/S1063784218120095]
- [39] K.I. Bakhov, L.P. Babich, I.M. Kutsyk. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **28**, 1254 (2000). DOI: 10.1109/27.893314
- [40] L.R. Peterson, A.E.S. Green. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, **1** (6), 1131 (1968). DOI: 10.1088/0022-3700/1/6/317
- [41] Г.А. Месяц, М.И. Яландин, А.Г. Реутова, К.А. Шарыпов, В.Г. Шпак, С.А. Шунайлов. *Физика плазмы*, **38** (1), 34 (2012). [G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, A.G. Reutova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov. *Plasma Phys. Rep.*, **38**, 29 (2012). DOI: 10.1134/S1063780X11110055]
- [42] М.В. Ерофеев, Е.Х. Бакшт, В.Ф. Тарасенко, Ю.В. Шутько. *ЖТФ*, **83** (2), 52 (2013). [M.V. Erofeev, E.K. Baksht, V.F. Tarasenko, Y.V. Shut'ko. *Tech. Phys.*, **58**, 200 (2013). DOI: 10.1134/S1063784213020060]
- [43] T. Shao, V.F. Tarasenko, C. Zhang, E.K. Baksht, P. Yan, Y.V. Shut'ko. *Laser Part. Beams*, **30**, 369 (2012). DOI: 10.1017/S0263034612000201
- [44] N.M. Zubarev, M.I. Yalandin, G.A. Mesyats, S.A. Barenholts, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, O.V. Zubareva. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **51**, 284003 (2018). DOI: 10.1088/1361-6463/aac90a
- [45] Д.В. Белоplotов, В.Ф. Тарасенко, Д.А. Сорокин, В.А. Шкляев. *ЖТФ*, **91** (4), 589 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.04.50621.292-20 [D.V. Beloplotov, V.F. Tarasenko, D.A. Sorokin, V.A. Shklyayev. *Tech. Phys.*, **66** (4), 548 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221040046]
- [46] В.Ф. Тарасенко, Д.В. Белоplotов, Д.А. Сорокин. *ЖТФ*, **92** (5), 694 (2022). DOI: 10.21883/JTF.2022.05.52373.317-21 [V.F. Tarasenko, D.V. Beloplotov, D.A. Sorokin. *Tech. Phys.*, **67** (5), 586 (2022). DOI: 10.21883/TP.2022.05.53674.317-21]
- [47] H. Bethe. *Ann. Phys.*, **397** (3), 325 (1930). DOI: 10.1002/andp.19303970303
- [48] Н.М. Зубарев, Г.А. Месяц, М.И. Яландин. *Письма в ЖЭТФ*, **105** (8), 515 (2017). DOI: 10.7868/S0370274X17080124 [N.M. Zubarev, G.A. Mesyats, M.I. Yalandin. *JETP Lett.*, **105** (8), 537 (2017). DOI: 10.1134/S002136401708015X]
- [49] N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, M.I. Yalandin. *Electronics*, **11**, 2771 (2022). DOI: 10.3390/electronics11172771
- [50] С.Я. Белоmытцев, И.В. Романченко, В.В. Ростов. *Изв. вузов. Физика*, **51** (3), 71 (2008). [S.Y. Belomytsev, I.V. Romanchenko, V.V. Rostov. *Russ. Phys. J.*, **51**, 299 (2008). DOI: 10.1007/s11182-008-9052-z]
- [51] М.А. Гашков, Н.М. Зубарев, О.В. Зубарева, Г.А. Месяц, К.А. Шарыпов, В.Г. Шпак, С.А. Шунайлов, М.И. Яландин. *Письма в ЖЭТФ*, **113** (6), 370 (2021). DOI: 10.31857/S1234567821060033 [M.A. Gashkov, N.M. Zubarev, O.V. Zubareva, G.A. Mesyats, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin. *JETP Lett.*, **113** (6), 370 (2021). DOI: 10.1134/S0021364021060059]
- [52] А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко. *Письма в ЖТФ*, **29** (16), 54 (2003). [A.N. Tkachev, S.I. Yakovlenko. *Tech. Phys. Lett.*, **29**, 683 (2003). DOI: 10.1134/1.1606788]