

02

Характерные особенности низкочастотной области инфракрасных спектров и кластерная модель строения жидкостей

© Г.А. Мельников¹, Н.М. Игнатенко¹, К.Н. Болдырев², О.А. Манжос¹, А.С. Громков¹

¹ Юго-Западный государственный университет,
305040 Курск, Россия

² Институт спектроскопии РАН,
108840 Москва, Троицк, Россия

e-mail: melnikovga@mail.ru, inmkstu@bk.ru, kn.boldyrev@gmail.com

Поступила в редакцию 17.01.2023 г.

В окончательной редакции 09.02.2023 г.

Принята к публикации 11.02.2022 г.

Проанализированы результаты экспериментального и теоретического исследований низкочастотной области инфракрасных спектров и спектров комбинационного рассеяния света в жидких циклических углеводородах (аренах) и их галогенозамещенных. Приведены результаты экспериментальных исследований 13 жидкостей в области $20-700\text{ см}^{-1}$ с помощью всеволнового вакуумного фурье-спектрометра высокого разрешения (Bruker IFS 125 HR). Показано, что появление спектральных полос в низкочастотной области (области „бозонного“ пика) инфракрасных спектров жидкостей обусловлено процессами формирования и распада кластерных образований в структуре жидкости.

Ключевые слова: инфракрасные спектры, углеводороды (арены), спектральные полосы, кластерная модель, „бозонный“ пик.

DOI: 10.21883/OS.2023.03.55386.4535-22

Введение

Экспериментальные и теоретические исследования в низкочастотной области инфракрасных (ИК) спектров различными авторами показали, что в области частот $20-120\text{ см}^{-1}$ в стеклах, полимерах и кристаллах наблюдается характерный пик, который получил название „бозонного пика“ [1–4].

Для объяснения природы бозонного пика предложен ряд физических моделей. В работе [5] выдвинута гипотеза о существовании резонанса между акустическими колебаниями и низкочастотными избыточными колебаниями, причем избыточные низкочастотные колебания возникают при вращении спаренных молекул (димеров) SiO_2 в структуре тетраэдра.

В работах [6] предполагается, что бозонный пик возникает из локализованных колебательных мод, связанных с долгоживущими локально предпочтительными структурами, которые присущи жидкому состоянию и случайным образом распределены в структуре нормальной жидкости. В этой модели объясняется зависимость интенсивности пика бозона от температуры, давления и хрупкости, а также отмечается тесная корреляция между пиком бозона и первым резким дифракционным пиком. Отмечено, что в равновесной жидкости могут формироваться долгоживущие кристаллические кластеры.

В работе [7] изучена роль локального поля, ангармонизма, степени неупорядоченности в формировании бозонного пика. Рассчитан спектр комбинационного рассеяния света малых частот модельного кристалла полиметилметакрилата с элементами неупорядоченности

с использованием метода атом–атом потенциалов при учете влияния локальных полей на спектр.

Довольно подробно исследован бозонный пик для воды [8,9]. Установлено, что в аморфных льдах и в переохлажденной воде форма бозонного пика является универсальной.

В работе [10] проанализированы низкочастотные особенности фоновых спектров неупорядоченных твердых растворов, в которых возможно возникновение возбуждений типа бозонных пиков. Предполагается, что основной причиной возникновения таких возбуждений является обусловленная разупорядочением дополнительная положительная дисперсия звуковых волн. Показано, что аномалии, подобные кроссоверу Иоффе-Регеля и бозонному пику, могут возникать не только в неупорядоченных системах, но и в упорядоченных кристаллических структурах со сложной решеткой. Полученные результаты в работах [9,10] позволяют сделать выводы о существенной роли ангармонических колебаний в кластерах, в которых „мягкие“ низкочастотные осцилляторы окружены высокочастотными осцилляторами, при этом кластеры становятся механически неустойчивыми.

В работах [11,12] предлагается структурная интерпретация либрационного спектра воды и растворов ацетонитрила в воде. Установлено, что полоса либрационных колебаний асимметрична, причем форма высокочастотного края полосы хорошо описывается гауссовой функцией.

Краткий анализ публикаций, касающихся физической природы бозонного пика, позволяет сделать вывод об

Таблица 1. Некоторые характеристики объектов исследования

Жидкость и химическая формула	$\mu 10^3$, kg/mol	ρ^{20} , kg/m ³	ρ_{crit} , kg/m ³	T_{boil} , К	T_{melt} , К	n_{20}^D
Бензол C ₆ H ₆	78.11	879.2	304	352.75	278.66	1.5010
Толуол C ₇ H ₈	92.14	866.9	290	382.85	178.14	1.4966
<i>o</i> -Ксилол <i>o</i> -C ₈ H ₁₀	106.16	875.1	287	415.95	247.97	1.5023
Этилбензол C ₈ H ₁₀	106.16	866.7	290	408.95	178.17	1.4959
Фторбензол C ₆ H ₅ F	96.10	1020.4	357	358.15	231.25	1.4662
Хлорбензол C ₆ H ₅ Cl	112.55	1106.2	365	405.15	227.57	1.5246
Бромбензол C ₆ H ₅ Br	157.01	1494.8	485	429.35	242.33	1.5602
<i>o</i> -Фтортолуол <i>o</i> -C ₇ H ₇ F	110.13	1004.1	326	386.65	211.15	1.473
<i>m</i> -Фтортолуол <i>m</i> -C ₇ H ₇ F	110.13	998.6	326	388.15	186.15	1.469
<i>p</i> -Фтортолуол <i>p</i> -C ₇ H ₇ F	110.13	1000.7	326	389.15	217.15	1.468
<i>o</i> -Хлортолуол <i>o</i> -C ₇ H ₇ Cl	126.58	1082.5	357	432.15	237.15	1.525
<i>m</i> -хлортолуол <i>m</i> -C ₇ H ₇ Cl	126.58	1072.2	343	434.15	225.15	1.522
<i>p</i> -Хлортолуол <i>p</i> -C ₇ H ₇ Cl	126.58	1069.7	351	435.55	280.65	1.520
2,4-дихлортолуол C ₇ H ₇ Cl ₂	161.03	1249.8	124	473.15	259.65	1.546
2,6-дихлортолуол C ₇ H ₇ Cl ₂	161.03	1268.6	–	469.15	275.15	1.550

Примечание. Приведенные термодинамические свойства жидкостей являются заводскими паспортными данными соответствующих химических реактивов, критическая плотность рассчитана по методике Лидерсена.

определяющей роли свойств кластерных образований в структуре жидкостей на характеристики бозонного пика.

В рамках кластерной модели строения жидкостей показано, что формирование бозонного пика в низкочастотной области ИК спектра и комбинационного рассеяния света обусловлено либрационными колебаниями димеров в структуре кластеров. Предложенная модель позволила описать взаимное расположение спектральных полос в ИК спектре в области бозонного пика [13,14].

Объекты исследования

Спектры пропускания были зарегистрированы на всеволновом вакуумном спектрометре высокого разрешения Bruker IFS 125 HR. Для измерения использовалась кювета с полиэтиленовыми окнами. Измерения производились при комнатной температуре (20°C). Кювета заполнялась исследуемой жидкостью, помещалась в кюветный отдел, в котором с помощью турбомолекулярного насоса создавался вакуум $\sim 10^{-4}$ Торг. Источником длинноволнового излучения служила ртутная лампа низкого давления, в качестве светоделиителя использовалась 6-микронная лавсановая пленка с германиевым просветлением, детектором излучения служил глубокоохлаждаемый (4.2 К) гелиевый болометр с алмазным фильтром.

Шаг сканирования выбирался исходя из актуальной ширины наблюдаемых полос и составлял 2 см^{-1} для

всех соединений. Точность определения волнового числа спектрометра лучше, чем $5 \cdot 10^{-7}$ от измеряемого волнового числа.

Проведены исследования для чистых жидких аренов и их галогеносодержащих — циклических углеводородов, в основе молекулярного строения которых лежит бензольное кольцо, причем в галогензамещенных аренах один или несколько атомов водорода замещены атомами галогенов (F, Cl, Br). Выбранный класс жидкостей для исследований имеет широкое практическое применение в химических технологиях, парфюмерной промышленности и в процессах получения органических растворителей. В теоретическом плане арены и их галогеносодержащие используются как модельные жидкости для апробации различных моделей. В частности, благодаря присутствию межмолекулярного взаимодействия типа галоген–водород (H...F, H...Cl, H...Br) в структуре этих жидкостей возможно формирование кластерных систем, спектроскопические свойства которых проявляются в далекой (низкочастотной) области ИК спектров. Одна из возможных моделей межмолекулярного взаимодействия рассмотрена в работе [14].

Исследуемый класс жидкостей можно разделить на две группы: первая группа — бензол и его галогеносодержащие, в которых замещение одного или нескольких атомов водорода атомами галогенов приводит к понижению температуры кристаллизации по сравнению с родоначальной жидкостью (табл. 1); вторая группа — толуол

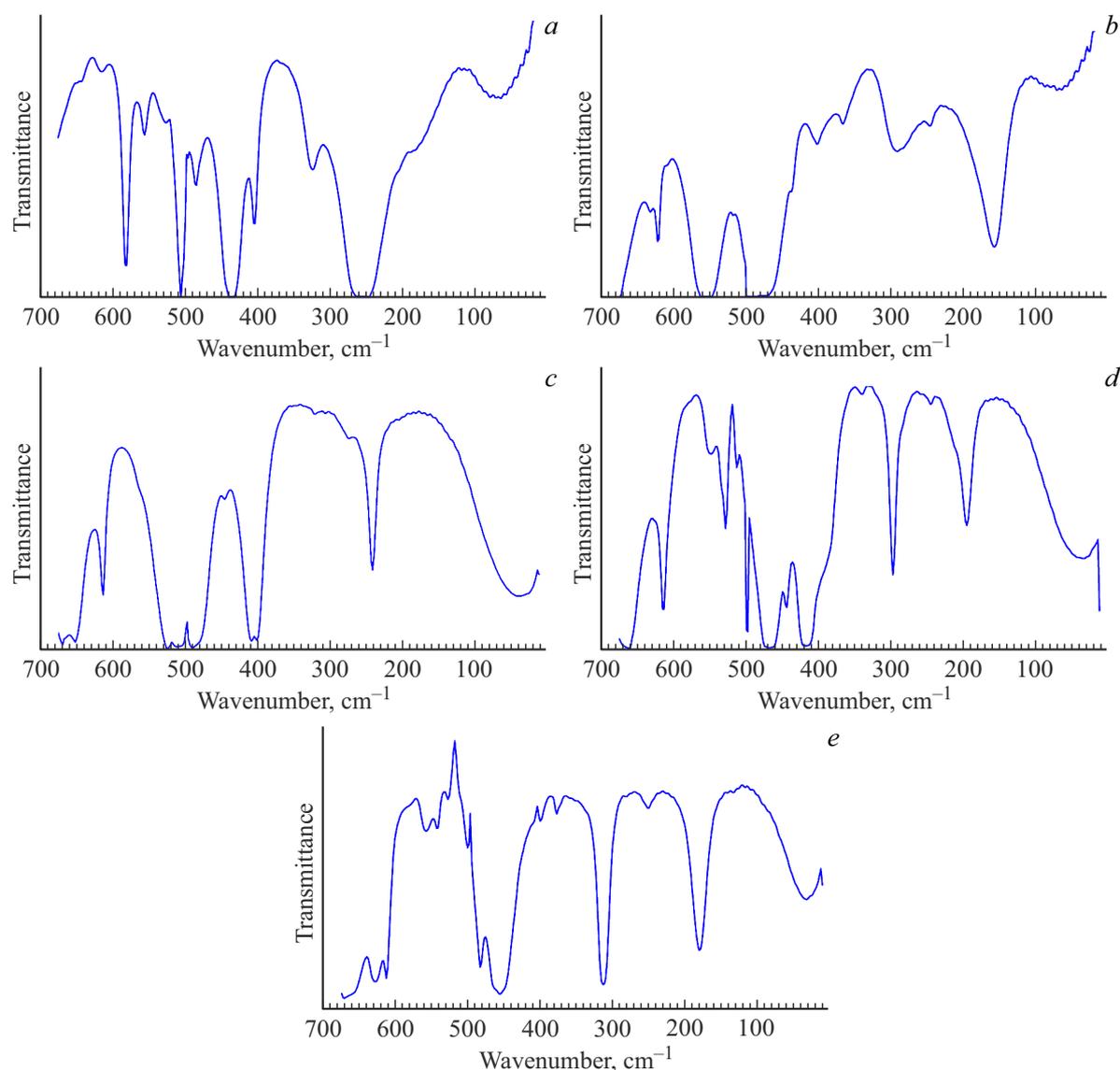


Рис. 1. ИК спектры жидких *o*-ксилола, этилбензола и галогензамещенных бензола: *a* — *o*-ксилол; *b* — этилбензол; *c* — фторбензол; *d* — хлорбензол; *e* — бромбензол.

и его галогеносодержащие, в которых замещение одного или нескольких атомов водорода атомами галогенов приводит к повышению температуры кристаллизации по сравнению с родоначальной жидкостью. Выявлены также различия в спектрах для выделенных двух групп исследуемых жидкостей. В табл. 1 приведены некоторые характеристики объектов исследования.

Результаты экспериментального исследования

ИК спектры жидких *o*-ксилола, этилбензола и галогензамещенных бензола представлены на рис. 1.

ИК спектры жидких галогензамещенных толуола представлены на рис. 2.

Анализ ИК спектров жидких аренов и их галогензамещенных позволил сделать следующие выводы.

1. В области частот $20\text{--}120\text{ cm}^{-1}$ обнаружен максимум поглощения для всех исследуемых жидкостей, который можно трактовать как „бозонный“ пик в ИК спектрах жидкостей. В ИК спектрах исследованных жидкостей в области частот $20\text{--}700\text{ cm}^{-1}$ обнаружены явно выраженные спектральные полосы в режиме пропускания, причем первая низкочастотная полоса ($20\text{--}120\text{ cm}^{-1}$) обычно трактуется как бозонный пик в ИК спектрах (или рамановских спектрах) конденсированных сред.

2. Наличие бозонного пика в низкочастотной области ИК спектра в конденсированных средах объясняется процессами формирования и распада кластерных систем в их структуре. В жидкостях и плотных газах с хаотич-

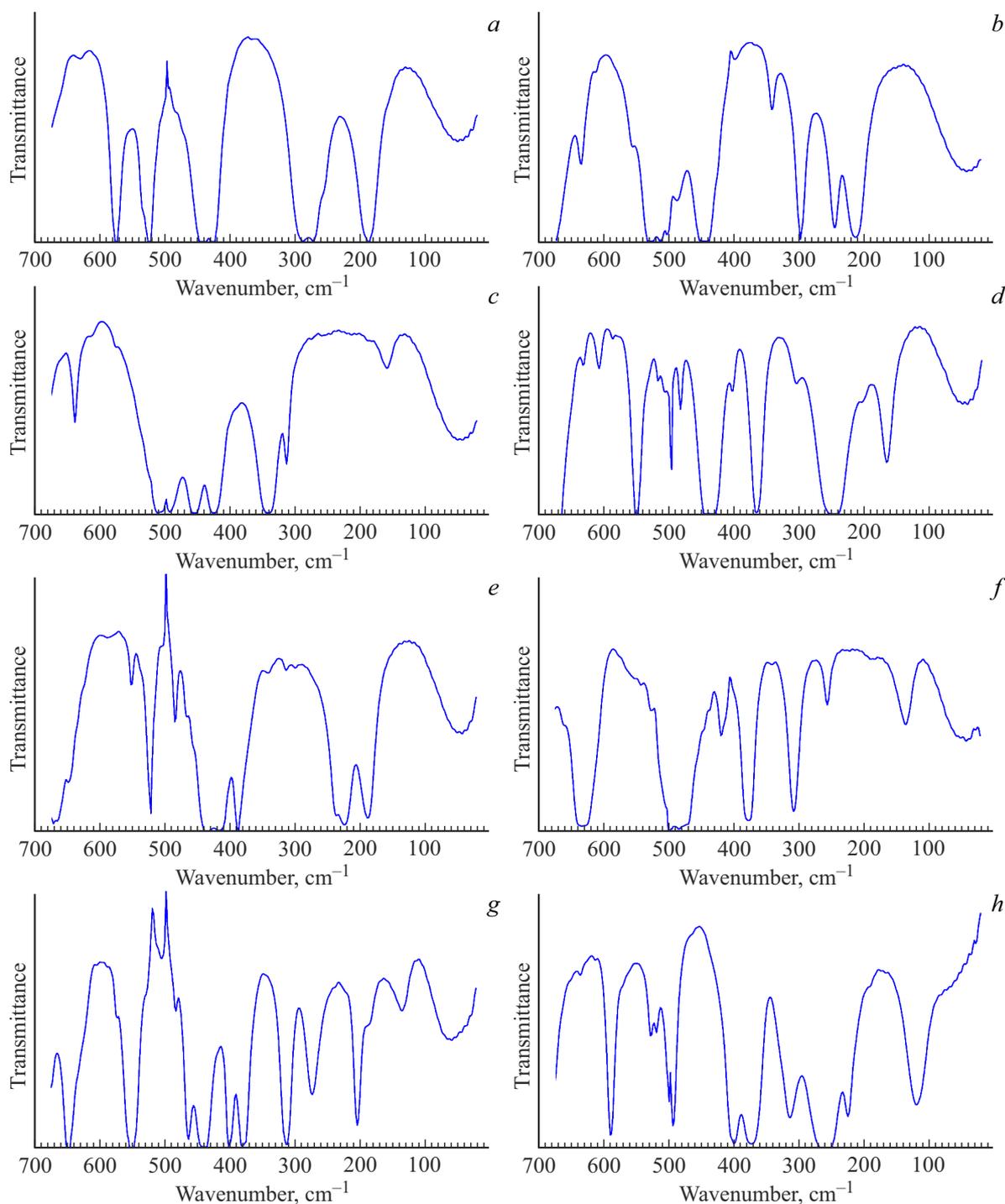


Рис. 2. ИК спектры жидких галогензамещенных толуола: *a* — *o*-фтортолуол; *b* — *m*-фтортолуол; *c* — *p*-фтортолуол; *d* — *o*-хлортолуол; *e* — *m*-хлортолуол; *f* — *p*-хлортолуол; *g* — 2,4-дихлортолуол; *h* — 2,6-дихлортолуол.

ным движением частиц характерно формирование малых кластеров, содержащих в своем составе до 1000 частиц, причем в условиях динамического равновесия устанавливается распределение кластеров по числу частиц, содержащихся в их составе.

Распределение кластеров по численному составу можно описать двухпараметрической функцией плотности

вероятностей Эрланга [13,14]

$$f(Z) = \frac{\lambda^m}{(m-1)!} Z^{m-1} e^{-\lambda Z}, \quad (1)$$

которая позволила вычислить среднее число частиц в кластере в среде по ее плотности и критической

плотности

$$\bar{Z} = \int_0^{\infty} Z f(Z) dZ = \frac{m!}{(m-1)!} \frac{1}{\lambda} = \frac{m}{\lambda} = m\theta = \exp \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}}. \quad (2)$$

Функция распределения (1) позволяет найти функцию распределения частот в ИК спектре жидкости [14]

$$f(\omega_*) = \frac{\lambda^4}{3} \omega_*^7 e^{-\lambda \omega_*^2}. \quad (3)$$

Здесь $\omega_* = \omega/\omega_{\text{min}}$ — приведенная частота.

По ширине спектра на уровне $1/2f_{\text{max}}(\omega_*)$ оценивается время жизни наиболее вероятного кластера при выбранных параметрах состояния жидкости

$$\tau = \frac{1}{\Delta\omega_*} = \frac{1}{\omega_*'' - \omega_*'}. \quad (4)$$

Бозонный пик имеет тонкую структуру, включающую в себя серию низкоэнергетических спектральных линий, взаимное расположение которых связано с рядом чисел Фибоначчи. Математически спектральную серию в структуре бозонного пика можно описать простым соотношением [14,15]

$$\frac{\omega_i}{\omega_{\text{min}}} = \omega_* = \sqrt{F_i}. \quad (5)$$

Низкочастотная граница бозонного пика ω_{min} определяется при числе Фибоначчи $F = 1$ в формуле (5) и определяется выражением [14,15]

$$\omega_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2\Delta H_{\text{dim}}}{J_{\text{dim}}}}, \quad (6)$$

где J_{dim} — момент инерции димера относительно главных осей для различных конфигураций димера в структуре кластера, ΔH_{dim} — энтальпия образования димерной конфигурации.

В неупорядоченных конденсированных средах (плотных газах, жидкостях) с хаотичным движением частиц возможны процессы самоорганизации частиц в кластерные системы на основе эффекта Ефимова [16–21]. В результате взаимодействия сформированного кластера с одиночными частицами среды число частиц в кластере может стать равным одному из чисел Фибоначчи. В этом случае кластер начинает делиться согласно „золотой“ пропорции, образуя цепное деление до развала на свободные, хаотично движущие частицы.

На рис. 3 представлена схема распада кластера Фибоначчи с числом частиц 8, причем на каждом этапе распада переизлучается квант электромагнитного излучения. Этими процессами объясняется появление спектральных полос в низкочастотной области ИК спектров органических жидкостей.

3. Независимо от внутреннего строения и изометрии молекул жидкости их спектры в низкочастотной области

носят универсальный характер, причем взаимное расположение приведенных частот для каждой жидкости описывается формулой (5) по набору чисел Фибоначчи.

Низкочастотная граница бозонного пика является индивидуальной спектроскопической характеристикой жидкости и определяется формулой (6). В табл. 2 приведены результаты расчетов низкочастотной границы бозонного пика (эти частоты выделены жирным шрифтом) и частот в структуре бозонного пика по числам Фибоначчи, сравнение с экспериментальными данными для жидкостей различной молекулярной структуры.

В табл. 3 приведены сравнения низкочастотных ИК спектров для углеводородов и их галогеносодержащих различной структуры, полученных авторами, с расчетами частот по числам Фибоначчи.

Исследования свойств систем из нескольких частиц в рамках квантовой теории рассеяния позволили получить систему уравнений типа уравнений Фаддеева [16–18], фундаментальное решение которых было выполнено Ефимовым для трехчастичной системы путем использования для координат частиц соотношений Якоби [19–21].

В гиперсферических координатах уравнение Шредингера записывается в виде [19–21]

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial R^2} + V_n(R) - k^2\right) \sqrt{R} F_n(R) = 0, \quad (7)$$

$$V_n(R) = \frac{s_n^2 - 1/4}{R^2}, \quad (8)$$

где $V_n(R)$ — гиперрадиальный потенциал Ефимова, R — гиперрадиус.

Решения уравнения (7) с потенциалом (8) являются действительными, однако, как показали расчеты, при значении параметра $s_n = s_0 \approx \pm 1.00624i$ решение становится мнимым. В этом случае потенциал (8) становится отталкивающим и трактуется как центробежный барьер для свободного движения трехчастичной системы, при этом приводит к эффективному притяжению трех тел [21].

Присутствие „золотого“ сечения в структуре кластера предполагает определенный закон взаимодействия между частицами [22]. Воспользуемся степенным потенциалом Г. Ми [23,24]

$$\varphi(r_{ij}) = \frac{\varepsilon_0}{n-m} \left(\frac{n^n}{m^m}\right)^{\frac{1}{n-m}} \left[\left(\frac{\sigma}{r_{ij}}\right)^n - \left(\frac{\sigma}{r_{ij}}\right)^m \right], \quad (9)$$

$$C_{ij} = \frac{n}{(n-m)} \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{m}{n-m}}, \quad \sigma_0 = \left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{1}{n-m}} R_1. \quad (10)$$

При значениях параметров $m = 2$ и $n = 3$ потенциал (9) принимает вид

$$\varphi(r_{ij}) = \frac{9}{4} \varepsilon_0 \left[\left(\frac{\sigma_0}{r_{ij}}\right)^3 - \left(\frac{\sigma_0}{r_{ij}}\right)^2 \right]. \quad (11)$$

Таблица 2. Низкочастотные спектры для углеводородов и их галогенсодержащих различной структуры

Расчет/эксперимент	ω, cm^{-1} , при F_i									
	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
Бензол										
Расчет (5), (6)	23.5	33.2	40.7	52.5	66.5	84.7	108	138	174	222
Эксперимент [26]	–	34.0	–	–	–	87	–	131	169	228
Эксперимент [27]	–	–	–	–	–	–	96	130	198	255
Эксперимент [28,29]	–	31.4	–	–	61	87	112	128	179	214
Хлорбензол										
Расчет (5), (6)	–	30	36	47	59	76	96	122	156	198
Эксперимент [30]	21	33	37	47	56	81	92	118	155	202
Бромбензол										
Расчет (5), (6)	25	35	43	56	71	90	115	146	185	236
Эксперимент [26]	29	34	–	–	–	90	–	130	198	230
Эксперимент [28,29]	–	–	–	–	–	89	–	–	182	245
<i>m</i> -Хлортолуол										
Расчет (5), (6)	30.4	43	53	68	86	110	139	177	225	287
Эксперимент [26]	–	43	50	–	–	125	–	228	247	–
<i>m</i> -Бромтолуол										
Расчет (5), (6)	33.0	47	57	74	93	119	151	192	245	311
Эксперимент [26]	33	–	–	–	–	120	–	–	242	314
Эксперимент [28,29]	–	–	–	–	–	–	171	197	225	306
<i>o</i> -Крезол										
Расчет (5), (6)	28.3	40	49	63	80	102	130	165	211	269
Эксперимент [26]	–	40	–	68	85	90	–	–	190	280
Эксперимент [28,29]	–	–	–	–	–	–	–	–	190	274
<i>m</i> -Крезол										
Расчет (5), (6)	26.3	37	46	59	74	95	121	153	195	248
Эксперимент [26]	–	–	–	–	–	95	–	–	219	249
Эксперимент [28,29]	–	–	–	–	–	–	–	–	214	239
Анизол										
Расчет (5), (6)	26.8	38	46	60	76	97	123	156	199	253
Эксперимент [26]	–	–	–	60	75	97	126	–	–	226
Эксперимент [28,29]	–	–	–	–	–	–	–	–	210	264

Особенность потенциалов (8) и (11) заключается в том, что в трехчастичной системе Ефимова возникающее слабое, „затравочное“ взаимодействие сопровождается возникновением более сильного взаимодействия, пропорционального R^{-2} . В этом случае в многочастич-

ной системе возникает иерархия взаимодействий, когда слабые взаимодействия приводят к более сильным [25]. Это является причиной образования связанного состояния трех частиц с последовательным формированием дискообразной кластерной системы [31].

Таблица 3. Сравнения низкочастотных ИК спектров для углеводородов и их галогеносодержащих различной структуры, полученных авторами, с расчетами частот по числам Фибоначчи

Расчет/эксперимент	ω, cm^{-1} , при F_i									
	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
<i>o</i> -Ксилол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	35	50	58	79	94	127	–	–	255
Этилбензол										
Расчет (5)	–	35	43	56	71	90	115	146	185	236
Эксперимент авторов	25	35	42	58	71	87	112	158	–	245
Фторбензол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	39	–	–	–	–	–	158	197	241
Хлорбензол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	33	48	–	–	–	125	158	195	258
Бромбензол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	33	–	–	–	94	127	–	–	–
<i>o</i> -Фтортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	35	48	56	–	–	125	–	–	–
<i>m</i> -Фтортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	40	48	–	–	–	125	158	212	245
<i>p</i> -Фтортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	40	48	–	–	–	125	158	204	258
<i>o</i> -Хлортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	40	48	56	–	–	125	166	204	255
<i>m</i> -Хлортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	40	48	–	–	–	127	–	–	–
<i>p</i> -Хлортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	40	48	56	–	–	133	–	204	255
2,4-Дихлортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	42	50	64	–	–	133	–	202	272
2,6-Дихлортолуол										
Расчет (5)	–	38	47	60	76	97	124	157	200	255
Эксперимент авторов	27	42	50	64	79	–	118	166	–	255

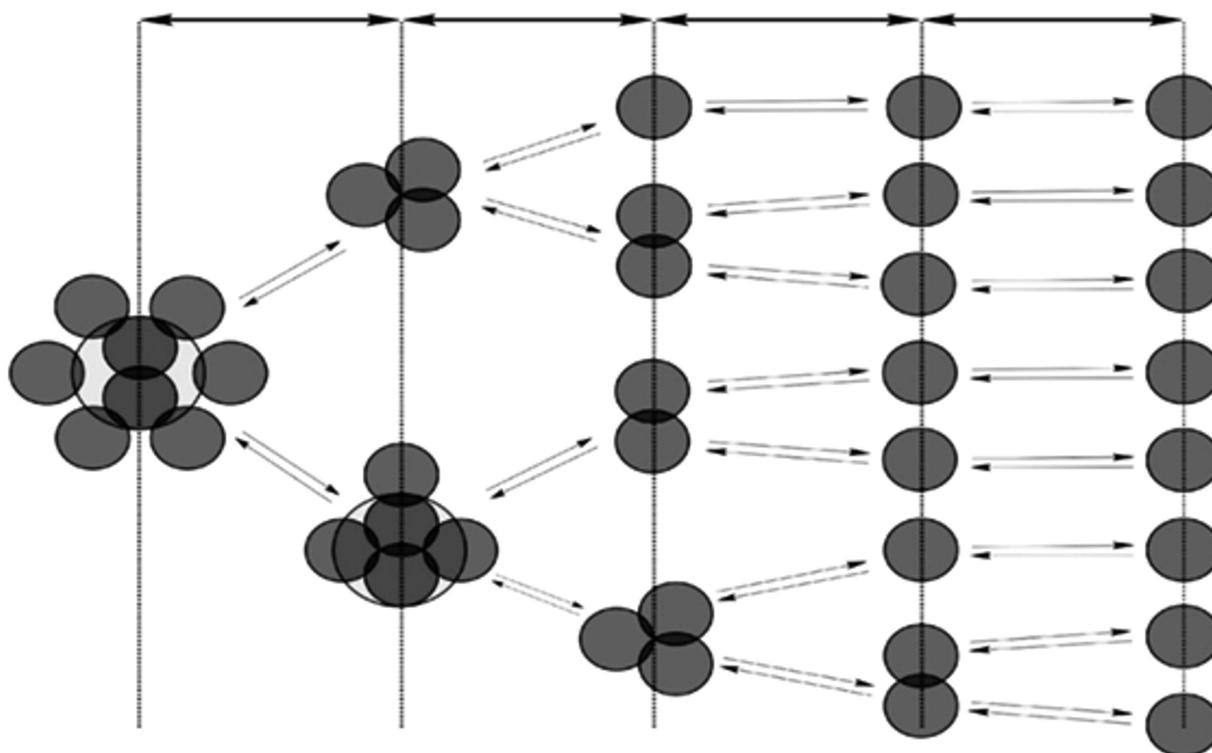


Рис. 3. Схема распада кластера ($F = 8$).

Выводы

Экспериментальные исследования ИК спектров жидких углеводородов (аренов) и их галогензамещенных показали, что в низкочастотной области спектров ($20\text{--}120\text{ см}^{-1}$) наблюдается полоса пропускания, которая в кристаллах, стеклах и полимерах носит название „бозонного пика“. Со стороны малых частот полоса пропускания ограничена предельным значением частоты (низкочастотная граница бозонного пика — $20\text{--}30\text{ см}^{-1}$), которая является однозначной характеристикой жидкости.

В рамках предложенной кластерной модели строения жидкостей удастся предсказать наличие бозонного пика в низкочастотной области ИК и рамановских спектров в конденсированных средах, наличие которого объясняется процессами формирования и распада кластерных систем в структуре вещества. В жидкостях и плотных газах характерно формирование малых кластеров, содержащих в своем составе до 1000 частиц, причем в условиях динамического равновесия устанавливаются распределения кластеров по числу частиц, содержащихся в их составе. Математически распределение кластеров по численному составу можно описать двухпараметрической функцией Эрланга.

Низкочастотная граница бозонного пика в рамках предложенной модели определяется характеристиками димерного образования (энергией образования определенной конфигурации димера ΔH_{dim} , моментом инерции

конфигурации J_{dim}) в структуре кластера согласно соотношению (6).

Вычисления низкочастотной границы бозонного пика показали, что их значения лежат в пределах $15\text{--}40\text{ см}^{-1}$ в зависимости от состава и структуры конденсированных сред. Для простых органических жидкостей и их растворов низкочастотная граница бозонного пика составляет $20\text{--}30\text{ см}^{-1}$.

Взаимное расположение спектральных полос с приведенными наиболее вероятными частотами в области бозонного пика является универсальной функцией для всех жидкостей с различной молекулярной структурой и атомным составом молекул и может быть описано с погрешностью $1\text{--}2\%$ рядом чисел Фибоначчи по формуле (5).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Д. Браун, А. Флорид, М. Сейнзбери. *Спектроскопия органических веществ* (Мир, М., 1992).
- [2] В.А. Рыжов. *Опт. и спектр.*, **127** (6), 895 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.12.48682.340-18 [V.A. Ryzhov. *Opt. Spectrosc.*, **127** (6), 979 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X1912021X].
- [3] В.А. Рыжов, В.А. Берштейн. *ФТТ*, **50** (10), 1901 (2008).

- [4] В.А. Рыжов. ФТТ, **44** (12), 2229 (2002).
- [5] A.I. Chumakov, I. Sergueev, U. van Bürck, W. Schirmacher, T. Asthalter, R. Ruffler, O. Leupold, W. Petry. Phys. Rev. Lett., **92** (24), P. 245508 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.245508
- [6] E. Duval, A. Boukenter, T. Achibat. J. Physics: Condensed Matter., **2** (51), P. 10227 (1990). DOI: 10.1088/0953-8984/2/51/001
- [7] М.А. Коршунов, В.Ф. Шабанов. Автометрия, **52** (6), 61 (2016). DOI: 10.15372/AUT20160608
- [8] J.C. Li, A.I. Kolesnikov. Physica B: Condensed Matter., **316–317**, 493 (2002). DOI: 10.1016/S0921-4526(02)00552-5
- [9] P. Kumar, K.T. Wikfeldt, D. Schlesinger, L.G.M. Pettersson, H.E. Stanley. Scientific Reports, **3**, P. 1980 (2013). DOI: 10.1038/srep01980
- [10] И.А. Господарев, В.И. Гришаев, А.В. Котляр, К.В. Кравченко, Е.В. Манжелей, Е.С. Сыркин, С.Б. Феодосьев. Физика низких температур, **34** (8), 829 (2008).
- [11] А.И. Сидорова, И.Н. Кочнев, Л.В. Монсева, В.И. Нарзиев. Журн. структ. химии, **9** (4), 607 (1968). URL: <https://jsc.niic.nsc.ru/article/48952/>
- [12] J.Á. Padró, J. Martí. J. Chem. Phys., **118** (1), 452 (2003). DOI: 10.1063/1.1524619
- [13] Г.А. Мельников. *Кластерная теория и релаксационные процессы в жидкостях* (КГУ, Курск, 2010).
- [14] Г.А. Мельников, Н.М. Игнатенко. *Кластерные модели строения неупорядоченных конденсированных сред* (ЗАО „Университетская книга“, Курск, 2017).
- [15] G.A. Melnikov, O.A. Manzhos, N.M. Ignatenko, A.S. Gromkov. In: *7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE, 2020)*, p. 945. DOI: 10.1109/EFRE47760.2020.9241975
- [16] Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, **39** (5), 1459 (1961). [L.D. Faddeev. Sov. Phys. JETP, **12** (5), 1014 (1961). URL: http://jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_012_05_1014.pdf].
- [17] Р.А. Минлос, Л.Д. Фаддеев. ЖЭТФ, **41** (6), 1850 (1962). [R.A. Minlos, L.D. Faddeev. Sov. Phys. JETP, **14** (6), 1315 (1962). URL: http://jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_014_06_1315.pdf].
- [18] С.П. Меркурьев, Л.Д. Фаддеев. *Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц* (Наука, М., 1985).
- [19] V.N. Efimov. Phys. Lett. B., **33** (8), 563 (1970). DOI: 10.1016/0370-2693(70)90349-7
- [20] P. Naidon, S. Endo. Reports on Progress in Physics, **80** (5), P. 056001 (2017). DOI: 10.1088/1361-6633/aa50e8
- [21] К.А. Тер-Мартirosян, Г.В. Скорняков. ЖЭТФ, **31** (5), 775 (1956). [G.V. Skorniakov, K.A. Ter-Martirosian. Sov. Phys. JETP, **4** (5), 648 (1956). URL: http://jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_004_05_0648.pdf].
- [22] Г.А. Мельников, Н.М. Игнатенко, А.С. Громков. Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика, **3**, 5 (2022). URL: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/physmath/2022/03/2022-03-01.pdf>
- [23] G. Mie. Annalen der Physik, **316** (8), 657 (1903). DOI: 10.1002/andp.19033160802
- [24] A. Kratzer. Zeitschrift für Physik, **3** (5), 289 (1920). DOI: 10.1007/BF01327754
- [25] С.А. Позднеев. Краткие сообщения по физике ФИАН, **5**, 3 (2003).
- [26] D.C. Biswas. Indian J. Phys., **29**, 503 (1955).
- [27] F.L. Galeener, P.N. Sen. Phys. Rev. B, **17**, 1928 (1978). DOI: 10.1103/PhysRevB.17.1928
- [28] G.W. Chantry, H.A. Gebbie, B. Lassier, G. Wyllie. Nature, **214**, 163 (1967). DOI: 10.1038/214163b0
- [29] E. Knözinger, D. Leutloff, R. Wittenbeck. J. Molec. Struct., **60**, 115 (1980). DOI: 10.1016/0022-2860(80)80044-5
- [30] G. Chantry, H. Gebbie. Nature, **208**, 378 (1965). DOI: 10.1038/208378a0
- [31] G.A. Melnikov, N.M. Ignatenko, A.S. Gromkov. In: *8th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE, 2022): Abstracts*, p. 420. URL: <https://efre2022.hcei.tsc.ru/publication/abstracts.html>