

02,05

## Влияние массива субмикронных магнитных точек на намагниченность, критический ток и структуру вихревых конфигураций в ВТСП

© А.Н. Максимова, И.А. Руднев, В.А. Кашурников, А.Н. Мороз

Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,  
Москва, Россия

E-mail: anmaksimova@mephi.ru

Поступила в Редакцию: 14 октября 2022 г.

В окончательной редакции 2 февраля 2023 г.

Принята к публикации 3 февраля 2023 г.

Методом Монте-Карло в рамках трехмерной модели слоистого высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) исследована вихревая решетка в ВТСП-пленке с массивом субмикронных магнитных точек на поверхности. Наблюдалась подстройка вихревой решетки под массив магнитных точек — упорядоченные состояния, возникающие в процессе перемагничивания — конфигурации из одной, двух трех и более вихревых нитей, закрепленных на одной магнитной точке. Возникновение данных конфигураций сопровождалось пиками на кривой намагниченности. Проанализировано влияние анизотропии ВТСП на подстройку вихревой решетки. С упорядоченными конфигурациями вихревой решетки также связан немонотонный характер зависимостей критического тока сверхпроводника от магнитного поля. Исследовано влияние температуры, магнитного момента точек и толщины пленки на критический ток. С увеличением температуры и уменьшением намагниченности магнитных точек максимум критического тока смещается в сторону более низкого поля. Детально проанализирована структура вихревых нитей в неоднородном поле магнитной точки. Обсуждается механизм влияния упорядоченных вихревых конфигураций на намагниченность и критический ток.

**Ключевые слова:** высокотемпературный сверхпроводник, кривая намагниченности, вихри Абрикосова, вольт-амперная характеристика, ферромагнитные центры пиннинга, метод Монте-Карло.

DOI: 10.21883/FTT.2023.04.55287.500

### 1. Введение

Искусственно созданные структуры ферромагнетик–сверхпроводник представляют в настоящее время как фундаментальный, так и прикладной интерес. Надежно установленным экспериментальным фактом являются резкие минимумы на угловой зависимости сопротивления сверхпроводящей пленки с периодическим массивом магнитных точек от магнитного поля. Эти минимумы соответствуют так называемому полю подстройки (matching field) [1,2]. В то же время, некоторые работы указывают на отсутствие таких эффектов для немагнитных примесей [3]. В работе [1] исследовался прямоугольный массив субмикронных магнитных точек (расстояние между центрами точек  $1\ \mu\text{m}$ ). В зависимости от величины магнитного поля магнитные точки были намагничены до насыщения или находились в состоянии магнитного вихря. Исследования выполнены для тонкой пленки Nb с нанесенными на ее поверхность точками из пермаллоя. Пиннинг (pinning) вихрей в пленке обусловлен полями рассеяния магнитных точек. Магнитное поле в эксперименте составляло  $86^\circ$  с нормалью к плоскости пленки; при этом надежно установлено, что абрикосовские вихри порождаются перпендикулярной к пленке компонентой поля. Зависимости магнитосопротивления от величины магнитного поля показали наличие гистерезиса

и минимумов, связанных с полем подстройки. В работе [2] также наблюдали коллективный пиннинг вихрей на массиве магнитных точек и появление наведенной полем сверхпроводимости (field-induced superconductivity) за счет поля рассеяния магнитных точек.

В работе [4] экспериментально исследовалось влияние микронных ферромагнитных точек как центров пиннинга вихрей на критический ток тонкой пленки  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ . Размер точек составлял  $3\ \mu\text{m}$ , толщина слоя сверхпроводника —  $250\ \text{nm}$ , что находится на пределе современных технологий. Магнитный момент точек имел ориентацию как в плоскости слоя, так и перпендикулярно ей. Было отмечено почти двукратное повышение критического тока в слабых полях, причем эксперимент указывал, что данное повышение обусловлено именно магнитной природой центров пиннинга. Перемагничивание и критический ток структур ферромагнетик–сверхпроводник исследовались также в работе [5], однако повышения критического тока в слабых магнитных полях обнаружено не было.

Магнитным точкам на поверхности сверхпроводящей пленки уделяется внимание и в теоретических работах. В [6,7] пиннинг вихрей на магнитной точке исследовался в лондоновском приближении. Показано, что на одной магнитной точке может закрепиться несколько вихрей. В работе [7] принят во внимание размагничивающий

фактор точек, рассчитана сила пиннинга и показано, что при температуре  $\sim 77\text{ K}$  (температура кипения азота) она на порядок превосходит силу пиннинга на собственных немагнитных дефектах. Вихревая решетка вблизи магнитных точек исследована также в работах [8–11].

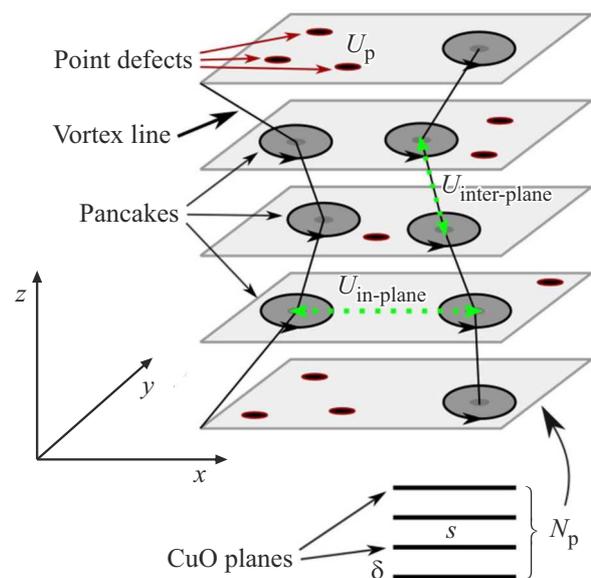
Значительное количество работ посвящено численному решению уравнений Гинзбурга–Ландау (ГЛ) для гибридной структуры ферромагнетик–сверхпроводник, в частности, для сверхпроводника вблизи магнитной точки. В работе [12] решением временных уравнений ГЛ исследована динамика вихрей для сверхпроводника в неоднородном поле, созданном магнитным диполем. В [13] рассмотрен общий случай сверхпроводника в произвольном внешнем потенциале, получены вихревые решения. В работах [14–17] получены различные конфигурации из вихрей и антивихрей вблизи в гибридных структурах ферромагнетик–сверхпроводник, показана возможность существования вихрей, содержащих несколько квантов магнитного потока.

Вихревая решетка в слоистом анизотропном ВТСП является сложной системой, демонстрирующей во внешнем поле большое разнообразие конфигураций. Вихревая нить может быть представлена в виде стопки плоских слоевых вихрей — панкейков (pancake vortex), связанных межплоскостной связью. В наклонном и неоднородном магнитном поле наблюдаются наклонные вихри, цепочки абрикосовских вихрей, вытянутые вдоль джозефсоновского вихря, вихревые молекулы. В отдельных случаях расположение панкейков в наклонном вихре может привести к эффективному притяжению соседних стопок вихрей [18–24]. В общем случае задача о системе взаимодействующих вихрей не допускает аналитического решения, поэтому важное значение приобретают численные методы. Метод Монте-Карло для вихревой системы (панкейки представляются в виде ансамбля классических взаимодействующих частиц с дальнедействующим потенциалом) позволяет рассчитывать кривые намагниченности, вольт-амперные характеристики (ВАХ), критический ток слоистого анизотропного ВТСП с произвольным потенциалом пиннинга. В работах [6–12] были проанализированы частные случаи уединенного вихря или гексагональной вихревой решетки, но не были рассчитаны кривые намагниченности или критический ток. Экспериментальное определение влияния на особенности кривых намагниченности или магнитносопротивление параметров магнитных точек связано с необходимостью изготовления образцов, отличающихся одним параметром, и может представлять серьезные трудности. Численное решение уравнений ГЛ позволяет получить вихревую конфигурацию, характерную для данных параметров магнитной точки и произвольного размера системы, однако на практике достижимо только для размеров, превышающих глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводник не более чем в несколько раз. Поэтому целью настоящей работы было методом Монте-Карло проанализировать

процессы перемагничивания и протекания транспортного тока через ВТСП-пленку с магнитными точками на поверхности, получить зависимости критического тока от внешнего магнитного поля и температуры. Для этого в трехмерную модель слоистого ВТСП введено приближенное описание взаимодействия трехмерной вихревой нити с неоднородным полем магнитной точки.

## 2. Описание модели

Расчеты выполнены в рамках трехмерной модели слоистого ВТСП [25–30]. В данной модели сверхпроводник может быть представлен в виде стопки сверхпроводящих CuO-плоскостей, разделенных изолирующим промежуточком. Качественно геометрия модели представлена на рис. 1. Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси анизотропии (перпендикулярно слоям). Под действием внешнего поля в сверхпроводнике рождаются абрикосовские вихри. Каждый абрикосовский вихрь может быть представлен в виде стопки плоских слоевых вихрей — панкейков, связанных межплоскостной связью. Взаимодействие панкейков в соседних слоях имеет электромагнитную и джозефсоновскую компоненту. Рождение вихревой нити возможно только у границы образца, под действием силы Лоренца со стороны мейсснеровского и транспортного тока вихри проходят вглубь сверхпроводника. На рис. 1 вихри входят в образец вдоль оси  $x$ , вдоль оси  $y$  действуют периодические граничные условия. Вдоль оси  $z$  также направлен мейсснеровский и транспортный ток.



**Рис. 1.** Геометрия модели слоистого ВТСП. Показан общий случай образца, содержащего точечные центры (point defects) пиннинга.

В рамках данной модели энергия системы панкейков  $G$  имеет вид

$$G = \sum_z \left\{ N_z \varepsilon + \sum_{i < j} U_{\text{in-plane}}(r_{ij}) + \sum_{i,j} U_p(r_{ij}) + \sum_{i,j} U_{\text{surf}}(r_{ij}^{(im)}) + \sum_i U_{\text{inter-plane}}(r_i^{z,z+1}) \right\},$$

где  $\varepsilon = d\varepsilon_0(\ln[\lambda(T)/\xi(T)] + 0.52)$  — собственная энергия вихря,  $\lambda(0), \xi(0)$  — глубина проникновения и длина когерентности при  $T = 0$ ;  $N_z$  — число панкейков в ВТСП-плоскости ( $ab$ ) с номером  $z$ ; второй член описывает попарное взаимодействие панкейков, третий — взаимодействие вихрей с центрами пиннинга, четвертый — взаимодействие вихрей с поверхностью и мейснеровским и транспортным токами, последний — межплоскостное взаимодействие панкейков;  $\varepsilon_0 = \Phi_0^2/(4\pi\lambda)^2$ ,  $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$  — квант магнитного потока. Для пластины шириной  $L_x$  взаимодействие вихря с поверхностью (плоской границей) сверхпроводника описывается как взаимодействие с собственным зеркальным отражением и отражениями других вихрей. Энергия взаимодействия с мейснеровским и транспортным током равна работе силы Лоренца при перемещении вихря от края пластины к точке  $x$ , где он расположен, и имеет вид

$$U_M = -\frac{1}{4\pi} \int_{\pm L_x/2}^x j\Phi_0 dx$$

$$= d \frac{\Phi_0}{4\pi} \left( H_0 \left( \frac{\text{ch} \frac{x}{L_x}}{\text{ch} \frac{\lambda}{2\lambda}} - 1 \right) - H_I \left( \frac{\text{sh} \frac{x}{L_x}}{\text{sh} \frac{\lambda}{2\lambda}} \mp 1 \right) \right),$$

$$j = -\frac{c}{4\pi\lambda} \left( H_0 \frac{\text{sh} \frac{x}{L_x}}{\text{sh} \frac{\lambda}{2\lambda}} - H_I \frac{\text{ch} \frac{x}{L_x}}{\text{ch} \frac{\lambda}{2\lambda}} \right).$$

Внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  и поле тока  $\mathbf{H}_I$  направлено параллельно оси анизотропии (оси  $c$ ). Мейснеровский и транспортный токи текут в плоскости ВТСП-слоев (плоскости  $ab$ ). При низкой анизотропии ВТСП относительные смещения панкейков в соседних слоях малы по сравнению со средним расстоянием между вихревыми нитями. Поэтому, как было показано в работе [31], энергия попарного взаимодействия панкейков внутри плоскости  $U_{\text{in-plane}}$  приблизительно пропорциональна  $K_0(r/\lambda)$ ,  $K_0$  — функция Макдональда.

Для межплоскостного взаимодействия нами была использована форма потенциала, полученная в работах [31,32]:

$$U_{\text{inter-plane}}(r_i^{z,z+1}) = U_{\text{em}}(r_i^{z,z+1}) + U_{\text{Jos}}(r_i^{z,z+1}),$$

где  $U_{\text{em}}$  — электромагнитное,  $U_{\text{Jos}}$  — джозефсоновское взаимодействие панкейков, расположенных в соседних слоях. Данные слагаемые имеют вид

$$U_{\text{em}}(r_i^{z,z+1}) = 2d\varepsilon_0 \left[ C + \ln[r_i^{z,z+1}/(2\lambda)] + K_0(r_i^{z,z+1}/\lambda) \right],$$

где  $C = 0.5772$  — постоянная Эйлера.

$$U_{\text{Jos}}^{z,z+1}(r_i^{z,z+1}) = \begin{cases} \varepsilon_0 d \left[ 1 + \ln\left(\frac{\lambda}{d}\right) \right] 0.25 \left( \frac{r_i^{z,z+1}}{r_g} \right)^2 \ln\left(\frac{9r_g}{r_i^{z,z+1}}\right), & r_i^{z,z+1} \leq 2r_g \\ \varepsilon_0 d \left[ 1 + \ln\left(\frac{\lambda}{d}\right) \right] \left[ \left( \frac{r_i^{z,z+1}}{r_g} \right) - 0.5 \right], & r_i^{z,z+1} > 2r_g \end{cases},$$

где  $r_g = \gamma d$  — характерное расстояние джозефсоновского взаимодействия,  $\gamma$  — параметр анизотропии,  $d$  — межплоскостное расстояние,  $r_i^{z,z+1}$  — величина проекции расстояния между панкейками, находящимися в слоях  $z$  и  $z + 1$  и принадлежащими одной вихревой нити, на плоскость  $ab$ .

Вследствие ограничений по быстродействию и оперативной памяти компьютера в расчете Монте-Карло удастся рассмотреть стопку из не более чем 20 плоскостей. При этом минимальная толщина ВТСП-пленки, используемой на практике, порядка нескольких сотен нм. Требование указанной минимальной толщины пленки связано также с существованием характерного расстояния, на котором в эксперименте существенно меняется поле магнитной точки. Это позволяет в рамках нашей модели объединить несколько панкейков в соседних плоскостях и применять подпроцессы рождения, уничтожения и движения к стопке панкейков как к единому объекту. Такой подход возможен, так как реальные масштабы изгибов абрикосовских вихрей определяются параметрами упругости вихревой нити [33] и обычно много больше межслоевого расстояния. Далее за единый объект принята стопка из  $N_L = 100$  слоевых вихрей, таким образом, рассматривается система из 1200 CuO-слоев. Данный подход позволяет качественно воспроизвести основные особенности вихревой решетки в слабоанизотропном сверхпроводнике, т. е. при значении  $\gamma \approx 10$ , и ограниченно применим для сильноанизотропных ВТСП. Поэтому в дальнейших расчетах принимаем везде  $\gamma = 10$ .

Магнитный момент одной точки выберем  $\mu \approx 10^6 \mu_B$ , где  $\mu_B$  — магнетон Бора. Такой магнитный момент соответствует размеру точки 10–100 нм. Энергия взаимодействия панкейка с магнитной точкой на поверхности ВТСП-слоя зависит как от расстояния между центрами точки и панкейка в плоскости  $ab$ , так и от расстояния от панкейка до поверхности в направлении оси анизотропии. Энергия вихря в сверхпроводящей пленке в присутствии магнитного диполя над ее поверхностью была рассчитана в лондоновском приближении в работе [34]. Воспользуемся результатом данной работы (для ориентации диполя, перпендикулярной плоскости пленки), объединим приблизительно энергию для случаев большого и малого расстояния между центрами вихря и диполя, и получим для энергии панкейка вблизи точки приближенное выражение, качественно описывающее характер взаимодействия

$$U_{\text{int1}} = \frac{U_{d0}}{\sqrt{2(r/\lambda)^2 + (l_d/\lambda)^2 + (r/\lambda)^6}},$$

где  $r$  — расстояние между центрами панкейка и точки в плоскости  $ab$ ,  $l_d$  — некоторый характерный размер. В данных расчетах нами выбрано  $l_d = \lambda$ .  $U_{d0}$  — характерная энергия панкейка под центром магнитной точки, ее величина зависит от  $\mu$  и выбрана совпадающей по порядку с характерными энергиями взаимодействия вихрей. Случай вихревой нити вблизи магнитной точки похож на уже рассмотренный нами ранее случай неоднородного магнитного поля [29]. Энергия панкейка убывает как  $1/z^3$  с увеличением расстояния от поверхности  $z$ ,  $z = ndN_L$ . Таким образом, окончательно для  $U_{int1}$

$$U_{int1} = \frac{1}{z^3} \frac{U_{d0}}{\sqrt{2(r/\lambda)^2 + (l_d/\lambda)^2 + (r/\lambda)^6}}.$$

Заметим, что данное выражение не учитывает экранировку поля в направлении оси  $c$ . Однако характерное значение глубины проникновения магнитного поля в этом направлении в  $\gamma$  раз превышает эту величину в плоскости слоев и, таким образом, сравнимо с выбранной нами толщиной пленки. Как показывают тестовые расчеты, качественно вихревые конфигурации не меняются при небольших количественных изменениях потенциала.

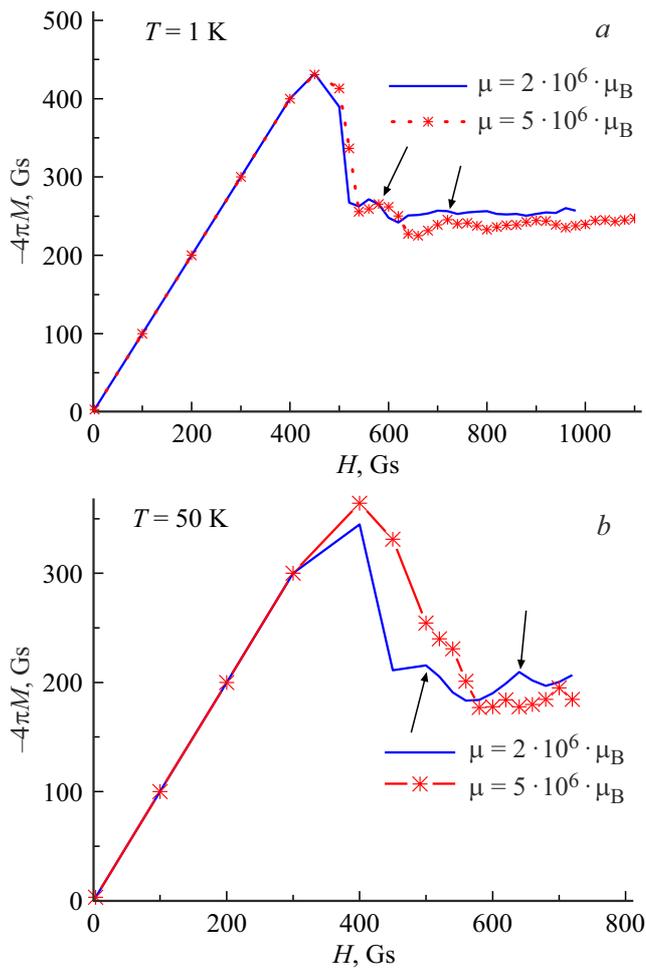
Расчеты выполнены для характерных параметров ВТСП на основе висмута  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ :  $\lambda(T=0) = 180 \text{ nm}$ ,  $\xi(T=0) = 2 \text{ nm}$ ,  $T_c = 84 \text{ K}$ , расстояние между ВТСП-слоями  $s = 2.7 \text{ nm}$ . Данный выбор позволяет сравнивать результаты расчетов с тестовыми расчетами и результатами, полученными нами ранее. Размер образца в плоскости  $ab$  составляет  $5 \times 3 \mu\text{m}$ . При указанных параметрах характерная величина энергии вихревой нити на один сверхпроводящий слой составляет  $0.01\text{--}0.1 \text{ eV}$ . Немагнитные центры пиннинга в системе отсутствуют.

В настоящей работе рассчитаны кривые намагниченности и ВАХ сверхпроводника с магнитными точками. Критический ток определялся из ВАХ по критерию  $1 \mu\text{V}/\text{cm}$ . Учитывая, что в резистивном состоянии выделяющаяся на образце энергия в единицу времени равна  $Q = \delta d d_y j_s E$ , где  $d$  — толщина образца,  $d_y$  — размер в направлении транспортного тока,  $j_s$  — средняя по сечению плотность тока, можно определить напряженность электрического поля  $E$ . Энергия  $Q$  в сверхпроводнике совпадает с энергией, выделяемой при аннигиляции пары вихрь–антивихрь в центре образца. Если принять, что при каждой аннигиляции пары в центре рождаются вихрь и антивихрь на противоположных границах (что в режиме течения потока соответствует действительности), то получим, что выделяемая при аннигиляции пары энергия равна работе силы Лоренца при перемещении вихря и антивихря от краев образца к центру. Средняя плотность тока задается как входной параметр при расчете. Данный метод расчета ВАХ развит в работе [26].

### 3. Результаты

Проанализируем процесс перемагничивания в вихревой системе в присутствии магнитных точек с указанными параметрами. Расчеты выполним для ВТСП-пластины с размерами в плоскости  $ab$   $5000 \times 3000 \text{ nm}$ . Пусть на поверхности образца находится 60 магнитных точек, что соответствует двумерной концентрации  $4 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$  (как показывают предварительные расчеты, такая концентрация дает наиболее заметные эффекты). Примем, что магнитный момент каждой точки перпендикулярен плоскости ВТСП-слоев и имеет порядок  $10^6$  магнетонов Бора.

Кривые намагниченности при двух значениях магнитного момента точки и при  $T = 1 \text{ K}$  показаны на рис. 1. При расчетах нами принято фиксированное значение параметра анизотропии  $\gamma = 10$ . Такое значение соответствует ВТСП на основе иттрия, наиболее распространенного в практических приложениях. При низкой анизотропии, как показывают предварительные расчеты, эффекты подстройки решетки выражены наиболее четко. Отметим, однако, что все ВТСП имеют различный параметр анизотропии; в частности, ВТСП на основе висмута имеют  $\gamma \approx 100$ . Видно, что на намагниченности присутствуют особенности — более или менее регулярные пики, которые не сглаживаются при повышении температуры. Эти пики можно отнести к matching-эффектам, возникающим в вихревой системе, очень похожим на те, которые наблюдались во многих экспериментах с обычными немагнитными дефектами. Тот факт, что пики сохраняются при высокой температуре (выше половины  $T_c$ ) на рис. 1, *b*, может быть связан с довольно большими значениями  $\mu$ , используемыми в наших вычислениях, и выбранным значением  $\gamma$ . Это явление нуждается в дальнейшем исследовании. Отметим некоторые особенности (рис. 2). Магнитный момент точек, по-видимому, определяет поля, в которых возникают пики: на обоих изображениях они слегка смещаются вправо с увеличением  $\mu$ , что означает, что соответствующие поля могут быть обусловлены намагниченностью точек. Заметим также, что разница между кривыми намагниченности для двух значений  $\mu$  значительно увеличивается с повышением температуры: несмотря на общее снижение намагниченности для обеих кривых, красная кривая смещается вверх при  $T = 50 \text{ K}$  относительно синей, и ее уменьшающийся наклон становится менее крутым. Тем не менее, можно заметить, что повышение температуры также смещает пики влево: например, при  $T = 1 \text{ K}$  первый заметный пик синей кривой наблюдается примерно при  $580 \text{ Gs}$ , а при  $50 \text{ K}$  — около  $500 \text{ Gs}$ . В целом, упомянутые особенности указывают на то, что пики действительно могут быть вызваны соответствующими эффектами в вихревой системе, поскольку  $\mu$  в некотором роде аналогичен глубине потенциальной ямы обычных немагнитных дефектов, а изменения в кривых намагниченности,



**Рис. 2.** Кривые намагниченности пленки с магнитными точками при двух значениях магнитного момента точек. На поверхности пленки 60 магнитных точек.  $T = 1\text{ K}$  (a),  $T = 50\text{ K}$  (b). Особенности на кривых (показаны стрелками) связаны с эффектами подстройки вихревой решетки под упорядоченную решетку магнитных точек.

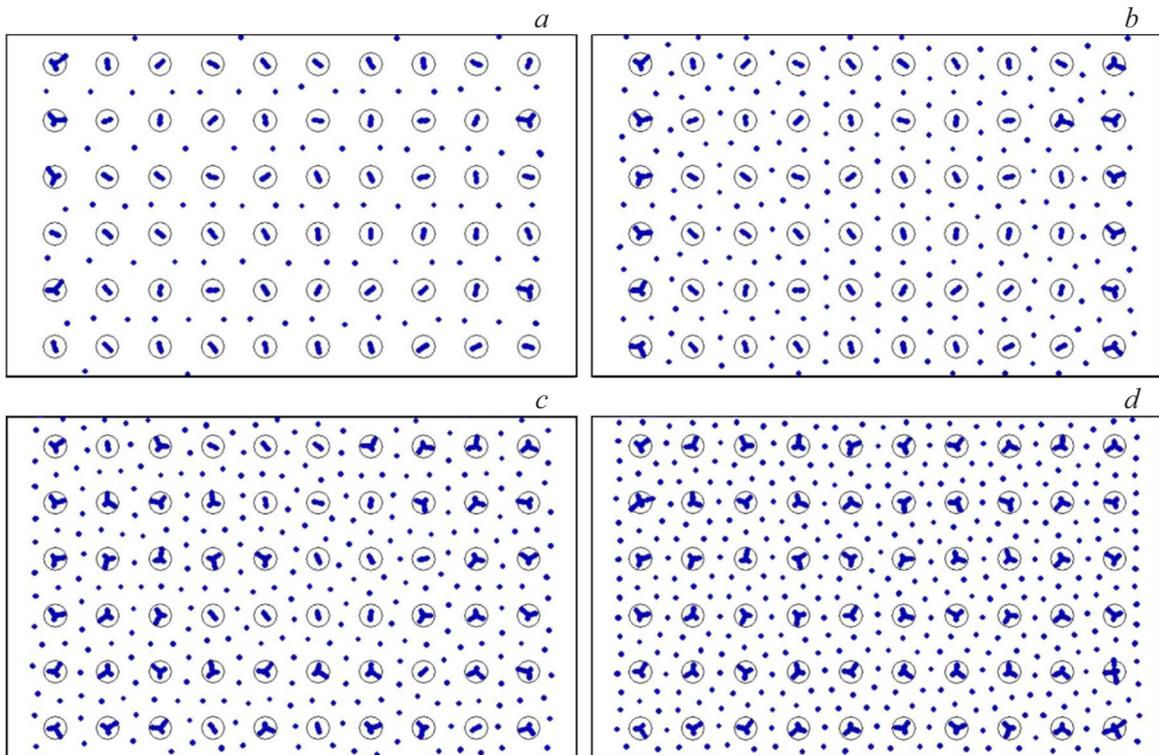
вызванные изменениями  $\mu$  и  $T$ , аналогичны тем, которые наблюдаются в случае немагнитных дефектов.

Анализ вихревых конфигураций в точках кривой намагниченности показывает, что появление пиков сопровождается упорядоченными конфигурациями вихревой решетки (matching-effect). Такие упорядоченные конфигурации связаны с периодичностью решетки центров пиннинга и неоднократно наблюдались нами и ранее, в том числе для немагнитных дефектов. Некоторые из этих конфигураций показаны на рис. 3. Рис. 3 показывает вид сверху на плоскость  $ab$ , при этом отдельные панкейки показаны синими кружками. Таким образом, прямая вихревая нить представляется на этом рисунке практически в виде одиночного кружка, наклонная — в виде вытянутой цепочки кружков. На рис. 4 показана схема закрепления нескольких вихревых нитей на магнитной точке. Вследствие большой глубины потенциальной ямы

под центром точки панкейки в верхнем, ближайшем к точке слое расположены практически рядом; вглубь образца притяжение к точке ослабевает из-за взаимного отталкивания, панкейки расходятся на большее расстояние. Это приводит к наклону вихревой нити. Заметим, что по мере увеличения внешнего магнитного поля вихри занимают магнитные точки в большем количестве: при 540 Gs (рис. 4, a) на точку почти везде в образце приходится по две вихревые линии (за исключением некоторых краевых точек, занятых тремя вихрями), затем от 660 до 800 Gs (рис. 4, b и c), больше точек захватывают дополнительно по одному вихрю каждая, и к 960 Gs (рис. 4, d) каждая точка содержит ровно три вихревые линии. Вихревые линии, окружающие занятые точки, являются прямыми и, по-видимому, распределены полуупорядоченным образом на всех рисунках. Все закрепленные, с другой стороны, наклонены и расходятся друг от друга: чем больше вихрей в одной точке, тем больше угол наклона.

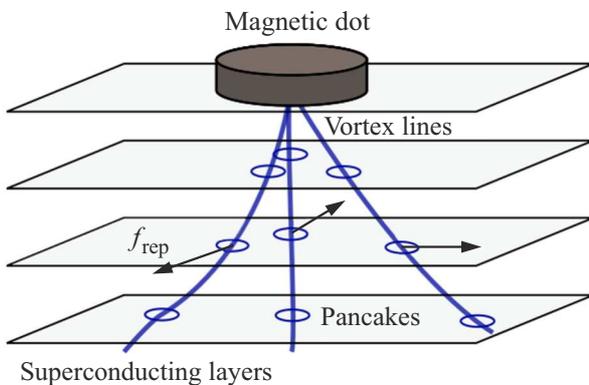
Основной целью создания магнитных дефектов в пленках ВТСП на практике является увеличение критической плотности тока  $j_c$  и ослабление его зависимости от внешнего магнитного поля. Посмотрим теперь, как на  $j_c$  наших образцов влияет присутствие магнитных точек. Сделаем это, рассмотрев рассчитанные ВАХ. На рис. 5 показаны две ВАХ ( $E$  — электрическое поле, генерируемое внутри образца, а  $j$  — плотность тока), полученные для одного и того же образца в собственном поле тока и во внешнем магнитном поле 200 Gs. Эти кривые были рассчитаны для образца, который показал наиболее выраженные совпадающие пики во всех наших расчетах. Этот образец соответствует красной кривой намагничивания на рис. 2, a. Исходя из ВАХ,  $j_c$  была определена по стандартному критерию  $1\ \mu\text{V}/\text{cm}$  при данном приложенном магнитном поле. Как видно из рис. 5, формы ВАХ, полученных при нулевом и ненулевом внешних магнитных полях, сильно различаются: наклон кривых разный, и кривые скручиваются относительно друг друга (образуя 8-подобную форму, прежде чем совпадать при более высоких токах). Эти своеобразные формы возникали при различных внешних магнитных полях в наших расчетах и, вероятно, также были вызваны соответствующими эффектами, возникающими в вихревой системе. Тот факт, что форма ВАХ меняется при включении внешнего поля, заставляет предположить изменения в характере движения вихрей через образец с ростом внешнего поля. Мы рассмотрим этот вопрос и тщательно изучим режимы вихревого течения, проявляющиеся в этой системе, в наших дальнейших работах.

При пропускании транспортного тока через образец, находящийся в нулевом магнитном поле или в поле, не превышающем поле входа вихрей, в образец с левой и с правой границы заходят вихри разного знака. Однако в нашем расчете мы для простоты предполагаем, что магнитные точки намагничены до насыщения и их магнитный момент постоянный. Магнитные моменты всех

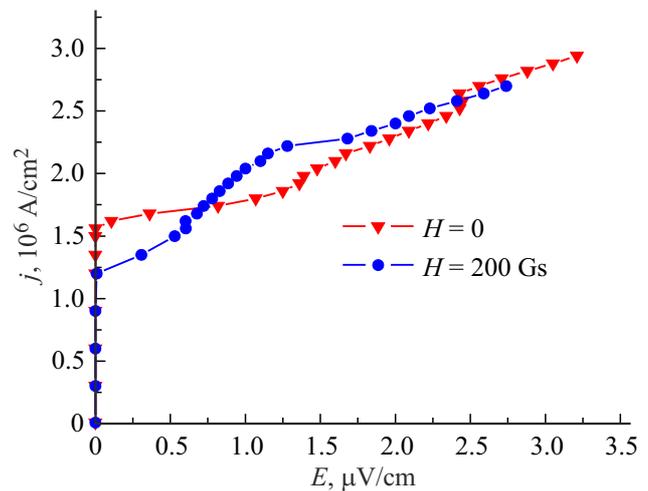


**Рис. 3.** Упорядоченные конфигурации вихрей, приводящие к особенностям на кривой намагниченности. Вихревые конфигурации показаны в точках кривой, соответствующих полям: *a* — 540, *b* — 660, *c* — 800, *d* — 960 Gs вдоль кривой намагниченности с  $\mu = 5 \cdot 10^6 \cdot \mu_B$  на рис. 2, *a*. Черные окружности обозначают магнитные точки (их размер для наглядности увеличен), синие круги соответствуют панкейкам.

точек имеют одно направление. Таким образом, вихри противоположного с внешним полем знака (антивихри) отталкиваются от магнитной точки. Вихревые конфигурации при расчете ВАХ выглядят следующим образом (рис. 6, расчет при  $T = 1$  К, для 60 магнитных точек и магнитном моменте одной точки  $5000 \mu_B$ ).



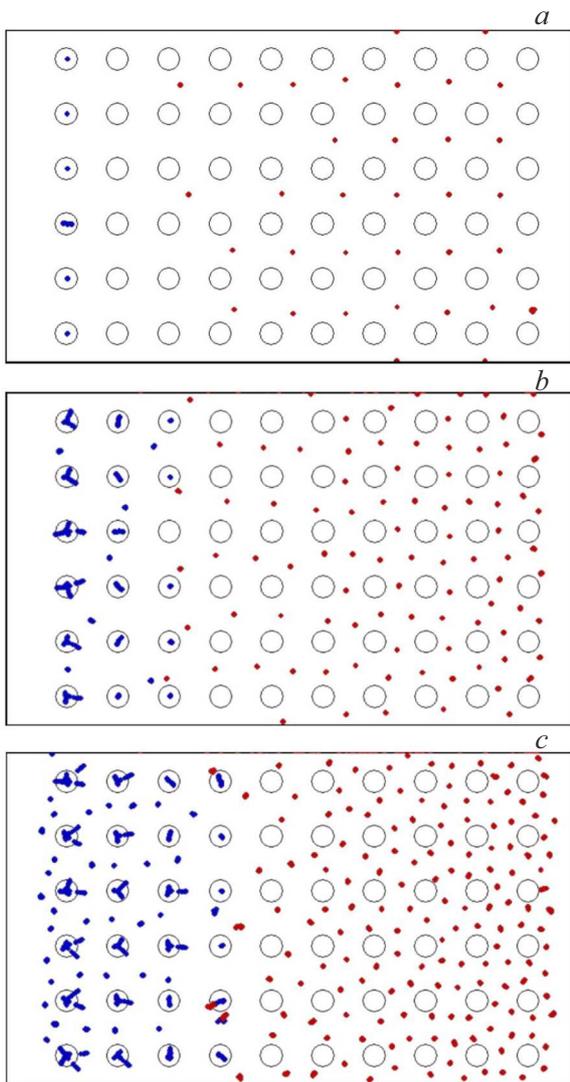
**Рис. 4.** Схема расположения нескольких вихревых нитей под магнитной точкой. Непосредственно под точкой силы притяжения панкейков к ней достаточно, чтобы удержать панкейки вместе, вглубь пленки сила попарного отталкивания вихрей начинает преобладать над притяжением к точке, что приводит к указанному расположению вихревых нитей.



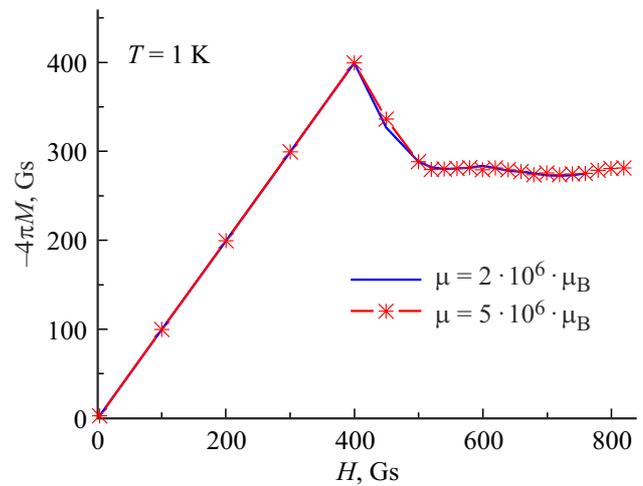
**Рис. 5.** ВАХ, рассчитанные для пленки с  $\gamma = 10$ , содержащей 60 магнитных точек с  $\mu = 5 \cdot 10^6 \mu_B$  при 1 К во внешнем магнитном поле 200 Gs (синие кружки) и в нулевом внешнем поле (красные треугольники).

Видно, что вихри, параллельные внешнему полю, закрепляются на магнитных точках и образуют на них упорядоченные конфигурации, тогда как антивихри отталкиваются от точек и в отдельных случаях образуют

регулярную решетку с узлами поочередно в магнитных точках и антивихрях. Такое поведение антивихрей подтверждается кривой намагниченности сверхпроводника в случае, когда магнитные моменты точек противоположны внешнему полю (рис. 7). В отличие от кривых, показанных на рис. 2, *a*, кривые на рис. 7 почти полностью совпадают и не демонстрируют каких-либо видимых пиков даже при 1 К, поскольку точки в этом случае действуют как анти-закрепляющие участки, и их магнитный момент не влияет на форму кривых. Закрепленные на точках вихри вблизи границы экрани-



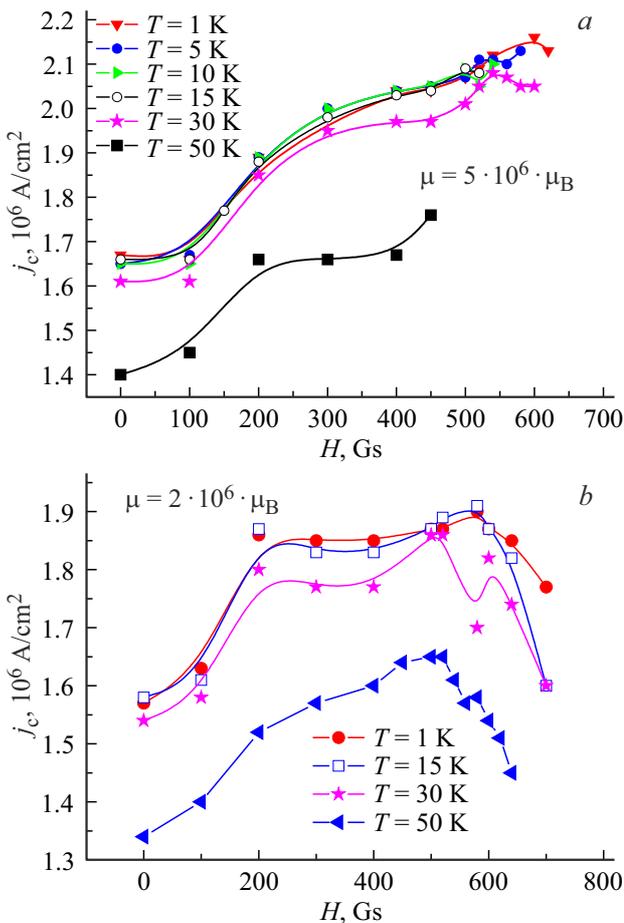
**Рис. 6.** Вихревые конфигурации, возникающие в процессе перематчивания током. *a* — поле тока на краях пластины 450 Gs, что соответствует средней плотности тока  $1.35 \cdot 10^6$  A/cm<sup>2</sup>; *b* — поле тока на краях пластины 580 Gs, средняя плотность тока  $1.74 \cdot 10^6$  A/cm<sup>2</sup>; *c* — поле тока на краях пластины 800 Gs, средняя плотность тока  $2.4 \cdot 10^6$  A/cm<sup>2</sup>. Вихри показаны синим цветом, антивихри — красным. В поле транспортного тока также наблюдаются эффекты подстройки для вихрей, магнитный поток которых параллелен магнитным моментам точек.



**Рис. 7.** Кривые намагниченности при  $T = 1$  К и двух значениях магнитного момента точек (магнитные моменты точек противоположны намагничивающему полю). Видно, что в этом случае кривые сливаются.

руют входящие в образец новые вихри, что приводит к повышению критического тока. Отметим, что даже в отсутствие немагнитных дефектов критический ток пленки с магнитными точками в ряде случаев выше на 10–20%, чем типичные значения, полученные нами при немагнитных дефектах [26,27]. Еще одна особенность, о которой следует упомянуть здесь, заключается в том, что, хотя ВАХ, полученная при  $H = 200$  Gs, является первой, демонстрирующей ненулевое электрическое поле, именно кривая, соответствующая расчетам для нулевого поля, первой пересекает критерий  $1 \mu\text{V}/\text{cm}$ , что приводит к более низкому критическому току. Это может создать неоднозначность при определении зависимостей  $j_c(H)$ , поскольку выбор критерия для оценки  $j_c$  может привести к различным результатам.

Исследуем влияние температуры на критическую плотность тока. Еще раз рассмотрим зависимости  $j_c(H)$ , рассчитанные для образцов, содержащих 60 точек с разной намагниченностью, но при различных температурах от 1 до 50 К. Результаты показаны на рис. 8: рис. 8, *a* соответствует  $\mu = 5 \cdot 10^6 \mu_B$ , а рис. 8, *b* —  $\mu = 2 \cdot 10^6 \mu_B$ . Существует значительная разница в общих значениях  $j_c$  между двумя изображениями, а также в их поведении с увеличением  $H$ . Магнитный момент точек, равный  $5 \cdot 10^6 \mu_B$ , обеспечивает примерно на 10–15% большую критическую плотность тока, чем у образца рис. 8, *b*, при любой рассматриваемой температуре. Более того, его максимальная  $j_c$  достигается при несколько более высоких полях, чем в случае  $\mu = 2 \cdot 10^6 \mu_B$ : мы не видим заметного максимума на рис. 8, *a* в полях ниже 700 Gs, тогда как на рис. 8, *b*  $j_c$  уже начинает падать при 600 Gs. Повышение температуры с 1 до 30 К не приводит к каким-либо значительным изменениям  $j_c$  в обоих образцах и не изменяет общую форму его полевой зависимости: волнообразный характер нарастающего на-



**Рис. 8.** Зависимость критического тока от магнитного поля для образца, содержащего 60 магнитных точек *a* —  $\mu = 5 \cdot 10^6 \mu_B$  и *b* —  $\mu = 2 \cdot 10^6 \mu_B$ , при различных температурах.

клона, по-видимому, остается неизменным (для обоих значений  $\mu$ ) и на рис. 8, *b* поле, в котором критическая плотность тока достигает своего максимума, лишь слегка смещается влево. При 50 К  $j_c$  падает примерно на 10% в случае рис. 8, *a* и немного больше (около 12%) на рис. 8, *b*, но все еще демонстрирует возрастающий наклон с увеличением  $H$ . В целом, этот показатель указывает на то, что выбранные значения намагниченности точек обеспечивают хорошее увеличение  $j_c$  при температурах, по крайней мере, до 50 К. Уменьшение критического тока после максимального значения связано с тем, что процессы проникновения новых вихрей в образец начинают преобладать над экранировкой вихрями, закрепленными на точках. Ввиду конечной глубины потенциала точки число вихрей, способных закрепиться на ней, ограничено.

Полученные нами результаты качественно согласуются с экспериментом [4]. В работе [4] критический ток пленки с магнитными точками выше по сравнению с током пленки без точек. При этом с ростом температуры приращение критического тока растет. В наших

расчетах это можно соотнести с более резким наклоном зависимости  $j_c(H)$  на рис. 8, *b* при 50 К. Отметим, что в работе [4] немонотонные зависимости критического тока наблюдаются для образца с гексагональной решеткой магнитных точек, для которой эффекты подстройки вихревой решетки выражены наиболее четко.

Заметим далее, что в работе [4] размер магнитной точки составляет несколько  $\mu\text{m}$  при расстоянии между ними несколько десятков  $\mu\text{m}$ . В наших расчетах размер точки несколько десятков  $\text{nm}$  при расстоянии между ними несколько сотен  $\text{nm}$ . Несмотря на такое пропорциональное увеличение размеров, результаты расчета и эксперимента качественно сопоставимы. Это позволяет предположить, что и вихревые конфигурации, полученные в расчете, соответствуют возникающим в эксперименте. Таким образом, расчет позволяет выявить трансформацию вихревой решетки в присутствии магнитных точек и структуру вихревых нитей, закрепленных на точках. Результаты расчета могут быть использованы при подборе оптимальной конфигурации магнитных точек в эксперименте.

#### 4. Заключение

В трехмерную модель слоистого ВТСП введено описание взаимодействия вихревой нити с магнитной точкой, расположенной на поверхности ВТСП-пленки. Параметры, использованные в модели, соответствуют размеру магнитной точки порядка нескольких десятков  $\text{nm}$  и среднему расстоянию между точками от 100 до 200  $\text{nm}$ .

Моделирование вихревой решетки при различной анизотропии ВТСП показало наличие упорядоченных вихревых конфигураций вблизи магнитных точек. Особенно ярко выражено упорядочение при низкой анизотропии  $\gamma \approx 10$ . В данных конфигурациях 1, 3 и более вихрей закреплены на одной магнитной точке. Продемонстрированы пики на кривой намагниченности, связанные именно с этими упорядоченными конфигурациями. С ними же могут быть связаны ВАХ, имеющие участки с разным наклоном, в магнитном поле.

Проанализировано влияние температуры, толщины пленки и намагниченности точек на критический ток. Сделаны следующие выводы.

1. При любых полях критический ток ниже при более низкой намагниченности точек.
2. Зависимости критического тока от магнитного поля имеют растущий характер при низких полях, что может быть также связано с упорядоченными вихревыми конфигурациями.
3. С ростом температуры и уменьшением намагниченности точек максимум на зависимости критического тока смещается в сторону более низкого поля.

Зависимости критического тока от магнитного поля, полученные в настоящей работе, качественно согласуются с экспериментом. Таким образом, можно ожидать,

что вихревые конфигурации, полученные в настоящей работе, также соответствуют вихревым конфигурациям, реализующимся в эксперименте. Основным результатом работы является выявление характера трансформации вихревой решетки в присутствии магнитных точек, демонстрация упорядоченных вихревых конфигураций и примерного механизма их влияния на намагниченность и критический ток. Вихри, закрепленные на магнитных точках вблизи границы образца, экранируют входящие в образец новые вихри. Этот механизм приводит как к формированию пиков намагниченности, так и к росту критического тока с ростом магнитного поля. Данный механизм является эффективным при низких магнитных полях.

### Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00811 (А.Н. Максимова, И.А. Руднев), а также при финансовой поддержке РФФИ и Госкорпорации „Росатом“ в рамках научного проекта № 20-21-00085 (В.А. Кашурников, А.Н. Мороз).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] A. Hoffmann, L. Fumagalli, N. Jahedi, J.C. Sautner, J.E. Pearson, G. Mihajlović, V. Metlushko. *Phys. Rev. B* **77**, 6, 060506 (2008). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.060506>
- [2] J.E. Villegas, K.D. Smith, L. Huang, Y. Zhu, R. Morales, I.K. Schuller. *Phys. Rev. B* **77**, 13, 134510 (2008). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.134510>
- [3] J.I. Martín, M. Vélez, J. Nogués, I.K. Schuller. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 10, 1929 (1997). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.1929>
- [4] M.M. Al-Qurainy, A. Jones, S. Rubanov, S.A. Fedoseev, I.A. Rudnev, A. Hamood, A.V. Pan. *Supercond. Sci. Technol.* **33**, 10, 105006 (2020).
- [5] I.A. Golovchanskiy, A.V. Pan, S.A. Fedoseev, M. Higgins. *Appl. Surf. Sci.* **311**, 549 (2014).
- [6] R. Sasik, T. Hwa. (2000). arXiv preprint cond-mat/0003462
- [7] W.J. Yeh, B. Cheng, T. Ragsdale. *J. Modern Phys.* **01**, 06, 364 (2010). <https://doi.org/10.4236/jmp.2010.16052>
- [8] K.Yu. Guslienko. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 2, 022510 (2006). <https://doi.org/10.1063/1.2221904>
- [9] V.V. Moshchalkov, D.S. Golubović, M. Morelle. *Comptes Rendus Phys.* **7**, 1, 86 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2005.12.004>
- [10] A. Hoffmann, P. Prieto, V. Metlushko, I.K. Schuller. *J. Supercond. Nov. Magn.* **25**, 7, 2187 (2012). <https://doi.org/10.1007/s10948-012-1647-5>
- [11] J. del Valle, A. Gomez, E.M. Gonzalez, J.L. Vicent. (2016). arXiv preprint arXiv:1607.08416
- [12] J. Wei, Y.J. Wu. *Math. Phys.* **62**, 4, 041509 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0028065>
- [13] B. Oripov, S.M. Anlage. *Phys. Rev. E* **101**, 3, 033306 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.033306>
- [14] M.V. Milošević, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B* **68**, 2, 024509 (2003). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.68.024509>
- [15] B. Niedzielski, J. Berakdar. *Phys. Status Solidi B* **257**, 7, 1900709 (2020). <https://doi.org/10.1002/pssb.201900709>
- [16] R.M. Menezes, E. Sardella, L.R.E. Cabral, C.C. de Souza Silva. *J. Phys.: Condens. Matter* **31**, 17, 175402 (2019). <https://doi.org/10.1088/1361-648X/ab035a>
- [17] L. Peng, C. Cai, Y. Zhu, L. Sang. *J. Low Temper. Phys.* **197**, 5–6, 402 (2019). <https://doi.org/10.1007/s10909-019-02227-1>
- [18] A.E. Koshelev. *Phys. Rev. B* **71**, 17, 174507 (2005). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.174507>
- [19] A.E. Koshelev. *Phys. Rev. B* **48**, 2, 1180 (1993). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.48.1180>
- [20] A.E. Koshelev. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1, 187 (1999). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.187>
- [21] A.E. Koshelev. *Phys. Rev. B* **68**, 9, 094520 (2003). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.68.094520>
- [22] A.V. Samokhvalov, A.S. Mel'nikov, A.I. Buzdin. *Phys. Rev. B* **85**, 18, 184509 (2012). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.184509>
- [23] J.R. Clem, M.W. Coffey. *Phys. Rev. B* **42**, 10, 6209 (1990). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.42.6209>
- [24] J.R. Clem, M.W. Coffey, Z. Hao. *Phys. Rev. B* **44**, 6, 2732 (1991). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.44.2732>
- [25] W. E. Lawrence, S. Doniach. *Proceed. LT 12 Conf. Kyoto* **1970**, 361 (1971).
- [26] I.A. Rudnev, D.S. Odintsov, V.A. Kashurnikov. *Phys. Lett. A* **372**, 21, 3934 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2008.02.065>
- [27] В.А. Кашурников, А.Н. Максимова, И.А. Руднев. *ФТТ* **56**, 5, 861 (2014). [V.A. Kashurnikov, A.N. Maksimova, I.A. Rudnev. *Phys. Solid State* **56**, 5, 894 (2014)]. <https://doi.org/10.1134/s1063783414050126>
- [28] V.A. Kashurnikov, A.N. Maksimova, I.A. Rudnev, D.S. Odintsov. *J. Phys.: Conf. Ser.* **1238**, 1, 012016 (2019). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1238/1/012016>
- [29] А.Н. Максимова, В.А. Кашурников, А.Н. Мороз, И.А. Руднев. *ФТТ* **63**, 5, 592 (2021). [A.N. Maksimova, V.A. Kashurnikov, A.N. Moroz, I.A. Rudnev. *Phys. Solid State* **63**, 5, 728 (2021)]. <https://doi.org/10.1134/S1063783421050115>
- [30] В.А. Кашурников, А.Н. Максимова, И.А. Руднев, Д.С. Одинцов. *Журнал СВУ. Математика и физика* **11**, 2, 227 (2018). [V.A. Kashurnikov, A.N. Maksimova, I.A. Rudnev, D.S. Odintsov. *J. Siberian Federal University. Math. Phys.* **11**, 2, 227 (2018)]. <https://doi.org/10.17516/1997-1397-2018-11-2-227-230>
- [31] S. Tyagi, Y.Y. Goldschmidt. *Phys. Rev. B* **70**, 2, 024501 (2004). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.024501>
- [32] Y.Y. Goldschmidt, S. Tyagi. *Phys. Rev. B* **71**, 1, 014503 (2005). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.014503>
- [33] G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, V.M. Vinokur. *Rev. Modern Phys.* **66**, 4, 1125 (1994). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.66.1125>
- [34] M.V. Milošević, S.V. Yampolskii, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B* **66**, 17, 174519 (2002). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.66.174519>

Редактор Е.В. Толстякова