

04.2

Стабилизация низкопороговой двухплазменной параметрической распадной неустойчивости при наклонном падении сверхвысокочастотной волны на плазму

© Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.porov@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 10 мая 2023 г.

В окончательной редакции 4 июня 2023 г.

Принято к публикации 7 июня 2023 г.

Показано, что при наклонном по отношению к магнитному полю падении необыкновенной электромагнитной волны в экспериментах по электронному циклотронному нагреву плазмы происходит увеличение порога по мощности накачки низкопороговой параметрической распадной неустойчивости, приводящей к генерации двух запертых верхнегибридных волн. Предложено использовать небольшой наклон пучка греющего излучения для подавления этой наиболее опасной и часто наблюдающейся в экспериментах по электронному циклотронному нагреву плазмы неустойчивости.

Ключевые слова: сверхвысокочастотная волна, параметрическая распадная неустойчивость.

DOI: 10.21883/PJTF.2023.15.55864.19623

В последнее время при электронном циклотронном (ЭЦ) нагреве плазмы был обнаружен ряд пороговых нелинейных эффектов, в том числе излучение плазмы со смещением частоты относительно частоты гиротрона [1], которые могут быть интерпретированы как последствия распада сверхвысокочастотной (СВЧ) волны. Для их объяснения была предложена теория низкопороговой параметрической распадной неустойчивости (ПРН) [2], которая развивает устоявшиеся представления о распространении микроволновых пучков в присутствии монотонного профиля плотности [3]. Она предсказывает распад СВЧ-волны при прохождении области плазмы с локальным максимумом плотности на пару локализованных вдоль направления неоднородности квазипродольных верхнегибридных (ВГ) волн, что впоследствии было многократно подтверждено в экспериментах по ЭЦ-нагреву, в которых профиль плотности был немонотонным в силу разных причин [4,5]. Предложенная теоретическая модель позволила воспроизвести частотные спектры и „радиационную температуру“ аномального излучения [6,7]. Развитая теория предсказывает возможность значительного аномального поглощения СВЧ-мощности [8], что получило косвенное экспериментальное подтверждение [9,10], и требует поиска путей контроля и повышения порогов возбуждения низкопороговых ПРН. Ранее влияние фокусировки пучка, вариации ширины и мощности пучка на порог и уровень насыщения ПРН было всесторонне исследовано в [11]. К сожалению, этого влияния оказалось недостаточно для подавления или эффективного контроля указанного нелинейного процесса. В настоящей работе исследуется влияние наклона пучка СВЧ-накачки относительно магнитного поля на величину порога ПРН, обладающей наименьшим порогом возбуждения, в ре-

зультате которой возбуждаются две запертые в плазме ВГ-волны. Результаты проиллюстрированы на примере токамака TEXTOR, где эффект аномального излучения, обнаруженный при ЭЦ-нагреве плазмы, был изучен наиболее детально [1].

Рассмотрим распад необыкновенной волны на две ВГ-волны, локализованные в окрестности максимума немонотонного профиля плотности. Учитывая малые размеры области распада волны накачки, мы пренебрежем как широм магнитного поля, так и кривизной магнитных поверхностей и используем локальную декартову систему координат (x, y, z) с началом отсчета, расположенным в центре пучка накачки и в локальном максимуме ВГ-частоты $\omega_{\text{UHR}} = \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2}$, где ω_{ce} , ω_{pe} — электронная циклотронная и электронная плазменная частоты. Координата x — потоковая переменная. Координаты z и y направлены соответственно вдоль магнитной силовой линии и перпендикулярно ей на магнитной поверхности. Пучок падающих монохроматических СВЧ-волн радиусом w , мощностью P_0 на частоте ω_0 вблизи от точки распада в приближении Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ-приближении) имеет вид

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{e}_0 \sqrt{\frac{2P_0}{v_{0g}(x)w^2}} \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2} + i \int_{-\infty}^x k_x(\omega_0, k_y, k_z, x') dx' + ik_z z + ik_y y - i\omega_0 t\right) + \text{с.с.} \quad (1)$$

где \mathbf{e}_0 — вектор поляризации, $k_x(\omega_0, k_y, k_z) = k_{0x}$ — проекция волнового вектора волны накачки, которую она имеет в области распада, v_{0g} — групповая скорость,

$k_{y,z}w \ll 1$. Потенциалы дочерних ВГ-волн, локализованных в окрестности максимума профиля ВГ-частоты, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \phi_1 &= a_m(y, z)\phi_m(x) \exp(i(q_z^{m,n} + k_z)z - i\omega_m t)/2 + \text{с.с.}, \\ \phi_2 &= a_n(y, z)\phi_n(x) \exp(iq_z^{m,n}z + i\omega_n t)/2 + \text{с.с.}, \end{aligned} \quad (2)$$

где собственные функции ϕ_j описывают локализованные моды $j = (m, n)$ и являются решением уравнения $\hat{D}_j \phi_j = 0$,

$$\begin{aligned} \hat{D}_j &= l_T^2(\omega_j, x)\hat{q}_x^4 + \varepsilon(\omega_j, x)\hat{q}_x^2 + \omega_j^2 g(\omega_j, x)^2/c^2 \\ &+ \eta(\omega_j, x)(q_z^{m,n})^2, \end{aligned}$$

ε , g , η — компоненты тензора „холодной“ плазмы, $\hat{q}_x^2 = -\partial^2/\partial x^2$, $l_T^2 \hat{q}_x^2$ — тепловая поправка к ε . Собственная частота $\omega_m = \omega_0 - \omega_n$ и компонента волнового вектора $q_z^{m,n}$ удовлетворяют условиям квантования. Безразмерные амплитуды a_m , a_n , которые описывают распределение потенциалов дочерних волн поперек направления неоднородности плазмы, удовлетворяют уравнениям [2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial a_m}{\partial t} + i\Lambda_{my} \frac{\partial^2 a_m}{\partial y^2} + i\Lambda_{mz} \frac{\partial^2 a_m}{\partial z^2} + u_m \frac{\partial a_m}{\partial z} \\ = \gamma_0 \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2} + ik_y y\right) a_n, \\ \frac{\partial a_n}{\partial t} - i\Lambda_{ny} \frac{\partial^2 a_n}{\partial y^2} - i\Lambda_{nz} \frac{\partial^2 a_n}{\partial z^2} - u_n \frac{\partial a_n}{\partial z} \\ = \gamma_0 \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2} - \frac{z^2}{2w^2} - ik_y y\right) a_m, \end{cases} \quad (3)$$

где $\gamma_0 \propto \sqrt{P_0/w^2}$ — инкремент неустойчивости в пределе бесконечно широкого пучка накачки, пропорциональный коэффициенту нелинейной связи двух ВГ-волн и волны накачки, $\Lambda_{jy} = \langle (2l_T^2(\omega_j, x)\hat{q}_x^2 + \varepsilon(\omega_j, x)) \rangle / D_{j\omega}$, $\Lambda_{jz} = \langle \eta(\omega_j, x) \rangle / D_{j\omega}$ — коэффициенты дифракции ВГ-мод $j = m, n$, $D_{j\omega} = 2\langle \omega_j / \omega_{pe}^2 \hat{q}_x^2 + q_z^{m,n} \omega_{pe}^2 / \omega_j^3 \rangle$, $\langle F(\omega_j, x) \rangle = \int \phi_j(x) F(\omega_j, x) \phi_j(x) dx$ — усреднение оператора F по области локализации соответствующей моды $j = m, n$, $u_m = 2(q_z^m + k_z)\Lambda_{mz}$, $u_n = 2q_z^n \Lambda_{nz}$ — продольные групповые скорости мод ВГ-волны. На рис. 1 для типичных условий экспериментов по ЭЦ-нагреву на токамаке TEXTOR [1] сплошной кривой показана зависимость радиального волнового числа моды $m = 4$ ВГ-волны от соответствующей координаты, полученная в ВКБ-приближении ($f_m = 70.09$ GHz, $q_z^{m,n} = 0.21$ cm $^{-1}$), штриховой кривой — сумма волновых чисел волны накачки на частоте $f_0 = 140$ GHz в случае, когда в области распада у нее $k_y = 0.1$ cm $^{-1}$, $k_z = 0$, и моды $n = 11$ ($f_n = 69.91$ GHz) ВГ-волны. В окрестности точки пересечения этих кривых выполнено распадное условие и происходит нелинейная генерация собственных мод ВГ-волны. Зависимость частоты ВГ-резонанса от координаты показана жирной сплошной кривой. Электронная, ионная температура на оси разряда и магнитное поле в магнитном острове

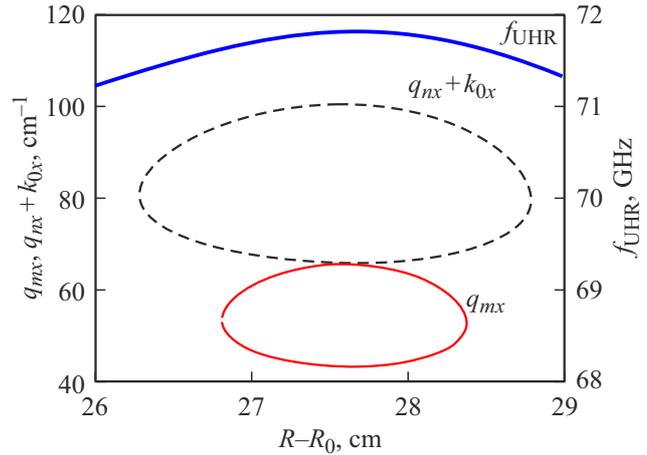


Рис. 1. Зависимость радиального волнового числа моды $m = 4$ ($f_m = 70.09$ GHz, $q_z^{m,n} = 0.21$ cm $^{-1}$) ВГ-волны от соответствующей координаты (сплошная кривая). Штриховая кривая — сумма волновых чисел волны накачки ($f_0 = 140$ GHz, $k_y = 0.1$ cm $^{-1}$, $k_z = 0$) и моды $n = 11$ ($f_n = 69.91$ GHz) ВГ-волны. Жирная сплошная кривая — профиль ВГ-резонанса. Электронная, ионная температура на оси разряда и магнитное поле в магнитном острове составляют соответственно $T_{e0} = 700$ eV, $T_{i0} = 400$ eV и $B_0 = 1.9$ Т.

составляют соответственно $T_{e0} = 700$ eV, $T_{i0} = 400$ eV и $B_0 = 1.9$ Т. Для экспоненциально растущих решений $a_{m,n} \propto \exp(\gamma t + iS(x, y))$ получим из системы (3) уравнение Гамильтона–Якоби [2]:

$$\begin{aligned} &\left(\gamma - i\Lambda_{my} \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 - i\Lambda_{mz} \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 + iu_m \frac{\partial S}{\partial z} \right) \\ &\times \left(\gamma + i\Lambda_{ny} \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)^2 + i\Lambda_{nz} \left(\frac{\partial S}{\partial z} \right)^2 - iu_n \frac{\partial S}{\partial z} \right) \\ &= \gamma_0^2 \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right), \end{aligned} \quad (4)$$

которое может быть исследовано численно с помощью метода лучевых траекторий. На рис. 2 показана траектория одной из дочерних волн для $P_0 = 600$ kW и $w = 1$ cm при $k_y = 0.1$ cm $^{-1}$, $k_z = 0$. Она соответствует собственным модам $p = 1$ и $s = 0$ вдоль координат y и z . Можно видеть, что в дополнение к локализации ВГ-волны вдоль координаты x из-за немонотонного профиля плотности они также локализованы и на магнитной поверхности в пределах пучка накачки (показан стрелкой) из-за нелинейной добавки к электронной восприимчивости плазмы. Важным упрощением обстоятельством для использованных в расчете параметров ($\Lambda_{my} = 5.13 \cdot 10^5$ cm 2 /s, $u_m = 1.1 \cdot 10^6$ cm/s, $\Lambda_{mz} = 4.3 \cdot 10^7$ cm 2 /s, $\gamma_0 = 1.9 \cdot 10^8$ s $^{-1}$), соответствующих рис. 1, является большая разница в частоте колебаний луча вдоль магнитного поля и поперек него, что имеет место из-за доминирования дифракционного

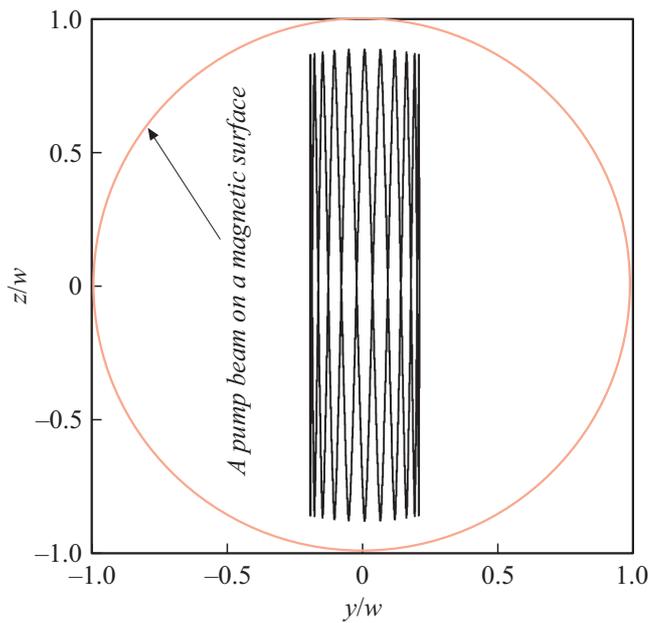


Рис. 2. Траектория ВГ-волны, являющаяся решением уравнения (4), соответствующая фундаментальным собственным модам $p = 1$ и $s = 0$ вдоль координат y и z . $P_0 = 600$ kW, $w = 1$ см. Условия, при которых $\Lambda_{my} = 5.13 \cdot 10^5$ cm²/s, $\Lambda_{mz} = 4.3 \cdot 10^7$ cm²/s, $u_m = 1.1 \cdot 10^6$ cm/s, $\gamma_0 = 1.9 \cdot 10^8$ s⁻¹, соответствуют условиям на рис. 1. Стрелкой показан пучок СВЧ-волн, в пределах которого траектория локализована на магнитной поверхности.

выноса из области распада вдоль координаты z , т. е. при условии $\Lambda_{my} \ll u_m w \ll \Lambda_{mz}$. Это неравенство позволяет воспользоваться сохранением адиабатического инварианта и свести задачу к квазиодномерной. Используя процедуру квантования для $Q_z = \partial S / \partial z$, найдем порог возбуждения ПРН, который для моды $s = 0$ вдоль координаты z имеет вид [2]:

$$|\gamma_0(0, P_0^{th})|^2 = (3\sqrt{\pi}\Gamma(3/4)/\Gamma(1/4))^{4/3} \Lambda_{mz} \Lambda_{nz} / w^4.$$

Так как $\gamma_0 \propto \sqrt{P_0/w^2}$, пороговое значение мощности накачки растет с уменьшением радиуса ее пучка. Однако, поскольку уменьшение радиуса пучка ограничено дифракционным пределом, такой метод ее стабилизации оказывается неэффективным. Отметим, что конвективные потери и дифракция ВГ-волн в направлении поперек магнитного поля не оказывают влияния на порог неустойчивости из-за малой величины. По этой же причине не оказывает сильного влияния на порог неустойчивости и наклонное распространение волны накачки в направлении оси y .

Рассмотрим влияние на порог ПРН наклонного распространения волны накачки вдоль магнитного поля. При достаточно большом угле наклона пучка накачки, $k_z w \gg 1$, наименьшим порогом обладает распад, при котором для одной из мод ВГ-волны доминируют дифракционные потери $q_z^{m,n} w \ll 1$, а для другой —

конвективный вынос со скоростью $u_m \approx 2k_z \Lambda_{mz}$. В этом случае $|\gamma_0(0, P_0^{th})|^2 \sim 2k_z \Lambda_{mz} \Lambda_{nz} / w^3$, и можно ожидать линейную зависимость порога неустойчивости P_0^{th} от k_z и угла $\vartheta = \arctan(n_z / \sqrt{1 - n_z^2}) \approx n_z$, $n_z = k_z c / \omega_0$. Заметим, что этот угол не совпадает, но близок к углу падения греющего излучения на плазму. Далее, предполагая периодические граничные условия, $w = 1$ см и начальный тепловой уровень дочерних волн, решим систему уравнений в частных производных (3) численно. Коэффициенты уравнений (3) в каждом из случаев $k_z \neq 0$ необходимо пересчитывать. На рис. 3 показан результат решения, который подтверждает линейный характер зависимости порога неустойчивости от угла падения накачки (см. штриховую линию, указанную стрелкой). При углах падения накачки порядка 20° порог неустойчивости оказывается порядка 1 MW, что позволяет говорить о возможности подавления низкороговой двухплазменной ПРН в современных экспериментах по ЭЦ-нагреву плазмы, в которых в нагревном пучке используется излучение от одного гиротрона, но оставляет открытым этот вопрос в случае эксперимента в токамаке ITER при суммарном уровне мощности порядка 60 MW.

Проанализировано влияние увеличения угла падения волны накачки относительно магнитного поля на порог ПРН двухплазменного распада в экспериментах по ЭЦ-нагреву плазмы необыкновенной волной на второй гармонике резонанса. Показана возможность подавления за счет этого неустойчивости при мощностях накачки, достигаемых в современных экспериментах в тороидальных магнитных ловушках. Поскольку углы, необходимые для подавления, невелики, можно надеяться, что при этом не будет меняться локализация области циклотронного поглощения волны накачки. Таким образом, в экспериментах по дополнительному нагреву плазмы на ЭЦ-резонансе для снижения уровня аномального

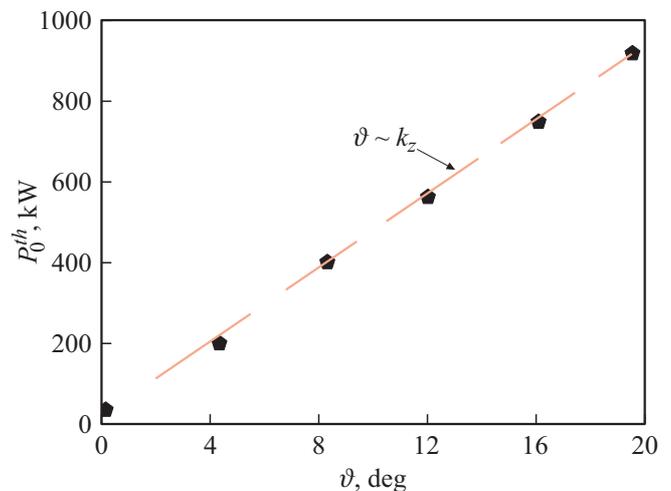


Рис. 3. Порог неустойчивости в зависимости от угла наклона антенны. Символы — результат численного решения (3). Штриховой линией показана линейная зависимость порога от угла наклона.

поглощения может быть рекомендован сравнительно небольшой наклон пучка греющего излучения по отношению к магнитному полю.

Финансирование работы

Аналитическое исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ 22-12-00010, численное моделирование — при поддержке государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе 0040-2019-0023, код для моделирования ПРН разработан при поддержке государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе 0034-2021-0002.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] E. Westerhof, S.K. Nielsen, J.W. Oosterbeek, M. Salewski, M.R. De Baar, W.A. Bongers, A. Bürger, B.A. Hennen, S.B. Korsholm, F. Leipold, D. Moseev, M. Stejner, D.J. Thoen (the TEXTOR Team), *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 125001 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.125001
- [2] Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов, *УФН*, **190** (4), 396 (2020). DOI: 10.3367/UFN.2019.05.038572 [E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, *Phys. Usp.*, **63**, 365 (2020). DOI: 10.3367/UFN.2019.05.038572].
- [3] B.I. Cohen, R.H. Cohen, W.M. Nevins, T.D. Rognlien, *Rev. Mod. Phys.*, **63**, 949 (1991). DOI: 10.1103/RevModPhys.63.949
- [4] S.K. Hansen, S.K. Nielsen, J. Stober, J. Rasmussen, M. Stejner, M. Hoelzl, T. Jensen, and the ASDEX Upgrade Team, *Nucl. Fusion*, **60**, 106008 (2020). DOI: 10.1088/1741-4326/aba802
- [5] A. Tancetti, S.K. Nielsen, J. Rasmussen, E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, D. Moseev, T. Stange, M.G. Senstius, C. Killer, M. Vecsı, T. Jensen, M. Zanini, I. Abramovic, M. Stejner, G. Anda, D. Dunai, S. Zoletnik, H.P. Laqua, and the W7-X Team, *Nucl. Fusion*, **62**, 074003 (2022). DOI: 10.1088/1741-4326/ac5d61
- [6] E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, *Phys. Plasmas*, **23**, 082503 (2016). DOI: 10.1063/1.4959849
- [7] Е.З. Гусаков, А.Ю. Попов, *Физика плазмы*, **49** (2), 128 (2023). DOI: 10.31857/S036729212260114X [E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, *Plasma Phys. Rep.*, **49**, 194 (2023). DOI: 10.1134/S1063780X22601626].
- [8] E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, *Plasma Phys. Control. Fusion*, **62**, 025028 (2020). DOI: 10.1088/1361-6587/ab5ba8
- [9] A.B. Altukhov, V.I. Arkhipenko, A.D. Gurchenko, E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, L.V. Simonchik, M.S. Usachonak, *Europhys. Lett.*, **126**, 15002 (2019). DOI: 10.1209/0295-5075/126/15002
- [10] А.И. Мещеряков, И.Ю. Вафин, И.А. Гришина, *Физика плазмы*, **47** (1), 22 (2021). DOI: 10.31857/S0367292120120057 [A.I. Meshcheryakov, I.Y. Vafin, I.A. Grishina, *Plasma Phys. Rep.*, **46**, 1144 (2020). DOI: 10.1134/S1063780X20120041].
- [11] E.Z. Gusakov, A.Yu. Popov, *Phys. Plasmas*, **27**, 082502 (2020). DOI: 10.1063/5.0011949