

03

Усиление угловой дисперсии лазерных гармоник высокого порядка при взаимодействии с плотными плазменными кластерами

© А.А. Андреев^{1,2}, Л.А. Литвинов¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ имени А.Ф.Иоффе,
188640 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: litv.lev@gmail.com

Поступила в редакцию 11.09.2022 г.

В окончательной редакции 11.09.2022 г.

Принята к публикации 28.11.2023 г.

Дифракционные решетки и фотонные кристаллы широко используются для управления светом. Однако менее эффективны в случае экстремального ультрафиолетового (XUV) излучения из-за высокого поглощения оптического материала в этом диапазоне частот. В настоящей работе исследуется возможность усиления угловой дисперсии излучения XUV-диапазона за счет рассеяния на плазменных кластерах, размеры которых меньше длины волны падающего излучения. В рамках работы разработана аналитическая модель с использованием диэлектрической функции Друде плазмы и теории рассеяния Ми в квазистатистическом приближении. Определены резонансные параметры мишени для десятой гармоники Ti:Sa-лазера, показано значительное усиление рассеянного поля в этом случае по сравнению с лазерным. В условиях резонанса для одного кластера промоделирована дифракция излучения на массиве таких кластеров с помощью кода CELES. Полученные результаты показывают значительное усиление рассеянного поля в резонансном случае для больших углов (соответствующего теории дифракции Брэгга-Вульфа), что дает возможность управления высокими гармониками лазерного излучения в XUV-диапазоне с помощью ионизированного кластерного газа.

Ключевые слова: XUV-излучение, дифракция света, фемтосекундная лазерная плазма, ионизированный кластерный газ.

DOI: 10.21883/OS.2023.02.55019.4114-22

1. Введение

Взаимодействие интенсивного когерентного излучения с мишенями конечного размера представляет собой хорошо изученное явление, в том числе с учетом линейно возбуждаемых поверхностных плазмонных колебаний. Поглощение и рассеяние падающего света в таком случае с хорошей точностью могут быть описаны при помощи теории Ми, которая предсказывает существование резонанса, соответствующего мультипольным колебаниям части свободных электронов мишени относительно положительно заряженных ионов. В режиме резонанса эффективное возбуждение поверхностных плазмонов может привести к значительному усилению поля кластера, а также поля, рассеянного на большие углы относительно исходного направления падающей волны.

Как известно [1,2], периодические поверхностные решетки и фотонные кристаллы являются эффективными инструментами для пространственного управления светом. Однако этот метод менее эффективен в случае экстремального ультрафиолетового света из-за высокого поглощения любого материала в этом диапазоне частот. В данной работе предлагается использование массивов

сферических нанокластеров для направленного рассеяния жесткого ультрафиолетового излучения.

Аналогичная задача для массивов наноцилиндров в качестве рассеивателей была исследована ранее [3]. Полученные результаты показали эффективность использования наноструктурированных сред в плазменной фазе для манипуляции жестким ультрафиолетом. Однако изготовление набора наноцилиндров с оптимальными параметрами является сложной технологической задачей, тогда как массивы сферических нанокластеров достаточно просто сформировать [4]. Предлагаемые в настоящей работе нанокластеры могут обеспечить более эффективное усиление угловой дисперсии, нежели наноцилиндры, за счет вариации расстояния между нанокластерами в трехмерном пространстве, а не двумерном, и соответственно более точно подобранной пространственной конфигурации мишени.

2. Аналитическая модель

Как известно, интенсивный фемтосекундный лазерный импульс длительностью τ_L с длиной волны $\lambda_L = 830$ nm может быть преобразован в импульс 10-й гармоники с длиной волны $\lambda_{10} = 83$ nm, где $\lambda_h = \lambda_L / h$, в результате чего мы получим импульс гармоники с интенсивностью

$I_h = 1.2 \cdot 10^{14}$ W/cm². Общее излучение — лазерное излучение и излучение 10-й гармоники взаимодействует с кластером радиуса a .

В результате взаимодействия возникает плотный плазменный шар, который можно описывать в рамках модели Друде с диэлектрической функцией

$$\varepsilon(\omega_h) = 1 - \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_h}\right)^2 \frac{1}{1 + i\beta_e}, \quad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}, \quad (1)$$

где ω_h — расмариваемая гармоническая частота, ω_{pe} — электронная плазменная частота, e и m_e — заряд и масса электрона, $n_e = Zn_i$ — электронная плотность, где Z — средняя степень ионизации, n_i — ионная плотность, $\beta_e = \nu_e/\omega_h$ и ν_e — частота электрон-ионных столкновений в приближении Спитцера. В условиях высокоплотной плазмы ионная плотность кластера порядка $n_i = 6 \cdot 10^{22}$ см⁻³, при этом необходима электронная плотность кластера выше критической для заданной частоты $n_c = \omega_h^2 m_e / 4\pi e^2$, так как в противном случае кластер будет прозрачен для излучения этой частоты. Для 10-ой гармоники лазерного излучения $\lambda_h = 83$ нм получаем условие $n_e > n_c = 1.3 \cdot 10^{23}$ см⁻³, что требует степень ионизации $Z > 2$.

Мы используем теорию Ми для описания упругого рассеяния электромагнитных волн частицами произвольного размера в случае линейных взаимодействий, которая также позволяет получить описание рассеянного поля и поля внутри рассеивающего объекта [3,5]. Пользуясь разложением плоской волны по векторным сферическим гармоникам, в случае x -поляризованной падающей волны, распространяющейся вдоль оси z , получаем

$$\mathbf{E}_i = E_0 e^{i\omega t - ikz} \mathbf{e}_x = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left[\mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i\mathbf{N}_{e1n}^{(1)} \right], \quad (2)$$

$$\mathbf{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left[ia_n(ka, m) \mathbf{N}_{e1n}^{(3)} - b_n(ka, m) \mathbf{M}_{o1n}^{(3)} \right],$$

$$E_n = i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)}, \quad (3)$$

где k — волновое число падающего поля, $\mathbf{M}_{o1n}^{(1)}$, $\mathbf{M}_{o1n}^{(3)}$ — магнитные векторные сферические гармоники, $\mathbf{N}_{e1n}^{(1)}$, $\mathbf{N}_{e1n}^{(3)}$ — электрические векторные сферические гармоники из [5], верхний индекс указывает на вид сферических функций в радиальной части, нижний индекс o или e соответствует синусоидальной или косинусоидальной зависимости от азимутального угла.

Коэффициенты разложения Фурье (3) по векторным сферическим гармоникам в случае изотропной среды являются коэффициентами рассеянного поля:

$$a_n(\chi, m) = \frac{m\psi'_n(\chi)\psi_n(m\chi) - \psi'_n(m\chi)\psi_n(\chi)}{m\xi'_n(\chi)\psi_n(m\chi) - \psi'_n(m\chi)\xi_n(\chi)}, \quad (4)$$

$$b_n(\chi, m) = \frac{\psi'_n(\chi)\psi_n(m\chi) - m\psi'_n(m\chi)\psi_n(\chi)}{\xi'_n(\chi)\psi_n(m\chi) - m\psi'_n(m\chi)\xi_n(\chi)}, \quad (5)$$

где $\psi_n(\rho) = \rho j_n(\rho)$, $\xi_n(\rho) = \rho h_n(\rho)$ — функции Риккати-Бесселя, $h_n = j_n + i\gamma_n$ — сферические функции Ханкеля первого рода, $\chi = ka$ — безразмерный радиус кластера, $m = \sqrt{\varepsilon}$ — комплексный коэффициент преломления (1).

Особенность коэффициентов рассеянного поля (равенство знаменателя нулю) даёт набор резонансных электронных плотностей и соответствующих им комплексных коэффициентов рассеяния. Для $\chi \ll 1$ при помощи асимптотического приближения [3] можно получить аналитическое выражение для коэффициентов a_n , резонансное условие при этом принимает вид $m^2 = -(n+1)/n$, $n_e = n_c(2n+1)/n$ для любого натурального n . Для $\chi \sim 1$ асимптотическое приближение уже не подходит, так как вклад безразмерного радиуса χ в положение резонанса перестаёт быть пренебрежимо мал и необходим его учет в соответствующей зависимости (Приложение А). В таком случае необходимо использовать разложения в ряд функций Ханкеля и Бесселя [5].

В результате можно оценить резонансные параметры кластера, в частности, электронную плотность и радиус. Резонансное значение a_n соответствует нулю знаменателя соответствующего выражения, что отвечает $|a_n| = 1$, откуда можем получить выражение для квадрата резонансного коэффициента преломления, что в свою очередь даёт выражение на резонансную электронную плотность при помощи (1):

$$m^2(\chi, n) = \frac{8n^2(n+1) - (6n+3)\chi^2 - 6n}{2n\chi^2(2n-1)}$$

$$\left[1 + \sqrt{1 - \frac{4n(n-3+4n^2(n+2))(\chi^2+4n-2)\chi^2}{(8n^2(n+1) - (6n+3)\chi^2 - 6n)^2}} \right], \quad (6)$$

$$\frac{n_{el}}{n_c} = (1 - m^2)(1 + i\beta_e). \quad (7)$$

В соответствии с (6), (7) резонанс рассеянного поля при $\lambda_{10} = 83$ нм отвечает резонансной электронной плотности $n_{el} = 5.7 \cdot 10^{23}$ см⁻³ для $\chi = 0.7$ и $n_{el} = 3.9 \cdot 10^{23}$ см⁻³ для $\chi = 0.3$, что может быть достигнуто на ионизированных углеродных кластерах в состоянии C⁶⁺.

3. Численное моделирование

3.1. Одиночный кластер

Как известно [5], амплитуду поля вблизи поверхности мишени можно значительно усилить. Мы рассматриваем случай, когда частота электрон-ионных столкновений ν_e много меньше частоты гармоники, поэтому взаимодействие можно считать бесстолкновительным [8]. Для этого случая было посчитано рассеянное электрическое поле (3) при $\lambda = \lambda_L$ и $\lambda = \lambda_h = \lambda_{10}$ с целью сравнения

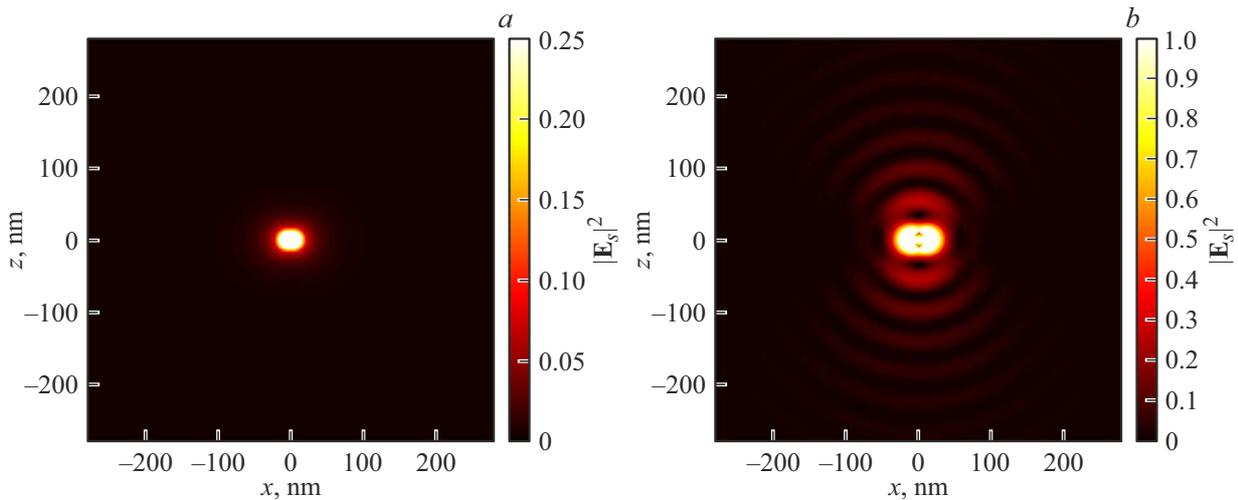


Рис. 1. Радиус кластера $a = 8.9 \text{ nm}$; $|E_s|^2$ в плоскости поляризации падающей волны. (a) $\lambda = \lambda_{10} = 83 \text{ nm}$. (b) $\lambda = \lambda_L = 830 \text{ nm}$.

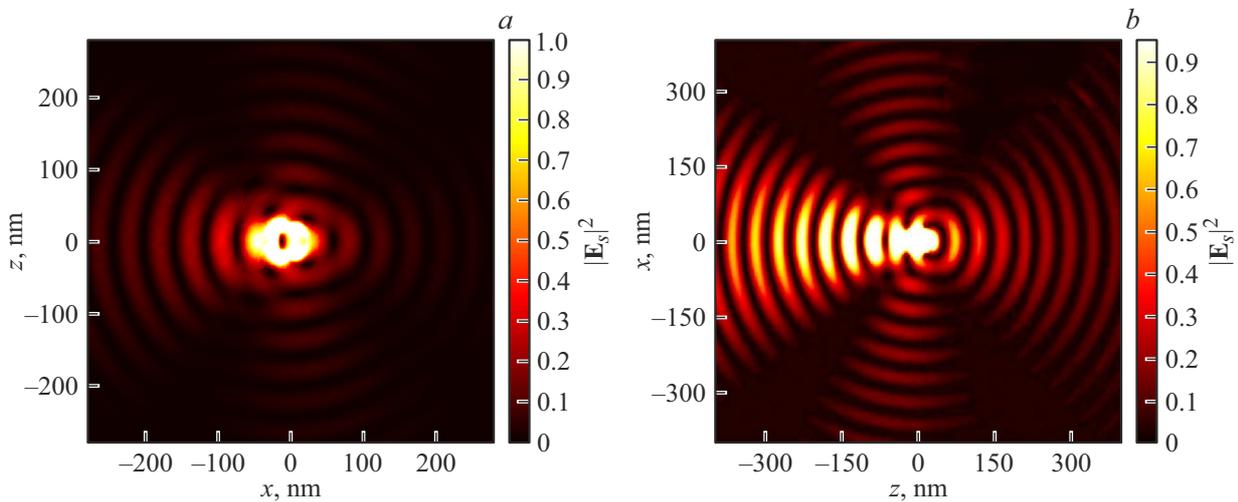


Рис. 2. Радиус кластера $a = 22.5 \text{ nm}$ ($\chi = 1.7$), $\lambda = \lambda_{10} = 83 \text{ nm}$; $|E_s|^2$ построено в плоскости поляризации падающей волны. Качественное сравнение для такого же значения ka в случае цилиндров. (a) Рассеяние кластером. (b) Рассеяние наночилиндром [3].

между собой резонансного и нерезонансного случая, значение n_{el} вычислено при помощи (6), (7) при $\lambda_{10} = 83 \text{ nm}$, $\chi = 0.7$. Видно, что в резонансном случае (рис. 1, b) рассеянное поле представляет собой расходящуюся сферическую волну и амплитуда поля в окрестности кластера значительно выше, чем в отсутствие резонанса (рис. 1, a), где рассеяние рэлеевское.

Дополнительно был рассчитан случай $\chi = 1.7$ (рис. 2, a) и сопоставлен с аналогичной ситуацией для одиночного наночилиндра [3] (рис. 2, b). Видно, что общие направления рассеянного поля сохраняются, видны слабые боковые порядки с углами отклонения, близкими к 90° относительно направления падающей волны, что сходно с случаем цилиндрической симметрии. Различия в амплитуде рассеянных волн связаны с принципиальными отличиями в геометрии цилиндра и кластера (рис. 3) — в силу однородности

цилиндра вдоль оси z рассеянное им поле затухает медленнее. Наиболее интенсивное рассеяние наблюдается для направления, соответствующего направлению падающей волны в силу конструктивной интерференции, эффективность рассеяния в этом направлении около 5%.

3.2. Множество кластеров

В рамках стационарной теории рассеяния Ми было рассмотрено множество кластеров, расположенных в цилиндрической газовой струе с регулярной и квазирегулярной пространственной конфигурацией для исследования возможности рассеяния такими структурами на большие углы жёсткого ультрафиолетового излучения, в частности, соответствующего лазерным гармоникам высокого порядка. Мы используем стационарную модель в силу квазистационарности электронной плотности

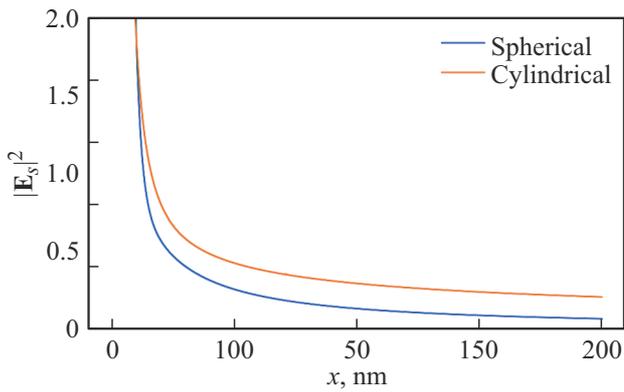


Рис. 3. Модуль первого слагаемого $|E_s|$ в зависимости от координаты x ($\theta = 0^\circ$, $\varphi = 0^\circ$) для сферического и цилиндрического случаев, безразмерный радиус кластера $\chi = 1.7$.

мишени при взаимодействии с лазерным излучением (разд. 2) в рамках описанных ограничений (Приложение В).

В качестве регулярного распределения была выбрана примитивная кубическая решетка с расстоянием между соседними узлами d . Квазирегулярное распределение было построено при помощи внесения случайных сдвигов координат узлов с произвольной нормой сдвига в диапазоне $0 \leq |\Delta d| \leq \eta d$, где $0 \leq \eta < 0.5$ — степень нерегулярности. В квазирегулярном случае моделирование было проведено несколько раз с целью усреднения и получения обобщенной картины рассеянного поля. Для вычислений был использован программный код CELES [6].

3.2.1. Геометрия взаимодействия пучка излучения с кластерами

Условие дифракции в случае трехмерной регулярной решетки при упругом рассеянии в системе координат, связанной с направлением падающего излучения, принимает вид [7]:

$$\begin{cases} (\mathbf{D}_x, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = h^* \lambda, \\ (\mathbf{D}_y, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = k^* \lambda, \\ (\mathbf{D}_z, \mathbf{e}_{\text{out}} - \mathbf{e}_{\text{in}}) = l^* \lambda, \end{cases} \quad (8)$$

где h^* , k^* , l^* — индексы Миллера, представленные целыми числами, \mathbf{D}_i — вектор, соединяющий соседние узлы решетки вдоль направления i , \mathbf{e}_{in} — единичный вектор направления падающего излучения, \mathbf{e}_{out} — единичный вектор направления прошедшего излучения. Переходя к сферическим координатам, связанным с \mathbf{e}_{in} так, что в декартовом представлении $\mathbf{e}_{\text{in}} = \mathbf{e}_z$, уравнения (8) можно преобразовать следующим образом, учитывая, что $|\mathbf{D}_x| = |\mathbf{D}_y| = |\mathbf{D}_z| = d$ для рассматриваемой кубиче-

ской решетки:

$$\begin{cases} \cos \theta_0 \sin \Delta\theta \cos (\Delta\varphi - \varphi_0) - \sin \theta_0 (\cos \Delta\theta - 1) = \frac{h' \lambda}{d}, \\ \sin \Delta\theta \sin (\Delta\varphi - \varphi_0) = \frac{k' \lambda}{d}, \\ \sin \theta_0 \sin \Delta\theta \cos (\Delta\varphi - \varphi_0) + \cos \theta_0 (\cos \Delta\theta - 1) = \frac{l' \lambda}{d}, \end{cases} \quad (9)$$

где $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$ — углы, характеризующие отклонение направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, θ_0 , φ_0 — углы, характеризующие поворот мишени (решетки) в пространстве, h' , k' , l' — новые индексы Миллера (рис. 4). Используя (9), можем получить угловое распределение дифрагировавшего излучения при заданных начальных параметрах d , λ , θ_0 , φ_0 .

3.2.2. Рассеяние монохроматического излучения

Для того, чтобы проверить достоверность модели, рассчитаем стационарное взаимодействие в регулярном случае при различных параметрах решетки и ширине гауссова пучка $w = 800$ nm, радиусе цилиндра, ограничивающего решетку (радиус газовой струи) $r_{\text{gas}} = a + 12d \approx 2 \mu\text{m}$, где множитель при d — количество узлов решетки между центральной осью и границей цилиндра. Несмотря на то, что в реальных условиях гауссов пучок 10-й гармоники Ti:Sa-лазера с шириной 800 nm получить практически невозможно, в силу стационарности вычислений отношение w / r_{gas} может быть корректно масштабировано при $w \ll 2r_{\text{gas}}$. Использованное малое значение w в таком случае ускоряет вычисления, но принципиально не изменяет их результат.

Различие рассеяния в резонансном и нерезонансном случае показано на рис. 5 — квадрат амплитуды рассеянного поля превышает в резонансном случае нерезонансный более, чем в 10 раз. Также в отсутствие резонанса нет порядков дифракции, кроме нулевого, что напрямую следует из ограничения на максимальный индекс Миллера в (9).

Определим наиболее интенсивные направления рассеяния при помощи следующей интегральной характеристики:

$$\begin{aligned} E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V(\Delta\theta, \Delta\varphi), E_0, \varphi_0, \theta_0) \\ = \int_{V(\Delta\theta, \Delta\varphi)} |\mathbf{E}_s(\eta, \lambda, E_0, \varphi_0, \theta_0)|^2 dV. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь E_{int} представляет собой интегральную плотность энергии рассеянного поля в области пространства V для решетки, обладающей нерегулярностью η , т.е. является энергией, рассеянной решеткой в область V , λ представляет собой длину волны падающего поля, E_0 — амплитуду, углы φ_0 , θ_0 — задают положение мишени в пространстве в соответствии с (рис. 4).

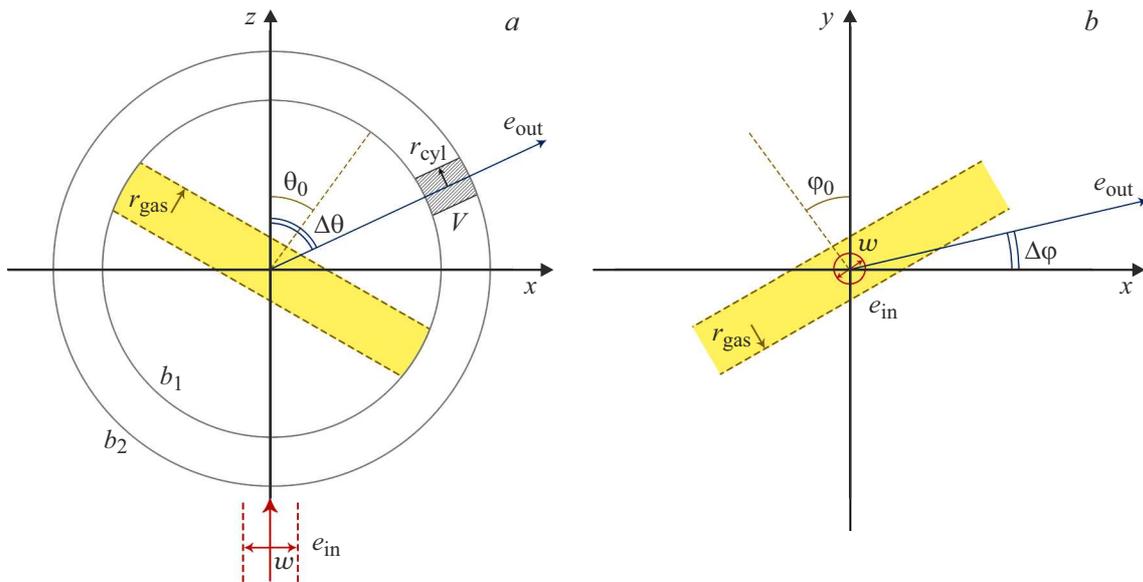


Рис. 4. Общая схема взаимодействия падающего излучения с решеткой: θ_0, φ_0 — характеризуют углы поворота мишени в пространстве, $\Delta\theta, \Delta\varphi$ — углы отклонения направления дифрагировавшего излучения относительно падающего, r_{gas} — радиус газовой струи, представляющей мишень, w — диаметр гауссова пучка падающего излучения. (a) Проекция на плоскость xz . (b) Проекция на плоскость xy .

Область V должна быть задана так, чтобы характеризовать некоторое направление в пространстве, и, как правило, для этой цели используется область в виде конуса, образованного некоторым раствором телесного угла $\delta\Omega$ и направлением при помощи углов $\Delta\theta, \Delta\varphi$. Для рассматриваемой задачи необходимо исключить из вычисления ближнее поле, ввиду чего накладываем дополнительное ограничение области V внутренностью сферического слоя пространства с границами b_1 и b_2 , где b_2 — граница области численного моделирования, b_1 — больше радиуса сферы, описанной вокруг мишени. Хотя газовая струя является протяженным объектом, в моделировании используется только её сегмент, так как падающий пучок ограничен и рассеяное поле слабо зависит от частей струи, удаленных от области падения пучка, что позволяет описать вокруг такого сегмента соответствующую окружность.

Пересечение конической области и сферического слоя вдали от мишени можно приблизить цилиндром, считая $r_{\text{cyl}} \approx 0.5 b_2 \cdot \delta\Omega$, где r_{cyl} — радиус цилиндра. В таком случае при помощи вспомогательного вектора \mathbf{c} получаем область V (рис. 4, a):

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{x}, \Delta\theta, \Delta\varphi) = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = M_y(\Delta\theta) M_z(\Delta\varphi) \mathbf{x},$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$V(\Delta\theta, \Delta\varphi) = \{ \mathbf{x} \in b_1^2 \leq |\mathbf{x}|^2 \leq b_2^2 : c_x^2 + c_y^2 \leq r_{\text{cyl}}^2 \}, \tag{12}$$

где $M_y(\Delta\theta)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси y на угол $\Delta\theta$ против часовой стрелки, $M_z(\Delta\varphi)$ — матрица поворота вокруг декартовой оси z на угол $\Delta\varphi$ против часовой стрелки. Долю отклоненного в конкретном направлении излучения E_{frac} можно определить, используя следующее выражение:

$$E_{\text{frac}}(\eta, \lambda, V, E_0, \varphi_0, \theta_0) = \frac{E_{\text{int}}(\eta, \lambda, V, E_0, \varphi_0, \theta_0)}{\int_{V_0} |\mathbf{E}_t(\lambda, E_0, w)|^2 dV}, \tag{13}$$

где $V_0 = \{ \mathbf{x} \in b_1^2 \leq |\mathbf{x}|^2 \leq b_2^2 \}$ — дальняя зона области моделирования.

Также построим целочисленные решения для h', k', l' с заданными θ_0, φ_0 в осях $\Delta\varphi, \Delta\theta$ при помощи (9) (рис. 6, a). Графики на рис. 6 представляют собой диаграммы в полярных координатах $(\Delta\theta, \Delta\varphi)$, т.е. проекции поверхности сферы, ограниченной некоторым диапазоном угла $\Delta\theta$, на плоскость. Такой метод построения более удобный для изображения пространственного распределения рассеянного излучения, а также более естественный для отображения целочисленных решений на индексы Миллера (9), так как они в таком случае представляют собой наборы колец на сфере. По полученным результатам можно заметить, что наиболее интенсивные направления дифракции по E_{int} отвечают наиболее близкому расположению кривых, соответствующих целочисленным значениям индексов Миллера. При этом эффективность рассеяния в наиболее интенсивных направлениях по отношению к падающему полю достигает $E_{\text{frac}} = 0.2$ ($\Delta\varphi = 0^\circ, \Delta\theta = 30^\circ$), что соответствует 20%.

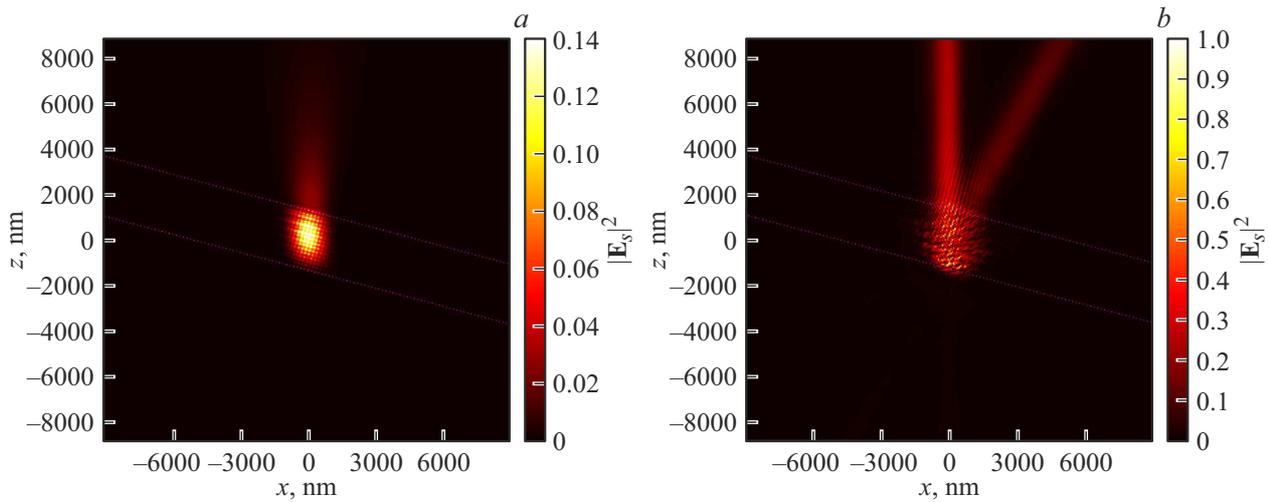


Рис. 5. $|E_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0^\circ$ — рассеяние гауссова пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$. Границы газового слоя обозначены пурпурным цветом. Амплитуда рассеянного поля нормирована на максимальное значение в случае 10-й гармоники. (a) $\lambda = \lambda_L = 830$ nm. (b) $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm.

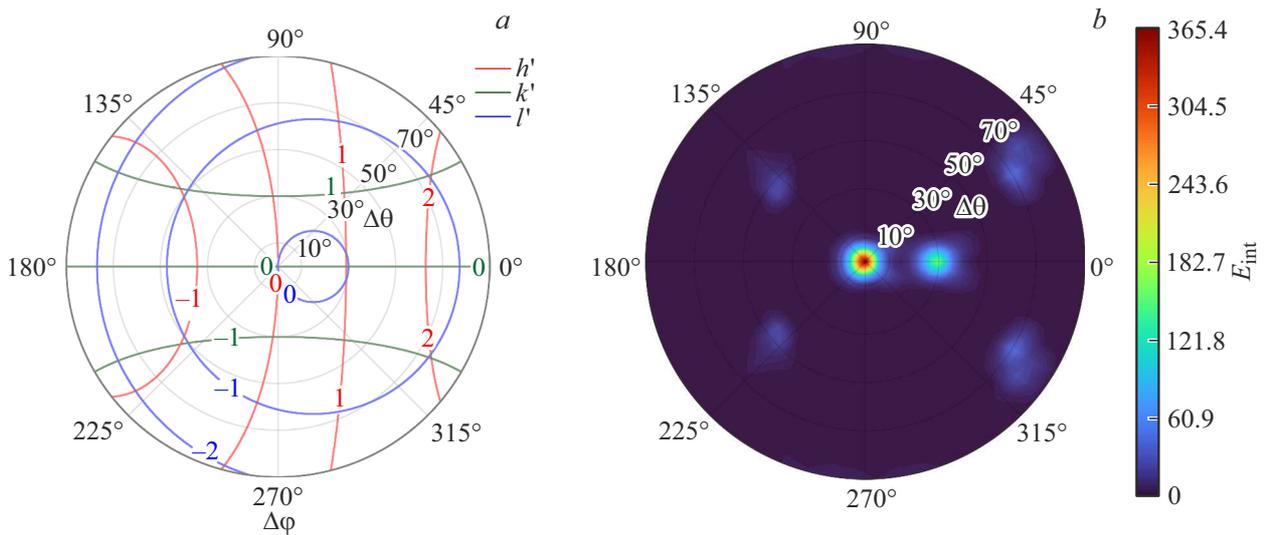


Рис. 6. Рассеяние 10-й гармоники при параметрах решетки $a = 20$ nm и $d = 2\lambda_{10}$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 15^\circ$, $\lambda = \lambda_{10} = 83$ nm, диапазон построения $\Delta\theta \in [0, \pi/2]$. (a) Решение (9) в целых индексах Миллера. (b) E_{int} по (10).

Рассмотрим влияние нерегулярности на наиболее интенсивные направления рассеянного поля, т.е. зависимость (10) от нерегулярности решётки η . Для этого смоделировано рассеяние в случае квазирегулярной решётки при различных параметрах и нерегулярностью η от 0 до 0.5 (рис. 7).

При помощи нормированного варианта (14) описанной ранее интегральной характеристики (10) была построена соответствующая зависимость от нерегулярности (рис. 8). С ростом нерегулярности наиболее интенсивные направления, кроме нулевого, значительно ослабевают, вплоть до 80% по отношению к регулярному случаю, при этом общая картина рассеяния в различных направлениях выравнивается вплоть до

практически однородной при $\eta \rightarrow 0.5$ (рис. 7)

$$E_{int}^{norm}(\eta, \lambda, V, E_0) = \frac{E_{int}(\eta, \lambda, V, E_0)}{E_{int}(0, \lambda, V, E_0)}. \quad (14)$$

Была рассмотрена зависимость интенсивных направлений рассеяния по $\Delta\theta$ в зависимости от θ_0 в сечении $\Delta\varphi = 0$. При этом было взято значение $\varphi_0 = 0$, так как любое ненулевое значение этого угла по сути поворачивает угловое распределение на тот же угол. Полученный результат полностью соотносится с полученными ранее формулами (9) — положение пятен, отвечающих наиболее интенсивным направлениям рассеянного поля, отличным от нулевого, на рис. 9, b соответствуют пересечениям линий целочисленных значений индексов Миллера на рис. 9, a.

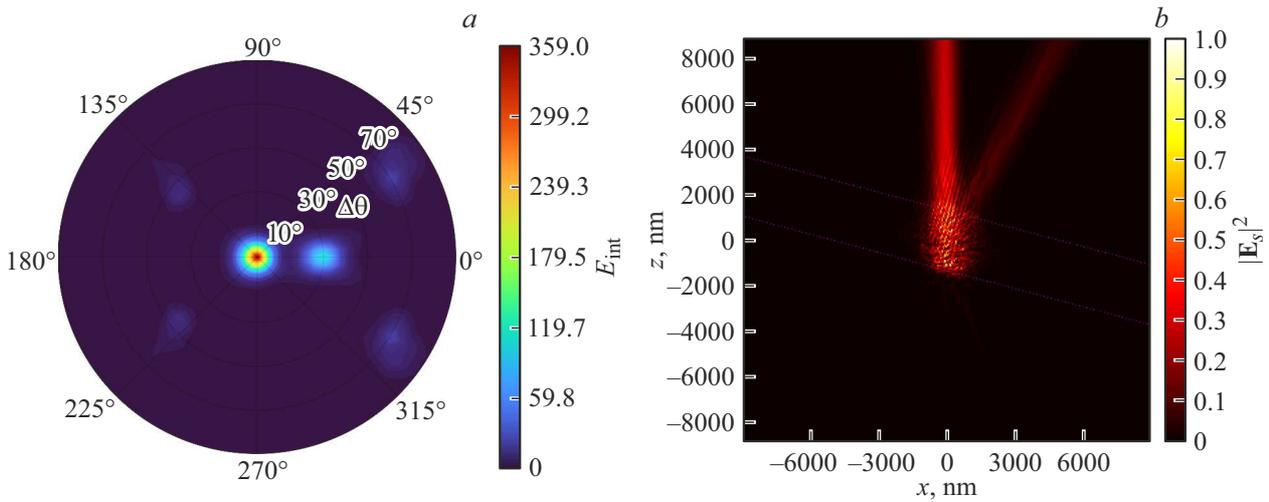


Рис. 7. Рассеяние гауссова пучка на слое квазирегулярно расположенных кластеров радиуса $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$. (a) E_{int} по (10), $\eta = 0.1$. (b) $|E_s|^2$ в плоскости поляризации, сечение $\Delta\varphi = 0$, $\eta = 0.1$.

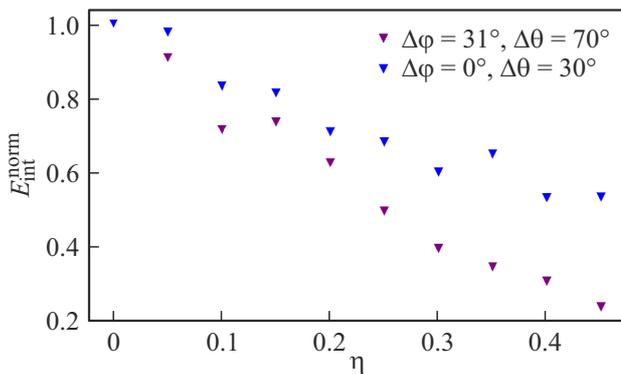


Рис. 8. Ослабление рассеяния в зависимости от нерегулярности решётки.

Было выбрано наиболее интенсивное направление рассеяния, отвечающее $\theta_0 = 15^\circ$, $\Delta\theta = 30^\circ$, для него рассмотрена зависимость величины ранее построенной интегральной характеристики (10) от радиуса кластеров (рис. 10). Видно наличие глобального максимума у построенной зависимости, что позволяет говорить о существовании оптимального значения радиуса для соответствующего направления.

3.2.3. Рассеяние волнового пакета

Ранее мы рассматривали рассеяние монохроматического излучения, но на самом деле во время преобразования основного импульса с длительностью τ_L генерируется набор гармоник с неизвестным распределением. Для простоты рассмотрим волновой пакет с некоторой полушириной, локализованный около 10-й гармоники. Его амплитуда во времени описывается гауссовой функцией (15), где τ_h — полная ширина преобразованного импульса гармоники. Разложим в ряд Фурье амплитуду

волнового пакета:

$$A_h(t) = E_h \exp\left(-\frac{t^2}{(\tau_h/2)^2}\right), \quad (15)$$

$$A_h(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cos(\omega_j t), \quad (16)$$

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{\tau_L} = \frac{c}{\lambda_j}, \quad \lambda_j = \frac{\lambda_L}{j}, \quad (16)$$

$$A_j = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau}^{\tau} E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{(\tau_h/2)^2}\right) \cos(\omega_j t) dt. \quad (17)$$

Для того, чтобы построить диаграмму рассеяния волнового пакета, была использована новая интегральная характеристика, определенная с учетом полученных коэффициентов Фурье (18). Такая характеристика разумна для описания направлений рассеяния в силу аддитивности энергии как количественной характеристики. Область V в данном случае представляет собой аналогичную той, что была использована для предыдущей интегральной характеристики (12):

$$\mathcal{E}_{int}(V, \eta, \varphi_0, \theta_0) = \sum_{j=N_1 > 0}^{N_2} E_{int}(\eta, \lambda_j, V, A_j, \varphi_0, \theta_0). \quad (18)$$

Найдем наиболее интенсивные направления рассеяния поля для решётки с резонансными параметрами, определенными при помощи монохроматической модели: $d = 2\lambda_{10}$, радиусом кластеров $a = 20$ nm, $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$. Гармоники в волновом пакете с 8-й по 12-ю, т.е. $N_1 = 8$, $N_2 = 12$ в (18), гауссов импульс имеет длительность $\tau_h \approx 30$ fs. Полученный результат сравним с монохроматическим случаем с аналогичными параметрами решётки, направления и энергии падающего излучения.

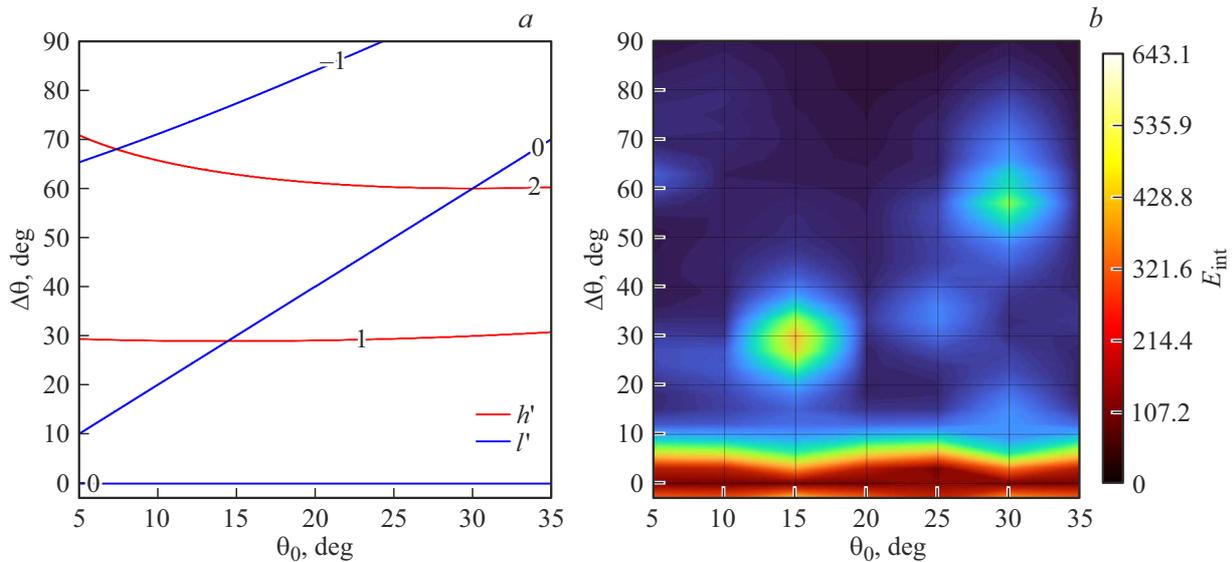


Рис. 9. Рассеяние 10-й гармоники при различном угле θ_0 , $\varphi_0 = 0$, $\Delta\varphi = 0$, $a = 20$ nm, $d = 2\lambda_{10}$. На (a) $k' = 0$ для любых θ_0 и $\Delta\theta$. (a) решение (9) в целых индексах Миллера. (b) E_{int} по (10).

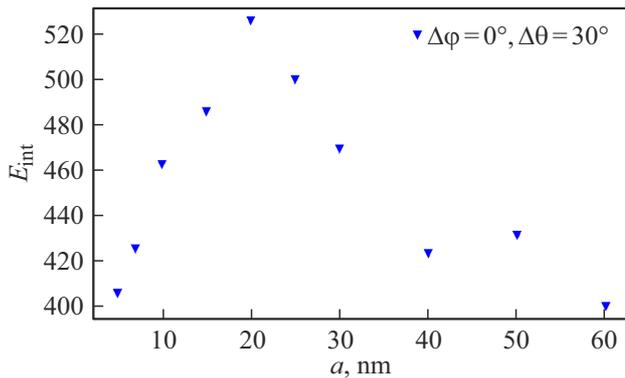


Рис. 10. Ослабление рассеяния в зависимости от радиуса кластеров.

В нулевом дифракционном максимуме, отвечающем за прошедшее излучение, имеем идентичные значения в силу (9) при $h' = k' = l' = 0$ и одинаковой энергии падающего поля. Дифракционные максимумы остальных порядков ослабевают и расплываются (рис. 11). Это происходит в силу того, что гармоники в волновом пакете, отличные от 10-й, уже не соответствуют заданным резонансным параметрам, тогда направленная энергия, соответствующая этим гармоникам, перераспределяется, что также показывает (9). В частности, относительная эффективность E_{frac} первого дифракционного максимума ($\Delta\varphi = 0^\circ$, $\Delta\theta = 30^\circ$) ослабляется с 0.3 до 0.1.

3.2.4. Условия оптимального рассеяния XUV-излучения в заданном направлении

Как было отмечено ранее, основной задачей данной работы является направленное рассеяние излучения в

XUV-диапазоне. Для этой цели мы предлагаем кластерную мишень с квазирегулярной структурой в общем случае, параметры которой необходимо выбрать, исходя из условий, т.е. длины волны наиболее интенсивной спектральной составляющей волнового пакета или монохроматического излучения λ , а также нужных углов отклонения $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$ относительно направления падающего излучения.

В первую очередь необходимо оценить радиус кластеров a при помощи аналитической модели (6). Полученное значение будет начальной оценкой резонансного значения радиуса кластера при заранее известном материале. Далее необходимо выбрать расстояние между кластерами d . Задавая большие d для решетки (кратные длине волны падающего поля в случае монохроматического излучения или длине волны наиболее интенсивной спектральной составляющей в случае волнового пакета), мы увеличиваем количество реализуемых дифракционных максимумов, снижая эффективность (отношение диаметра кластера к расстоянию между кластерами уменьшается), но при этом увеличивая диапазон углов, куда можно потенциально отклонить излучение. Малые d обеспечивают наиболее интенсивное рассеяние в ближние порядки дифракции, но обуславливают ограниченный набор углов, расположенный вблизи пересечений кривых целочисленных решений системы уравнений Лауэ, как это хорошо видно на рис. 9, b.

Формулы (9) позволяют оценить положение таких пересечений и подобрать наиболее подходящее значение d в зависимости от необходимых углов отклонения $\Delta\varphi$, $\Delta\theta$. После этого необходимо вычислить рассеянное поле, при помощи которого посчитать интегральную характеристику E_{int} (10) для заданной геометрии и диапазона радиуса кластеров $a \pm 20\%$ с целью уточнить

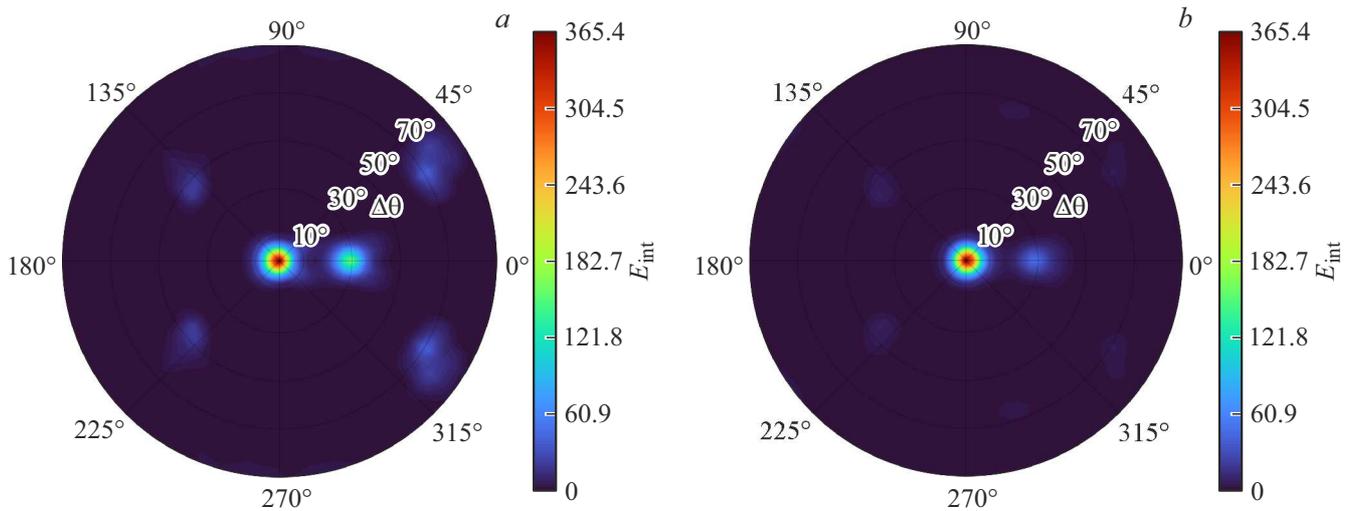


Рис. 11. Угловая диаграмма рассеяния при $\theta_0 = 15^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $d = 2\lambda_{10}$, радиус кластеров $a = 20$ nm. (a) рассеяние 10-й гармоники. (b) рассеяние волнового пакета.

первоначальную оценку и учесть эффекты дифракции в ближней и средней зоне.

Наличие нерегулярности η в решетке неизбежно заставляет дифракционные максимумы расплываться и ослабляться, что необходимо учитывать при оценке эффективности рассеяния при помощи (13).

4. Заключение

Обнаружено, что периодическая структура из плотных плазменных кластеров оказалась подходящим элементом для направленного эффективного рассеяния излучения в XUV-диапазоне. Так как множество сферических рассеивателей требует затратных вычислений в трёхмерном пространстве, была предложена стационарная модель и определен диапазон радиусов кластеров, в пределах которого электронная плотность квазистационарна во время взаимодействия с внешним полем. Когда ионизация такова, что концентрация электронов близка к резонансной для заданных начальных параметров, эффективность рассеяния значительно увеличивается и достигает нескольких процентов в случае одиночного кластера. Для множества кластеров эффективность угловой дисперсии растёт с увеличением количества кластеров и может достигать нескольких десятков процентов в случае определенных направлений.

Полученные угловые распределения дифракционных максимумов для рассеяния при помощи множества регулярно расположенных кластеров хорошо описываются при помощи теории Лауэ, при этом внесение небольшой нерегулярности в распределение кластеров ослабляет наиболее интенсивные направления дифракции, отличные от направления прошедшего излучения, не более чем на 25%. В случае монохроматического излучения эффективность усиления угловой дисперсии падает в

соответствии с шириной спектрального распределения взаимодействующего поля.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Приложение

А. Асимптотическое приближение коэффициентов рассеянного поля и приближение разложением в ряд

На рис. 12 представлена зависимость коэффициента рассеяния от электронной плотности для $\chi = 1.5$ в рамках асимптотического приближения и приближения разложением в ряд функций Ханкеля и Бесселя. Чётко видно значительное расхождение формы и положения кривых для разных n при использовании асимптотического приближения, при этом приближение разложением в ряд обладает лишь неточностью в виде сдвига, который с ростом порядка n стремится к нулю.

В. Обоснование стационарной модели

В общем случае расчет взаимодействия высокоинтенсивного импульса лазерного излучения с группой плотных сферических кластеров, расположенных в трёхмерном пространстве, требует длительных и сложных нестационарных вычислений ввиду того, что распределение электронной плотности кластеров в результате взаимодействия с лазерным импульсом изменяется с течением времени.

Для проверки масштабов изменения электронной плотности в рассматриваемом случае было проведено моделирование эволюции распределения электронной

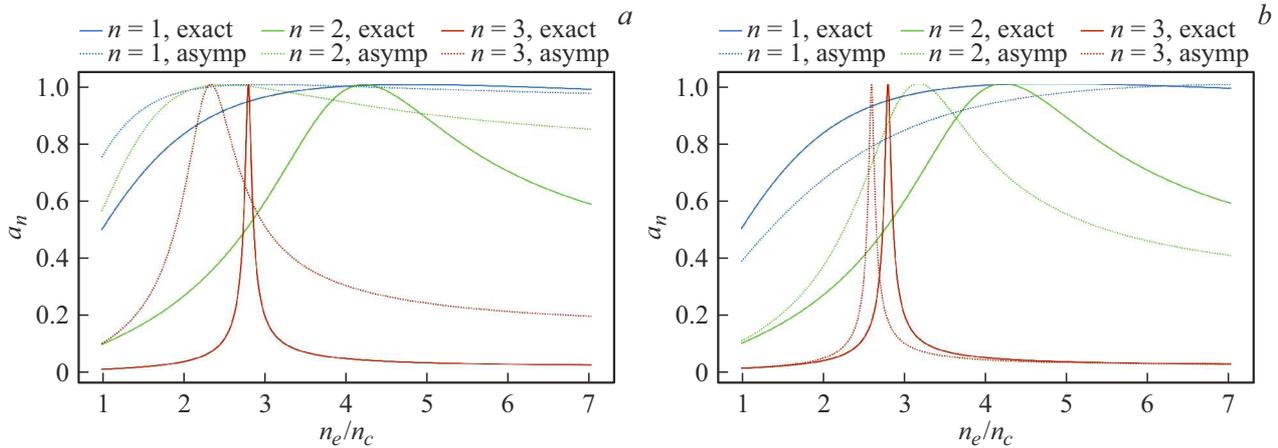


Рис. 12. Коэффициенты сферических гармоник при $\beta_e = 0$, $\chi = 1.5$. Кривые „exact“ соответствуют точным значениям коэффициентов рассеянного поля. (а) Асимптотическое приближение. (б) Разложение в ряд до первого члена.

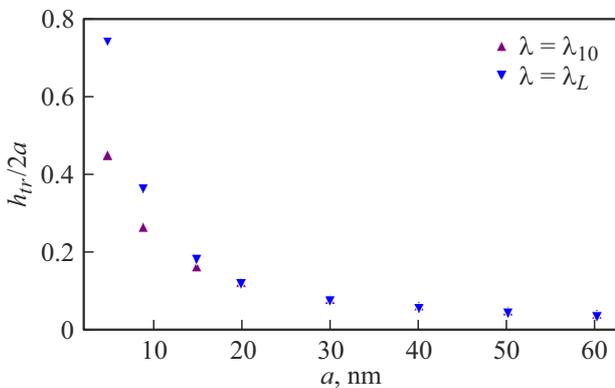


Рис. 13. Асимптотика средней суммарной толщины переходного слоя при $0 \leq t \leq 10T$ относительно радиуса мишени. n_c , использованное при построении, соответствует критической плотности для длины волны $\lambda = \lambda_{10}$.

плотности в одномерном пространстве отдельного кластера. Для моделирования был взят код LPI++ [8]. В качестве источников были рассмотрены два импульса: первичный фронтальный линейно поляризованный лазерный импульс с длиной волны $\lambda_L = 830$ nm, длительностью τ , формой огибающей амплитуды импульса во времени $\sin^2(t)$, интенсивностью $I_L = 10^{18}$ W/cm² и преобразованный с длиной волны $\lambda_{10} = 83$ nm, длительностью τ и интенсивностью $I_h = 10^{14}$ W/cm². Период лазерного излучения, соответствующий лазерной гармонике, равен $T = \lambda_L / c \approx 2.8$ fs, поэтому длина импульса в моделировании была взята $\tau = 10T = 28$ fs, время моделирования $t = 20T = 56$ fs. Плазма представлена 2000 частицами в каждой ячейке, занятой мишенью, расположенной в центре бокса шириной $w_{\text{box}} \approx 3\lambda_{10}$; электронная плотность мишени в критических единицах равна $n_{el} = 4.2n_c$. Также было рассмотрено взаимодействие с первой гармоникой, для которой $\lambda_L = 830$ nm,

$I_L = 10^{18}$ W/cm². В качестве мишеней были взяты одиночные кластеры радиуса a от 9 до 60 nm.

По полученным результатам моделирования была рассчитана средняя суммарная толщина переходного слоя в процессе взаимодействия со внешним импульсом h_{tr} в зависимости от радиуса мишени a (рис. 13). Условие квазистационарности в таком случае принимает вид $h_{tr} \ll 2a$, что соблюдается при $a \geq 20$ nm. Таким образом, при использовании стационарных вычислений для оценки углового рассеяния допустимо использовать только кластеры с радиусом 20 nm и больше.

Список литературы

- [1] X. Lin, X. Zhang, K. Yao, X. Jiang. J. Opt. Soc. Am. B, **31** (5), 1145 (2014). DOI: 10.1364/JOSAB.31.001145
- [2] B.W. Batterman, H. Cole. Rev. Mod. Phys., **36** (3), 681 (1964). DOI: 10.1103/RevModPhys.36.681
- [3] Z. Léczy, A.A. Andreev. Optics Express, **28** (4), 5355 (2020). DOI: 10.1063/1.5123542
- [4] В.П. Крайнов, М.Б. Смирнов. УФН, **170** (9), 969 (2000). DOI: 10.3367/UFN.0170.200009b.0969
- [5] К. Борен, Д. Хафмен. *Поглощение и рассеяние света малыми частицами* (Мир, 1986).
- [6] A. Egel, L. Pattelli, G. Mazzamuto, D. Wiersma, U. Lemmer. J. Quant. Spectrosc. Radiat., **199**, 103 (2017). DOI: 10.1016/j.jqsrt.2017.05.010
- [7] Ч. Киттель. *Введение в физику твёрдого тела* (Физматгиз, 1962).
- [8] AIP Conference Proceedings (AIP, 1998), vol. 426, p. 141. DOI: 10.1063/1.55199